

DEUXIÈME COLLOQUE
SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL
ET SES APPLICATIONS

27/1

NICE - 5 AU 10 MAI 1969

PROPRIETES DE LA REFLEXION ACOUSTIQUE

DES LAMES COURBES

**

J. de LUSTRAC

R. CARBO FITE

Centre d'Etude des Phénomènes Aléatoires (CEPHAG)
(associé au C.N.R.S)

RESUME.

Après avoir rappelé très brièvement le régime transitoire de la réflexion des ondes acoustiques sur une lame plane, nous nous proposons d'analyser les modifications apportées à cette théorie par une courbure de la lame. Nous appliquerons ces résultats à la détermination des échos des cylindres creux remplis d'air. La concordance avec les résultats expérimentaux semble satisfaisante.

ABSTRACT.

At first, the transient state of the reflexion of acoustical waves on a plane plate is recalled shortly. Thereafter, we try to analyse the alterations of this theory through a curvature of the plate. We then apply the results to the determination of the echoes from a hollow air filled cylinder. The concordance with the experimental results seems satisfactory.

(*) 46, av. Félix Viallet - 38, GRENOBLE



1. INTRODUCTION.

Nous nous placerons dans un domaine de fréquences tel, que la longueur d'onde (λ) soit très petite devant les dimensions et le rayon de courbure de la lame.

Dans ces conditions, l'onde réfléchie dans la direction de l'émission est presque exclusivement produite par une surface avoisinant le point où la normale est dans la direction de propagation. Cette partie de la lame, qui réfléchit dans la direction de l'émission, se comporte comme une surface plane formée par la partie du plan tangent dont la distance à la surface courbe est très petite devant λ . Il est nécessaire que la partie assimilable à un plan ait des dimensions grandes devant λ , ce qui impose que le rayon de courbure soit très grand devant λ .

Il faut remarquer qu'il s'agit d'une approximation dans laquelle nous ne tenons pas compte de l'existence d'ondes transversales dans la lame, dues à la conversion de mode de propagation de l'incidence oblique dans la zone de la lame courbe où la normale n'est pas dans la direction d'incidence.

Cette approximation a l'intérêt d'aboutir à des résultats assez simples et d'interprétation facile. La théorie générale, [3 à 6] au contraire, prenant comme départ l'équation d'onde et imposant les conditions de continuité aux dioptries courbes respectifs, entraîne une grande complexité pour l'interprétation a posteriori des résultats expérimentaux.



2. REFLEXION SUR UNE LAME EPAISSE.

Le régime transitoire de la réflexion des ondes acoustiques sur une lame plane épaisse est déterminé par la suite des interférences des ondes réfléchies sur les deux faces de la lame [1] [2].

Soit une lame (figure 1)

avec

- r_1 le facteur de réflexion du dioptré (1,2)
- r_2 celui du dioptré (2,3), et τ le retard $\frac{d}{c_2}$

où $P(t)$ est la pression incidente,

$P_R(t)$ la pression réfléchie à l'instant t vaut :

$$(1) \quad P_R(t) = r_1 P(t) + (1-r_1^2) \sum_{n=1}^{\text{Ent. } \frac{t}{2\tau}} (-r_1)^{n-1} r_2^n P(t-2n\tau)$$

où, si $P(t) \equiv \delta(t)$ (percussion)

$P_R(t) \equiv \mathcal{R}(t)$ (réponse percussionnelle de réflexion)

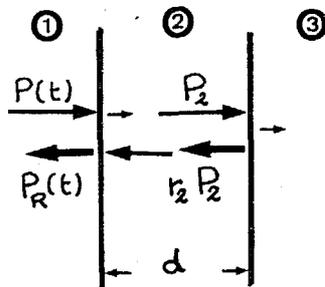


Figure 1



$$(2) \quad \mathcal{R}(t) = r_1 \delta(t) + (1-r_1^2) \sum_{n=1}^{E_{nt.} \frac{t}{2\tau}} (-r_1)^{n-1} r_2^n \delta(t-2n\tau)$$

- La réponse à une sinusoïde en régime permanent est donnée pour le gain complexe de réflexion (figure 2)

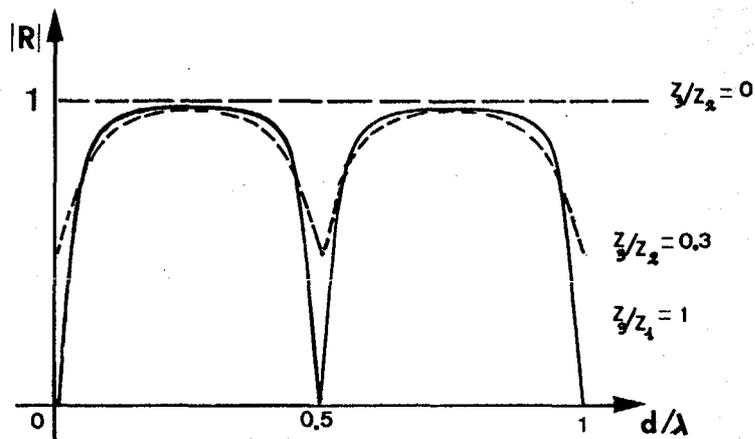


Figure 2 Z_1, Z_2, Z_3 impédance des milieux 1, 2, 3

Les minimums se produisent pour $\omega\tau = h\pi$, soit

$$(3) \quad d = h \frac{\lambda_2}{2}$$

3. REFLEXION PAR UNE LAME COURBE [7].

3.1. On considère deux milieux acoustiques différents limités par une surface courbe de rayon de courbure constant R , et de centre O . Dans le milieu I se propage une onde plane de longueur d'onde λ_1 et



de célérité C_1 (figure 3). Après réflexion sur la surface courbe, on n'est plus en présence d'une onde plane. En effet, soit une portion du plan de l'onde incidente de largeur $2y_0$; elle constitue un pinceau incident d'ouverture nulle (onde plane).

Ce pinceau est réfléchi avec une ouverture $4 \hat{i}$. L'énergie réfléchie est supposée également partagée dans tout l'angle d'ouverture $4 \hat{i}$ et de sommet A, centre optique du système ($OA = \frac{R}{2}$) (figure 3).

Quand le récepteur, ainsi que la source sonore, se trouvent sur l'axe x et du même côté de la courbure, à une distance $L+R$ du centre de courbure O , l'énergie de l'onde réfléchie dans une bande centrée de largeur $2a$ ($2a =$ côté ou diamètre de l'hydrophone récepteur) est transformée en énergie électrique à la réception.

En conséquence, sous l'hypothèse que la longueur d'onde soit très petite devant le rayon de courbure R et a très petit devant L ($a \ll L$; $\lambda \ll R$), l'énergie de l'onde réfléchie transformée en énergie électrique à la réception provient de celle d'un pinceau d'onde incidente, de largeur $2y_0$, telle que :

$$(4) \quad y_0 = R \sin \hat{i}$$

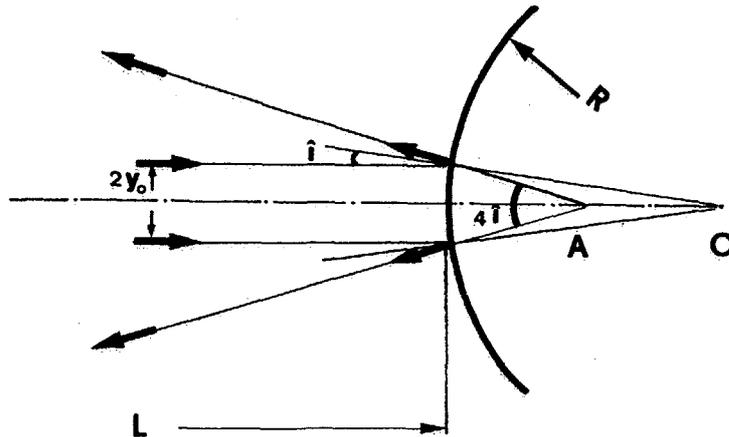


Figure 3

$$(5) \quad y_0 = R \cdot i$$

La pression sur le récepteur vaut alors :

- pour le cas d'une surface cylindrique

$$P_0 = \frac{P \cdot R \cdot y_0}{4i(L+R/2)} \quad \text{et } L \gg R/2$$

$$(6) \quad P_0(t) = P(t) \cdot r_1 \cdot K_c \quad K_c = \frac{y_0}{4 \cdot i \cdot L}$$

- pour le cas d'une surface sphérique

$$(7) \quad P_0(t) = P(t) \cdot r_1 \cdot K_s \quad K_s = \frac{1}{4 \cdot i} \cdot \left(\frac{y_0}{L}\right)^2$$



3.2 Réflexion par une lame courbe.

Soit une lame courbe à faces équidistantes d'épaisseur d , séparant deux milieux d'impédance Z_1 et Z_3 . Les rayons de courbure sont (figure 4)

R_e = rayon extérieur

R_i = rayon intérieur

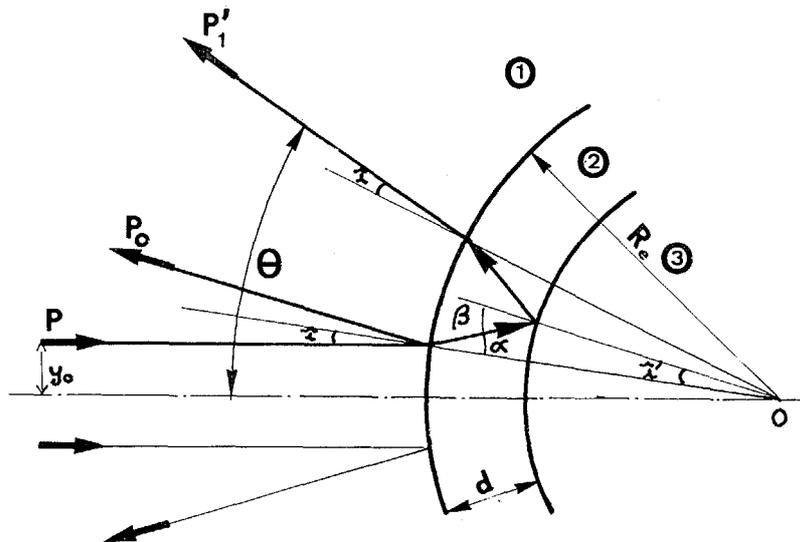


Figure 4

Si l'ouverture du pinceau sortant après un temps de transit $2n\tau$, est $2\theta_n$ après avoir subi :

- une transmission 1-2 (entrée)
- n réflexions 2-3 (r_2 : face arrière)
- (8) - (n-1) réflexions 2-1 ($-r_1$: face avant)
- une transmission 2-1 (sortie)



- d'après les considérations de réflexion et l'approximation des petits angles on obtient

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \hat{i}} = \frac{c_2}{c_1} \quad \text{ou} \quad \alpha \simeq \frac{c_2}{c_1} \hat{i}$$

$$(9) \quad \theta_n = 2(\hat{i} + n\hat{i}') \quad \text{avec} \quad \hat{i}' \simeq \alpha \frac{d}{R_i}$$

$$(10) \quad \theta_n \simeq 2\hat{i}(1+nb) \quad \text{avec} \quad b = \frac{c_2}{c_1} \frac{d}{R_i}$$

(ne dépendant que du corps réfléchissant)

En généralisant les formules (6) et (7) à la pression P'_n réémise par la paroi, cylindrique ou sphérique, au temps $t = 2n\tau$ sous une ouverture $2\theta_n$ on obtient :

$$(11) \quad P'_n = P \cdot \frac{K_n}{2\theta_n} \cdot \frac{y_0}{L} \quad (\text{cylindrique})$$

ou

$$(12) \quad P'_n = P \cdot \frac{K_n}{2\theta_n} \cdot \left(\frac{y_0}{L}\right)^2 \quad (\text{sphérique})$$

où K_n vaut (compte tenu de (8))

$$(13) \quad K_n = (1 - r_1^2)(-r_1)^{n-1} (r_2)^n$$

compte tenu de (6), (7) et (10)

$$P'_n = \frac{K_n}{1+b_n} P_0$$

$$(14) \quad P'_n(t) = \frac{K_n}{1+b_n} P_0(t-2n)$$



et

$$P_n(t) = \sum_{n=0}^{\text{Ent. } \frac{t}{2\tau}} P'_n(t)$$

$$(15) \quad P_n(t) = r_1 P_0(t) + (1-r_1^2) \sum_{n=1}^{\text{Ent. } \frac{t}{2\tau}} (-r_1)^{n-1} \left(\frac{r_2}{2}\right)^n P_0(t-2n\tau)$$

d'où la réponse percussive de réflexion $\mathcal{R}(t)$
en faisant dans (7) $P(t) \equiv \delta(t)$

$$(16) \quad \mathcal{R}(t) = K_s \left[r_1 \delta(t) + (1-r_1^2) \sum_{n=1}^{\text{Ent. } \frac{t}{2\tau}} \frac{(-r_1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2}^n}{1+b.n} \delta(t-2n\tau) \right]$$

que l'on peut comparer avec (2)

$$(2) \quad \mathcal{R}(t) = r_1 \delta(t) + (1-r_1^2) \sum_{n=1}^{\text{Ent. } \frac{t}{2\tau}} (-r_1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2}^n \delta(t-2n\tau)$$

Il en découle les remarques suivantes :

1°/ Il existe dans (16) un coefficient K_s ou K_c
qui tient compte du fait que les ondes de retour
sont sphériques ou cylindriques.

2°/ Les termes de la série ayant un dénominateur
(1 + bn), l'expression (16) converge plus vite que
(2). Alors le régime transitoire converge plus vite,
vers le régime permanent, dans le cas de lames courbes



que dans celui de lames planes.

3.3 Régime permanent de la réflexion par une lame courbe.

Le gain complexe (régime permanent) peut être obtenu par transformation de FOURIER de la réponse percussionnelle, [7] ou par un raisonnement analogue à celui de l'établissement du régime transitoire [2].

On trouve :

$$(17) \quad R = K_{\frac{c}{s}} \left[r_1 + (1-r_1^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-r_1)^{n-1} \cdot r_2^n}{1+bn} e^{j\omega 2nz} \right]$$

- si $r_2 < 0$ ($Z_2 > Z_3$) (cas général en acoustique sous-marine)

R maximum : pour :

$$e^{j\omega 2nz} = \begin{cases} -1 & \text{pour } n \text{ impair} \\ -1 & \text{pour } n \text{ pair} \end{cases}$$

$$\text{soit pour : } d = (2h+1) \frac{\lambda}{4}$$

R minimum pour :

$$e^{j\omega 2nz} = \begin{cases} 1 & \text{pour } n \text{ impair} \\ -1 & \text{pour } n \text{ pair} \end{cases}$$

$$\text{soit pour : } d = h \frac{\lambda}{2}$$

* La position des maximums et des minimums de $R(\omega)$ pour une lame courbe est la même que pour une lame plane correspondante (cf. 2).



* Le coefficient de réflexion minimum vaut alors :

$$(18) \quad R_{\min} = K \left[r_1 - (1-r_1^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_1^{n-1} r_2^n}{1+bn} \right]$$

Nous considérerons deux cas particulièrement importants en acoustique sous-marine :

1 - lame courbe métallique immergée : le milieu extérieur (1 ou 3) est l'eau.

On a alors $r_1 = -r_2 \equiv r$ (r : eau, métal)

Nous présentons (figure 5) la comparaison de $R(\omega)$ pour une lame plane et courbe

$$(19) \quad \text{avec} \quad R_{\min} = K \left[r - (1-r^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{2n-1}}{1+bn} \right]$$

et la variation de $R_{\min}(R/d)$ est présentée figure 6 avec R_{\min} tendant vers 0 pour R/d très grand, ce qui correspond au cas plan.

2 - lame courbe métallique séparant eau et air :

On a alors $r_2 = -1$.

La figure 7 montre la variation de $|R(\omega)|$

$$(20) \quad \text{avec} \quad R_{\min} = K \left[r - (1-r^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{n-1}}{1+bn} \right]$$

dont l'évolution avec R/d est présentée figure 8 ;



où R_{Min} tend asymptotiquement vers -1 , ce qui correspond au cas de la lame plane séparant eau et air.

* On note, sur les figures 6 et 8, que les résultats expérimentaux sont au dessous des valeurs théoriques. Ceci montrerait que le comportement de la lame courbe tendrait plus rapidement vers celui de la lame plane que cette théorie le laissait prévoir. En fait, les données acoustiques, caractéristiques des matériaux utilisés ne nous sont pas connues avec une précision suffisante pour permettre de conclure à ce sujet.

4. CONCLUSION: APPLICATION A LA REFLEXION DES CYLINDRES CREUX.

Sous les hypothèses faites précédemment, en ce qui concerne la longueur d'onde, le cylindre peut être considéré approximativement comme deux lames courbes (ou, à la limite planes [8]) séparées par le milieu intérieur (de même pour les sphères).

Nous pouvons distinguer deux cas de comportement très différents suivant que le milieu intérieur au cylindre permet la transmission d'énergie acoustique de la paroi (cas de l'eau) ou non (cas de l'air).

1°/ Si le milieu intérieur transmet une partie de l'énergie de la paroi, le régime transitoire de la réflexion sur une lame courbe ne permet de calculer la forme que pour le premier écho 8 dû à la face avant du cylindre (s'il est distinct) dont on présente quelques cas expérimentaux figure 9.



2°/ Si le milieu intérieur ne transmet pas d'énergie acoustique de la paroi (cas de l'air), l'écho du cylindre est seulement formé de l'écho de la paroi avant qui est courbe (si l'effet des ondes de surface, transitant dans la paroi, est négligeable ou suffisamment retardé pour que les deux échos soient distincts).

Dans ce cas, l'écho du cylindre peut être déterminé par le régime transitoire de la réflexion par une lame courbe. Quelques échos caractérisant l'évolution du Minimum de la réflexion sont présentés figure 10.



BIBLIOGRAPHIE

- 1 RAYLEIGH J.W. - Theory of Sound
Vol. II, Mac.Millan & C°, London, 1929
- 2 de LUSTRAC J. - Régime transitoire de la réflexion
des ondes acoustiques sur une lame épaisse.
Ann. Télécomm., tome 23, N° 3-4, Mars-Avril 1968,
p. 87.
- 3 HICKLING R & DIERCKS J. - Echoes from hollow alu-
minium spheres in water
J.A.S.A., Vol. 41, N° 2, 1967, p. 380.
- 4 HAMPTON & MCKINNEY - Experimental study of the
scattering of acoustic energy from solid metallic
spheres in water.
J.A.S.A., Vol. 33, N° 5, 1961, p. 664
- 5 HORTON, KING & DIERCKS - Theoretical analysis of
the scattering of short acoustic pulses by a thin-
walled metallic cylinder in water.
J.A.S.A., Vol. 34, N° 12, 1962, p. 1929
- 6 DOOLITTLE, UNERALL & UGINICUS - Sound scattering
by elastic cylinders - J.A.S.A., Vol. 43, N° 1,
1968, p. 1.
- 7 R. CARBO FITE - Phénomènes d'interférences liés à
la formation des échos.
Thèse de Docteur de 3ème cycle, Faculté des
Sciences de Grenoble, 1969.
- 8 de LUSTRAC J. & CARBO FITE R. - Réponse percussion-
nelle des sphères et cylindres creux immergés.
Acustica, Vol. 20, N° 1, p. 21, 1968.

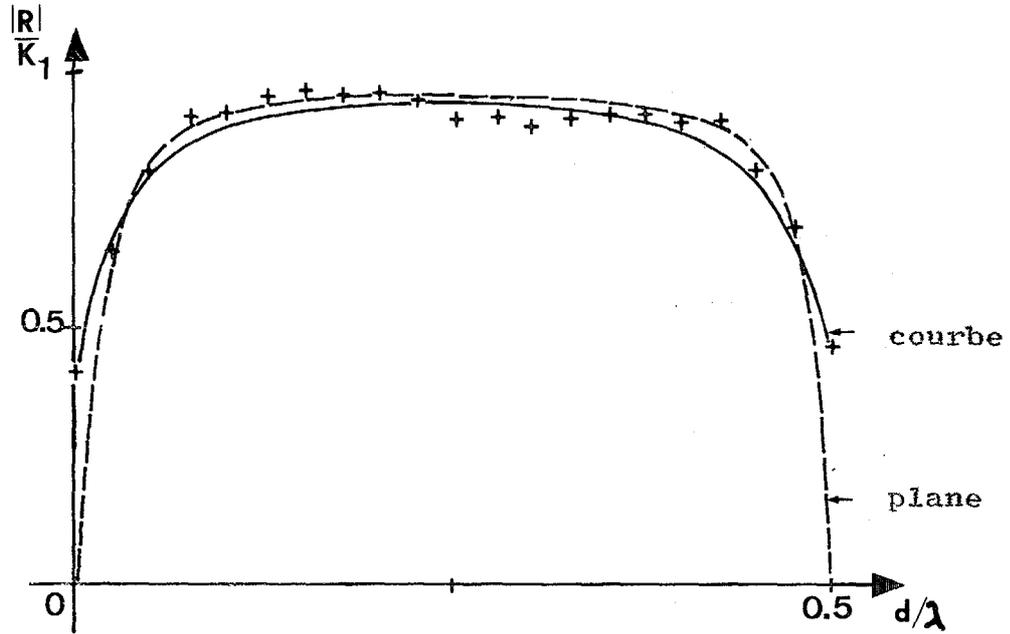


Figure 5 : Module du gain complexe de la réflexion par une lame courbe en aluminium immergée dans l'eau $R_e = 6 \text{ cm}$, $d = 0,9 \text{ cm}$.

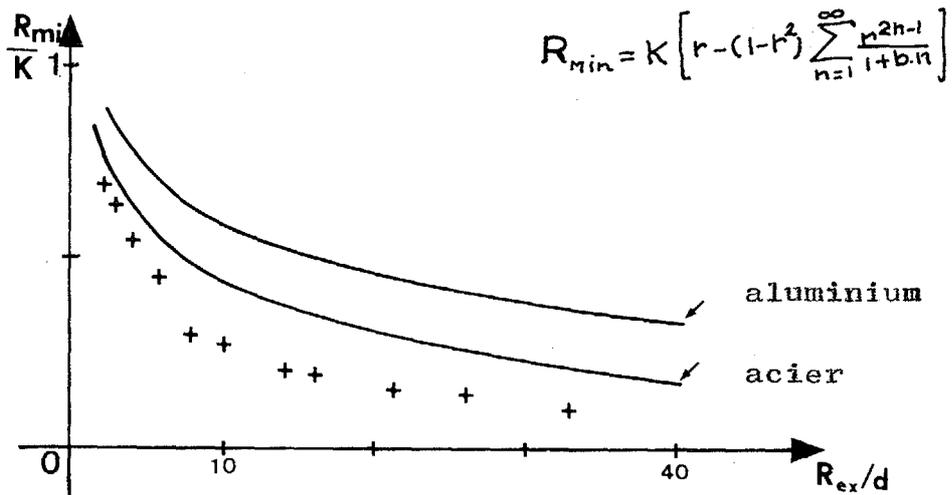


Figure 6 : Evolution du minimum du coefficient de réflexion d'une lame courbe immergée dans l'eau, en fonction du rapport R_e/d .

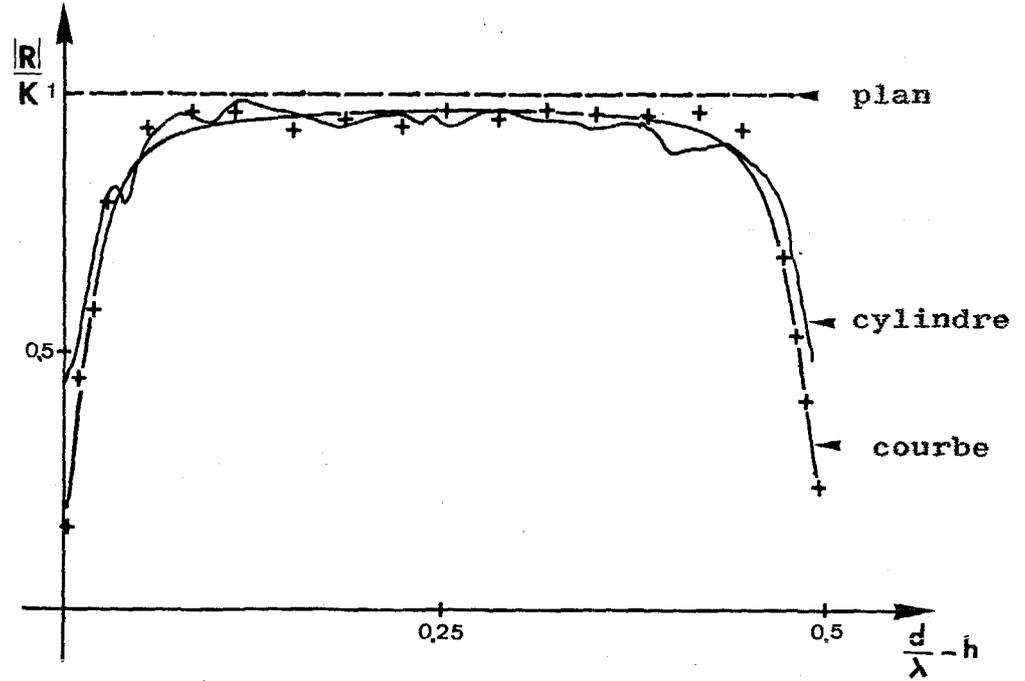


Figure 7 : Module du gain complexe de la réflexion par une lame courbe en aluminium, séparant l'eau et l'air $R_e = 6 \text{ cm}$, $d=0,9 \text{ cm}$

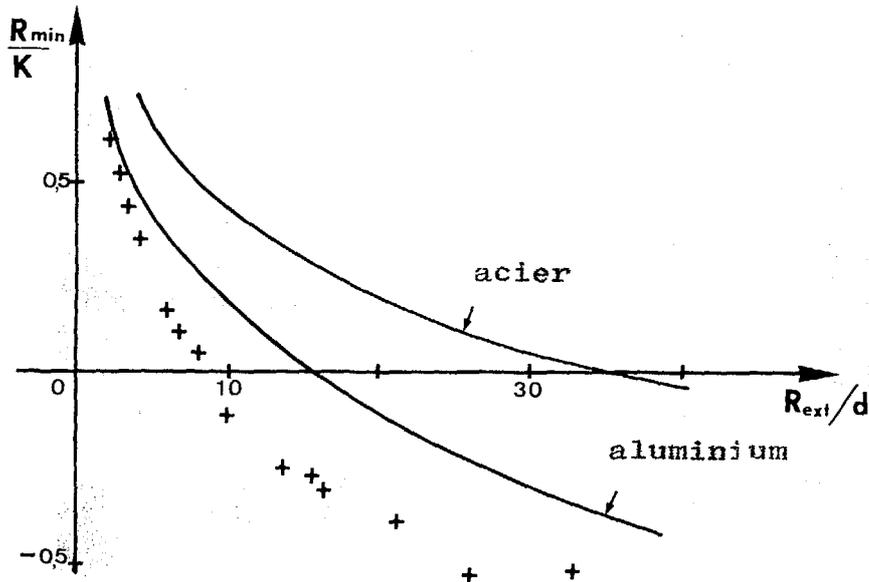


Figure 8 : Evolution du minimum du coefficient de réflexion d'une lame courbe séparant l'eau et l'air, en fonction du rapport R_e/d .

Echo d'une lame courbe en duralumin immergée dans l'eau (premier écho d'un cylindre creux rempli d'eau)

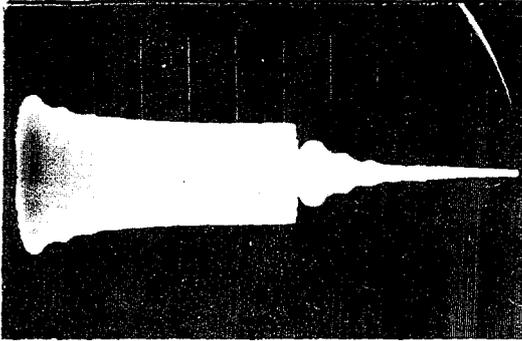


Figure 9-1

$R_e = 62 \text{ mm}$ $R_i = 44 \text{ mm}$

Durée impulsion : 60 s

Echelle : 10 s/div.

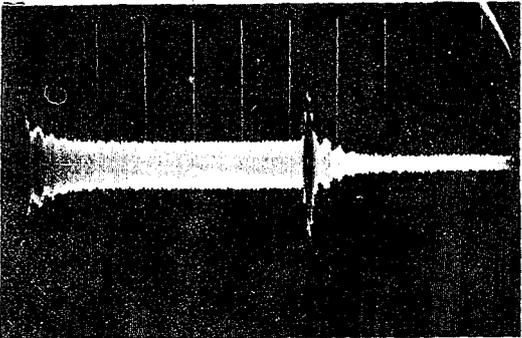


Figure 9-2

$R_e = 62 \text{ mm}$ $R_i = 54 \text{ mm}$

Durée impulsion : 60 s

Echelle : 10 s/div.

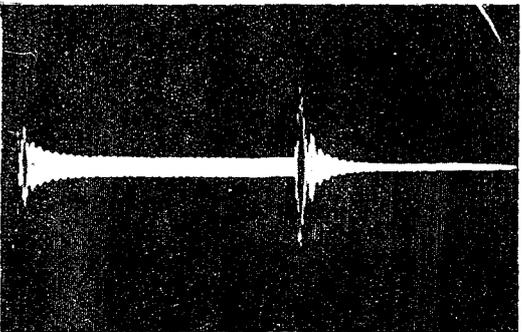


Figure 9-3

$R_e = 163 \text{ mm}$ $R_i = 158 \text{ mm}$

Durée impulsion : 60 s

Echelle : 10 s/div.

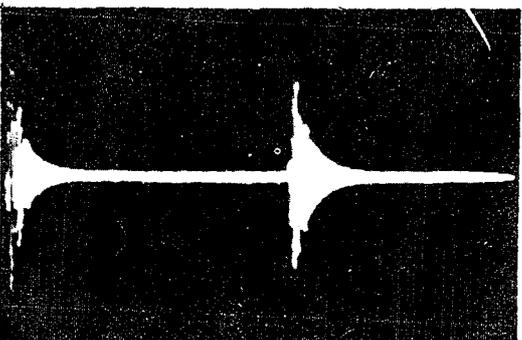


Figure 9-4

Lame plane

Epaisseur : 4 mm

Durée impulsion : 60 s

Echelle : 10 s/div.



Echo d'un cylindre creux, en duralumin, rempli d'eau

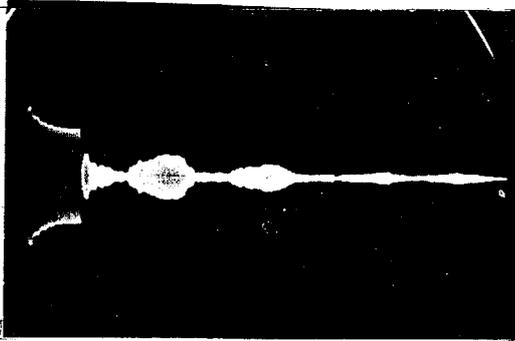


Figure 9-5

$R_e = 62 \text{ mm}$ $R_i = 38 \text{ mm}$
Durée impulsion : 60 s
Echelle : 50 s/div.

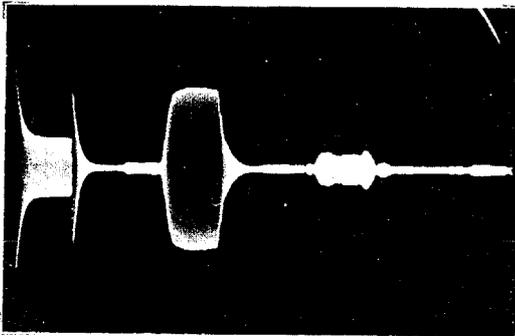


Figure 9-6

$R_e = 62 \text{ mm}$ $R_i = 55,7$
Durée impulsion : 60 s
Echelle : 50 s/div.

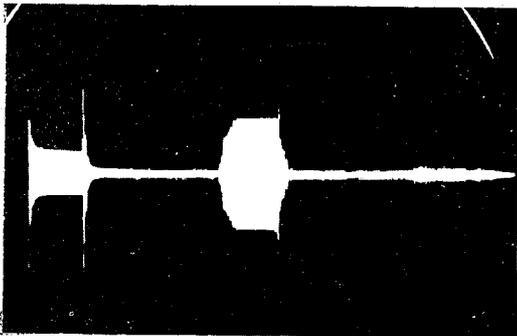


Figure 9-7

$R_e = 80 \text{ mm}$ $R_i = 75 \text{ mm}$
Durée impulsion : 60 s
Echelle : 50 s/div.

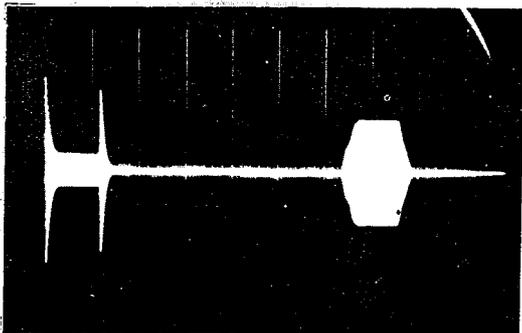


Figure 9-8

$R_e = 119 \text{ mm}$ $R_i = 116 \text{ mm}$
Durée impulsion : 60 s
Echelle : 50 s/div.

Echo d'une lame courbe en duralumin séparant eau et air (cylindre rempli d'air) pour un minimum de réflexion.

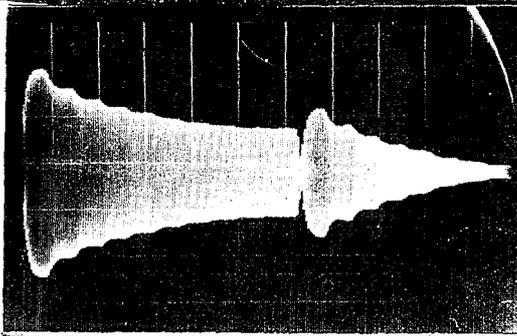


Figure 10-1

$R_e = 62 \text{ mm}$ $R_i = 44 \text{ mm}$
 Durée impulsion : 60 s
 Echelle : 10 s/div.

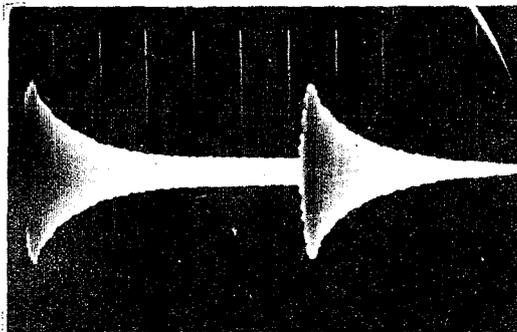


Figure 10-2

$R_e = 62 \text{ mm}$ $R_i = 52 \text{ mm}$
 Durée impulsion : 60 s
 Echelle : 10 s/div.

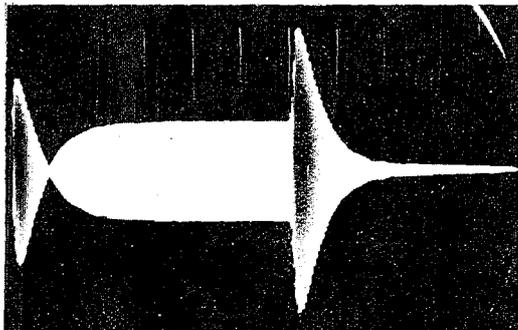


Figure 10-3

$R_e = 79 \text{ mm}$ $R_i = 76 \text{ mm}$
 Durée impulsion : 60 s
 Echelle : 10 s/div.

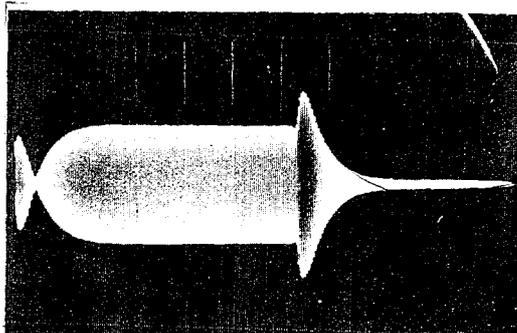


Figure 10-4

Lame plane
 Epaisseur : 3 mm
 Durée impulsion : 60 s
 Echelle : 10 s/div.