



DEUXIÈME COLLOQUE
SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL
ET SES APPLICATIONS
NICE - 5 AU 10 MAI 1969

18/1

QUANTIFICATION ET DIRECTIVITE

QUANTIZATION AND DIRECTIVITY

Anne-Marie FAUGERAS et André LAMBERT

Dans une précédente communication (Ecrêtage et Directivité), il avait été montré qu'en présence de deux ou plusieurs ondes simultanément reçues par un groupement d'hydrophones, la directivité était fortement perturbée par l'apparition de lobes parasites. En outre, les ondes les plus faibles se trouvaient affaiblies par la plus forte d'entr'elles.

Il paraissait naturel de penser que la quantification était de nature à améliorer cet état de choses. Le problème étant d'approche théorique difficile, on en a effectué une simulation sur ordinateur.

Il résulte de cette étude, que deux bits de quantification apportent déjà une amélioration considérable des défauts apportés par l'écrêtage.

In a previous paper (Clipping and Directivity), it has been proved that when two or more waves are simultaneously received by an array of hydrophones, the directivity was greatly perturbed by spurious sidelobes. Moreover, the weakest waves were masked by the strongest one.

It was natural to think that quantization would improve the results. The theoretical approach of the problem being sophisticated, a simulation by computer was made.

The results of this study show that two bits of quantization greatly reduce the unwanted effects of clipping.



DEUXIÈME COLLOQUE
SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL
ET SES APPLICATIONS
NICE - 5 AU 10 MAI 1969

18/3

QUANTIFICATION ET DIRECTIVITE

Anne-Marie FAUGERAS et André LAMBERT

INTRODUCTION

L'écrêtage des signaux d'hydrophones est une opération intéressante car elle conduit à des réalisations digitales simples. Dans une étude précédente ¹, il avait été montré que cette solution de facilité n'était pas sans apporter de graves dommages au diagramme de directivité, spécialement en présence de deux ondes.

On peut légitimement espérer de la quantification, une amélioration de ces défauts. Compte tenu de la complexité inévitable qu'une telle solution amène sur le plan de la réalisation, le problème est de connaître le type de quantification à retenir et le nombre de niveaux optimum pour obtenir un gain appréciable.

Après avoir fait la synthèse des résultats connus, on examine le cas d'une base en présence d'une seule onde, puis le cas d'une base en présence de deux ondes. L'étude est conduite dans le cas d'une base linéaire.



1 - RAPPEL DE RESULTATS CLASSIQUES

1.1. Base linéaire continue traitement analogique

Considérons une base linéaire continue de longueur D , excitée par une onde plane de la forme $s(t - \frac{x}{c} \sin \alpha)$ au point d'abscisse x , le plan d'onde formant un angle α avec la base, c étant la célérité du son.

Le diagramme de directivité est

$$(1) \quad \mathcal{D}(t, \theta) = \int_{-D/2}^{+D/2} s \left[t - \frac{x}{c} (\sin \alpha - \sin \theta) \right] dx$$

Si la fonction $s(t)$ peut être décomposée en série de Fourier

$$s(t) = \sum_{k=1}^{\infty} U_k \cos k \omega \left(t - \frac{x}{c} \sin \alpha \right)$$

on peut utiliser la notation complexe $s(t)$ étant la partie réelle de $l(t)$, et $l(t) = \sum_{k=1}^{\infty} U_k e^{j k \omega \left(t - \frac{x}{c} \sin \alpha \right)}$

Dans ce cas, le diagramme de directivité est la transformée de Fourier de la loi d'illumination $I(t, x)$

$$\int_{-D/2}^{+D/2} I(t, x) e^{-j 2 \pi \frac{\sin \theta}{\lambda} x} dx$$

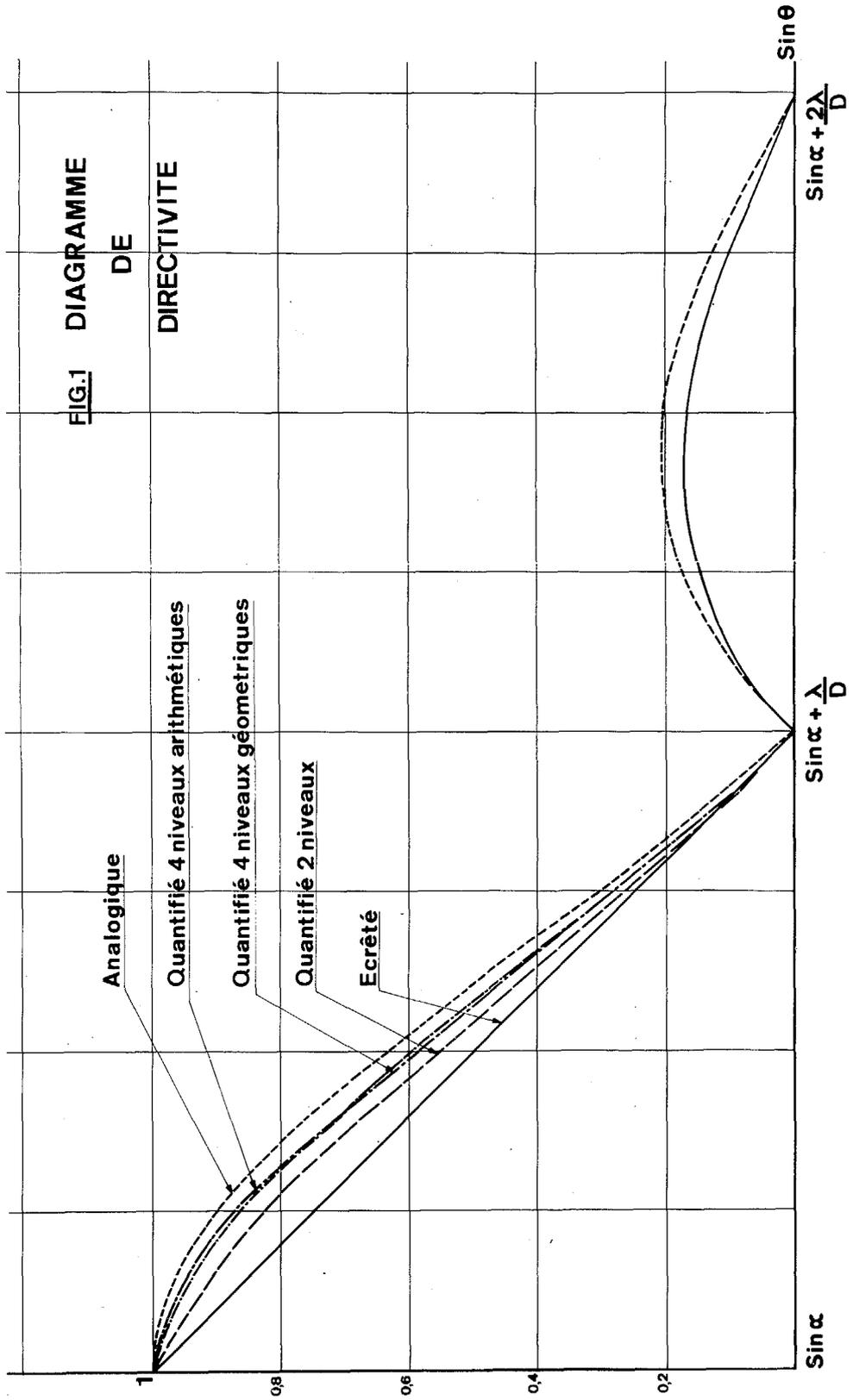
$\frac{\sin \theta}{\lambda}$ peut être assimilé à une fréquence spatiale.

Dans le cas d'une onde plane sinusoïdale d'amplitude A de pulsation ω et de longueur d'onde λ le diagramme est de la forme.

$$(2) \quad A D \frac{\sin u}{u} \cos \omega t \quad \text{avec } u = \frac{\pi D}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \theta)$$

On a avantage à utiliser un diagramme universel normé en portant en abscisse $\sin \theta$

la courbe est centrée sur $\sin \alpha$ et s'annule pour $\sin \alpha - k \frac{\lambda}{D}$
la partie utile du diagramme est limitée à l'intervalle ± 1 .





Ce diagramme instantané évolue en fonction du temps à la fréquence du signal en conservant l'allure caractéristique de la fonction $\frac{\sin u}{u}$. Un traitement détection linéaire double alternance + intégration donne un diagramme moyenné d'allure identique, indépendant du temps. Le 1er lobe secondaire est à $-13,4$ dB du lobe principal (figure 1).

Le signal de sortie de voie est toujours sinusoïdal de fréquence f quel que soit θ .

Ces résultats sont classiques.

1.2. Base discrète, traitement analogique

Soit d l'écart entre hydrophones. La loi d'illumination $I(x)$ est échantillonnée à la période d qui correspond, dans le domaine des fréquences spatiales, à une fréquence d'échantillonnage $\frac{1}{d}$

Pour une onde de fréquence pure à partir du diagramme universel en $\sin \theta$, il suffit donc d'effectuer des translations $k \frac{\lambda}{d}$, k entier positif ou négatif. (figure 2).

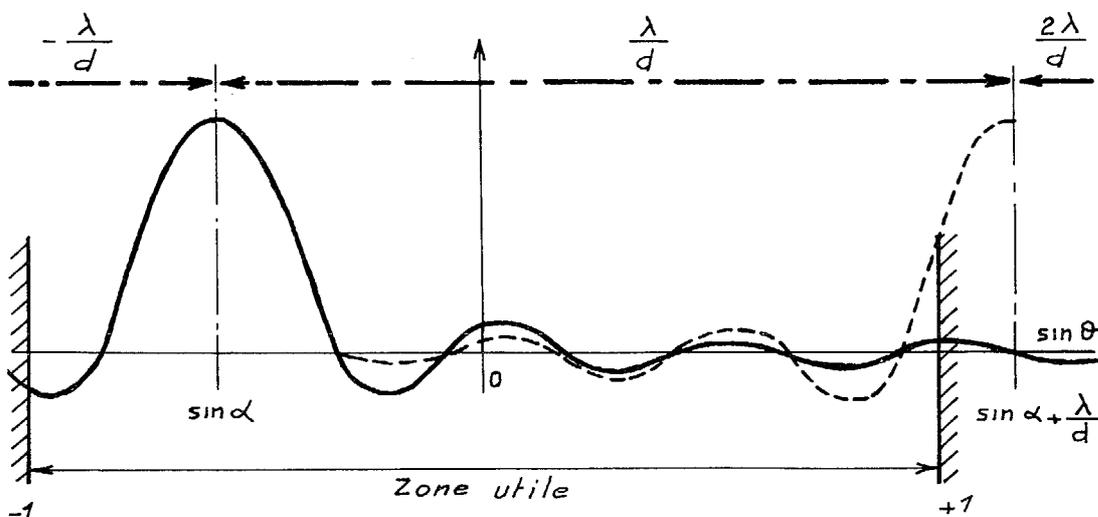


Figure 2



On obtient ainsi une infinité de lobes "fantômes" distants de $\frac{\lambda}{d}$. Afin d'éviter la présence d'un tel lobe parasite dans la zone utile, il faut que $\frac{\lambda}{d} > 2$

On obtient le diagramme résultant par sommation des diagrammes partiels. Le signal de sortie de voie est toujours sinusoïdal de fréquence f

La formule donnant le diagramme de directivité est de la forme

$$(3) \quad \frac{\sin\left[N \pi \frac{d}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \theta)\right]}{N \sin\left[\pi \frac{d}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \theta)\right]} \cos \omega t$$

2 - EFFET DE LA QUANTIFICATION SUR LE DIAGRAMME DE DIRECTIVITE

2.1. Méthode générale

Une méthode générale de calcul a été proposée par Monsieur le Professeur BONNET utilisant une intégrale de Cauchy*.

La quantification est une transformation non linéaire sans mémoire dont un exemple de caractéristique de transfert $h(X)$ est représentée sur la figure 3

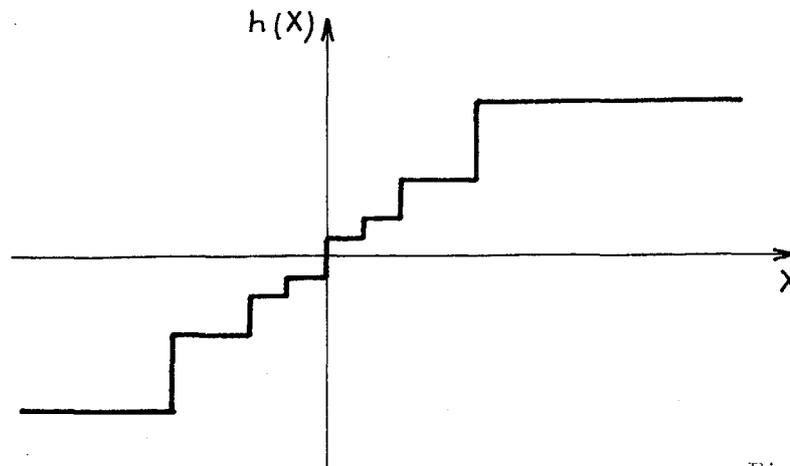


Figure 3

* G. BONNET - Transformation des signaux aléatoires à travers les systèmes non linéaires sans mémoire.



On peut calculer la transformée de LAPLACE d'une telle caractéristique. Cette transformée étant séparée en deux parties

$$\eta_+(p) = \int_0^{\infty} h(x) e^{-px} dx$$

$$\eta_-(p) = \int_{-\infty}^0 h(x) e^{-px} dx$$

La caractéristique $h(x)$ étant toujours impaire, on a

$$\eta_+(p) = -\eta_-(p)$$

Nous pouvons alors représenter la transformation d'une variable X au moyen de l'intégrale de MELLIN-FOURIER et la fonction de sortie est de la forme

$$(4) \quad Y = \frac{i}{\pi} \int_C \sin(uX) \cdot \eta_+(iu) du$$

Le contour C étant constitué par la droite parallèle à l'axe réel au dessous de celui-ci.

Nous supposons maintenant que le signal reçu par un élément de la base abscisse x est quantifié.

Le diagramme de directivité s'obtient en remplaçant $X = s(t)$ par Y dans la formule (1).

Cette méthode très générale permet de trouver les propriétés d'ensemble des diagrammes de directivité, mais se prête mal aux calculs numériques.

2.2. Utilisation du produit de convolution

Il paraît intéressant d'aborder le problème dans le domaine temps: nous pouvons en effet remarquer que le signal de sortie pour une voie θ , correspondant à une direction de propagation de l'onde α donnée, est le produit de convolution entre l'onde incidente $s(t)$ et une fonction rectangle de durée $\frac{D}{c} (\sin \alpha - \sin \theta)$ et de hauteur $\frac{c}{\sin \alpha - \sin \theta}$

En effet reprenons la formule 1



$$D'(t, \theta) = \int_{-D/2}^{+D/2} s \left[t - \frac{x}{c} (\sin \alpha - \sin \theta) \right] dx$$

$$\text{Posons } z = \frac{x}{c} (\sin \alpha - \sin \theta)$$

Nous obtenons

$$D(t, \theta) = \int_{-\frac{D}{2c}(\sin \alpha - \sin \theta)}^{+\frac{D}{2c}(\sin \alpha - \sin \theta)} \frac{c}{\sin \alpha - \sin \theta} s(t - z) dz$$

$$D(t, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{c}{\sin \alpha - \sin \theta} \text{rect} \left(\frac{zc}{D(\sin \alpha - \sin \theta)} \right) s(t - z) dz$$

Ceci revient à faire glisser le long du signal, un créneau de largeur $D(\sin \alpha - \sin \theta)$ et à intégrer pour chaque position

Si la base est composée d'un nombre discret d'éléments, le créneau est remplacé par une fonction peigne de largeur totale $D(\sin \alpha - \sin \theta)$ et dont le nombre de dents est égal au nombre d'éléments. La distance entre dents est alors $d(\sin \alpha - \sin \theta)$.

Dans certains cas et en particulier en présence d'une seule onde de fréquence donnée, ceci permet de trouver facilement des résultats intéressants.

2.3. Simulation sur ordinateur

Pour étudier les diagrammes de directivité en présence de deux ondes, nous avons été amenés pour trouver des résultats numériques, à utiliser largement la simulation sur ordinateur en partant des formules de base.

3 - ETUDE D'UNE BASE LINEAIRE CONTINUE EN PRESENCE D'UNE SEULE ONDE

3.1. Formule générale

Dans ce cas, le signal en un point d'abscisse x de la base est :

$$X = A \cos(\omega t - \varphi_x) \text{ avec } \varphi_x = \frac{2\pi x}{\lambda} (\sin \alpha)$$



Après quantification, il devient en appliquant la formule (4)

$$Y = \frac{i}{\pi} \int_{-c}^c \sin \left[u A \cos (\omega t - \varphi_x) \right] \eta (iu) \, d u$$

Nous pouvons développer en série

$$\sin \left[u A \cos (\omega t - \varphi_x) \right] = 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1} (uA) \cos (2n+1) (\omega t - \varphi_x)$$

$$\text{soit : } Y = \sum_{n=0}^{\infty} U_{2n+1} \cos (2n+1) (\omega t - \varphi_x)$$

$$\text{avec : } U_{2n+1} = \int_{-c}^c \frac{2(-1)^n i}{\pi} J_{2n+1} (uA) \eta (iu) \, d u$$

Le diagramme de directivité est donc

$$\begin{aligned} D(t, \theta) &= \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} U_{2n+1} (A) \cos (2n+1) \left[\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \theta) \right] \, dx \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} U_{2n+1} (A) \frac{\sin (2n+1) \frac{\pi D}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \theta)}{(2n+1) \frac{\pi D}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \theta)} \cos (2n+1) \omega t \end{aligned}$$

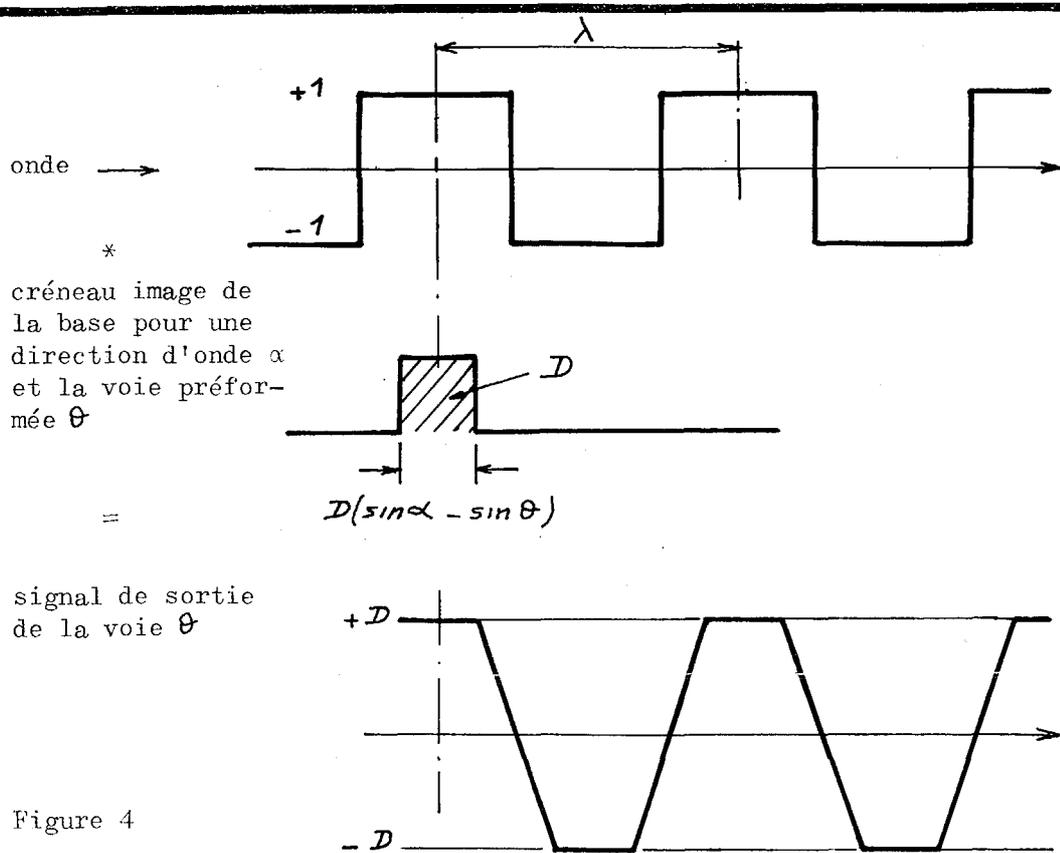
En examinant la formule, on constate que mis à part la direction $\sin \theta = \sin \alpha$ la forme des signaux dans le temps diffère de l'onde après quantification et dépend de la direction car la valeur relative des harmoniques varie avec la direction.

La forme du diagramme de directivité dépend donc de l'amplitude des signaux mais aussi du traitement appliqué.

Dans tout ce qui suit, après formation des voies, les signaux sont détectés double alternance et intégrés afin d'obtenir une directivité indépendante du temps.

3.2. Etude du cas particulier de l'écrêtage par la méthode du produit de convolution

Dans ce cas, il suffit de faire glisser un créneau de durée $D (\sin \alpha - \sin \theta)$ devant un signal carré de longueur d'onde λ .



Pour la voie cohérente ($\sin \alpha = \sin \theta$), on effectue le produit de convolution avec une percussion d'aire D . Le signal de sortie est un signal carré d'amplitude crête D et de même fréquence.

Pour $D (\sin \alpha - \sin \theta) = (2n+1) \frac{\lambda}{2}$, le signal est triangulaire.

Partout ailleurs, le signal est trapézoïdal, de même fréquence.

La figure 5 rassemble ces résultats; on y remarque l'évolution du diagramme de directivité instantané en fonction du temps et la forme des signaux de sortie en fonction de $(\sin \alpha - \sin \theta)$

La directivité instantanée n'étant pas significative, il convient de rechercher la directivité intégrée.

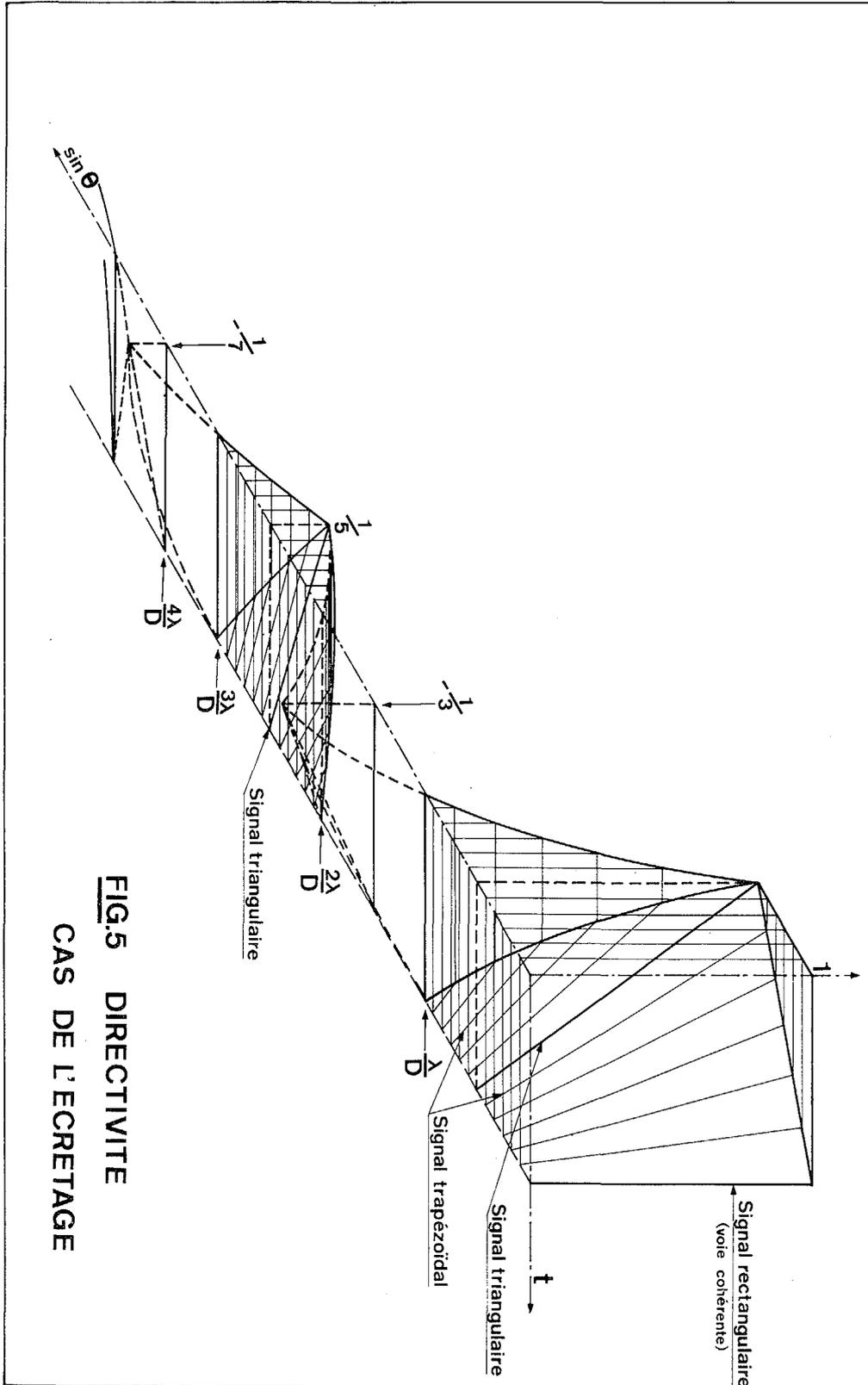


FIG.5 DIRECTIVITE
CAS DE L'ECRETAGAGE



On obtient un lobe principal qui a la propriété remarquable d'être triangulaire. En outre, le niveau du 1er lobe secondaire est à - 15,4 dB (au lieu de - 13,7 dB en analogique). (figure 1).

3.3. Cas de la quantification

Des diagrammes de directivité intégrés ont été déterminés par ordinateur dans les cas :

- ecrêtage
 - quantification à 2 niveaux
 - quantification arithmétique à 4 niveaux
 - quantification géométrique à 4 niveaux
- (raison 2 : 1-2-4-8)

Les résultats sont reportés sur la figure 1. On remarquera que le diagramme passe progressivement de la forme triangulaire propre à l'écrtage à la forme en $\frac{\sin u}{u}$ propre à l'analogique.

4 - ETUDE D'UNE BASE DISCRETE EN PRESENCE D'UNE ONDE

4.1. Formule générale

Les signaux d'entrée ayant été mis sous la forme

$$Y = \sum_{n=0}^{\infty} u_{2n+1} \cos(2n+1) \cos(\omega t - \varphi_x)$$

On peut généraliser le raisonnement du paragraphe 2 en faisant subir aux composantes harmoniques, les translations multiples de $\frac{\lambda}{d}$ pour le fondamental, $\frac{\lambda}{3d}$ pour l'harmonique 3, $\frac{\lambda}{5d}$ pour l'harmonique 5, etc....

Alors que le lobe fantôme principal en $\frac{\lambda}{d}$ tombe en dehors des limites ± 1 grâce au choix de $\frac{\lambda}{d}$, il n'en est plus de même des lobes fantômes harmoniques qui viennent perturber le diagramme obtenu sur une base continue.



En considérant le cas idéal d'une base à nombre infini d'éléments équidistants, on peut ramener les spectres partiels à leurs seuls lobes principaux affectés de l'amplitude et de la phase convenable et on obtient le diagramme de raies de la figure 6.

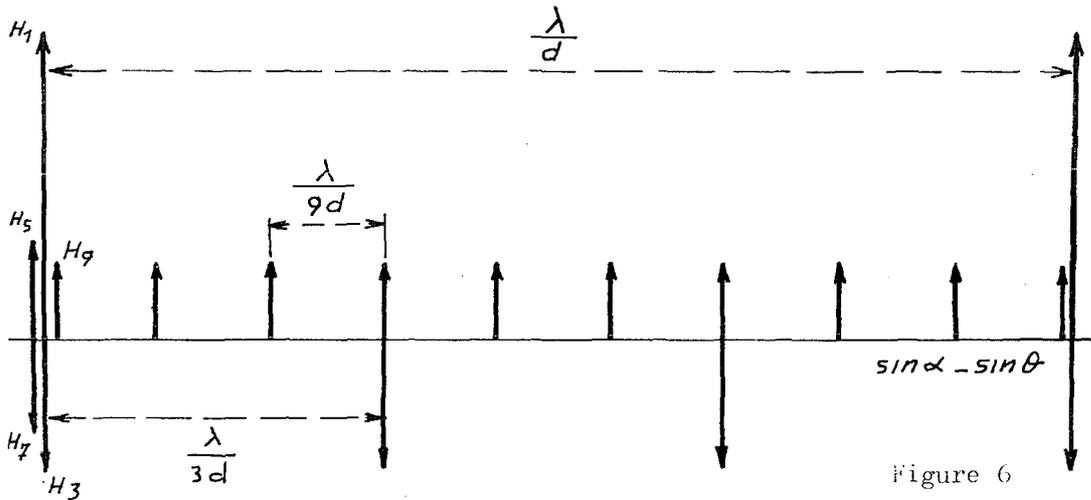


Figure 6

Si l'on examine le lobe fantôme correspondant à $\sin \alpha - \sin \theta = \frac{\lambda}{3d}$ on y retrouve les harmoniques 3, 9, 15 etc...

Le lobe fantôme en $\sin \alpha - \sin \theta = \frac{\lambda}{5d}$ comportera les harmoniques 5, 15, 25 etc....

La forme du signal est en général différente de celle du lobe principal et l'amplitude est d'autant plus faible que les harmoniques sont réduits par la quantification.

4.2. Cas particulier de l'écrêtage

Dans ce cas, l'amplitude de l'harmonique $2n - 1$ étant égal à $\frac{1}{2n-1}$, nous constatons que les lobes fantômes décalés de $\frac{\lambda}{3d}$ ont un signal carré d'amplitude $\frac{1}{3}$ et de fondamental $3f$ et plus généralement une voie dans la direction $\sin \theta = \frac{k\lambda}{(2n-1)d}$ a un signal de sortie carré d'amplitude $\frac{1}{2n-1}$ et de fréquence fondamentale $(2n-1)f$.

Il en résulte qu'après détection intégration, les lobes parasites correspondants ont des amplitudes dans le rapport $\frac{1}{2n-1}$ par rapport au lobe principal.



Pour une base de longueur finie D , ces effets parasites apparaissent tels quels si $\frac{\lambda}{(2n-1)d}$ est un multiple de $\frac{\lambda}{D}$ et sont légèrement modifiés par la présence des lobes secondaires autrement.

4.3. Cas de la quantification

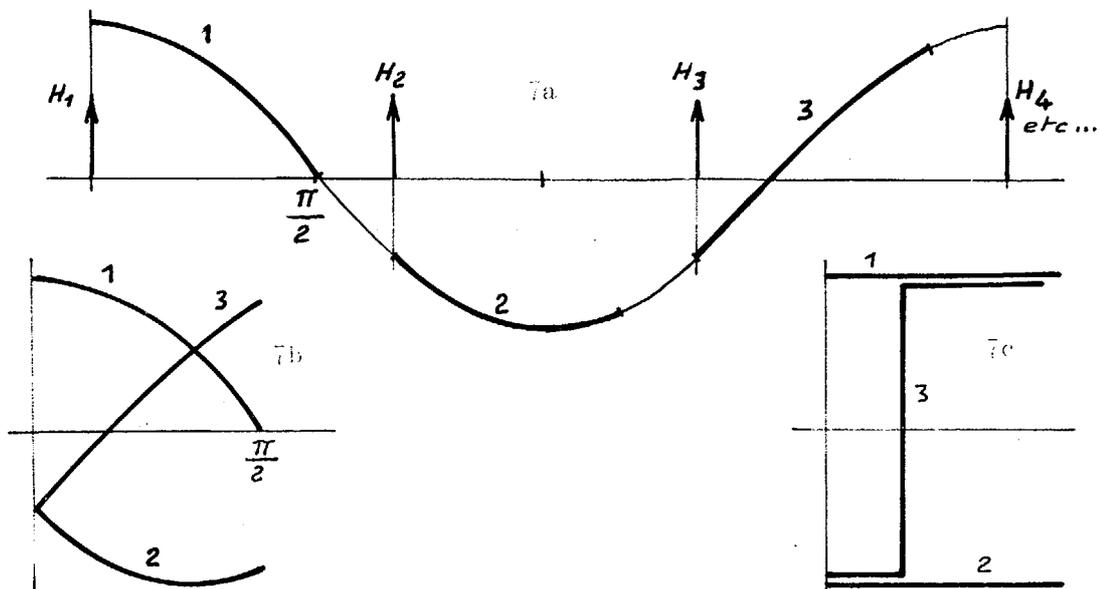
L'écrêtage réalisé sur une base discrète introduit donc les lobes fantômes facheux.

Il est probable qu'une quantification doit améliorer cet état de choses : le problème est de savoir combien de niveaux sont nécessaires pour obtenir un gain appréciable, sachant qu'une augmentation du nombre de niveaux de quantification entraîne une complexité plus grande de matériel.

Si on examine la voie $\sin \alpha - \sin \theta = \frac{\lambda}{3d}$, on peut déterminer le signal de sortie en effectuant le produit de convolution entre le signal et une fonction "peigne" de période

$$d (\sin \alpha - \sin \theta) = \frac{\lambda}{3}$$

Pour un nombre infini d'hydrophones, on peut se limiter à l'étude d'une période (figure 7a). Le signal de sortie s'obtient en faisant la somme algébrique des courbes 1, 2 et 3. (figure 7b).





- En analogique, cette somme est toujours nulle. Il n'y a pas de lobe fantôme.
- En échantillonné, la figure (7c) permet de retrouver le résultat annoncé au paragraphe précédent : signal carré de fréquence triple. Le signal de la voie cohérente est également carré d'amplitude triple. En détection intégration, le rapport $\frac{S}{S_0}$ des signaux sur les 2 voies est donc $\frac{1}{3}$.

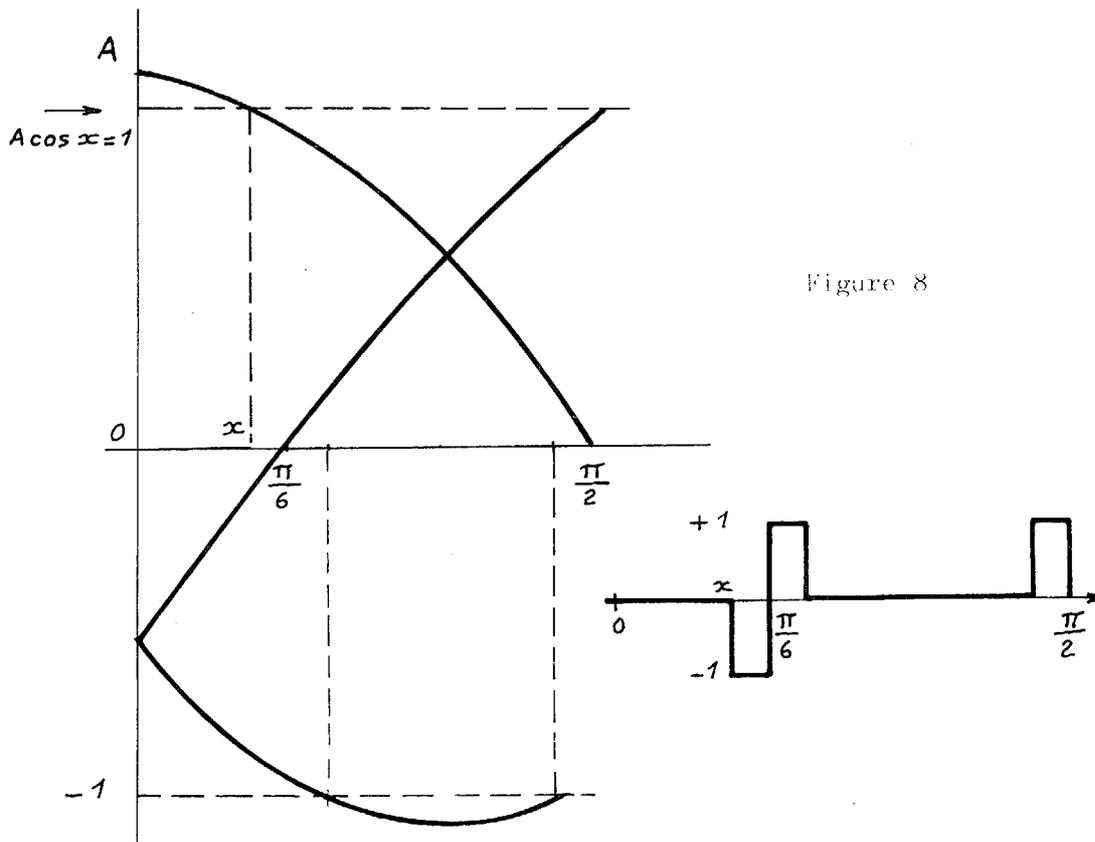


Figure 8

Dans le cas d'une quantification à 2 niveaux, on peut exprimer $\frac{S}{S_0}$ en fonction de x tel que $A \cos x = 1$ ($1 \leq A \leq 2$) fig.8

$$\left. \begin{aligned} S &= 3 \left| \frac{\pi}{6} - x \right| \\ S_0 &= 3 \left[2x + \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right] \end{aligned} \right\} \frac{S}{S_0} = \frac{\left| x - \frac{\pi}{6} \right|}{x + \frac{\pi}{2}}$$



Dans le cas d'une quantification arithmétique à plusieurs niveaux, on établit de même en introduisant $A \cos x = 1$, $A \cos y = 2$, $A \cos z = 3$:

$$\text{pour } 2 \leq A \leq 3 : \frac{S}{S_0} = \frac{|y - \frac{\pi}{6}| + x - \frac{\pi}{3}}{x + y + \frac{\pi}{2}}$$

$$3 \leq A \leq 4 \quad \frac{S}{S_0} = \frac{|z - \frac{\pi}{6}| + x + y - \frac{2\pi}{3}}{x + y + z + \frac{\pi}{2}}$$

relation dont la généralisation est tentante.

Dans le cas d'une quantification géométrique, le problème est plus complexe. Pour une quantification à 3 niveaux ($2 \leq A \leq 4$), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{S}{S_0} &= \frac{\frac{\pi}{2} - x}{2y + x + \frac{\pi}{2}} && \text{si } x + y < \frac{2\pi}{3} \\ &= \frac{\frac{\pi}{2} - x + 2(x + y - \frac{2\pi}{3})}{2y + x + \frac{\pi}{2}} && \text{si } x + y > \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

Ces résultats sont reportés sur la figure 9.

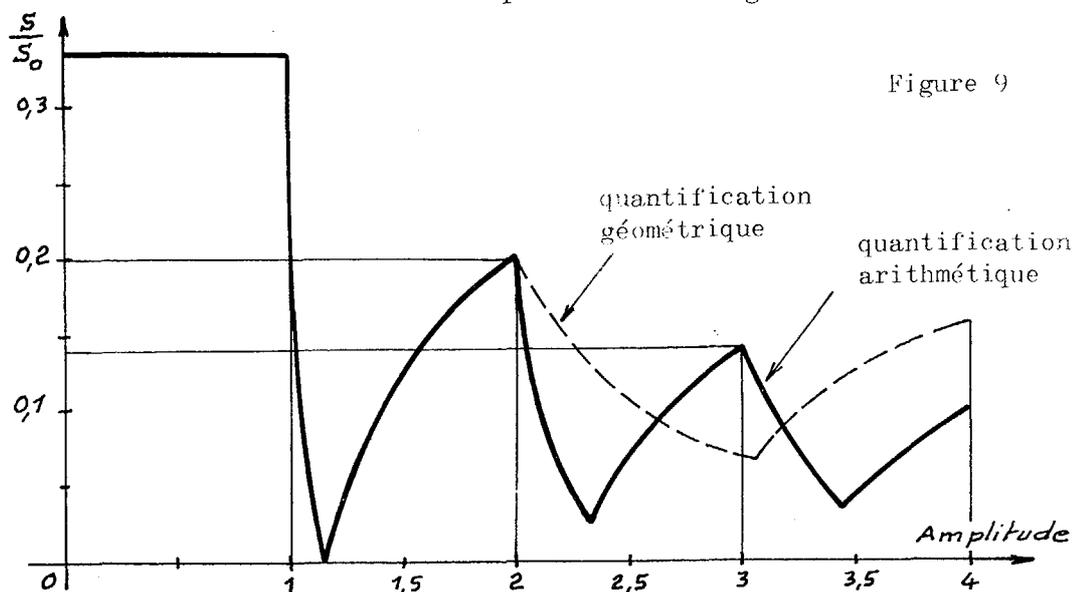
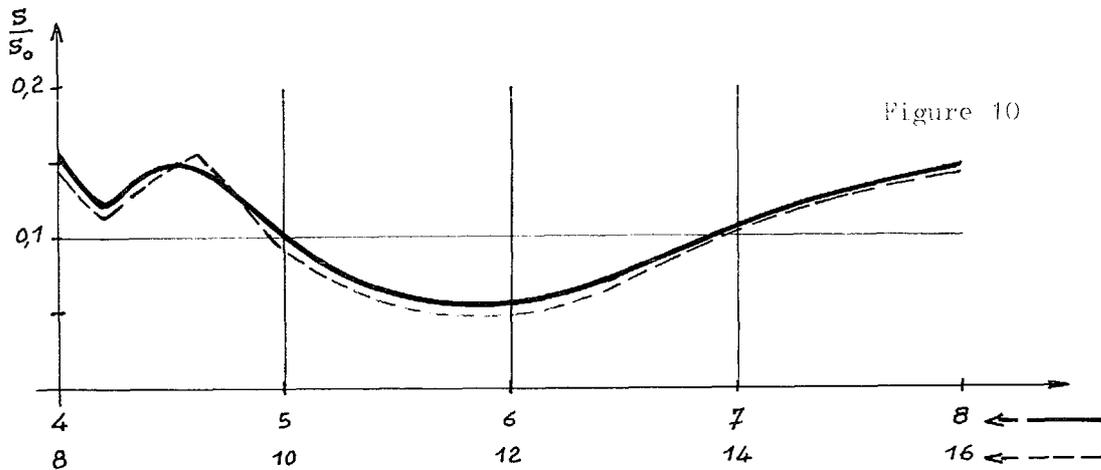


Figure 9



On constate que l'essentiel du gain est obtenu par une quantification à 2 niveaux. Une quantification géométrique n'apporte que peu d'amélioration pour les niveaux plus importants : une simulation sur ordinateur indique que la limite vers laquelle on tend, présente une oscillation entre 0,04 et 0,16. (figure 10)



Par contre, une quantification arithmétique amène une diminution progressive du lobe lorsque le nombre de niveaux augmente, ce qui, somme toute, n'a rien d'étonnant puisqu'on doit tendre vers l'analogique.

5 - ETUDE D'UNE BASE EN PRESENCE DE DEUX ONDES

5.1. Forme générale

Supposons que nous soyons en présence de deux ondes de même fréquence d'amplitude S_1 et S_2 venant des directions α_1 et α_2

Nous posons maintenant

$$X = S_1 \cos(\omega t - \varphi_1) + S_2 \cos(\omega t - \varphi_2)$$

avec $\varphi_1 = \frac{2\pi x}{\lambda} (\sin \alpha_1)$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi x}{\lambda} (\sin \alpha_2)$$



Après quantification, nous obtenons

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{i}{\pi} \int_c \sin \left[S_1 u \cos (\omega t - \varphi_1) - S_2 u \cos (\omega t - \varphi_2) \right] \eta(iu) \, du \\
 &= \frac{i}{\pi} \int_c \left[\sin S_1 u \cos(\omega t - \varphi_1) \cos S_2 u \cos (\omega t - \varphi_2) \right. \\
 &\quad \left. + \sin S_2 u \cos (\omega t - \varphi_2) \cos S_1 u \cos (\omega t - \varphi_1) \right] \eta(iu) \, du
 \end{aligned}$$

Ce qui donne après développement en série

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{i}{\pi} \int_c \left[2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(S_1 u) \cos (2n+1)(\omega t - \varphi_1) \right] \times \left[J_0(S_2 u) \right. \\
 &\quad \left. + 2 \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p J_{2p}(S_2 u) \cos 2p(\omega t - \varphi_2) \right] \\
 &\quad + \left[2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(S_2 u) \cos (2n+1)(\omega t - \varphi_2) \right] \times \left[J_0(S_1 u) \right. \\
 &\quad \left. + 2 \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p J_{2p}(S_1 u) \cos 2p(\omega t - \varphi_1) \right] \eta(iu) \, du
 \end{aligned}$$

Nous voyons apparaître deux lobes principaux correspondant aux directions α_1 et α_2 , dont l'amplitude dépend des amplitudes S_1 et S_2 des deux ondes et est donnée pour l'harmonique $(2n+1)$ par les formules

$$U_{S_1, 2n+1} = \int_c (-1)^n J_{2n+1}(S_1 u) J_0(S_2 u) \eta(iu) \, du$$

$$U_{S_2, 2n+1} = \int_c (-1)^n J_{2n+1}(S_2 u) J_0(S_1 u) \eta(iu) \, du$$

Il apparaît également des lobes images de direction θ tel que

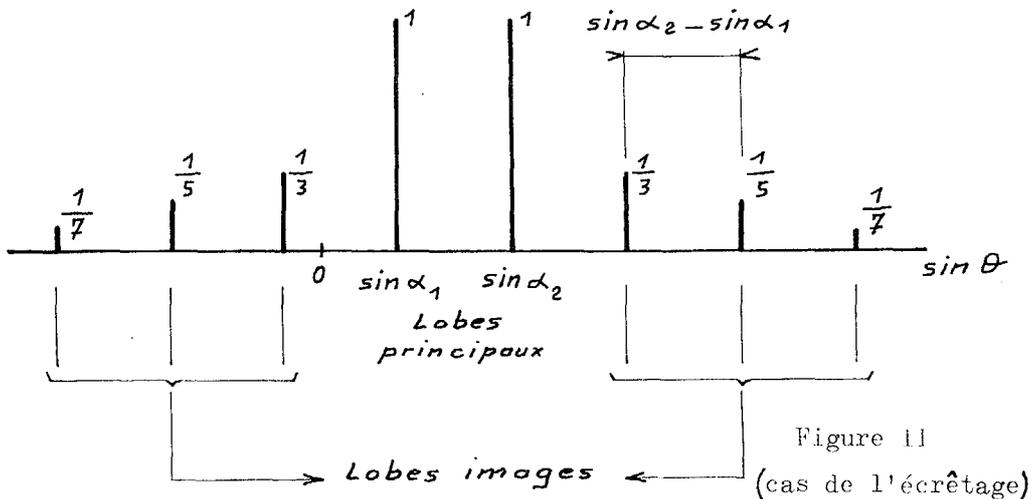
$$\sin \theta = \sin \alpha_1 + \frac{2K}{2n+1} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)$$

et
$$\sin \alpha_2 = \frac{2K}{2n+1} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$$



K étant un nombre entier positif et $2n + 1$ le rang de l'harmonique, les amplitudes de ces lobes dépendent également de S_1 et de S_2 .

Pour une base continue de longueur infinie, on obtient le diagramme idéalisé ci-dessous (figure 11). Nous nous sommes limités aux lobes contenant le fondamental. Des lobes harmoniques supplémentaires viennent s'intercaler entre ces lobes, leur nombre dépendant du rang de l'harmonique.



Pour une base constituée d'hydrophones équirépartis en nombre limité, nous aurions un diagramme de directivité qui devrait rendre compte :

- de l'élargissement des lobes (longueur finie)
- de la présence de lobes "fantômes" (hydrophones équirépartis).
- de la présence de lobes "images" (présence de deux ondes).

5.2. Etude des lobes principaux et des premiers lobes images

L'influence de la quantification a été simulée sur calculateur : l'étude a été limitée à l'examen des lobes principaux et des premiers lobes images en fonction du rapport $\frac{S_1}{S_2}$.



- En écrêtée, on retrouve le phénomène de masquage. Pour un rapport $\left(\frac{S_1}{S_2}\right)_e = 0,5$, les signaux de sortie de voie $\left(\frac{S_1}{S_2}\right)_s$ sont dans le rapport 0,25.

En outre, on remarque que le lobe image S'_2 a la même amplitude que S_1 . On a, dans ce cas, la disposition suivante :

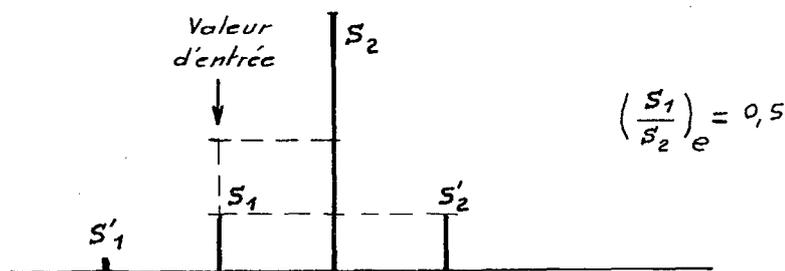


Figure 12

Ce n'est que pour les valeurs supérieures à 0,5 que la séparation entre S'_2 et S_1 s'amorce et s'accroît. On retrouve la valeur $\left(\frac{S'_2}{S_2}\right)_s = \left(\frac{S'_1}{S_1}\right)_s = \frac{1}{3}$ lorsque les deux ondes sont d'amplitudes égales.

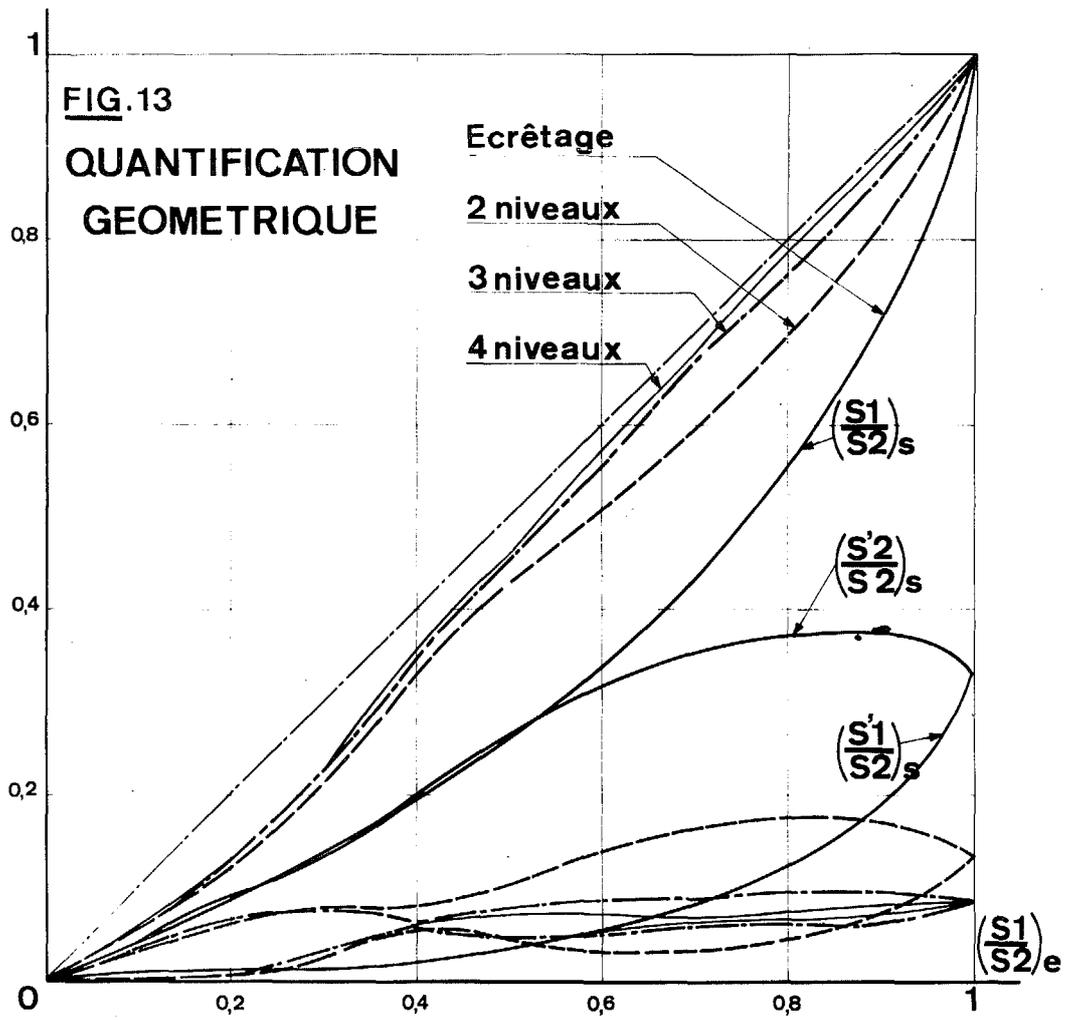
Les figures (13) et (14) indiquent les résultats obtenus dans le cas d'une quantification géométrique et arithmétique.

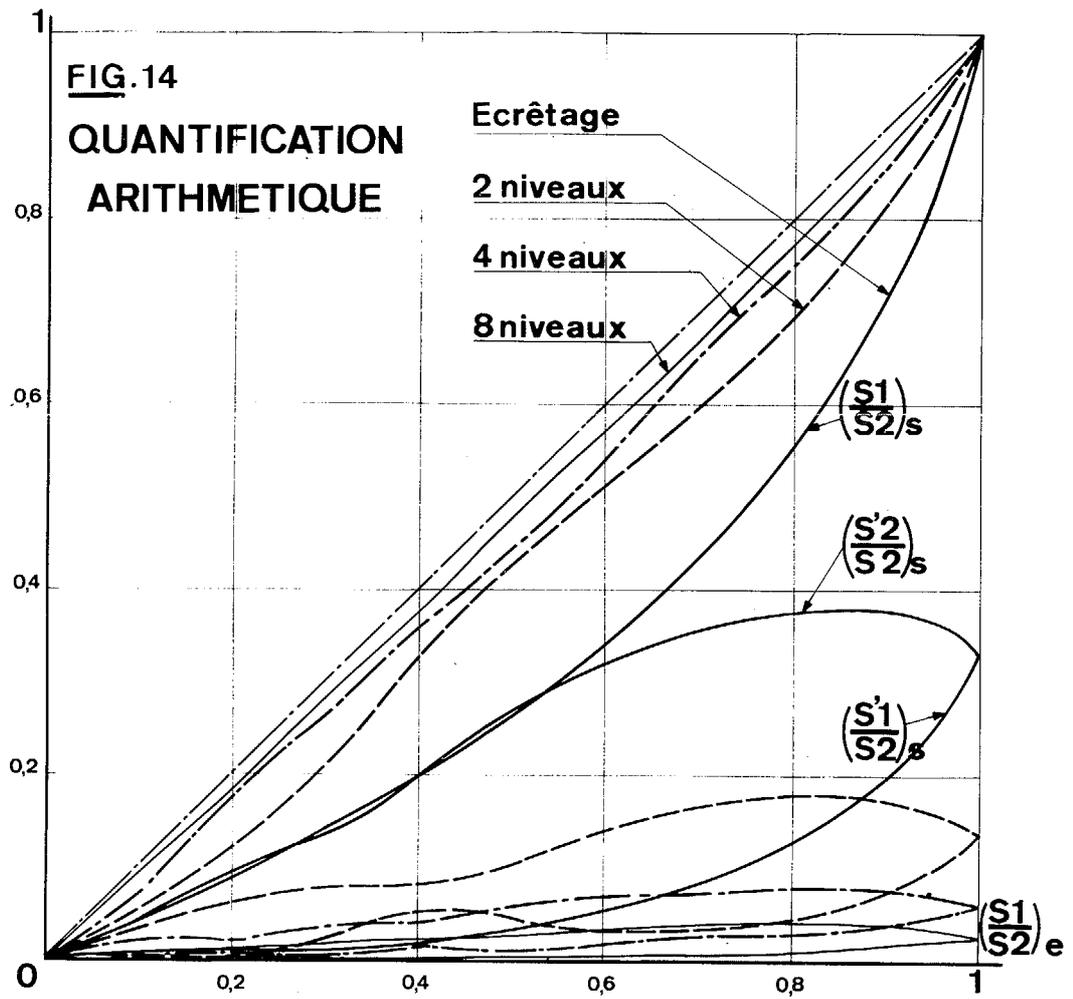
Ces résultats conduisent aux remarques suivantes :

- une quantification à 2 niveaux amène un progrès considérable d'une part en diminuant l'effet de masquage du lobe principal, d'autre part en affaiblissant le lobe image.

- une quantification arithmétique tend progressivement vers l'analogique, résultat non surprenant.

- une quantification géométrique ne paraît pas apporter d'amélioration substantielle lorsque $\left(\frac{S_1}{S_2}\right)_e < 0,3$.







CONCLUSION

La conclusion importante qui peut être dégagée de cette étude est qu'une quantification à 2 niveaux est susceptible d'améliorer notablement les défauts de l'écritage, tant en ce qui concerne l'affaiblissement des lobes "fantômes" dûs à l'utilisation d'une base discrète que la réduction de l'effet de masquage et l'affaiblissement des lobes "images" dûs à la présence de deux ondes.

Les améliorations obtenues par l'augmentation du nombre de niveaux sont moins spectaculaires, en particulier dans le cas d'une quantification géométrique.