



# LIGNES A RETARD DISPERSIVES APPLICABLES AU DOMAINE SONAR

par

Pierre TOURNOIS \*

Jean-Louis VERNET \*

Georges BIENVENU \*

## I. INTRODUCTION.

Les systèmes modernes de détection sonar utilisent des signaux codés dont le produit bande passante  $B$  par durée  $T$  est très supérieur à l'unité. On concilie de la sorte énergie et précision. A la réception, il est nécessaire de décoder le signal et deux voies de traitement sont possibles : la corrélation avec une copie du signal émis ou bien le passage du signal reçu dans un filtre adapté. Il semble actuellement que pour des raisons technologiques, le traitement par corrélation soit réservé au domaine numérique, ce qui nécessite l'écrêtage et la quantification du signal et fait perdre ainsi une partie de son information. Il est donc préférable dans certains cas d'utiliser un filtre adapté. Parmi les signaux codés intéressants, l'un des plus simples est le signal rectangulaire de durée  $T$  à modulation linéaire de fréquence (Fig. 1).

Plusieurs solutions technologiques ont été retenues pour la réalisation du filtre adapté dans le domaine radar (du moins lorsque la bande passante  $B$  n'est pas trop élevée). Le domaine sonar implique l'utilisation d'impulsions de longues durées (plusieurs dizaines de millisecondes) et les structures acoustiques ou électriques classiques ne conviennent pas.

## II. RÉALISATION DU FILTRE ADAPTÉ A L'AIDE DE STRUCTURES ACOUSTIQUES PARTICULIÈRES.

Plusieurs structures acoustiques ont des modes de propagation dont le temps de retard présente une partie linéaire utilisable pour la compression d'impulsions. D'une façon générale, tous ces guides ont une section droite dont les dimensions sont inversement proportionnelles à la bande linéaire exploitable. Celle-ci étant faible dans l'application sonar,

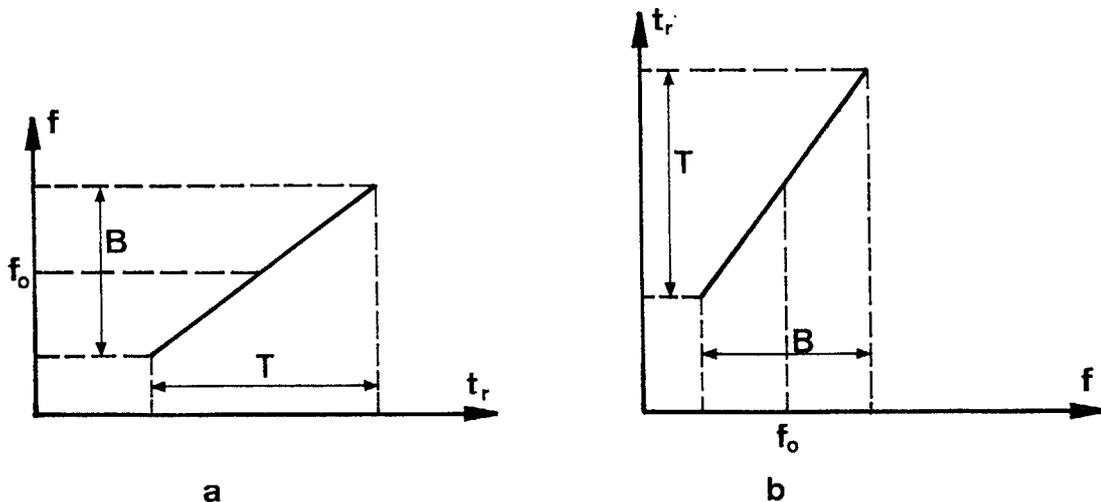


FIG. 1. — a) Modulation linéaire du signal rectangulaire émis.  
b) Temps de retard de groupe du filtre adapté au signal émis.

La figure 1 représente la loi de fréquence en fonction du temps du signal émis et la caractéristique du filtre adapté correspondant. Le produit  $BT = \mu$ , appelé *taux de compression*, est égal au rapport de la longueur de l'impulsion émise à la longueur du signal fourni à la sortie du filtre ; en effet, si  $\mu$  est grand, le signal de sortie a la forme d'une courbe en  $(\sin t)/t$  dont la longueur à mi-hauteur est égale à  $1/B$ .

on est conduit à utiliser des guides de sections importantes. D'autre part, pour une structure donnée, l'amplitude de variation linéaire du temps de retard  $T$  est indépendante des dimensions transversales du guide, elle est proportionnelle à la longueur de celui-ci. Par exemple, pour un fil de cuivre,  $T$  est de l'ordre de  $150 \mu\text{s}$  par mètre et, avec un diamètre de 1 cm, la bande  $B$  correspondante est encore de 27 kHz. On est donc conduit à utiliser

\* Ingénieurs à la C. S. F., département d'électro-acoustique, BP53-06 — Cagnes-sur-Mer.

des guides ayant un volume prohibitif et pratique-  
ment impossible à réaliser.

Une première solution semble pouvoir résoudre le problème : c'est la réalisation de guides constitués de matériaux ayant des vitesses faibles de propagation du son. Des lignes à retard dispersives réalisées suivant ce principe ont été construites. Des essais ont été effectués avec des matériaux plastiques. On obtient une variation du temps de retard de l'ordre de 0,5 ms par mètre. Une ligne à retard dispersive ayant un taux de compression de 50 dans une bande de 100 kHz a été réalisée en utilisant un barreau cylindrique dont le diamètre varie avec la longueur (Fig. 2).

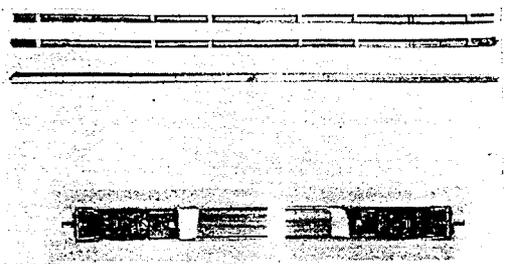


FIG. 2. — Ligne à retard dispersive utilisant un guide en plastique,

Cette ligne permet de résoudre le problème d'un sonar à haute définition, mais ne convient pas pour l'application sonar basse fréquence. En effet, l'absorption inhérente à l'emploi des plastiques ne permet pas d'envisager l'utilisation de ces lignes pour des temps supérieurs à quelques millisecondes. Des expériences ont été également effectuées avec des structures constituées de gaz stratifiés. La très faible vitesse de propagation du son dans les gaz a permis de réaliser une ligne dispersive dont la caractéristique linéaire s'étend sur 3 ms par mètre. Mais des difficultés technologiques liées à l'emploi des gaz interdisent l'utilisation pratique de ce type de ligne dispersive.

Aussi, nous sommes-nous tournés vers l'emploi des lignes à retard constituées de guides métalliques dont la géométrie est telle que la courbe de dispersion présente une surtension importante. Il est en

effet possible de trouver des structures telles que la courbe de vitesse de phase d'un mode de propagation présente une variation rapide avec la fréquence.

Il s'ensuit une variation importante du temps de retard puisque celui-ci est lié à la vitesse de phase  $C$  et à la fréquence  $f$  par la relation :

$$t_r = \frac{1}{C} \left( 1 - \frac{f}{C} \frac{dC}{df} \right);$$

plus le terme  $\frac{dC}{df}$  est important, plus le temps de retard atteint des valeurs élevées (Fig. 3) ; corrélativement la bande linéaire exploitable diminue, mais ceci est recherché dans l'application sonar.

Dans un guide constitué d'un tube solide, ce phénomène apparaît dans de grandes proportions en fonction de la géométrie du tube.

### III. LIGNES A RETARD DISPERSIVE UTILISANT UN TUBE SOLIDE.

La propagation du son dans les guides élastiques tubulaires a été étudiée par différents auteurs [1, 2], en général dans le but de connaître les fréquences de résonance des coques (pour les navires ou les fuselages d'avion). Les modes de propagation intéressants pour leur dispersion sont relatifs à des vibrations possédant une symétrie de révolution autour de l'axe du tube et formés d'une superposition d'ondes longitudinales et transversales. Les équations de propagation sont fonction d'un potentiel scalaire  $\Phi$  et de la seule composante  $\psi_0$  du potentiel vecteur  $\vec{\psi}$  :

$$(1) \quad \nabla^2(\theta) = \frac{1}{C_p^2} \frac{\delta^2 \Phi}{\delta t^2} \quad \text{et} \quad \nabla^2(\vec{\Psi}) = \frac{1}{C_s^2} \frac{\delta^2 \vec{\Psi}}{\delta t^2};$$

$t$  désigne le temps,  $C_p$  et  $C_s$  respectivement la vitesse de propagation des ondes longitudinales et transversales.

Les solutions monochromatiques de pulsation  $\omega = 2\pi f$  et progressives de nombre d'onde  $k = \omega/C$  s'écrivent :

$$(2) \quad \Phi = [A J_0(\alpha_p r) + A' Y_0(\alpha_p r)] e^{j(\omega t - kz)},$$

$$\Psi_0 = [B J_1(\alpha_s r) + B' Y_1(\alpha_s r)] e^{j(\omega t - kz)};$$

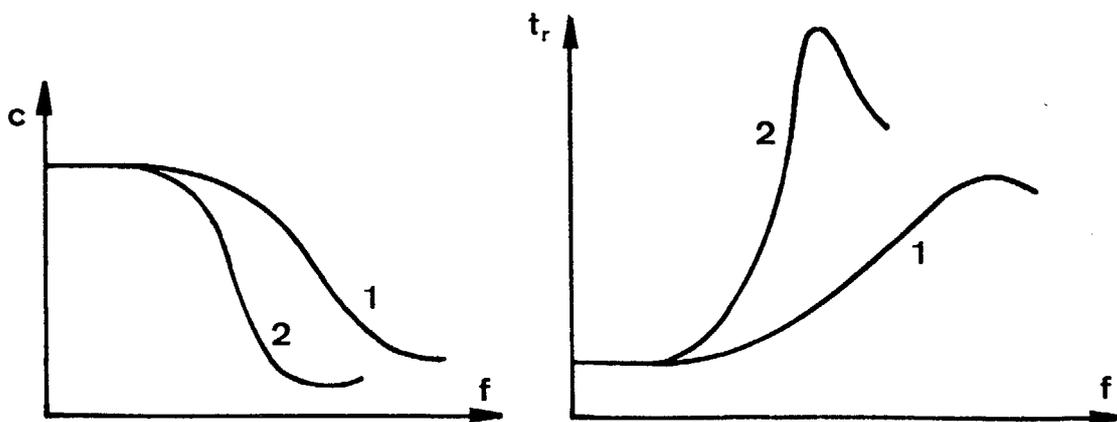


FIG. 3. — Exemple des variations de la vitesse de phase et du temps de retard d'un mode de propagation guidé en fonction de la fréquence.

$J_n$  et  $Y_n$  sont les fonctions de Bessel de première et de seconde espèce d'ordre  $n$ .

$\alpha_p$  et  $\alpha_s$  sont donnés en fonction des nombres d'ondes  $k_p = \frac{\omega}{C_p}$  et  $k_s = \frac{\omega}{C_s}$  par :

$$(3) \quad \alpha_p^2 = k_p^2 - k^2 \quad \text{et} \quad \alpha_s^2 = k_s^2 - k^2.$$

L'annulation des contraintes portées par l'axe normal aux parois du tube en  $r = R_1$  et  $r = R_2$  conduit à l'équation de dispersion :

$$(4) \quad \frac{(2k^2 - k_s^2)^2}{4k^2\alpha_p\alpha_s} Z_{00}(\alpha_p) Z_{11}(\alpha_s) + \frac{4k^2\alpha_p\alpha_s}{(2k^2 - k_s^2)^2} Z_{11}(\alpha_p) Z_{00}(\alpha_s) + Z_{10}(\alpha_p) Z_{01}(\alpha_s) + Z_{01}(\alpha_p) Z_{10}(\alpha_s) + \frac{8}{\pi^2 \alpha_p \alpha_s R_1 R_2} = \frac{k_s^2 Z_{11}(\alpha_s)}{2k^2 \alpha_s R_1 R_2} [R_1 Z_{01}(\alpha_p) + R_2 Z_{10}(\alpha_p)] + \frac{2k_s^2 \alpha_p Z_{11}(\alpha_p)}{(2k^2 - k_s^2)^2 R_1 R_2} [R_1 Z_{01}(\alpha_s) + R_2 Z_{10}(\alpha_s)] - \frac{k_s^4 \alpha_p}{k^2 (2k^2 - k_s^2)^2 \alpha_s R_1 R_2} Z_{11}(\alpha_p) Z_{11}(\alpha_s),$$

les fonctions  $Z_{mn}$  étant définies par :

$$Z_{mn}(\alpha) = J_m(\alpha R_1) Y_n(\alpha R_2) - J_n(\alpha R_2) Y_m(\alpha R_1).$$

Cette équation de dispersion permet le tracé de la variable de vitesse normalisée  $y = C/C_s$  en fonction de la variable de fréquence normalisée  $x = (R_1 - R_2) f/c_s$  pour des valeurs particulières du paramètre  $m = (R_1 - R_2)/R_2$  caractéristique de la géométrie du guide et du coefficient de Poisson  $\sigma$  caractéristique des propriétés élastiques du matériau. Sa résolution conduit à l'existence d'une double infinité de modes dont l'une correspond à un déplacement radial en  $R_1$  de même signe que le déplacement radial en  $R_2$  et l'autre à des déplacements radiaux en  $R_1$  et  $R_2$  de signe opposé (Fig. 4).

On appelle flexion, la première série de modes et extension la seconde, par analogie avec les ondes de Lamb [3] dans les plaques. On note ces modes  $F_{0n}$

et  $E_{0n}$ , l'indice 0 traduisant l'indépendance en  $\theta$  et  $n$  le numéro du mode.

Le mode utilisé pour la réalisation de ligne dispersivè est  $F_{01}$  et seul le mode  $E_{01}$  est susceptible d'être gênant.

Le mode  $F_{01}$  ne présente pas de fréquence de coupure et les courbes de vitesse de phase tracées pour différentes valeurs de  $m$  sont comprises entre celle relative à la flexion de la plaque de même épaisseur que le tube et celle relative au mode d'extension du cylindre ayant un rayon égal à  $R_1$ . Lorsque le paramètre  $m$  diminue (le tube devient de plus en plus mince), la vitesse de phase passe de plus en plus rapidement de la vitesse de barre (limite pour la fréquence nulle de la vitesse de propagation du son dans un barreau) à une vitesse faible, ce qui produit un rebondissement de plus en plus important de la courbe donnant le temps de retard en fonction de la fréquence.

On peut montrer que la fréquence de coupure du mode  $E_{01}$  se situe toujours (quelles que soient les valeurs des paramètres  $m$  et  $\sigma$ ) après la partie linéaire du temps de retard de  $F_{01}$ . Ceci est important du point de vue de l'application car il serait difficile dans le cas inverse de n'exciter que le mode  $F_{01}$ .

### III. EXPÉRIENCES RELATIVES AUX GUIDES TUBULAIRES [4].

Des essais ont été effectués sur divers tubes ayant des paramètres  $m$  différents. Pour relever les caractéristiques de dispersion de la ligne à retard, on injecte à l'entrée de la ligne des impulsions à fréquence pure dont l'enveloppe est voisine d'une courbe de Gauss. Le signal électrique est transformé en vibrations acoustiques (et réciproquement à la réception) par l'intermédiaire de transducteurs piézoélectriques. Le signal reçu possède une forme identique à celle de l'impulsion d'émission, mais il est légèrement dilaté en temps et modulé en fréquence. A l'aide d'impulsions fines qui déclenchent un compteur, on mesure la différence de temps qui sépare les signaux émission et réception, ce qui permet le tracé de la courbe de dispersion.

La figure 5 donne le résultat des mesures effectuées sur un tube de cuivre d'une longueur de 3,58 m dont le diamètre extérieur est de 6 mm et dont le coefficient  $m$  est égal à 2. Les courbes expérimentales et théoriques sont assez proches. La légère différence peut s'expliquer par un mauvais choix des paramètres élastiques ou bien par une variation de ces paramètres avec la fréquence. On voit que les modes  $E_{01}$  et  $F_{01}$  sont séparés et qu'on peut utiliser la zone linéaire du mode  $F_{01}$  pour la compression d'impulsions.

La figure 6 montre l'évolution des courbes donnant le temps de retard en fonction de la fréquence pour diverses valeurs du paramètre  $m$ . On constate la bonne concordance entre les points expérimentaux et les courbes théoriques. Cette

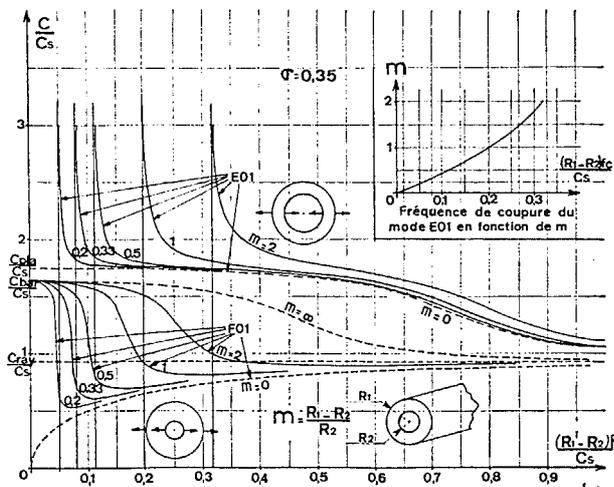


FIG. 4. — Courbes de dispersion des modes  $F_{01}$  et  $E_{01}$  pour diverses valeurs de  $m$  et pour  $\sigma = 0,35$ .

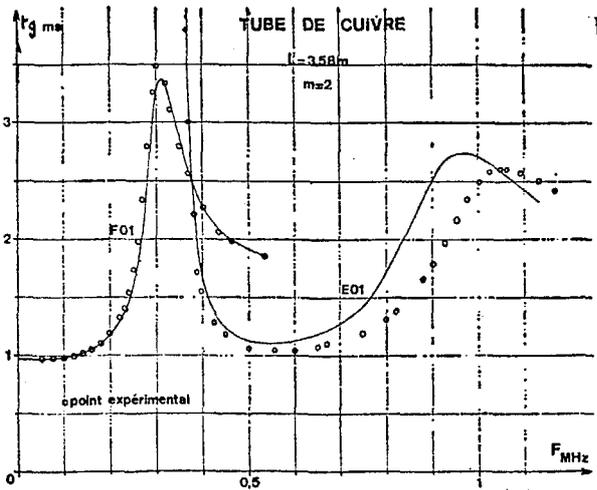


FIG. 5. — Temps de retard des modes  $F_{01}$  et  $E_{01}$  dans un tube de cuivre pour  $m = 2$  : courbes théoriques et points expérimentaux.

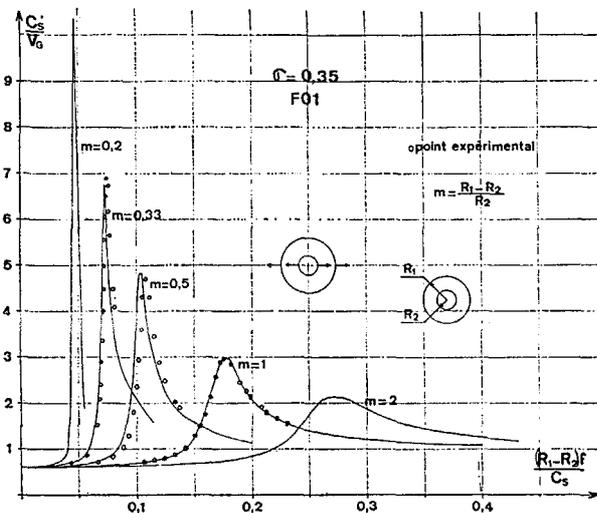


FIG. 6. — Courbes de variation du temps de retard de groupe du mode  $F_{01}$  pour diverses valeurs de  $m$  et pour  $\sigma = 0,35$ .

figure met en évidence les grandes variations du temps de retard qui sont réalisables à l'aide de structures de ce type. Par exemple, pour  $m = 0,2$ , on obtient dans un tube de cuivre un rebondissement du temps de retard égal à 4,5 ms par mètre, ce qui est sept fois supérieur à la valeur correspondante pour un cylindre plein.

De plus il est possible, en utilisant une structure dispersive de ce type, de choisir à la fois la fréquence centrale et la bande linéaire utilisable pour un matériau déterminé ; en effet, le rapport de ces deux quantités est une fonction du paramètre  $m$ . On dispose ainsi par rapport aux lignes à retard dispersives acoustiques classiques d'un paramètre supplémentaire pour la résolution d'un problème donné. Ceci est particulièrement intéressant car il est alors possible, dans certains cas, d'effectuer le traitement du signal directement à la fréquence porteuse.

On a représenté sur la figure 7 les résultats des expériences de dispersion effectuées à l'aide du dispositif précédent sur un tube de cuivre de diamè-

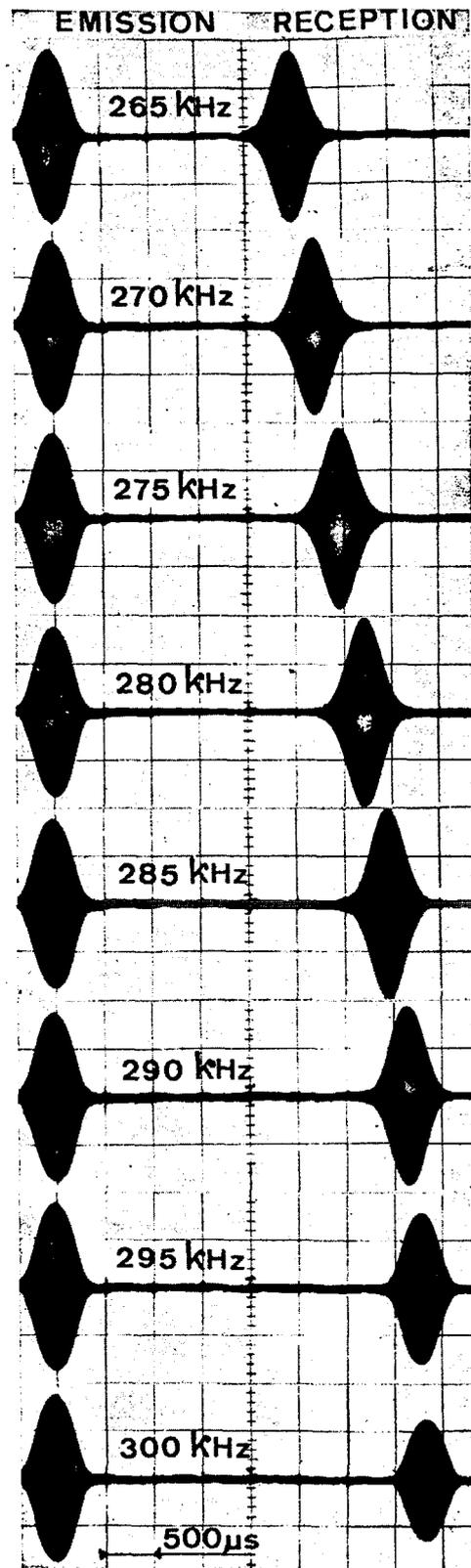


FIG. 7. — Impulsions gaussiennes, émises et reçues pour diverses fréquences de la zone de linéarité.

tre 6 mm, d'une longueur de 4,1 m et dont le coefficient  $m$  est égal à 2.

Une expérience de compression d'impulsions a été faite en excitant la structure par une impulsion longue rectangulaire de 1,25 ms modulée linéaire-

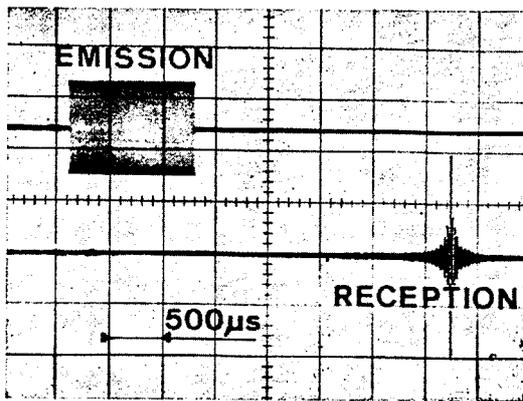


FIG. 8a. — Impulsion longue issue d'un vibulateur et impulsion courte reçue.

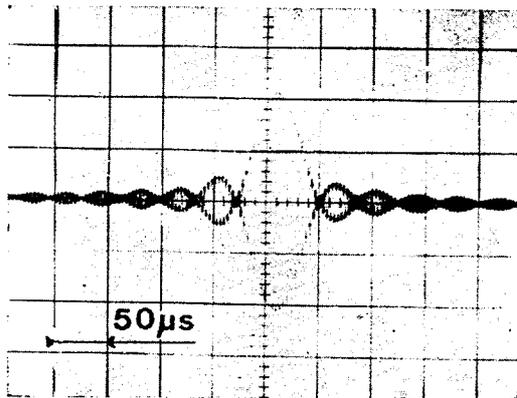


FIG. 8b. — Détail de l'impulsion courte reçue.

ment en fréquence dans 25 kHz de bande. La figure 8a montre l'impulsion longue issue d'un vibulateur et l'impulsion courte reçue après propagation dans la ligne dispersive. La figure 8b permet de juger de ses détails.

## VI. CONCLUSION.

Le traitement analogique du signal dans les sonars modernes par un filtre adapté nécessite des lignes à retard dispersives dans une faible bande avec un grand temps de retard. L'utilisation d'un guide tubulaire solide semble résoudre une partie du problème et présente une grande souplesse d'emploi.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] MIRSKY, HERMANN. Axially symmetric motions of thick cylindrical shells. *J. Appl. Mech.*, (1958), **25**, pp. 97-102.
- [2] TOURNOIS (P.), VERNET (J.-L.), BIENVENU (G.). Modes de flexion  $F_{01}$  et d'extension  $E_{01}$  dans les tubes cylindriques circulaires. *C. R. Acad. Sci. Fr.*, (1967), **264**, pp. 1094-1097.
- [3] LAMB. *Proc. Roy. Soc. (London)* (1917), **A93**, p. 114.
- [4] TOURNOIS (P.), VERNET (J. L.), BIENVENU (G.). Mesures sur la dispersion des modes  $F_{01}$  et  $E_{01}$  dans les tubes en vue de l'application du mode  $F_{01}$  à la compression d'impulsions. *C. R. Acad. Sci., Fr.*, (1967), **264**, pp. 1153-1156.