

---

# Un arbre de Markov sélectif en fréquence pour la détection de signaux transitoires à faible rapport signal à bruit

Steven Le Cam<sup>1</sup>, Christophe Collet<sup>1</sup>, Fabien Salzenstein<sup>2</sup>

1. LSIIT, UMR CNRS 7005, Equipe MIV

Pôle API, Boulevard Sébastien Brant, BP 10413 67412 Illkirch

lecam@unistra.fr, c.collet@unistra.fr

2. Laboratoire INESS, UMR CNRS 7163

23, rue du Loess, 67037 Strasbourg

salzenst@iness.c-strasbourg.fr

---

*RÉSUMÉ.* Nous nous intéressons dans cet article à l'extraction de comportements statistiques multirésolutions pour la caractérisation et la segmentation de signaux transitoires dans un contexte fortement bruité. Ces signaux de courte durée possèdent des composantes fréquentielles très localisées et fortement variables. Le choix du compromis temps/fréquence pour l'étude de ces signaux est donc crucial. Nous nous plaçons de ce fait dans le domaine transformé en paquets d'ondelettes, permettant une analyse fine des variations fréquentielles du signal. Nous proposons un modèle d'arbre de Markov original adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes afin d'intégrer l'information multirésolution d'échelle en échelle dans un objectif de segmentation. Nous validons l'approche sur des signaux synthétiques, puis nous illustrons son intérêt applicatif dans un contexte biomédical liée à la détection de signaux transitoires dans les signaux pulmonaires.

*ABSTRACT.* We deal in this paper with the extraction of multiresolution statistical signatures for the characterization of transient signals in strongly noisy contexts. These short-time signals have sharp and highly variable frequency components. The Time-Frequency analysis window to adopt is then a major issue. Thus we have chosen the wavelet packet domain due to its natural ability to provide multiple time-frequency resolutions. We propose a new oriented Markov model dedicated to the wavelet packet transform, which offers sharp analysis of frequency variations in a signal, locally in time and at several resolutions. We show its efficiency on synthetic signals and we then illustrate its applicative relevance in a biomedical context related to the detection of transient signals in pulmonary sounds.

*MOTS-CLÉS :* Modèles de Markov Cachés, Extraction de Signature, Détection de Signaux Transitoires, Mélanges de Gaussienne Généralisée, ICE.

*KEYWORDS:* Hidden Markov Model, Signatures Extraction, Transient Signals Detection, Generalized Gaussian Mixtures, ICE.

---

DOI:10.3166/TS.27.443-482 © 2010 Lavoisier, Paris

## Extended abstract

We deal in this paper with the extraction of multiresolution statistical signatures for the characterization of transient signals in strongly noisy contexts. This kind of phenomenon that is to be modeled can exhibit distinctive behavior over a range of scales or resolutions. It is the case for many physical processes – e.g., atmospheric or oceanographic phenomena – which possess behavior over vast ranges of time/frequency scales. Studies of large classes of natural imagery also show characteristic variability at multiple scales, as do biological signal as cardiac signal or pulmonary sounds, motivating examinations of the properties of the wavelet transforms of such signals and images. Indeed, these short-time signals have sharp and highly variable frequency components, and the flexible time–frequency representations provided by wavelet transforms are then well adapted to these kind of issues.

We are mainly interested in this work in the analysis of wheezing signal, which occurs in asthma or bronchiolitis. These diseases will be the most common chronic illness in the XXI<sup>st</sup> century and are constantly growing. In recent years, several efforts for more sharpness and precision for the modeling and the detection of wheezing sounds have been achieved. The time/scale representation is often selected for its good time/frequency localization properties. We wish to be able to detect early wheeze in the – possibly very noisy – normal breathing sound. This difficult issue implies to develop adapted methodology in order to refine the analysis. We have chosen the wavelet packet domain due to its natural ability to provide multiple time–frequency resolutions. This decomposition, naturally represented as a tree, allows one to observe the spread of the statistical characteristics of the coefficients from well time resolutated scale to well frequency resolutated scale. The modeling by a tree graphic model of a such spread can be of great interest for the characterization of early wheezes, by capturing their time/frequency variations.

We then propose a new segmentation method based on a new oriented tree model dedicated to the wavelet packet transform. The originality of our method stands in the exploitation of the whole information contained in the wavelet packet decomposition for a determinated frequency range, in the purpose of the robust segmentation of fine and highly variable time/frequency details of a signal. Our model takes advantage of the inherent tree representation of the wavelet packet decomposition by linking two wavelet coefficient called *formants*<sup>1</sup> from two neighbors wavelet packets in the higher decomposition scale  $n + 1$  with two wavelet coefficients called *products* in the lower decomposition scale  $n$ . We then benefit from the time resolution provided by the wavelet transform at scale  $n$  and the frequency resolution at scale  $n + 1$ . Wavelets from neighbor wavelet packets within the same scale are supposed to be independant, and are at *the origine* of two wavelet packet coefficients in the lower scale range, which are then two-by-two dependant and introduce a slight intra-scale dependancy in our model. This basic *quadruplet* scheme is spread all over the wavelet packet representation and then give our global graphic tree model adapted to the wavelet packet domain.

We formulate our problem as an inverse problem. Let  $X = (x_n)_{1 \leq n \leq N}$  and  $Y = (y_n)_{1 \leq n \leq N}$  be two stochastic processes.  $X$  is hidden and takes its value in a finite

---

1. not to confuse with the *formants* term usually used in speech processing

set  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_K\}$ .  $\mathbf{Y}$  model the multivariate observation  $(\mathbf{y}_n)_{1 \leq n \leq N}$ . Each node  $s$  of our tree graphical model is associated with a real observation  $y_s$  (the amplitude of the wavelet coefficient at this node) and a hidden state  $x_s$ . We show that the jointed law  $P(X, \mathbf{Y})$  on our oriented graphic model can be factorized and that markovian hypothesis can then be formulated. These results allow us to use a bayesian approach on this new hidden markov tree in order to restore the hidden process  $X$  from  $\mathbf{Y}$ . We provide in the full paper details on the computation of the *posterior* probabilities of the hidden variable  $X$ .

In order to propose appropriate priors for the wavelet coefficients, the histograms related to the normal and wheezing sounds have been studied. For normal respiratory noises, it confirms the sparse property commonly formulated for the wavelet distribution, stating that « the wavelet transform of a large class of signals results in a *large* number of *small* coefficients and in a *small* number of *large* coefficients », and that many signals can be well approximated by a *small* number of their wavelet coefficients. On the other hand, the waveform of a wheezing signal owns the shape of a sinusoidal signal, and thus its distribution is more like a uniform distribution. Then we need a distribution which could model both peaky and heavy tailed distributions, and uniform-like distributions. The generalized Gaussian distribution (GGD) showed good abilities for the modeling of our data, and has already been widely adopted for the modeling of wavelet coefficients.

We use the ICE procedure to estimate the GGD parameters. This method melts deterministic and stochastic estimation: we have exact estimation expression for the *prior* parameters and their estimations are then deterministic. On the contrary, the computation of exact estimation expressions for the data driven parameters is intractable. Their update is then computed in a stochastic way using samples from the estimated posterior probabilities. The segmentation decision is done using the Max Posterior Marginals (MPM) algorithm on local markov trees associated with each wavelet coefficient, which leads to a local segmentation method with frequency selectivity. An overview of the algorithm is given in section 3.3.

We show the efficiency of our model on synthetic signals with several signal to noise ratio. We compare it with a classical Hidden Markov Chain (HMC) model with GGD distribution. Our method gives better results in really rough case, where fine details associated with an abnormality are missed by the HMC model. Our new method is then applied to the detection of transient signals in real pulmonary data, and in particular for the detection of uprising wheezing signals. We expect our approach to provide the the physician a measure of the effectiveness of a treatment or the degeneration of a pathology through the form parameter of the GGD.

## 1. Introduction

Une grande variété de signaux réels auxquels nous sommes confrontés possèdent des comportements statistiques variés, parfois discriminants, selon la résolution temps/fréquence à laquelle ils sont observés. Ces caractéristiques ont été observées pour de nombreux processus physiques tels que les phénomènes océanographiques ou météorologiques (Fieguth *et al.*, 1995 ; Wunsch *et al.*, 1995 ; Lovejoy *et al.*, 2006), pour une large classe d'images naturelles (Graffigne *et al.*, 1995 ; Buccigrossi *et al.*, 1999 ; Huang *et al.*, 1999 ; Wainwright *et al.*, 2001), ou encore pour l'étude de signaux en cardiologie ou en pneumologie (Akay *et al.*, 1997 ; Homs-Corbera *et al.*,

2004 ; Singh *et al.*, 2006 ; Kahya *et al.*, 2001). Nous nous plaçons dans ce dernier cas, où l'objectif est l'étude de sons respiratoires anormaux liés à des pathologies naissantes et nécessitant une caractérisation appropriée. Dans le cas de l'asthme par exemple, le marqueur actuellement utilisé est le sibilant, son sifflant dont on sait qu'il est localisé en fréquence entre 250 et 500 Hz et d'une durée supérieure à 250 ms lorsque la maladie est bien installée (Sovijarvi *et al.*, 2000). Plusieurs méthodes pour leur détection ont été proposées (Waris *et al.*, 1998 ; Homs-Corbera *et al.*, 2000 ; Taplidou *et al.*, 2004 ; Qiu *et al.*, 2005) s'appuyant sur ces caractéristiques comme prérequis dans leurs analyses temps/fréquences. Dans le cas de leur détection précoce, le sibilant n'est pas formé, et nous cherchons ainsi à définir de nouveaux marqueurs pathologiques adaptés à ce type de situation. Il s'agit de cas extrêmes où les sons à caractériser sont hautement transitoires à la fois en temps et en fréquence, et difficilement perceptible parmi le son respiratoire normal (appelé murmure vésiculaire). Le choix de la résolution temps/fréquence est primordial afin de pouvoir caractériser et détecter de telles variations. Nous nous sommes naturellement tournés vers les décompositions sur bases d'ondelettes, permettant l'étude de ces signaux à différentes échelles de temps et de fréquence et possédant des propriétés de parcimonie utiles afin de dégager les composantes d'intérêt du signal.

Notre approche se situe dans un contexte bayésien associé à un modèle de Markov caché, qui offre un cadre à la fois élégant et robuste en régularisant le processus de décision par intégration de connaissances *a priori* sur les variables du problème, et en permettant d'accéder aux lois conjointes utiles pour pouvoir inférer sur le modèle. Crouse, Nowak et Baraniuk ont introduit les modèles de Markov cachés adaptés aux arbres de décomposition en ondelettes pour l'estimation et la détection (Crouse *et al.*, 1997 ; Crouse *et al.*, 1998). Les travaux sur ces modèles connaissent un succès grandissant (Willisky, 2002) de par leur flexibilité et les facilités qu'ils offrent pour l'estimation des lois conjointes entre coefficients à différentes échelles. Des modifications et améliorations ont été apportées afin de rendre compte de la complexité des dépendances entre variables du problème à l'aide de tels graphes (Fan *et al.*, 2000 ; Pieczynski, 2002 ; Monfrini *et al.*, 2003). En imagerie, ces méthodes ont été utilisées pour l'estimation (Crouse *et al.*, 1998), la segmentation (Choi *et al.*, 2001 ; Sun *et al.*, 2004 ; Sun *et al.*, 2005b), le débruitage (Fan *et al.*, 2001 ; Ma *et al.*, 2007), la séparation de sources (Ichir *et al.*, 2006), et pour l'identification de textures (Choi *et al.*, 1999 ; Fan *et al.*, 2003 ; Sun *et al.*, 2005a). En traitement du signal monodimensionnel, quelques travaux ont exploité les bonnes propriétés de ces modèles : en détection et suivi de cible (Dasgupta *et al.*, 2001), en sûreté de fonctionnement (Sun *et al.*, 2003), ou encore en synthèse audio (Molla *et al.*, 2005).

Dans notre situation de variabilité temps/fréquence forte associée à un rapport signal à bruit important liée à l'utilisation d'un stéthoscope, l'utilisation de la décomposition en ondelettes ne peut nous convenir pleinement, du fait de la rigidité du découpage basse fréquence/haute fréquence à chaque échelle. Nous souhaitons donc travailler dans un espace de représentation plus souple, permettant d'observer le signal dans des bandes de fréquences et pour des résolutions temps/fréquences multiples. La décomposition en paquets d'ondelettes correspond mieux à ces besoins, en apportant une décomposition sur un découpage du plan temps/fréquence à différentes résolutions, et en permettant ainsi une analyse plus précise de nos signaux.

Les méthodes existantes exploitant les paquets d'ondelettes impliquent un choix préalable des paquets à traiter (Rajpoot, 2002 ; Le Cam *et al.*, 2008), ou encore l'extraction de paramètres d'intérêt sur lesquels la classification ou la détection est opérée. En traitement de la parole ou de sons audio, le choix d'une base de décomposition perceptuelle est couramment utilisé (Reynolds *et al.*, 1995 ; Sarikaya *et al.*, 1998 ; Srinivasan *et al.*, 1998) et a récemment été adapté aux traitements des sons pulmonaires par Bahoura *et al.* (Bahoura *et al.*, 2004a). L'originalité de notre méthode réside dans l'utilisation de l'ensemble de l'information disponible en exploitant l'ensemble de l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes dans des bandes de fréquence d'intérêt. Pour ce faire, nous introduisons dans cet article un graphe de Markov adapté à la représentation en arbre induite par cette décomposition, afin d'exploiter l'information diffuse à la fois en temps et en fréquence. On modélise ainsi la *persistance* des coefficients d'une bande spectrale à une bande spectrale plus fine tout en introduisant une dépendance intra-échelle couple permettant de modéliser le regroupement des coefficients dans chaque paquet de coefficients d'ondelettes. Chaque nœud de l'arbre possède ainsi son propre arbre de dépendance sur lequel il s'agira d'estimer les probabilités jointes permettant d'inférer sur le modèle.

Les graphes de Markov permettent une visualisation intuitive des dépendances entre les variables du problème. Ces variables représentent les sommets du graphe et sont reliées entre elles par des arêtes caractérisant les dépendances. Il est toujours possible d'étoffer ce type de graphe en ajoutant des dépendances afin d'améliorer leur généralité, mais nous sommes rapidement confrontés au problème de l'accès aux lois conjointes permettant d'inférer sur ces modèles (Lucke, 1996). Il convient alors de ne garder que les dépendances clés entre les variables du problème afin de permettre sa mise en oeuvre algorithmique tout en conservant la pertinence du modèle. Le graphe de Markov orienté que nous présentons dans cet article ne possède pas de cycle et laisse la possibilité d'accéder aux lois conjointes d'intérêt en s'inspirant des passes montantes et descendantes utilisées dans le cas de l'arbre dyadique classique (Chou *et al.*, 1993). Notre méthode permet de traiter en une seule fois l'ensemble des arbres de dépendances associés à chaque variable cachée, ce qui nous assure un coût algorithmique parfaitement maîtrisé.

L'article est organisé de la manière suivante : la partie 2 donne quelques rappels sur la décomposition en paquets d'ondelettes et ses propriétés, et présente un nouveau modèle d'arbre de Markov adapté à cette décomposition. La problématique de l'attache aux données à utiliser et celle de la simulation d'un tel arbre sont également abordées. Dans la partie 3 sont données les équations *a posteriori* locales en temps permettant l'utilisation du critère MPM (Maximum of Posterior Marginals) pour la décision en chaque nœud de l'arbre, ainsi que notre méthode d'estimation des paramètres du modèle basée sur l'ICE (Iterative Conditional Estimation). Enfin dans la partie 4, cette nouvelle approche est tout d'abord validée sur des signaux synthétiques, puis appliquée sur des signaux pulmonaires pour la détection et la segmentation de sons transitoires. Les résultats obtenus semblent prometteurs et attestent de l'intérêt de la méthode.

## 2. Arbres de Markov adaptés à la décomposition en paquets d'ondelettes

### 2.1. La décomposition en paquets d'ondelettes

Les paquets d'ondelettes sont décrits dans (Wickerhauser, 1994 ; Mallat, 1998) et leur principe est illustré sur la figure 1. Partant d'un signal à temps discret  $x(n), n = 0, \dots, 2^N - 1$  ( $N$  entier positif) échantillonné à la fréquence  $F_s$ , on obtient un signal d'approximation et un signal de détail par application d'un filtre passe-bas  $h$  et d'un filtre passe-haut  $g$ , puis par décimation d'un facteur 2 des signaux résultants. Les filtres  $h$  et  $g$  sont des filtres miroirs en quadrature (Daubechies, 1992 ; Mallat, 1998). L'approximation représente l'information basse fréquence dans la bande  $[0, F_s/4]$ , et le signal de détail représente l'information haute fréquence dans la bande  $[F_s/4, F_s/2]$ . On sépare à nouveau le signal d'approximation en un signal d'approximation et en un signal de détail. Contrairement à la décomposition en ondelettes, on itère également le processus sur le signal de détail, ce qui donne deux nouveaux signaux de détail. Au fur à mesure que l'on déroule l'arbre, on obtient donc des signaux d'approximation et de détail à des résolutions fréquentielles plus fines (d'un facteur 2) mais moins bien résolu en temps (d'un facteur 2 également). Cette dualité bien connue des espaces temps et fréquence explique le choix de la dépendance double de chaque coefficient de paquet d'ondelettes entre une échelle supérieure et son échelle inférieure qui donne naissance à notre modèle de dépendance. Sur la figure 2, on a représenté les 8 premiers coefficients d'un signal et sa décomposition en paquets d'ondelettes. La figure 2 met en évidence les dépendances temps/fréquences d'une échelle à l'autre induit par le recouvrement des pavages temps/fréquences, et sont représentées pour deux nœuds particuliers de l'arbre sur la figure 3.

Dans le cas de la caractérisation et de la détection de signaux transitoires, le choix de la représentation à adopter est décisive car elle conditionne la perception des caractéristiques temps/fréquences du signal que l'on analyse. La décomposition en

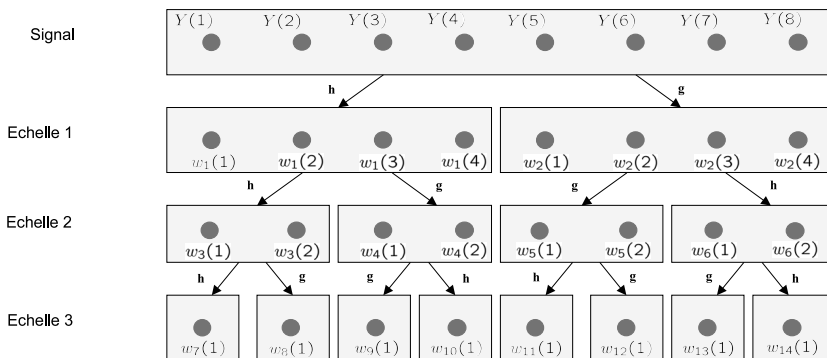


Figure 1. Décomposition en paquets d'ondelettes pour un signal discret de longueur 8 ( $N = 3$ )

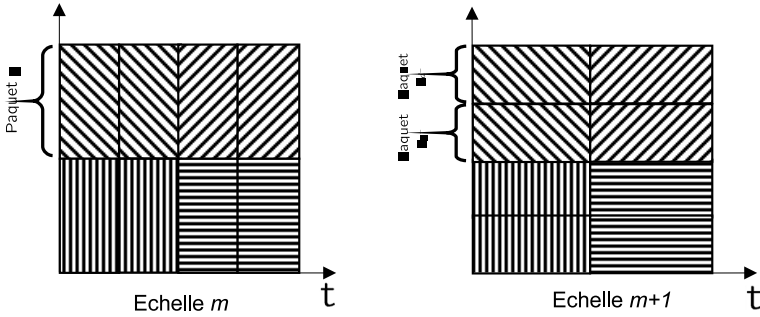


Figure 2. Pavage temps/fréquence pour deux échelles voisines  $m$  et  $m + 1$  où les dépendances temps/fréquences sont mises en évidence

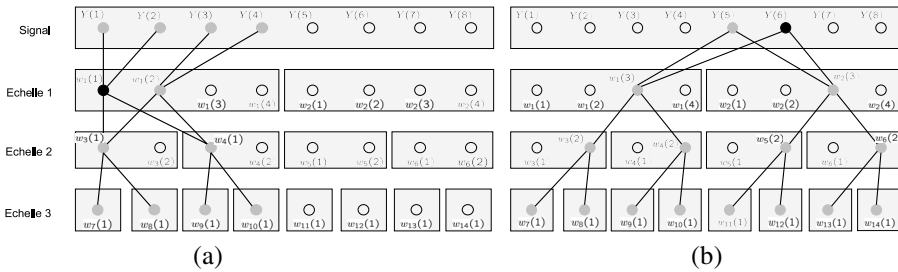
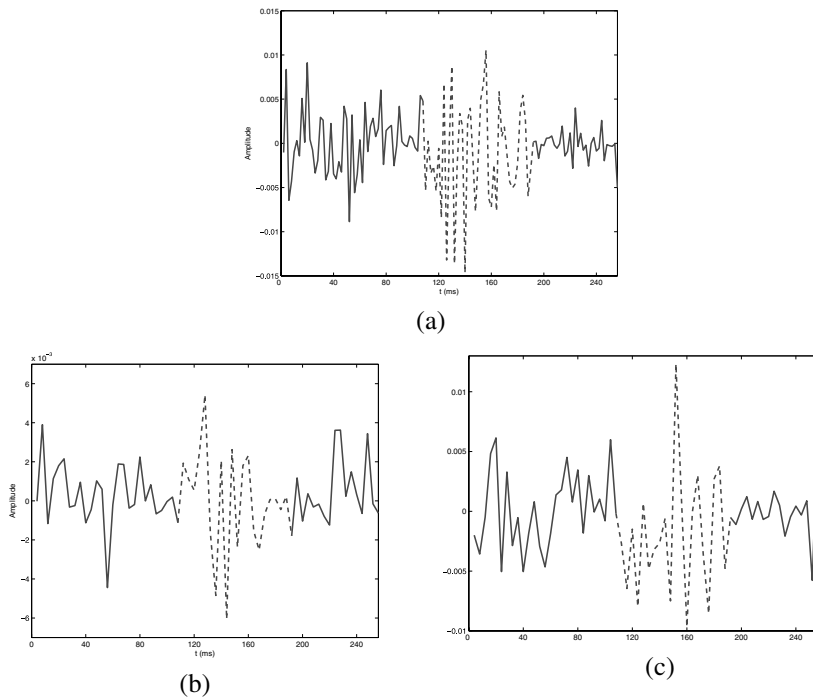


Figure 3. Choix de graphe de dépendance entre coefficients pour deux coefficients donnés ((a)  $w_1(1)$  et (b)  $Y(6)$ ) de la décomposition en paquets d'ondelettes d'un signal de longueur 8 ( $N = 3$ )

paquets d'ondelettes offre un ensemble de découpages possibles du plan temps/fréquence. Généralement, un critère est choisi afin de déterminer la base adéquate à une application donnée. Par exemple, un critère entropique peut-être utilisé pour conduire au découpage optimal à des fins de compression d'images (Coifman *et al.*, 1992). Nous avons choisi ici de ne pas faire ce choix, et d'exploiter l'ensemble de l'information apportée par cette représentation en segmentant simultanément le signal à chacune des résolutions temps/fréquences à disposition dans une bande fréquentielle d'intérêt. En effet, les signaux pulmonaires que nous traitons possèdent des caractéristiques temporelles et fréquentielles partiellement connues (Sovijarvi *et al.*, 2000), sans précision suffisante pour nous permettre de choisir avec exactitude la résolution temps/fréquence à adopter pour leur caractérisation. Les tests effectués pour le choix d'une base d'analyse optimale n'ont pas donné entière satisfaction, un tel choix tendait à éluder certains détails du signal. Les caractéristiques fréquentielles de ces sons sont très variables sur des intervalles de temps très courts, ce qui implique que pour un même son, l'observation simultanée de plusieurs résolutions temps/fréquences peut grandement aider à la segmentation, comme l'illustre la figure 4. Les coefficients de 4(a) sont décomposés en 4(b) et 4(c) dans la décomposition en paquets d'ondelettes, apportant une meilleure résolution



*Figure 4. Représentation de l'importance de la résolution temps/fréquence pour la détection de sons hautement transitoires en temps et en fréquence. (a) : coefficients de paquet d'ondelettes pour la bande [562 – 624] Hz, en tiret le transitoire : [105 – 210] ms, en trait plein le bruit. Rapport Signal à Bruit (RSB) de 5.9 dB. (b) : bande [562 – 593] Hz, transitoire : [105 – 160] ms. RSB de 7.5 dB. (c) : bande [593 – 624] Hz, transitoire : [150 – 210] ms. RSB de 7.9 dB*

fréquentielle au détriment de la précision temporelle. Opérer une segmentation simultanée de ces trois bandes permet d'exploiter la précision fréquentielle apportée par 4(b) et 4(c) avec la résolution temporelle apportée par la bande 4(a).

Dans la suite, on notera  $m \in \mathbb{N}$  l'échelle de décomposition correspondant à la profondeur du coefficient observé dans l'arbre, et  $q$  le numéro du paquet d'ondelettes auquel il appartient à cette échelle. On note  $m = f$  l'échelle de plus haute résolution temporelle (l'échelle la moins profonde dans l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes) et  $m = r$  l'échelle de plus haute résolution fréquentielle (l'échelle la plus profonde dans l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes) avec  $r < f$ , soit l'ordre inverse des notations naturelles pour les échelles de décomposition en paquets d'ondelettes (voir fig. 1, 2 et 3), mais mieux adapté à notre modèle d'arbre introduit section 2.2. On a ainsi  $\{r, r + 1, \dots, f - 1, f\}$  l'ensemble des échelles observées. Le nombre de paquets d'ondelettes analysés est égal à  $N_p = 2^{(f-r+1)} - 1$ . Soit  $2^N$  le nombre de coefficient dans le paquet d'ondelettes à l'échelle  $f$ . Alors chaque paquet d'ondelettes à l'échelle  $m$  possède  $2^{(N-(f-m))}$  coefficients. On note  $w_{(q,m)}(n)$  le  $n^{\text{ième}}$  coefficient d'ondelettes dans le paquet  $q$  à



l'échelle  $m$ . Soit  $r < m < f$ , alors dans notre modèle de dépendance, le coefficient  $w_{(q,m)}(n)$  est lié aux coefficients  $w_{((m+1),\lfloor q/2 \rfloor)}(2n)$  et  $w_{((m+1),\lfloor q/2 \rfloor)}(2n+1)$  à l'échelle  $(m+1)$ , et aux coefficients  $w_{((m-1),2q)}(\lfloor n/2 \rfloor)$  et  $w_{((m-1),2q+1)}(\lfloor n/2 \rfloor)$  à l'échelle  $(m-1)$ , où on a noté  $\lfloor x \rfloor$  est la partie entière du réel  $x$ . Ces relations peuvent être observées sur les deux exemples particuliers de la figure 3.

## 2.2. Graphe global et sous-arbres de dépendance

Nous cherchons à identifier les coefficients d'ondelettes associés aux sons transitoires, et à les séparer des coefficients associés au murmure vésiculaire. Nous formulons ce problème comme un problème inverse : les coefficients de paquet d'ondelettes  $\{w_{(m,q)}(n)\}$  prennent leur valeur dans  $\mathbb{R}$  et représentent le champ d'observation  $\mathbf{Y}$ , à partir duquel on cherche à restaurer le champ caché  $\mathbf{X}$  prenant ses valeurs dans un ensemble à deux classes  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ .  $\omega_1$  représente la classe de normalité associée au murmure vésiculaire, et la classe  $\omega_2$  représente la classe d'anormalité associée aux sons transitoires. La méthode est généralisée pour un nombre de classes quelconque  $K$  et est restreinte au cas à deux classes dans la partie 4. La théorie de Bayes et les hypothèses de markovianité vont nous permettre d'accéder aux lois probabilistes d'intérêt sur nos graphes de dépendance, permettant la prise de décision sur l'étiquette à associer à chaque site du champ caché  $\mathbf{X}$ . Le critère de décision adopté est le critère du MPM. Ce critère est utilisé localement en temps sur un graphe de dépendance propre à chaque coefficient de paquet d'ondelettes.

Les graphes de dépendance que nous proposons s'inspirent naturellement des dépendances inter-échelles entre coefficients d'ondelettes proposés dans la section 2.1. Soit  $G$  le graphe global de support  $S$ . Chaque site de ce graphe est associé à un couple variable cachée-observation  $Z_s = (X_s, Y_s)_{s \in S}$  et les arêtes représentent les dépendances entre sites (voir figure 5). On note  $S^{(m,q)}$  l'ensemble des sites du graphe à l'échelle  $m$  dans le paquet  $q$ , et  $S^m = \bigcup_{0 \leq q \leq 2^{f-m-1}} S^{(m,q)}$  l'ensemble des sites du graphe à l'échelle  $m$ . En particulier, on note  $S^r$  l'ensemble des sites du graphe  $G$  à la racine, et  $S^f$  l'ensemble des sites feuilles.  $S \setminus S^m$  désigne l'ensemble des sites  $S$  amputé de l'ensemble des sites  $S^m$ .

Nous faisons l'hypothèse simplificatrice que le signal est construit (ou *formé*) à partir de composantes fréquentielles indépendantes, ce qui implique l'indépendance des coefficients d'un paquet à un autre à une échelle  $m$  donnée. Nous considérons ainsi que les coefficients d'ondelettes à l'échelle  $m$ , en se liant deux à deux dans des paquets distincts (donc indépendants), sont à l'origine de deux coefficients d'ondelettes voisins à l'échelle  $m+1$ , temporellement mieux résolu (voir les deux exemples explicités fig. 5) et dépendants puisque issus de deux coefficients communs, que l'on nommera coefficients *formants*<sup>1</sup>. On note  $\mathbf{s} = \{s_g, s_d\} \in S^m \times S^m$  les deux sites *produits* à l'échelle  $m$  associés aux couples *formants* à l'échelle  $m-1$  et notés  $\mathbf{s}^- = \{s_{g^-}, s_{d^-}\}, s \in S^m \times S^m$ . Nous faisons ainsi

1. À ne pas confondre avec le terme *formants* déjà utilisé en traitement de la parole. Ici il désigne les coefficients de paquets d'ondelettes qui deux à deux sont liés avec deux coefficients nommés *produit* à l'échelle de résolution fréquentielle directement inférieure.

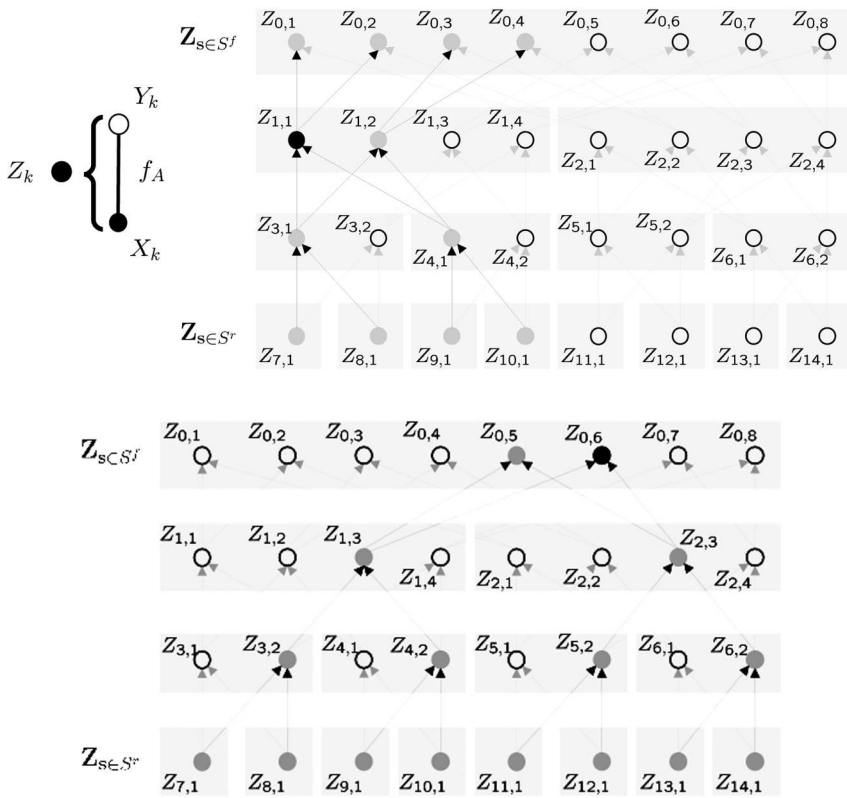


Figure 5. Graphe de Markov global et sous-arbres locaux associés aux sites (1,1) (a) et (0,6) (b)

le choix d'une orientation ascendante sur le graphe  $G$  représenté figure 5, les sites *formants* sont situés dans les bandes de résolution fréquentielle plus fines et engendrent les sites *produits* aux résolutions fréquentielles plus grossières. L'orientation choisie implique une dépendance intra-échelle couple et apporte ainsi une régularisation temporelle à notre modèle. La prise de décision n'est donc opérée que sur les sites couples *produits* dans notre méthode de segmentation. Les sites racines  $S^r$  étant uniquement des sites *formants*, ils permettent l'initialisation de notre méthode mais ne sont pas segmentés. Cette inter-dépendance entre les sites du quadruplet  $\{s^-, s\}$  forme le motif de base des sous-graphes locaux sur lesquelles sont opérées nos prises de décision. Ce motif est présenté figure 6, où  $> s \subset \{S^{m+1}, \dots, S^f\}$  désignent l'ensemble des sites *produits* issus de  $s$ , et  $< s^- \subset \{S^r, \dots, S^{m-2}\}$  désignent l'ensemble des sites à l'origine des sites  $s^-$ . Les deux sites  $s_g$  et  $s_d$  pour chaque couple  $s$  possèdent ainsi le même sous-graphe de dépendance défini par l'ensemble  $\{< s^-, s^-, s, > s\}$ , qui définit sur la structure de décomposition en paquets ondelettes un sous-arbre de dépendance local en temps et sélectif en fréquence.

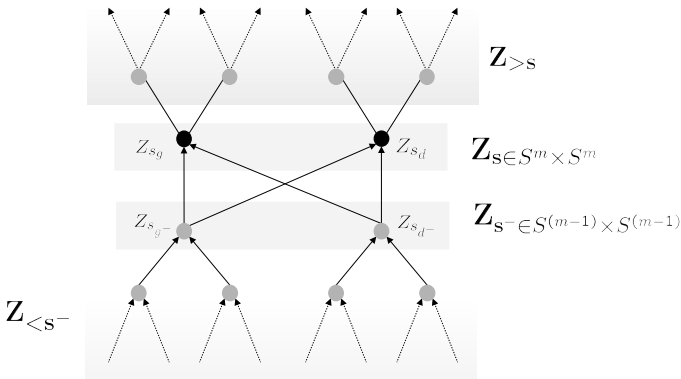


Figure 6. Motif de base des dépendances entre les variables du graphe  $G$  (pour une échelle  $m < f$ ) structurant les sous-arbres décisionnels. L'orientation choisie est ascendante: les sites formants  $\mathbf{s}^-$  à l'échelle  $m - 1$  engendrent les sites produits  $\mathbf{s}$  à l'échelle  $m$

### 2.3. Hypothèses markoviennes

On peut associer une densité de probabilité multidimensionnelle à un graphe de dépendance orienté, en associant une densité conditionnelle à chaque nœud du graphe, cette densité traduisant la notion de causalité (un nœud est la 'conséquence' de ses *formants* dans le graphe). Ainsi, la densité globale s'écrit comme le produit des densités conditionnelles d'un couple sachant ses *formants*, et des produits des densités marginales des nœuds à la racine  $S^r$  (hypothèse d'indépendance). Ces hypothèses permettent ainsi le calcul de la loi conjointe sur  $\mathbf{Z}$  et se formule de la façon suivante :

$$P(\mathbf{Z}) = \prod_{s \in S^r} P(Z_s) \prod_{s \in S \setminus S^r} P(\mathbf{Z}_s | \mathbf{Z}_{s^-}) \tag{1}$$

Le graphe considéré autorise donc la factorisation récursive de la loi de probabilité qui lui est associée. De cette factorisation découle la markovianité de l'arbre (Lauritzen, 1996), où  $P(\mathbf{Z}_s | \mathbf{Z}_{s^-})$  est le noyau de récursion. Nous posons les hypothèses supplémentaires suivantes, classiquement posées :

- l'indépendance des observations  $\mathbf{Y} = \{Y_s, s \in S\}$  conditionnellement aux données cachées  $\mathbf{X}$  :

$$P(\mathbf{Y} | \mathbf{X}) = \prod_{s \in S} P(Y_s | \mathbf{X})$$

- $\forall s \in S$ , la loi de  $Y_s$  conditionnellement à  $\mathbf{X}$  est égale à la loi de  $Y_s$  conditionnellement à  $X_s$  :

$$P(Y_s | \mathbf{X}) = P(Y_s | X_s)$$

On adoptera la notation  $P(Y_s = y_s | X_s = \omega_i) = f_i^{(m,q)}(y_s)$  pour la vraisemblance de l'observation  $Y_s = y_s$  conditionnellement à l'étiquette  $X_s = \omega_i, s \in S^{(m,q)}$ .

Tout comme dans le cas dyadique, les connexions entre les éléments de l'arbre se font entre les variables cachées, les données observées n'étant plus liées à l'arbre que par leur état caché respectif. Le noyau de transition devient :  $P(\mathbf{Z}_s | \mathbf{Z}_{s-}) = P(\mathbf{Y}_s | \mathbf{X}_s) P(\mathbf{X}_s | \mathbf{X}_{s-})$ . L'orientation choisie sur le graphe (voir fig. 6) nous autorise à écrire :  $P(\mathbf{X}_s | \mathbf{X}_{s-}) = \prod_{s \in S} P(X_s | \mathbf{X}_{s-})$  (Lauritzen, 1996). La montée dans l'arbre est donc caractérisée par les lois de transition entre *formants*  $\mathbf{X}_{s-}$  et singleton *produit*  $X_s$  ( $P(X_s | \mathbf{X}_{s-})$ ).

– L'arbre est supposé *homogène* : les probabilités  $P(X_s | \mathbf{X}_{s-})$  de transition sont égales quel que soit le couple  $\{X_s, \mathbf{X}_{s-}\}$  et l'échelle considérée. On définit une loi de transition ascendante  $a_{(i,j),k}$  du couple *formant*  $\mathbf{X}_{s-} = \{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2$  vers le *produit*  $X_s = \omega_k \in \Omega$  :

$$a_{(i,j)k} = P(X_s = \omega_k | \mathbf{X}_{s-} = \{\omega_i, \omega_j\}) \quad \forall s \in S \setminus S^r \tag{2}$$

La loi *a priori* du champ des étiquettes est également définie par la loi *a priori* de la racine  $P(\mathbf{X}_{S^r})$ , où  $X_{S^r}$  est l'ensemble des variables cachées à la racine. On suppose l'indépendance intra-échelle à la racine, ce qui nous permet d'écrire :

$$P(\mathbf{X}_{S^r}) = \prod_{s \in S^r} \pi(X_s)$$

Le modèle  $\mathbf{Z} = (\mathbf{X}, \mathbf{Y})$  définit un arbre de Markov caché homogène avec indépendance des observations conditionnellement aux étiquettes (que l'on notera AMCwp-BI), et la loi conjointe de  $\mathbf{Z}$  se réécrit par rapport à l'équation (1) :

$$\begin{aligned} P(\mathbf{Z}) &= \prod_{s \in S} P(Y_s | \mathbf{X}) P(\mathbf{X}) \\ &= \prod_{s \in S^r} P(Y_s | X_s) \pi(X_s) \prod_{s \in S \setminus S^r} P(X_s | \mathbf{X}_{s-}) P(Y_s | X_s) \end{aligned} \tag{3}$$

Ces propriétés markoviennes vont nous permettre de calculer deux passes, une descendante et une ascendante sur le graphe global  $G$  de la figure 5 (*cf.* section 3). Ces passes sont utiles pour le calcul des lois *a posteriori*, noté  $\xi_s = P(X_{s \in S} | \Upsilon_s)$ , pour chaque sous-arbres locaux associés à chaque site *produits* du graphe global  $G$ , menant à une décision par le critère du MPM. Le MPM pénalise une solution proportionnellement au nombre de sites erronés :

$$\hat{x}_s = \arg \max_{X_s} \xi_s \tag{4}$$

### 2.4. Attache aux données

Les propriétés de la décomposition en ondelettes nous guident dans le choix d'une modélisation appropriée des coefficients d'ondelettes issus des sons respiratoires normaux (Crouse *et al.*, 1998) :

*Localisation et compression* : La transformée en paquets d'ondelettes contient des informations très localisées du signal en temps et en fréquence, et conduit à une représentation parcimonieuse très satisfaisante pour une large classe de signaux.

En d'autres termes, la décomposition en paquets d'ondelettes conduit à un petit nombre de grands coefficients et à un grand nombre de petits coefficients.

Les distributions *a priori* des coefficients d'ondelettes que l'on doit privilégier sont des lois centrées, piquées et à queues longues. Les lois classiquement employées sont les mélanges de gaussiennes et les gaussiennes généralisées (GGD). Dans le cas de l'analyse de sons respiratoires, Bahoura *et al.* ont utilisé des mélanges de gaussienne (Bahoura *et al.*, 2004b). Une étude sur des sons réels nous a fait penché pour la modélisation par gaussienne généralisée, définie par trois paramètres uniquement (moyenne, variance et paramètre de forme), et qui s'adapte bien à ce type de signaux dont les distributions sont centrées et symétriques (figure 7). On montre que le paramètre de forme  $\alpha$  de cette distribution peut-être employé comme un descripteur du niveau de pathologie. Son expression est donnée par :

$$f_{GG}(x; \mu, \sigma, \alpha) = \frac{\eta(\alpha)}{Z(\alpha)} \exp(-(\eta(\alpha)|x - \mu|)^\alpha) \tag{5}$$

Avec  $\mu$  la moyenne,  $\sigma^2$  la variance,  $\alpha$  le paramètre de forme et :

$$\eta(\alpha) = \left[ \frac{\Gamma(3/\alpha)}{\sigma^2 \Gamma(1/\alpha)} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{6}$$

$$Z(\alpha) = 2 \frac{\Gamma(\frac{1}{\alpha})}{\alpha} \tag{7}$$

avec  $\Gamma(t) = \int_0^{+\infty} u^{t-1} \exp^{-u} du$ .

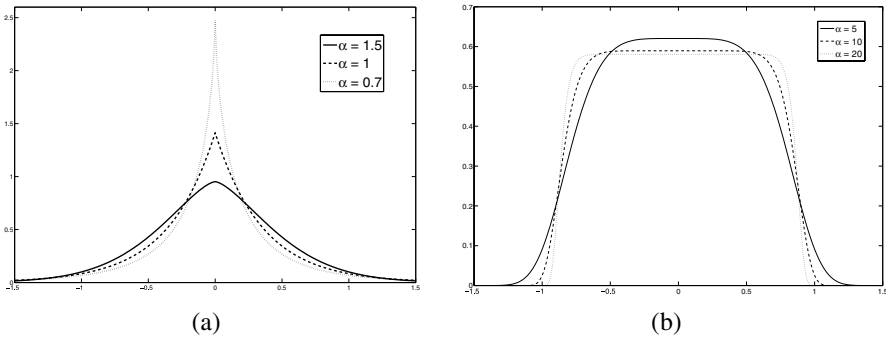


Figure 7. Forme de la loi gaussienne généralisée selon le paramètre de forme  $\alpha$ . (a)  $\alpha < 2$  (sur-gaussienne) et (b)  $\alpha > 2$  (sous-gaussienne)

Le paramètre de forme  $\alpha$  confère à la distribution gaussienne généralisée sa flexibilité et lui permet d'approximer un large éventail de loi allant de la loi uniforme ( $\alpha \rightarrow \infty$ ) à la loi impulsionnelle ( $\alpha \rightarrow 0$ ) (voir fig. 7). Nous proposons cette approximation pour les distributions des coefficients d'ondelettes issus de la décomposition d'un son sifflant comme les sibilants, qui conduit à une distribution étalée bien approximée par une sous-gaussienne centrée de paramètre de forme

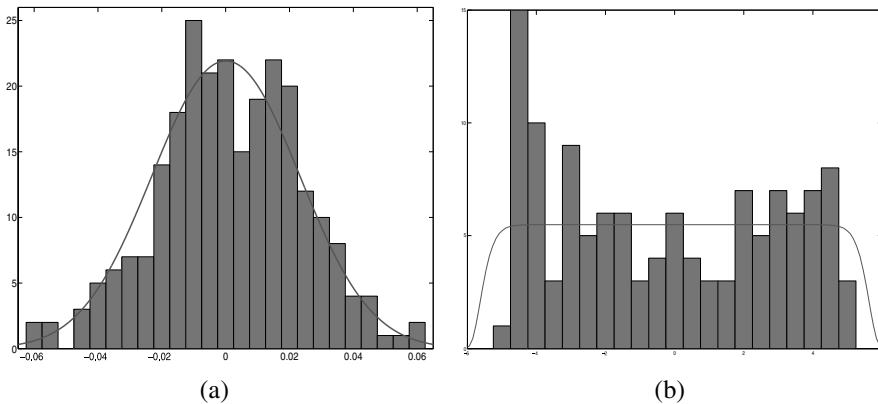


Figure 8. Histogramme des coefficients d'ondelettes issus de la décomposition de sons respiratoires réels et modélisation par gaussienne généralisée sur ces données. (a) son Normal ( $\hat{\alpha} = 1.83$ ), (b) sibilant ( $\hat{\alpha} = 25.20$ )

supérieur 2.5, ou d'un son normal dont la distribution des coefficients est proche d'une gaussienne centrée ( $1.5 \leq \alpha \leq 2.2$  (voir fig. 8)).

### 2.5. Simulation du graphe global

Le graphe  $\mathbf{X}_{s \in S}$  est de Markov. Sa simulation nécessite la connaissance des lois *a priori*  $\pi(X_s)$ ,  $s \in S^r$  et de la matrice de transition  $a_{(n,m),k}$  : la racine de l'arbre est simulée par tirage aléatoire sur l'*a priori*  $\pi(X_s)$ ,  $s \in S^r$ , puis on simule le reste du graphe par propagation à l'aide de la matrice de transition  $a_{(n,m),k}$ . L'arbre est ensuite bruité à l'aide d'un bruit indépendant de type gaussienne généralisée sur chaque site du graphe afin d'obtenir l'observation  $Y$ , où les valeurs des paramètres de forme, de moyennes et de variances pour chaque classe sont choisis par l'utilisateur. Des résultats de segmentation sur des signaux simulés de cette façon sont donnés dans la section 4.

### 3. Probabilités *a posteriori* et estimation des paramètres du modèle

La factorisation de la loi complète de  $\mathbf{Z}$  donne accès aux lois *a posteriori* locales en temps sur  $\mathbf{X}$ . Ces lois sont nécessaires à la réestimation des paramètres, et permettront l'utilisation du critère MPM pour la prise de décision en chaque site. L'algorithme de réestimation choisi est l'ICE qui nécessite la connaissance des lois *a posteriori* en chaque site  $\xi_s = P(X_{s \in S} | \Upsilon_s)$ , et également des lois conjointes *a posteriori*  $\Phi_{s \in S \setminus S^r} = P(X_s, \mathbf{X}_{s-} | \Upsilon_s)$  et  $\Psi_{s-, s \in S \setminus S^r} = P(\mathbf{X}_{s-} | \Upsilon_s)$ , où  $\Upsilon_s$  est le champ d'observations relatif au sous-arbre local associé au couple  $\mathbf{X}_s$ . Ces lois sont calculées à l'aide d'une passe descendante et d'une passe ascendante sur chacun des sous-arbres du graphe  $G$ . Dans un premier temps, nous donnons le détail de ces équations. Nous reviendrons dans la section 3.2 sur la méthode de réestimation par l'algorithme ICE.

### 3.1. Probabilités a posteriori

Soit  $\{\mathbf{Y}_{\geq s}\}_{s \in S} \subset \Upsilon_s$  l'ensemble des observations attachées aux sites *formés* par le site  $s$  ( $Y_s$  inclus) sur l'arbre local associé au site  $s$  (appelées observations ascendantes), et  $\{\mathbf{Y}_{\leq s}\}_{s \in S} \subset \Upsilon_s$  l'ensemble des observations attachées aux sites à l'origine du site  $s$  sur l'arbre local associé au site  $s$  (appelées observations descendantes).  $\mathbf{X}_{s^-} = \{X_{sg^-}, X_{sd^-}\}$  est le couple *formant* à l'origine du couple  $\mathbf{X}_s = \{X_{sg}, X_{sd}\}$ . Dans la suite, on associe le couple de classe  $\{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2$  au couple  $\mathbf{X}_{s^-}$  et le couple de classe  $\{\omega_k, \omega_l\} \in \Omega^2$  au couple  $\mathbf{X}_s$ . Les lois de transition de  $\mathbf{X}_{s^-}$  vers  $X_{sg}$  et  $X_{sd}$  s'écrivent respectivement  $a_{(i,j)k}$  et  $a_{(i,j)l}$ .

• La passe descendante permet de calculer les probabilités partielles descendantes (de  $S^f$  vers  $S^r$ ) gauches et droites  $d_{sg^-} = P(x_{sg^-} = \omega_i, \mathbf{Y}_{\geq sg^-})$  et  $d_{sd^-} = P(x_{sd^-} = \omega_j, \mathbf{Y}_{\geq sd^-})$  pour chaque couple  $\mathbf{X}_{s^-}$ ,  $s \in S^{m+1,q}$ ,  $m \in \{r, \dots, f-1\}$ , avec  $q$  le paquet considéré à l'échelle  $m+1$ . Elle se calcule itérativement sur les échelles  $r \leq m \leq f-1$  de la façon suivante :

$$d_{sg^-}(i) = f_i^{(m,2q)}(y_{sg^-}) P(x_{sg^-}) \sum_{\{\omega_k, \omega_l, \omega_j\} \in \Omega^3} \frac{a_{(i,j)k} a_{(i,j)l}}{P(x_{sg}) P(x_{sd})} P(x_{sd^-}) d_{sg}(k) d_{sd}(l) \quad [8]$$

$$d_{sd^-}(j) = f_j^{(m,2q+1)}(y_{sd^-}) P(x_{sd^-}) \sum_{\{\omega_k, \omega_l, \omega_i\} \in \Omega^3} \frac{a_{(i,j)k} a_{(i,j)l}}{P(x_{sg}) P(x_{sd})} P(x_{sg^-}) d_{sg}(k) d_{sd}(l) \quad [9]$$

Où  $(m, 2q)$  et  $(m, 2q+1)$  sont les paquets *formants* du paquet *produit*  $(m+1, q)$ .

• De la même façon la passe ascendante permet de calculer itérativement les probabilités partielles ascendantes  $m_s = P(x_s, \mathbf{Y}_{\leq s})$  en chaque site  $s \in S^{(m,q)}$ , pour chaque paquet  $q$  dans les échelles  $r+1 \leq m \leq f$ :

$$m_s(k) = f_k^{(m,q)}(y_s) \sum_{\{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2} a_{(i,j)k} m_{sg^-}(i) m_{sd^-}(j) \quad [10]$$

• Ces passes nous permettent ensuite d'accéder aux lois *a posteriori* recherchées en passant par le calcul de la loi conjointe  $P(\{\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{X}_s\} = \{\omega_i, \omega_j, \omega_k, \omega_l\}, \Upsilon_s)$ ,  $s \in S \setminus S^r$ .

$$P(\{\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{X}_s\}, \Upsilon_s) = \frac{a_{(i,j)k} a_{(i,j)l}}{P(x_{sg}) P(x_{sd})} m_{sg^-}(i) m_{sd^-}(j) d_{sg}(k) d_{sd}(l) \quad [11]$$

Après normalisation et marginalisation de 11, on obtient aisément les lois *a posteriori*  $\xi_s$  en chaque site et les lois conjointes *a posteriori*  $\Phi_s$  et  $\Psi_{s^-}$ . Le détail des opérations permettant le calcul de 8, 9, 10 et 11, des lois *a priori* sur  $\mathbf{X}$  ainsi que le calcul des lois *a posteriori* est donné en annexe A.

### 3.2. Estimation des paramètres

Les paramètres à estimer sont les lois *a priori* pour la racine  $P(\mathbf{X}_{S^r})$ , la loi de transition  $a_{(i,j)k}$ , et les paramètres de l'attache aux données gaussienne généralisée, où les paramètres de moyennes  $M$ , de variances  $\Sigma$  et de forme  $A$  sont à estimer pour chaque classe  $\{\omega_1, \dots, \omega_K\} \in \Omega$  et pour chaque paquet  $p \in [0..N_p]$ , avec  $N_p = 2^{(f-r+1)} - 1$  le nombre de paquets considérés. On note  $\Theta = \{\Theta_L, \Theta_F\}$  l'ensemble des paramètres à estimer, avec  $\Theta_L = \{\Pi, a_{(i,j)k}\}$  les paramètres de loi sur  $\mathbf{X}$ , et  $\Theta_F = \{M, \Sigma, A\}$  les paramètres de l'attache aux données. L'estimation se fait à partir de la seule observation  $\mathbf{Y}$ . Après avoir initialisé ces paramètres, nous précisons le calcul à l'itération  $q$ , de  $\Theta^{q+1}$  à partir de  $\Theta^q$  et  $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$ . L'algorithme utilisé est l'ICE (Pieczynski, 1994 ; Provost *et al.*, 2004) : on se donne un estimateur de  $\Theta$  à partir des données complètes  $\widehat{\Theta}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ , et les itérations sont définies par  $\Theta^{[q+1]} = E_{\Theta^{[q]}}[\widehat{\Theta}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) | \mathbf{Y} = \mathbf{y}]$ . Cette espérance est calculable pour les paramètres de loi *a priori*  $\Theta_L$ , mais devient très complexe dans le cas du calcul des paramètres d'attache aux données  $\Theta_F$  pour la loi gaussienne généralisée. L'algorithme ICE propose alors de l'estimer par la fréquence empirique calculée sur une réalisation  $\mathbf{X} = \widehat{\mathbf{x}}^{[q]}$  obtenue à chaque itération  $q$  à partir des lois *a posteriori* estimées avec les paramètres courants  $\Theta^{[q]}$ . Si il est vrai que l'ICE ne possède pas de preuve de convergence, elle a néanmoins montré expérimentalement de bonnes performances sur des applications de traitement du signal (Pieczynski, 2008) et reste très appréciée dans les cas où une expression analytique pour l'estimation des hyperparamètres n'est pas disponible.

#### 3.2.1. Étape d'initialisation

- **Initialisation des lois *a priori***  $\Theta_L^{[0]} = \{\Pi^{[0]}, a_{(i,j)k}^{[0]}\}$  :

Les lois *a priori* à la racine  $\Pi = \{\pi_s(k)\}_{s \in S^r, k \in [1..K]}$  et la matrice de transition  $a_{(i,j)k}$  sont initialisés de façon déterministe par :

$$\pi_s^{[0]}(k) = \frac{1}{K}, \quad a_{(i,j)k}^{[0]} = \begin{cases} 0.95 & \text{si } i = j \text{ et } k = i \\ 0.05 & \text{si } i = j \text{ et } k \neq i \\ 0.5 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad [12]$$

- **Initialisation des paramètres d'attache aux données**  $\Theta_A^{[0]} = \{M^{[0]}, \Sigma^{[0]}, A^{[0]}\}$  :

Les paramètres de l'attache aux données pour la moyenne  $M = \{\mu_{p,k}\}_{p \in [0..N_p], k \in [1..K]}$  et la variance  $\Sigma = \{\sigma_{p,k}^2\}_{p \in [0..N_p], k \in [1..K]}$  sont estimés par un algorithme des  $K$ -moyennes sur les observations  $\mathbf{Y} = \mathbf{y}_{\mathbf{p}_{p \in [0..N_p]}}$  associées à chaque paquet  $p$ . Les paramètres de forme  $A$  sont uniformément initialisés à 2 dans chaque paquet et pour toutes les classes.

#### 3.2.2. Étape de Maximisation

- **Réestimation des lois *a priori***  $\Theta_L^{[q+1]}$  :

– **La loi *a priori*** pour les variables  $X_s$  à la racine  $S^r$  : la réestimation est simplement obtenue en utilisant les probabilités descendantes obtenues en chaque site de  $S^r$  avec les paramètres de l'itération  $q$  :



$$\pi_s^{[q+1]}(k) = d_s^{[q]}(k) \quad \forall s \in S^r \quad [13]$$

– **La loi de transition a priori** est réestimée à l'aide des lois de transition *a posteriori* calculées à l'itération  $q$  :

$$a_{(i,j),k}^{[q+1]} = \frac{\sum_{s \in S \setminus S^r} \Phi_s^{[q]}(i,j,k)}{\sum_{s \in S \setminus S^r} \Psi_s^{[q]}(i,j)} \quad [14]$$

• **Réestimation des paramètres de l'attache aux données**  $\Theta_F^{[q+1]}$  : Les paramètres de variance  $\sigma_{p,k}^2$  et de moyenne  $\mu_{p,k}$  sont à calculer pour chaque classe  $\omega_k$  et dans chaque paquet d'ondelettes  $p \in S_{p \in \{1..N_p\}}$  (ce qui fait  $3 \times N_p \times K$  paramètres à estimer). L'espérance de notre estimateur pour les paramètres d'attache aux données mène à des expressions complexes. L'ICE s'affranchit de ce problème en proposant une réestimation empirique de ces paramètres à partir d'un unique tirage  $\mathbf{X} = \widehat{\mathbf{x}}^{[q]}$  selon la loi de  $\mathbf{X}$  conditionnelle à  $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$ , ce dernier utilisant le paramètre courant  $\Theta^{[q]}$  (Provost *et al.*, 2004) :

– **Réestimation des moyennes**  $M^{[q+1]}$  :

$$\mu_{p,k}^{[q+1]} = \frac{\sum_{s \in I_{p,k}^{[q]}} y_s}{N_{p,k}} \quad [15]$$

– **Réestimation des variances**  $\Sigma^{[q+1]}$  :

$$\sigma_{p,k}^{2 [q+1]} = \frac{\sum_{s \in I_{p,k}^{[q]}} (y_s - \mu_{p,k}^{[q]})^2}{N_{p,k}} \quad [16]$$

Où  $I_{p,k}^{[q]} = \{s | s \in S^p, \hat{x}_s^{[q]} = \omega_k\}$ ,  $S^p$  l'ensemble des sites de  $S$  appartenant au paquet  $p$ , et  $N_{p,k} = \text{card}(I_{p,k}^{[q]})$  le cardinal de l'ensemble  $I_{p,k}^{[q]}$ .

– **La réestimation des paramètres de forme**  $A^{[q+1]}$  est solution de l'équation suivante (Provost *et al.*, 2004) :

$$\alpha_{p,k}^{[q+1]} + \phi(1/\alpha_k^{[q+1]}) + \log(\alpha_k^{[q+1]}/N_k) + \log(G_{\alpha_k^{[q+1]}}) - \alpha_k^{[q+1]} \frac{G'_{\alpha_k^{[q+1]}}}{G_{\alpha_k^{[q+1]}}} = 0$$

avec  $G_{\alpha_k^{[q+1]}} = \sum_{n \in I^k} |y_n - \mu_k^{[q+1]}|^{\alpha_k^{[q+1]}}$ ,  $G'_\alpha = \frac{\partial G_\alpha}{\partial \alpha}$  et  $\phi = \frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}$ .

La question de la convergence de l'algorithme d'estimation ICE a déjà été abordée dans d'autres travaux (Pieczyński, 2008 ; Provost *et al.*, 2004), notamment pour l'estimation du paramètre de forme  $\alpha$  de la gaussienne généralisée. Nous avons également effectué de nombreux tests de convergence de notre côté montrant le bon comportement de la méthode. Nous présentons ci-dessous quelques résultats sur des signaux synthétiques, puis une illustration sur des signaux réels.

## 4. Résultats sur des signaux synthétiques et réels

### 4.1. Validation sur signaux synthétiques

Nous présentons tout d'abord les résultats de notre méthode sur des signaux simulés. On trouvera les figures et tableaux associés dans l'annexe B. Nous émettons l'hypothèse que chaque classe est identiquement localisée dans chaque paquet traité, avec une largeur de bande d'étude réduite. Les probabilités de transition intra-classe pour nos signaux simulés sont donc égales à 1, les probabilités de transition entre classes différentes étant nulles. On a par ailleurs préservé la propriété de conservation de l'énergie d'une échelle à l'autre que l'on retrouve dans la décomposition en paquets d'ondelettes. Notre arbre d'analyse est associé à un sous-arbre de paquets d'ondelettes de profondeur 3 pour les échelles  $\{m, m+1, m+2\}$ , où on cherche à segmenter les deux paquets *formants*  $p_{g^-}$  et  $p_{d^-}$  à l'échelle  $(m+1)$  en bénéficiant de la précision temporelle du paquet *produit*  $p$  à l'échelle  $m$  et la précision fréquentielle des paquets racines de l'arbre, *formants* de  $p_{g^-}$  et  $p_{d^-}$ , et notés respectivement  $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}\}$  et  $\{p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$ . Cet arbre agit ainsi comme une fenêtre d'analyse où l'échelle supérieure  $m$  et inférieure  $m+2$  contribuent à la segmentation de l'échelle centrale  $m+1$ .

Nos signaux possèdent deux classes  $\omega_1$  et  $\omega_2$  bruitées par des bruits gaussiens généralisés de moyenne nulle, dont les variances  $\mathbf{v} = \{v^1, v^2\}$  et les paramètres de forme  $\alpha = \{\alpha^1, \alpha^2\}$  associés aux classes  $\{\omega_1, \omega_2\}$  sont donnés dans les tableaux 1, 4, 7, 10 et 13. Les signaux ainsi que nos résultats de segmentation sont présentés sur les figures [9-13], accompagnés de tableaux d'estimation des paramètres 2, 5, 8, 11 et 14 et de tableaux d'erreur 3, 6, 9, 12 et 15. Nous comparons notre méthode à une méthode de segmentation par Chaîne de Markov Caché à Bruit Indépendant (CMC-BI) avec loi gaussienne généralisée opérant sur chaque paquet d'ondelettes indépendamment et ayant déjà fait ses preuves dans le cas du traitement des sibillances (Le Cam *et al.*, 2009), afin de montrer l'intérêt d'une segmentation simultanée des différents paquets. En particulier ceci mettra en évidence les limites des chaînes de Markov dans le cas de la segmentation et la localisation précise de détails dans le signal.

On teste dans un premier temps nos deux méthodes sur deux signaux avec une répartition en énergie équitable entre sous-bandes fréquentielles d'une échelle à l'autre (paramètres de loi identiques dans les deux sous-bandes fréquentiels de l'échelle  $m+1$ , de même pour les quatre sous-bandes de l'échelle  $m+2$ ), avec un ratio d'énergie entre les classes  $\omega_1$  et  $\omega_2$  qui décroît d'un cas à l'autre. Pour les signaux de la figure 9, le ratio est de 11 dB. Les classes sont facilement reconnaissables à l'oeil nu et les résultats de segmentation sont bons dans les deux cas, avec un léger avantage au modèle CMC-BI. Le ratio est ensuite abaissé à 6.9 dB dans le cas de la figure 10, amenant à des erreurs de classification plus importantes dans le cas de la méthode de segmentation par chaîne, et un bon comportement de notre méthode de segmentation par arbre.

Dans les signaux simulés présentés sur les figures 11 et 12, nous avons réparti inégalement l'énergie entre les sous-bandes fréquentielles aux échelles  $m+1$  et  $m+2$ . Pour le signal de la figure 11, le ratio à l'échelle  $m$  est de 11 dB, et est respectivement de 6.9 dB et 13.9 dB dans les sous bandes fréquentielles inférieures

$w_{p_{g-}}$  et supérieures  $w_{p_{d-}}$  à l'échelle  $m + 1$ . Dans le cas de la figure 12, le ratio est de  $6.9 \text{ dB}$  à l'échelle  $m$ , et est respectivement de  $4.7 \text{ dB}$  et  $8.8 \text{ dB}$  dans les sous bandes fréquentielles inférieures  $w_{p_{g-}}$  et supérieures  $w_{p_{d-}}$ . On remarque d'emblée une faiblesse de l'algorithme de segmentation par chaîne de Markov dans le cas de la segmentation du paquet  $w_{p_{g-}}$  pour le cas de l'exemple de la figure 11, qui devient rédhibitoire dans le cas de l'exemple de la figure 12. La propriété de régularisation temporelle apportée par la méthode de segmentation par chaîne de Markov mènent à d'excellents résultats dans les cas où les variances d'une classe à l'autre sont suffisamment discriminantes, mais cette même propriété n'est pas adaptée lorsque les variances sont trop proches. Globalement, malgré les erreurs de classification d' au contexte difficile (bruit à variance discriminante), on montre ainsi que cette nouvelle méthode de segmentation par arbre est mieux adaptée à ce type de situation.

Un dernier cas où les classes sont présentes de façon non homogène dans le signal est traité figure 13, avec un ratio de  $11 \text{ dB}$  à l'échelle  $m$ , et respectivement de  $9.6 \text{ dB}$  et  $12.2 \text{ dB}$  dans les sous bandes fréquentielles  $w_{p_{g-}}$  et  $w_{p_{d-}}$ . Ce cas avantage encore la méthode de segmentation proposée au dépend de la méthode par chaîne de Markov (voir les taux d'erreurs du tableau 15 et l'estimation des paramètres tableau 14), en mettant notamment en évidence les faiblesses de cette dernière pour la segmentation de plages courtes à faible RSB.

#### 4.2. Analyse de signaux réels

Nous souhaitons appliquer notre méthode de segmentation aux cas de signaux pulmonaires dans le cadre de la détection précoce d'anormalités. Nous nous intéressons ici au cas de la détection de sons sibilants, apparaissant par exemple dans les maladies d'asthme. Nous travaillons en collaboration avec les Hôpitaux Universitaires de Strasbourg qui nous fournissent les sons respiratoires que nous analysons. Les données présentées ici ont été enregistrées au cours de test à la métacholine, tests visant à provoquer chez le patient une irritation des bronches par absorption d'un réactif approprié, dans le but de mesurer ses capacités ventilatoires. Nous disposons donc de sons associés à des personnes présentant une pathologie avérée, enregistrés pour des doses de réactifs inférieurs au seuil de crise reconnaissable à l'ouïe par le médecin. Sous ce seuil, la présence de sons anormaux de type sibilant est fortement probable, et c'est ce que nous avons cherché à mettre en évidence à l'aide de notre méthode de détection.

Nous présentons en annexe C figure 14 et 15 les résultats de segmentation obtenus sur deux sons, sélectionnés pour leur intérêt vis-à-vis de la méthode proposée, associés à deux patients ayant réagi positivement au test à la métacholine (réaction inflammatoire du patient). On s'attend à retrouver dans ces sons un signal s'écartant de la normalité. Les coefficients de paquet d'ondelettes associés à cette normalité peuvent être modélisés par une loi GG de paramètre de forme  $\alpha$  compris entre 1.5 et 2.2. Les coefficients associés aux sibilants peuvent être modélisés par une loi GG ayant un paramètre de forme supérieur à 2.5 (voir section 2.4).

La figure 14 présente un cas de sibilances noyées dans le bruit respiratoire et donc difficilement perceptibles. La bande fréquentielle d'observation est  $[250 - 500] \text{ Hz}$ , correspondant au paquet d'ondelettes  $q = 2$  à l'échelle 4, nommé ici paquet  $p$ . Les

paquets formants  $p_{g-}$  et  $p_{d-}$  correspondent aux paquets numéros  $q = 3$  et  $q = 4$  à l'échelle 5 dans l'arbre de décomposition en ondelettes, et couvrent respectivement les bandes  $[250 - 375]$  Hz et  $[375 - 500]$  Hz. Le résultat de segmentation obtenu fait ressortir plusieurs zones homogènes pour la classe  $\omega_2$ , traduisant la présence probable de sibilances enfouies dans le signal (Dans l'intervalle  $[200-350]$  pour le paquet  $p_{g-}$ ). Le paramètre de forme estimé (voir Tab. 16) associé au paquet  $p_{g-}$  pour la classe  $\omega_2$  est supérieur à 3 et traduit bien la présence probable d'anormalités dans ces zones, que l'on associera à une sibilance. On constate que les paramètres de loi estimés sur le paquet  $p_{d-}$  sont très proches d'une classe à l'autre et correspondent à ceux d'un son normal. Il n'y a vraisemblablement pas de répercussion de la sibilance dans cette bande de fréquence, la segmentation est guidée par la matrice de transition et est donc proche de celle observée pour le paquet  $p_{g-}$ . En marge de ces zones homogènes, on observe divers *sauts* dans les résultats de segmentation, dû au caractère bruité du signal analysé. On gagne donc en finesse de segmentation par rapport aux chaînes de Markov, mais elle présente en revanche une vulnérabilité plus grande au bruit. Nous exposons en conclusion nos perspectives de recherche pour améliorer ce point.

La figure 15 présente un cas moins bruité mais tout aussi peu perceptible du fait du masquage fréquentielle dû aux bandes fréquentielles basses. Le paquet  $p$  observé couvre la bande fréquentielle  $[500 - 750]$  Hz, correspondant au paquet numéro  $q = 3$  à l'échelle 4. Les caractéristiques fréquentielles de l'anormalité évolue au cours du temps comme le montre les résultats de segmentation des paquets de coefficients  $p_{g-}$  et  $p_{d-}$ . Il est d'abord plus marqué dans le cas du paquet  $p_{g-}$  correspondant à la bande fréquentielle  $[500 - 625]$  Hz, avant de s'atténuer dans cette bande pour apparaître dans la bande  $[625 - 750]$  Hz associée au paquet  $p_{d-}$ . Ces informations de coefficients de paquets d'ondelettes, mieux définies dans les sous-bandes fréquentielles aide à la segmentation globale du sibilant dans la bande total d'observation  $[500 - 750]$  Hz où on observe dans ce cas des coefficients associés aux sibilants moins marqués.

À ce jour, sur les 12 sons en notre possession liés au test à la métacholine ayant abouti à une réaction positive, notre algorithme a mis évidence une classe *anormale* pour 11 d'entre eux. Nous constatons de ce fait des résultats cohérents par rapport à nos précédents travaux (Le Cam *et al.*, 2009), venant confirmer les hypothèses émises jusqu'ici sur le caractère discriminant du paramètre de forme  $\alpha$  et nous encourageant à pousser nos recherches dans cette voie, notamment vers une validation de la méthode sur une base de signaux plus large en collaboration avec les médecins. En outre, un nombre de tests conséquent (de l'ordre de la centaine de sons testés) sur des cas non pathologiques ont donné des estimations de paramètres de forme  $\alpha$  équivalent à un son respiratoire normal ( $1.5 \leq \alpha \leq 2.2$ ), montrant la cohérence de ce procédé d'identification de sons sibilants.

## 5. Conclusion

Nous avons présenté un nouvel arbre de Markov adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes, permettant de prendre en compte la dépendance des coefficients d'ondelettes d'échelle en échelle, et de modéliser ainsi la diffusion des caractéristiques

statistiques des coefficients entre bandes fréquentielles voisines pour diverses résolutions. Ce modèle nous a permis de développer une méthode de segmentation originale, respectueuse des détails présents dans le signal de par son caractère local, induit par le calcul des probabilités *a posteriori* relatif à des sous-arbres locaux en temps et sélectif en fréquence. La méthode a été validée sur des signaux synthétiques et les résultats ont été comparés avec une méthode par chaîne de Markov (CMC-BI), montrant l'apport de la méthode dans le cadre de la détection de signatures localement atypiques et d'anormalités enfouies. Une application sur des signaux réels est ensuite présentée, où nous montrons la capacité de notre méthode à détecter des sibilances peu perceptibles par le médecin dans le son pulmonaire.

En adaptant les modélisations d'attache aux données et les modélisations entre les variables cachées et observées, nous avons bon espoir que notre méthode par arbre de Markov adapté à la décomposition en paquets d'ondelettes puisse être appliquée dans des domaines variés pour la détection de signaux transitoires, comme par exemple pour la détection de signaux transitoires sous-marins, la restauration de signaux de télécommunication, ou encore pour d'autres applications biomédicales. Pour ce faire, nous souhaitons enrichir notre modélisation par une prise en compte plus riche des dépendances entre les variables du problème, par utilisation des modèles de Markov couple par exemple (Monfrini *et al.*, 2003), ou encore par l'introduction de la théorie des copules permettant de gérer des attaches aux données multivariées.

### Remerciements

*Nous tenons à remercier le professeur Emmanuel Andrès des Hôpitaux Universitaires de Strasbourg, coordinateur du projet ASAP (Analyse de Sons d'Auscultation et de Pathologies [2007-2010]) dans lequel ces travaux s'inscrivent, pour son implication, ses conseils, et son aide précieuse pour la collecte des sons pulmonaires. Nous remercions également le professeur Anne Charloux des Hôpitaux Universitaires de Strasbourg ainsi que son équipe qui nous ont fourni les sons associés à la pathologie de l'asthme, et les connaissances sémiologiques sur lesquelles se basent nos recherches.*

*Nous remercions également la région Alsace (financement partiel d'une thèse) ainsi que l'ANR ASAP pour le financement de ces travaux de recherche.*

### Bibliographie

- Akay M., Mello C. (1997), « Wavelets for biomedical signal processing », *Engineering in Medicine and Biology society, 1997. Proceedings of the 19th Annual International Conference of the IEEE*, vol. 6.
- Bahoura M., Pelletier C. (2004a), « Respiratory sounds classification using cepstral analysis and Gaussian mixture models », *Engineering in Medicine and Biology Society, 2004. EMBC 2004. Conference Proceedings. 26th Annual International Conference of the*.
- Bahoura M., Pelletier C. (2004b), « Respiratory sounds classification using Gaussian mixture models », *Electrical and Computer Engineering, 2004. Canadian Conference on*.

- Buccigrossi R., Simoncelli E. (1999), « Image compression via joint statistical characterization in the wavelet domain », *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol. 8, n° 12, p. 1688-1701.
- Choi H., Baraniuk R. (2001), « Multiscale image segmentation using wavelet-domain hidden markov models », *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol. 10, n° 9, p. 1309-1321.
- Choi H., Hendricks B., Baraniuk R. (1999), « Analysis of multiscale texture segmentation using wavelet-domain hidden Markov models », *Signals, Systems, and Computers, 1999. Conference Record of the Thirty-Third Asilomar Conference on*, vol. 2.
- Chou K., Golden S., Willisky A. (1993), « Multiresolution stochastic models, data fusion, and wavelet transforms », *Signal Processing*, vol. 34, n° 3, p. 257-282.
- Coifman R. R., Wickerhauser M. V.(1992), « Entropy-Based Algorithms for Best Basis Selection », *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 38, n° 2, p. 713-718.
- Crouse M., Baraniuk R. (1997), « Contextual hidden Markov models for wavelet-domain signal processing », *Signals, Systems & Computers, 1997. Conference Record of the Thirty-First Asi-lomar Conference on*, vol. 1.
- Crouse M., Nowak R., Baraniuk R. (1998), « Wavelet-based statistical signal processing using hidden markov models », *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 46, n° 4, p. 886-902.
- Dasgupta N., Runkle P., Couchman L., Carin L. (2001), « Dual hidden Markov model for characterizing wavelet coefficients from multi-aspect scattering data », *Signal Processing*, vol. 81, n° 6, p. 1303-1316.
- Daubechies I. (1992), « Ten lectures on wavelets », *Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, PA, USA*, vol. , p. 357.
- Fan G., Xia X. (2000), « Improved hidden Markov models in the wavelet-domain », *IEEE transactions on signal processing*, vol. 49, n° 1, p. 115-120.
- Fan G., Xia X. (2001), « Image Denoising Using a Local Contextual Hidden Markov Model in the Wavelet Domain », *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 8, n° 5, p. 125-128.
- Fan G., Xia X. (2003), « Wavelet-based texture analysis and synthesis using hidden Markov models », *Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on [see also Circuits and Systems I : Regular Papers, IEEE Transactions on]*, vol. 50, n° 1, p. 106-120.
- Fieguth P., Karl W., Willisky A., Wunsch C. (1995), « Multiresolution optimal interpolation and statistical analysis of TOPEX/POSEIDONSatellite altimetry », *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 33, n° 2, p. 280-292.
- Graffigne C., Heitz F., Perez P., Preteux F., Sigelle M., Zerubia J. (1995), « Hierarchical Markov random field models applied to image analysis : a review », *Proceedings of SPIE*, vol. 2568, SPIE, p. 2.
- Homs-Corbera A., Fiz J., Morera J., Jane R. (2004), « Time-frequency detection and analysis of wheezes during forced exhalation », *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, vol. 51, n° 1, p. 182-186.
- Homs-Corbera A., Jane R., Fiz J., Morera J. (2000), « Algorithm for time-frequency detection and analysis of wheezes », *Engineering in Medicine and Biology Society, 2000. Proceedings of the 22nd Annual International Conference of the IEEE*.
- Huang J., Box F., Providence R., Mumford D. (1999), « Statistics of Natural Images and Models », *1999 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE).

- Ichir M., Mohammad-Djafari A. (2006), « Hidden Markov Models for Wavelet-Based Blind Source Separation », *IEEE Transactions On Image Processing*, vol. 15, n° 7, p. 1887.
- Kahya Y., Yerer S., Cerid O (2001)., « A wavelet-based instrument for detection of crackles in pulmonary sounds », *Engineering in Medicine and Biology Society, 2001. IEEE-EMBS.*, vol. 4, p. 3175-3178.
- Lauritzen S. (1996), *Graphical Models*, Oxford University Press, USA.
- Le Cam S., Belghith A., Collet C., Salzenstein F. (2009), « Wheezing Sounds Detection Using Multivariate Gaussian Distributions », *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009. ICASSP 2009. IEEE International Conference on*.
- Le Cam S., Collet C., Salzenstein F. (2008), « Acoustical respiratory signal analysis and phase detection », *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2008. ICASSP 2008. IEEE International Conference on*, vol. , p. 3629-3632.
- Lovejoy S., Schertzer D. (2006), « Multifractals, cloud radiances and rain », *Journal of Hydrology*, vol. 322, n° 1-4, p. 59-88.
- Lucke H. (1996), « Which stochastic models allow Baum-Welch training ? », *IEEE transactions on signal processing*, vol. 44, n° 11, p. 2746-2756.
- Ma Y., Tian Y., Zhang J. (2007), « Wavelet-Domain Image Denoising Using Contextual Hidden Markov Tree Model », *Automation and Logistics, 2007 IEEE International Conference on*, p. 2617-2621.
- Mallat S. (1998), *A wavelet tour of signal processing*, Academic Press.
- Molla S., Torresani B. (2005), « An hybrid audio scheme using hidden Markov models of waveforms », *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 18, n° 2, p. 137-166.
- Monfrini E., Lecomte J., Desbouvries F., Pieczynski W. (2003), « Image and signal restoration using pairwise Markov trees », *Statistical Signal Processing, 2003 IEEE Workshop on*, p. 174-177.
- Pieczynski W. (1994), « Champs de Markov cachés et estimation conditionnelle itérative », *Traitement du Signal*, vol. 11, n° 2, p. 141-153.
- Pieczynski W. (2002), « Arbres de Markov Couple - Pairwise Markov Trees », *CR Acad. Sci. Paris, Ser. I*, vol. 335, p. 79-82.
- Pieczynski W (2008)., « Sur la convergence de l'estimation conditionnelle itérative », *Comptes Rendus Mathématique*, vol. 346, n° 7-8, p. 457-460.
- Provost J., Collet C., Rostaing P., Pérez P., Bouthemy P. (2004), « Hierarchical Markovian segmentation of multispectral images for the reconstruction of water depth maps », *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 93, n° 2, p. 155-174.
- Qiu Y., Whittaker A., Lucas M., Anderson K. (2005), « Automatic wheeze detection based on auditory modelling », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H : Journal of Engineering in Medicine*, vol. 219, n° 3, p. 219-227.
- Rajpoot N. (2002), « Texture Classification Using Discriminant Wavelet Packet Subbands », *Proceedings of the IEEE Midwest Symposium On Circuits And Systems*, vol. 45, Lida Ray Technologies inc.
- Reynolds D., Rose R. (1995), « Robust text-independent speaker identification using Gaussian mixture speaker models », *Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on*, vol. 3, n° 1, p. 72-83.

- Sarikaya R., Pellom B., Hansen J. (1998), « Wavelet Packet Transform Features with Application to Speaker Identification », *Third IEEE Nordic Signal Processing Symposium*, ISCA.
- Singh B., Tiwari A. (2006), « Optimal selection of wavelet basis function applied to ECG signal denoising », *Digital Signal Processing*, vol. 16, n° 3, p. 275-287.
- Sovijarvi A., Malmberg L., Charbonneau G., Vanderschoot J., Dalmasso F., Sacco C., Rossi M., Earis J. (2000), « Characteristics of breath sounds and adventitious respiratory sounds », *Eur Respir Rev*, vol. 10, n° 77, p. 591-596.
- Srinivasan P., Jamieson L. (1998), « High-quality audio compression using an adaptive wavelet packet decomposition and psychoacoustic modeling », *Signal Processing, IEEE Transactions on [see also Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions on]*, vol. 46, n° 4, p. 1085-1093.
- Sun Q., Gou S., Jiao L. (2004), « A New Approach to Unsupervised Image Segmentation Based on Wavelet-Domain Hidden Markov Tree Models », *Lecture Notes In Computer Science*, vol., p. 41-48.
- Sun Q., Hou B., Jiao L. (2005a), « Automatic Texture Segmentation Based on Wavelet-Domain Hidden Markov Tree », *Lecture Notes In Computer Science*, vol. 3773, p. 470.
- Sun Q., Sha Y., Gao X., Hou B., Jiao L. (2005b), « A Fully Unsupervised Image Segmentation Algorithm Based on Wavelet-Domain Hidden Markov Tree Models », *Lecture Notes In Computer Science*, vol. 3708, p. 507.
- Sun W., Palazoglu A., Romagnoli J. (2003), « Detecting abnormal process trends by wavelet-domain hidden Markov models », *AIChE Journal*, vol. 49, n° 1, p. 140-150.
- Taplidou S., Hadjileontiadis L., Kitsas I., Panoulas K., Penzel T., Gross V., Panas S. (2004), « On Applying Continuous Wavelet Transform in Wheeze Analysis », *Engineering in Medicine and Biology Society, 2004. EMBC 2004. Conference Proceedings. 26th Annual International Conference of the*.
- Wainwright M., Simoncelli E., Willsky A. (2001), « Random Cascades on Wavelet Trees and Their Use in Analyzing and Modeling Natural Images », *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 11, n° 1, p. 89-123.
- Waris M., Helistöa P., Haltsonena S., Saarinenb A., Sovijärvi A. (1998), « A new method for automatic wheeze detection », *Technology and Health Care*, vol. 6, n° 1, p. 33-40.
- Wickerhauser M. (1994), *Adapted Wavelet Analysis : From Theory to Software*, Wellesley (Mass.).
- Willsky A. (2002), « Multiresolution Markov models for signal and image processing », *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, n° 8, p. 1396-1458.
- Wunsch C., Stammer D. (1995), « The global frequency-wavenumber spectrum of oceanic variability estimated from TOPEX/POSEIDON altimetric measurements », *Journal of Geophysical Research*, vol. 100, n° C12, p. 24895-24910.



## Annexes

### A. Calcul des lois *a posteriori*

L'algorithme d'estimation des paramètres sur le graphe proposé nécessite une passe descendante ainsi qu'une passe ascendante avant une étape de mutualisation, nous permettant d'accéder à la loi conjointe *a posteriori* du quadruplet  $\{\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{X}_s\}$ . Une marginalisation de cette loi donne accès aux lois *a posteriori* en chaque site  $\xi_s \forall s \in S \setminus S^r$ .

Dans la suite, le couple de classe  $\{\omega_k, \omega_l\}$  est affecté au couple *produit*  $\mathbf{X}_s$  et le couple de classes  $\{\omega_i, \omega_j\}$  est affecté au couple *formant*  $\mathbf{X}_{s^-}$ . Pour alléger les notations, ces égalités sont parfois implicites dans les équations ci-dessous. Pour commencer, donnons l'expression des probabilités *a priori* en chaque site de l'arbre, utiles pour la réalisation de la passe descendante :

La loi *a priori* en chaque site de l'arbre est propagée à l'aide de la loi de transition à partir de l'*a priori* à la racine  $\pi_s(k) = P(x_s = \omega_k)$ ,  $s \in S^r$  :

$$P(x_s = \omega_k)_{s \in S \setminus S^r} = \sum_{\{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2} a_{(i,j)k} P(\mathbf{X}_{s^-} = \{\omega_i, \omega_j\})$$

L'hypothèse d'indépendance d'une bande fréquentielle à l'autre pour une même échelle implique  $P(\mathbf{X}_{s^-}) = P(x_{sg^-})P(x_{sd^-})$ , ce qui donne :

$$P(x_s = \omega_k)_{s \in S \setminus S^r} = \sum_{\{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2} a_{(i,j)k} P(x_{sg^-} = \omega_i)P(x_{sd^-} = \omega_j) \quad [17]$$

#### A.1. Passe descendante

Il s'agit du calcul des probabilités conjointes  $d_s(k) = P(x_s = \omega_k, \mathbf{Y}_{\geq s})$  en chaque site  $s \in S$ . On commence par les calculer à l'échelle feuille  $f$ , puis on remonte itérativement jusqu'aux racines du graphe  $S^r$  :

- À l'échelle  $f$  :

$$\forall s \in S^{(f,q)}, P(x_s = \omega_i, Y_s = y_s) = \frac{f_i^{(f,q)}(y_s)P(x_s = \omega_i)}{\sum_{\omega_j \in \Omega} f_j^{(f,q)}(y_s)P(x_s = \omega_j)} \quad [18]$$

- Itération descendante pour le couple *formant*  $\mathbf{X}_{s^-} = \{x_{sg^-}, x_{sd^-}\}$  associé au couple *produit*  $\mathbf{X}_s$ , avec  $s \in S^{(m+1,q)}$ ,  $m \in \{r, \dots, f-1\}$  et  $q$  le paquet considéré à l'échelle  $m+1$  (précisons que les deux paquets *formants* associé au paquet *produit*  $q$  à l'échelle  $m+1$  sont les paquets  $2q$  et  $2q+1$  à l'échelle  $m$ ) :

$$\begin{aligned} d_{sg^-}(i) &= P(x_{sg^-}, \mathbf{Y}_{\geq sg^-}) & [19] \\ &= \sum_{\{\omega_k, \omega_l, \omega^j\} \in \Omega^3} P(\mathbf{X}_{s^-}, y_{sg^-}, \mathbf{X}_s, \mathbf{Y}_{\geq sg^-}) \\ &= \sum_{\{\omega_k, \omega_l, \omega^j\} \in \Omega^3} P(x_{sg}, \mathbf{Y}_{\geq sg} | \mathbf{X}_{s^-}) P(x_{sd}, \mathbf{Y}_{\geq sd} | \mathbf{X}_{s^-}) P(\mathbf{X}_{s^-}, y_{sg^-}) \end{aligned}$$

avec  $\mathbf{Y}_{\geq s} = \{\mathbf{Y}_{\geq sg}, \mathbf{Y}_{\geq sd}\}$ . On peut écrire :

$$\begin{aligned}
 P(x_{sg}, \mathbf{Y}_{\geq sg} | \mathbf{X}_{s^-}) &= P(\mathbf{Y}_{\geq sg} | x_{sg}) P(x_{sg} | \mathbf{X}_{s^-}) \\
 &\stackrel{\text{Bayes}}{=} a_{(i,j)k} \frac{d_{sg}(k)}{P(x_{sg})} \\
 P(x_{sd}, \mathbf{Y}_{\geq sd} | \mathbf{X}_{s^-}) &= a_{(i,j)l} \frac{d_{sd}(l)}{P(x_{sd})}
 \end{aligned} \tag{20}$$

avec  $d_{sg}(k) = P(x_{sg} = \omega_k, \mathbf{Y}_{\geq sg})$ ,  $d_{sd}(l) = P(x_{sd} = \omega_l, \mathbf{Y}_{\geq sd})$   
 et  $P(\mathbf{X}_{s^-}, y_{sg^-}) = f_i^{(m,2q)}(y_{sg^-}) P(x_{sg^-}) P(x_{sd^-})$ . Ce qui donne :

$$d_{sg^-}(i) = f_i^{(m,2q)}(y_{sg^-}) P(x_{sg^-}) \sum_{\{\omega_k, \omega_l, \omega_j\} \in \Omega^3} \frac{a_{(i,j)k} a_{(i,j)l}}{P(x_{sg}) P(x_{sd})} P(x_{sd^-}) d_{sg}(k) d_{sd}(l) \tag{21}$$

De la même façon on a la probabilité ascendantes sur le singletons *formant* droit  $d_{sd^-}(j)$  :

$$d_{sd^-}(j) = f_j^{(m,2q+1)}(y_{sd^-}) P(x_{sd^-}) \sum_{\{\omega_k, \omega_l, \omega_j\} \in \Omega^3} \frac{a_{(i,j)k} a_{(i,j)l}}{P(x_{sg}) P(x_{sd})} P(x_{sg^-}) d_{sg}(k) d_{sd}(l) \tag{22}$$

### A.2. Passe ascendante

La passe ascendante permet de calculer les probabilités en chaque site  $x_s$  connaissant les observations descendantes  $\mathbf{Y}_{\leq s}$ . On commence par les calculer à l'échelle  $r$ , puis on monte itérativement jusqu'aux feuilles  $S^f$  du graphe  $G$  :

- On retrouve l'équation (18) pour les sites  $s \in S^r$ .
- Itérations ascendantes  $m_s(k) = P(x_s = \omega_k, \mathbf{Y}_{\leq s})$ ,  $s \in S^{(m,q)}$ ,  $m \in \{r + 1, \dots, f\}$  où  $q$  est le numéro du paquet considéré à l'échelle  $m$  :

$$\begin{aligned}
 m_s(k) &= \sum_{\{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2} P(x_s, y_s, \mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{Y}_{\leq s^-}) \\
 &= \sum_{\{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2} P(x_s, y_s | \mathbf{X}_{s^-}) P(\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{Y}_{\leq s^-})
 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Avec } P(\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{Y}_{\leq s^-}) &= P(x_{sg^-}, \mathbf{Y}_{\leq sg^-}) P(x_{sd^-}, \mathbf{Y}_{\leq sd^-}) \\
 &= m_{sg^-}(i) m_{sd^-}(j)
 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\text{et } P(x_s, y_s | \mathbf{X}_{s^-}) = a_{(i,j)k} f_k^{(m,q)}(y_s) \tag{25}$$

$$\text{D'où } m_s(k) = f_k^{(m,q)}(y_s) \sum_{\{\omega_i, \omega_j\} \in \Omega^2} a_{(i,j)k} m_{sg^-}(i) m_{sd^-}(j) \tag{26}$$

### A.3. Calcul des lois a posteriori

On note  $\Upsilon_s$  l'ensemble du champ d'observation sur l'arbre local associé au couple  $\mathbf{X}_s, s \in S \setminus S^r$ . Les lois *a posteriori* se déduisent par marginalisation de la densité conjointe  $P(\{\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{X}_s\}, \Upsilon_s)_{s \in S \setminus S^r}$  obtenue à l'aide des passes descendantes (21) et ascendantes (10) :

$$P(\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{X}_s, \Upsilon_s) = P(\mathbf{X}_s, \mathbf{Y}_{\geq s} | \mathbf{X}_{s^-}) P(\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{Y}_{\leq s^-})$$

$$\stackrel{(20, 24)}{=} \frac{a(i,j)k a(i,j)l}{P(x_{sg}) P(x_{sd})} m_{sg^-}(i) m_{sd^-}(j) d_{sg}(k) d_{sd}(l) \quad [27]$$

En normalisant (27) par  $\sum_{\{\omega_i, \omega_j, \omega_k, \omega_l\} \in \Omega^4} P(\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{X}_s, \Upsilon_s)$  on obtient alors la densité conjointe *a posteriori*  $P(\mathbf{X}_{s^-}, \mathbf{X}_s | \Upsilon_s)$ .

- La loi conjointe *a posteriori*  $\Phi_s$  en chaque site de  $S \setminus S^r$  est donnée par :

$$\Phi_{sg}(i, j, k) = \sum_{\omega_l \in \Omega} P(\mathbf{X}_{s^-} = \{\omega_i, \omega_j\}, \mathbf{X}_s = \{\omega_k, \omega_l\} | \Upsilon_s) \quad [28]$$

$$\Phi_{sd}(i, j, l) = \sum_{\omega_k \in \Omega} P(\mathbf{X}_{s^-} = \{\omega_i, \omega_j\}, \mathbf{X}_s = \{\omega_k, \omega_l\} | \Upsilon_s) \quad [29]$$

- La loi couple *a posteriori*  $\Psi_{s^-} = P(\mathbf{X}_{s^-} | \Upsilon_s)$  pour chaque couple  $\mathbf{X}_{s^-}, s \in S \setminus S^r$  est donnée par :

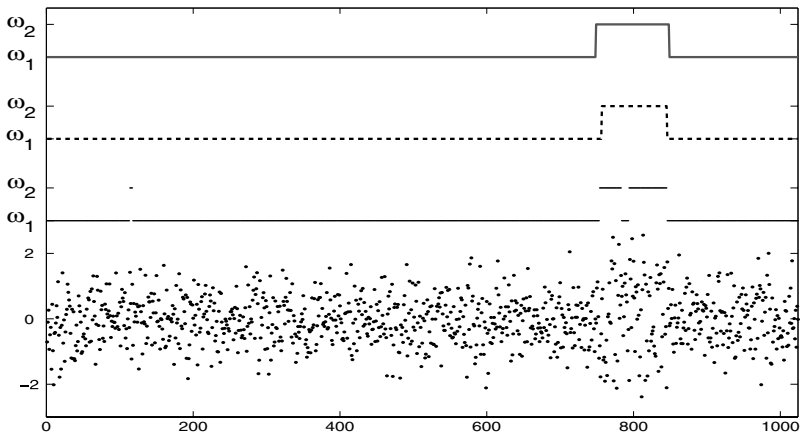
$$\Psi_{s^-}(i, j) = \sum_{\{\omega_k, \omega_l\} \in \Omega^2} P(\mathbf{X}_{s^-} = \{\omega_i, \omega_j\}, \mathbf{X}_s = \{\omega_k, \omega_l\} | \Upsilon_s) \quad [30]$$

- La loi *a posteriori*  $\xi_s(i) = P(X_s = \omega_i | \Upsilon_s)$  en chaque site  $s$  de  $S \setminus S^r$  est donnée par :

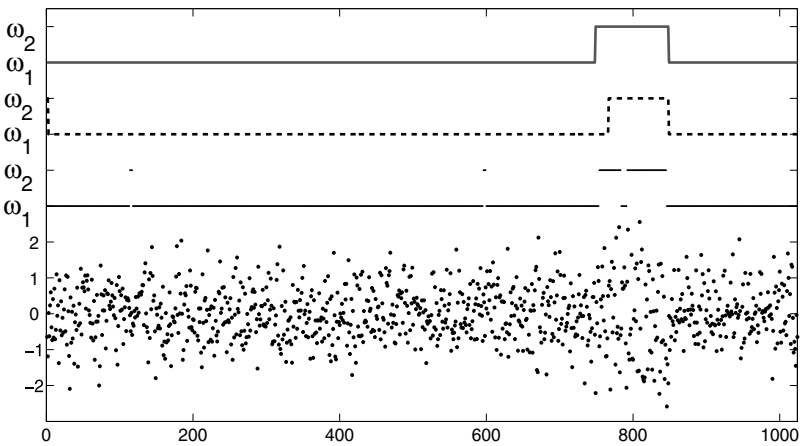
$$\xi_{sg}(k) = \sum_{\{\omega_i, \omega_j, \omega_l\} \in \Omega^3} P(\mathbf{X}_{s^-} = \{\omega_i, \omega_j\}, \mathbf{X}_s = \{\omega_k, \omega_l\} | \Upsilon_s) \quad [31]$$

$$\text{et } \xi_{sd}(l) = \sum_{\{\omega_i, \omega_j, \omega_k\} \in \Omega^3} P(\mathbf{X}_{s^-} = \{\omega_i, \omega_j\}, \mathbf{X}_s = \{\omega_k, \omega_l\} | \Upsilon_s) \quad [32]$$

**B. Segmentation sur signaux synthétiques**



(a)



(b)

*Figure 9. Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant  $p_g$ - et (b) paquet formant  $p_d$ -. La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI*

Tableau 1. Paramètres de simulation (variance  $v^i$  et paramètre de forme  $\alpha^i$  pour la classe  $\omega_i$ ) associés au paquet produit  $p$ , aux paquets centraux formants  $\{p_{g-}, p_{d-}\}$ , et aux quatres paquets racines  $\{p_{gg-}, p_{gd-}, p_{dg-}, p_{dd-}\}$

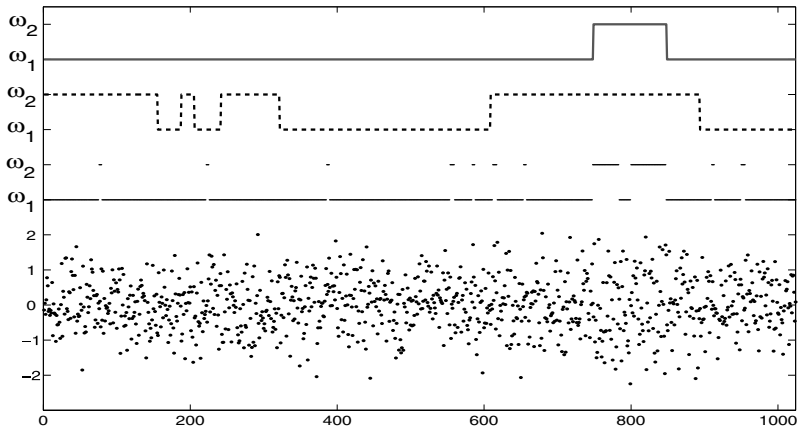
paramètres	$p$	$p_{g-}$	$p_{d-}$	$p_{gg-}$	$p_{gd-}$	$p_{dg-}$	$p_{dd-}$
$v^1$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\alpha^1$	2	2	2	2	2	2	2
$v^2$	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
$\alpha^2$	5	5	5	5	5	5	5

Tableau 2. Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance  $v_p^i$  et paramètre de forme  $\alpha_p^i$  pour la classe  $\omega_i$  et le paquet  $p$ ) pour les paquets centraux  $\{p_{g-}, p_{d-}\}$  associés à la figure 9

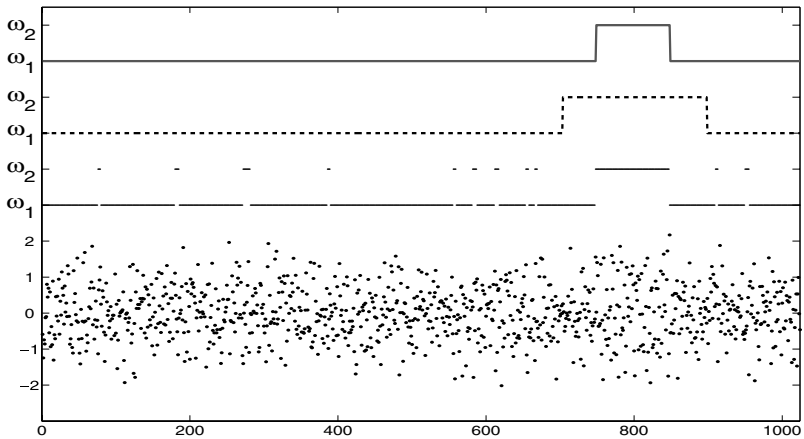
paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g-}}^1$	0.5	0.5	0.5	$v_{p_{g-}}^2$	1.5	1.53	1.57
$\alpha_{p_{g-}}^1$	2	2.05	2.05	$\alpha_{p_{g-}}^2$	5	5.44	5.46
$v_{p_{d-}}^1$	0.5	0.49	0.5	$v_{p_{d-}}^2$	1.5	1.50	1.5
$\alpha_{p_{d-}}^1$	2	2.01	1.98	$\alpha_{p_{d-}}^2$	5	6.22	4.64

Tableau 3. Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 9

	CMC	AMCwp
$w_{p_{g-}}$	1.8%	2.4%
$w_{p_{d-}}$	2%	2.2%
moyenne :	1.9%	2.3%



(a)



(b)

Figure 10. Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant  $p_g^-$  et (b) paquet formant  $p_d^-$ . La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI

Tableau 4. Paramètres de simulation (variance  $v^i$  et paramètre de forme  $\alpha^i$  pour la classe  $\omega_i$ ) associés au paquet produit  $p$ , aux paquets centraux formants  $\{p_{g-}, p_{d-}\}$ , et aux quatres paquets racines  $\{p_{gg-}, p_{gd-}, p_{dg-}, p_{dd-}\}$

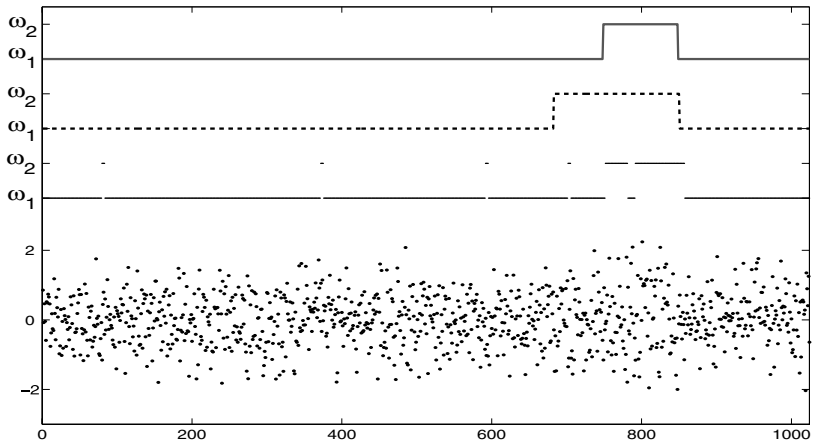
paramètres	$p$	$p_{g-}$	$p_{d-}$	$p_{gg-}$	$p_{gd-}$	$p_{dg-}$	$p_{dd-}$
$v^1$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\alpha^1$	2	2	2	2	2	2	2
$v^2$	1	1	1	1	1	1	1
$\alpha^2$	5	5	5	5	5	5	5

Tableau 5. Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance  $v_p^i$  et paramètre de forme  $\alpha_p^i$  pour la classe  $\omega_i$  et le paquet  $p$ ) pour les paquets centraux  $\{p_{g-}, p_{d-}\}$  associés à la figure 10

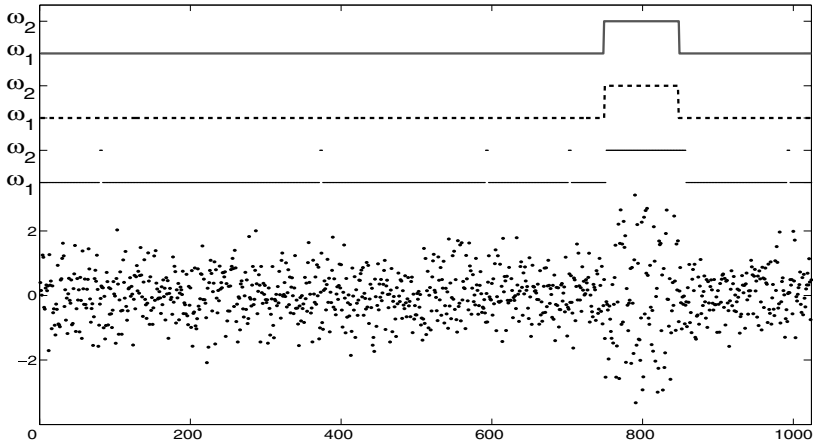
paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g-}}^1$	0.5	0.49	0.49	$v_{p_{g-}}^2$	1	0.60	0.79
$\alpha_{p_{g-}}^1$	2	2.02	1.91	$\alpha_{p_{g-}}^2$	5	2.17	7.1
$v_{p_{d-}}^1$	0.5	0.48	0.52	$v_{p_{d-}}^2$	1	0.80	0.97
$\alpha_{p_{d-}}^1$	2	2.05	2.0	$\alpha_{p_{d-}}^2$	5	2.24	4.2

Tableau 6. Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 10

	CMC	AMCwp
$w_{p_{g-}}$	42%	6.3%
$w_{p_{d-}}$	9.3%	5.8%
moyenne	25.7%	6.0%



(a)



(b)

Figure 11. Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant  $p_g$  et (b) paquet formant  $p_d$ . La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI



Tableau 7. Paramètres de simulation (variance  $v^i$  et paramètre de forme  $\alpha^i$  pour la classe  $\omega_i$ ) associés au paquet produit  $p$ , aux paquets centraux formants  $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$ , et aux quatres paquets racines  $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}, p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$

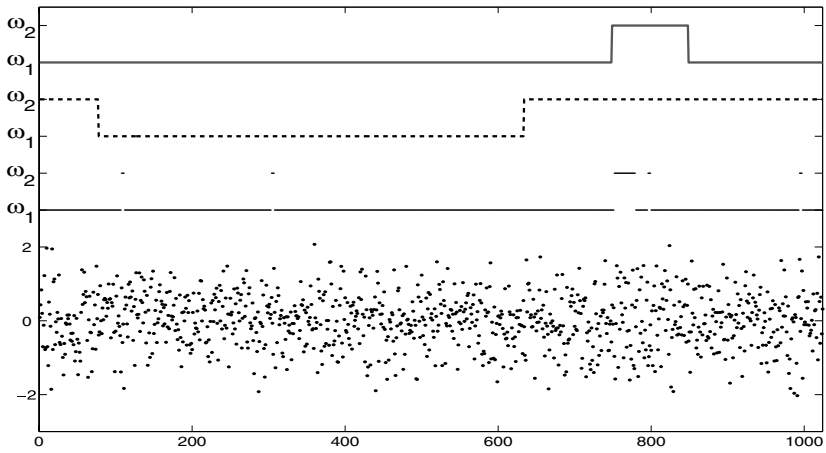
paramètres	$p$	$p_{g^-}$	$p_{d^-}$	$p_{gg^-}$	$p_{gd^-}$	$p_{dg^-}$	$p_{dd^-}$
$v^1$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\alpha^1$	2	2	2	2	2	2	2
$v^2$	1.5	1	2	0.8	1.2	1.8	2.2
$\alpha^2$	5	4	6	4	4	6	6

Tableau 8. Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance  $v_p^i$  et paramètre de forme  $\alpha_p^i$  pour la classe  $\omega_i$  et le paquet  $p$ ) pour les paquets centraux  $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$  associés à la figure 11

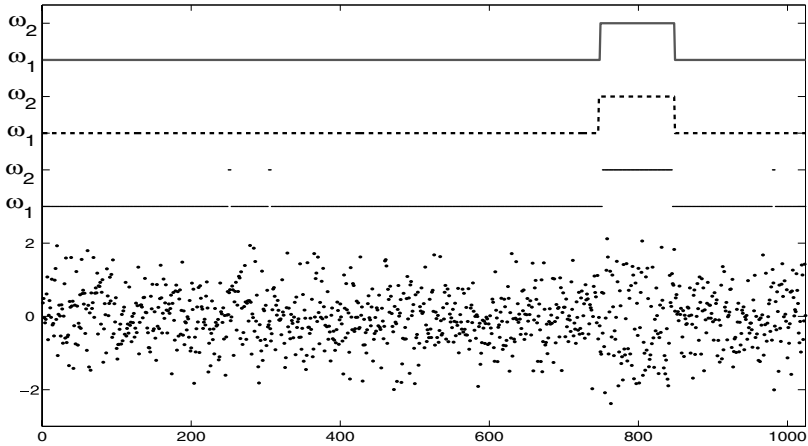
paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g^-}}^1$	0.5	0.48	0.55	$v_{p_{g^-}}^2$	1	0.75	0.95
$\alpha_{p_{g^-}}^1$	2	2.01	2.05	$\alpha_{p_{g^-}}^2$	4	2.64	4.5
$v_{p_{d^-}}^1$	0.5	0.50	0.51	$v_{p_{d^-}}^2$	2	2.05	1.97
$\alpha_{p_{d^-}}^1$	2	1.99	1.98	$\alpha_{p_{d^-}}^2$	6	6.72	6.38

Tableau 9. Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 11

	CMC	AMCwp
$w_{p_{g^-}}$	6.64%	3.71%
$w_{p_{d^-}}$	0.2%	3.13%
moyenne	3.33%	3.42%



(a)



(b)

Figure 12. Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant  $p_g$  et (b) paquet formant  $p_d$ . La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI

Tableau 10. Paramètres de simulation (variance  $v^i$  et paramètre de forme  $\alpha^i$  pour la classe  $\omega_i$ ) associés au paquet produit  $p$ , aux paquets centraux formants  $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$ , et aux quatres paquets racines  $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}, p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$

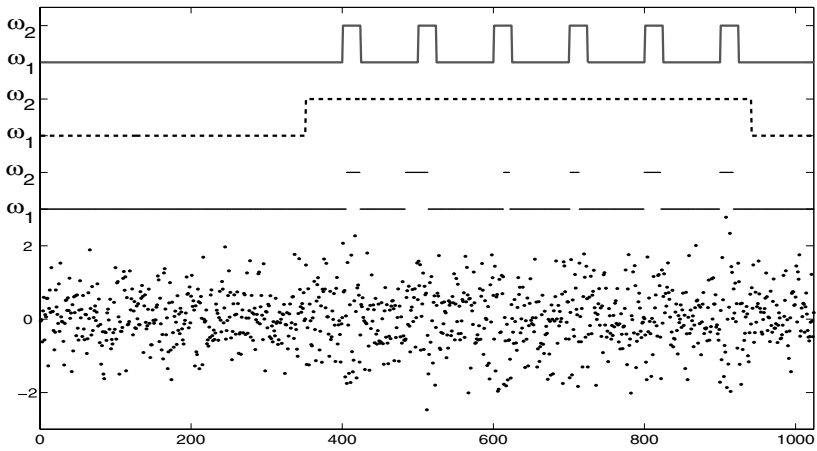
paramètres	$p$	$p_{g^-}$	$p_{d^-}$	$p_{gg^-}$	$p_{gd^-}$	$p_{dg^-}$	$p_{dd^-}$
$v^1$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\alpha^1$	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
$v^2$	1	0.8	1.2	0.6	1	1	1.4
$\alpha^2$	5	4	5	4	4	5	5

Tableau 11. Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance  $v_p^i$  et paramètre de forme  $\alpha_p^i$  pour la classe  $\omega_i$  et le paquet  $p$ ) pour les paquets centraux  $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$  associés à la figure 12

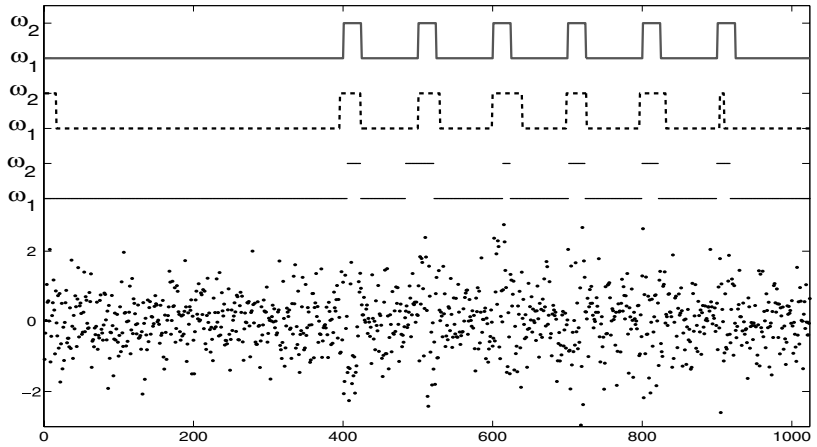
paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g^-}}^1$	0.5	0.46	0.51	$v_{p_{g^-}}^2$	0.8	0.60	0.93
$\alpha_{p_{g^-}}^1$	1.8	1.85	1.80	$\alpha_{p_{g^-}}^2$	4	2.1	10.85
$v_{p_{d^-}}^1$	0.5	0.50	0.51	$v_{p_{d^-}}^2$	1.2	1.06	1.18
$\alpha_{p_{d^-}}^1$	1.8	1.80	1.86	$\alpha_{p_{d^-}}^2$	5	4.57	5.08

Tableau 12. Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 12

	CMC	AMCwp
$w_{p_{g^-}}$	35.9%	7.81%
$w_{p_{d^-}}$	0.2%	1.76%
moyenne	18.1%	4.78%



(a)



(b)

Figure 13. Résultats de segmentation sur des signaux synthétiques. (a) paquet formant  $p_g$  et (b) paquet formant  $p_d$ . La vérité-terrain est donnée au haut de chaque figure en trait plein rouge et les coefficients de paquets d'ondelettes sont représentés par des points. Le signal en tiret représente le résultat de segmentation par le modèle CMC-BI, et en trait plein noir celui obtenu par le modèle AMCwp-BI

Tableau 13. Paramètres de simulation (variance  $v^i$  et paramètre de forme  $\alpha^i$  pour la classe  $\omega_i$ ) associés au paquet produit  $p$ , aux paquets centraux formants  $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$ , et aux quatres paquets racines  $\{p_{gg^-}, p_{gd^-}, p_{dg^-}, p_{dd^-}\}$

paramètres	$p$	$p_{g^-}$	$p_{d^-}$	$p_{gg^-}$	$p_{gd^-}$	$p_{dg^-}$	$p_{dd^-}$
$v^1$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\alpha^1$	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
$v^2$	1.5	1.3	1.7	1.1	1.5	1.5	1.9
$\alpha^2$	4	4	4	4	4	4	4

Tableau 14. Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance  $v_p^i$  et paramètre de forme  $\alpha_p^i$  pour la classe  $\omega_i$  et le paquet  $p$ ) pour les paquets centraux  $\{p_{g^-}, p_{d^-}\}$  associés à la figure 13

paramètres	Simulé	CMC	AMCwp	paramètres	Simulé	CMC	AMCwp
$v_{p_{g^-}}^1$	0.5	0.46	0.51	$v_{p_{g^-}}^2$	0.8	0.60	0.93
$\alpha_{p_{g^-}}^1$	1.8	1.85	1.80	$\alpha_{p_{g^-}}^2$	4	2.1	10.85
$v_{p_{d^-}}^1$	0.5	0.50	0.51	$v_{p_{d^-}}^2$	1.2	1.06	1.18
$\alpha_{p_{d^-}}^1$	1.8	1.80	1.86	$\alpha_{p_{d^-}}^2$	5	4.57	5.08

Tableau 15. Taux d'erreur de segmentation associé à la figure 13

	CMC	AMCwp
$\mathbf{w}_{p_{g^-}}$	44%	6.03%
$\mathbf{w}_{p_{d^-}}$	7.3%	6.01%
moyenne	25.7%	6.02%

**C. Résultats sur des signaux pulmonaires : application à la détection de sibilances à faible amplitude**

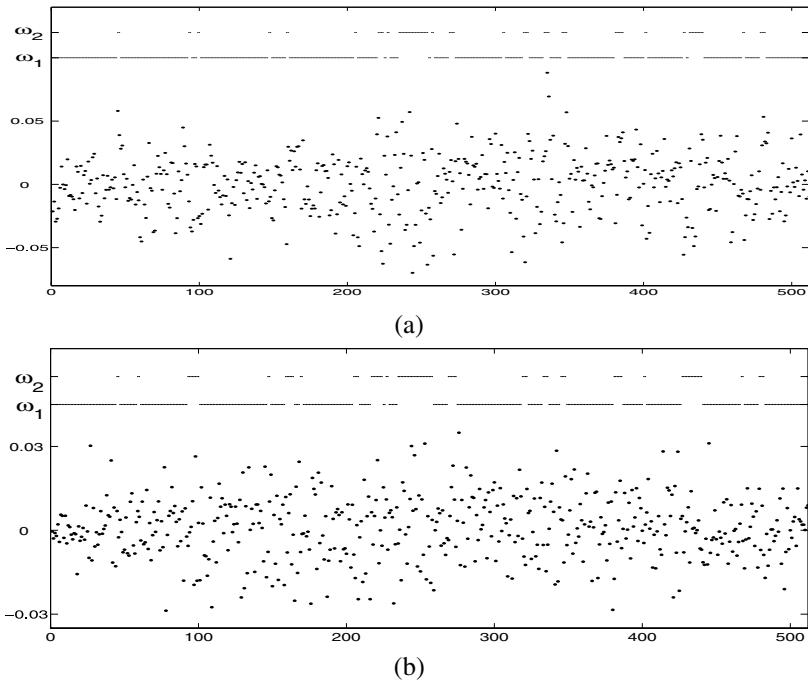


Figure 14. Paquets d’ondelettes associés a la décomposition d’un signal pulmonaire réel et segmentation par le modèle AMCwp-BI. (a) paquet formant  $p_{g-}$ , numéro  $q = 3$  à l’échelle  $m = 5$  ([250 – 375] Hz) et (b) paquet formant  $p_{d-}$ , numéro  $q = 4$  à l’échelle  $m = 5$  ([375 – 500] Hz)

Tableau 16. Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance  $v^i$  et paramètre de forme  $\alpha^i$  pour la classe  $\omega_i$ ) pour les paquets formants centraux  $\{p_{g-}, p_{d-}\}$  associés à la figure 14

	Paquet $p_{g-}$	Paquet $p_{d-}$
$v^1 (10^{-3})$	0.37	0.12
$\alpha^1$	2.14	1.76
$v^2 (10^{-3})$	1.40	0.13
$\alpha^2$	4.44	2.04

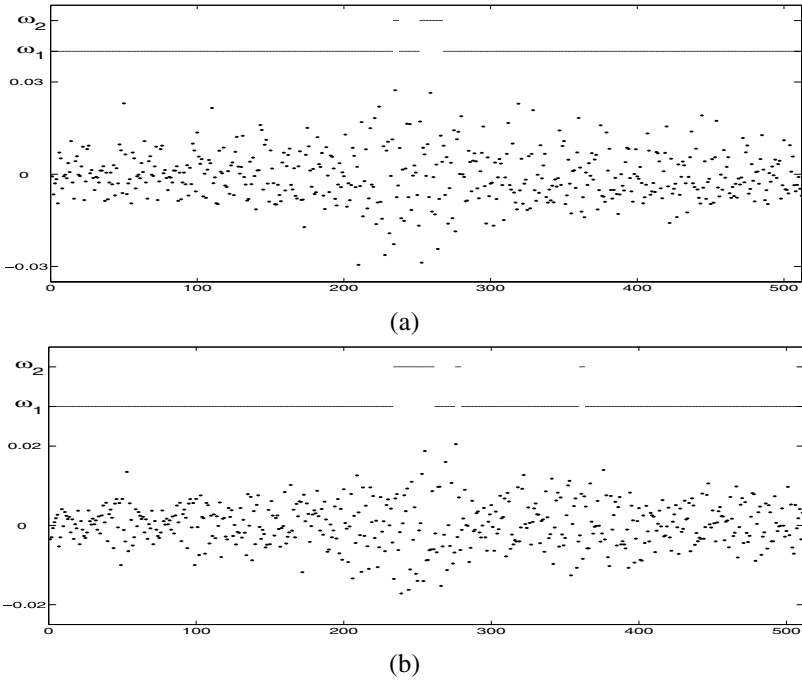


Figure 15. Paquets d'ondelettes associés à la décomposition d'un signal pulmonaire réel et segmentation par le modèle AMCwp-BI. (a) paquet formant  $p_{g-}$ , numéro  $q = 5$  à l'échelle  $m = 5$  ( $[500 - 625]$  Hz) et (b) paquet formant  $p_{d-}$ , numéro  $q = 6$  à l'échelle  $m = 5$  ( $[625 - 750]$  Hz)

Tableau 17. Paramètres de la loi gaussienne généralisée (variance  $v^i$  et paramètre de forme  $\alpha^i$  pour la classe  $\omega_i$ ) pour les paquets formants centraux  $\{p_{g-}, p_{d-}\}$  associés à la figure 15

	Paquet $p_{g-}$	Paquet $p_{d-}$
$v^1 (10^{-3})$	0.0614	0.0262
$\alpha^1$	1.83	2.14
$v^2 (10^{-3})$	0.2407	0.0977
$\alpha^2$	3.66	4.1



**Steven Le Cam** est titulaire du Master Signal Tramp Image (STI) de l'université de Rennes 1 (2006), et du Diplôme d'Ingénieur en Electronique et Informatique Industrielle (EII) de l'École Nationale Supérieure de Science Appliquées et de Technologie (ENSSAT) de Lannion (2006). Il a poursuivi par un doctorat au sein du LSIT (Université de Strasbourg), dans l'équipe Modèle, Image et Vision. Son travail de thèse a porté sur l'analyse, l'identification et la caractérisation de signaux pulmonaires par des approches bayésiennes et markoviennes. Il a été affecté en septembre 2010 à l'équipe Ingénierie Pour la Santé (IPS) du CRAN en qualité de maître de conférences, où il va poursuivre ses activités de recherche sur le traitement de signaux biomédicaux.



**Christophe Collet** a soutenu son Habilitation à diriger des Recherches en 2000 à l'Université de Bretagne Occidentale et a été nommé Professeur à l'École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg en 2001. Il poursuit actuellement ses activités de recherche au sein du LSIT UMR CNRS 7005 dans l'équipe Modèles, Images, Vision, où il est responsable du thème PASEO « Probabilistic Analysis of Space and Earth Observations » et de l'axe « imagerie physique multivariée ». Ses travaux concernent la segmentation et la classification hiérarchique multi-images (imagerie médicale multimodale, imagerie astronomique hyper et ultra spectrale), l'inférence bayésienne, l'estimation robuste, les modélisations markoviennes sur données hétérogènes massives.



**Fabien Salzenstein** est né à Nice. Il a obtenu en 1990 le diplôme d'ingénieur de l'École Nationale Supérieure des Télécommunications de Brest, spécialisé en télécommunications. Il a travaillé pour le département de contrôle du trafic aérien à Thomson CSF, France. En 1996, il a obtenu un doctorat de l'université de Rennes 1 dans le domaine du traitement de l'image. Il est actuellement maître de conférences en électronique à l'Université de Strasbourg. Ses travaux se situent dans le domaine du traitement d'images astronomiques par des modèles de Markov flous, des méthodes d'analyse temps/fréquence et de fusion de données.