

# Filtrage conjoint de la phase interférométrique et de l'amplitude en imagerie radar par champs de Markov et coupes minimales

## Joint filtering of SAR amplitude and interferometric phase with graph-cuts

Loïc Denis<sup>1</sup>, Florence Tupin<sup>2</sup>, Jérôme Darbon<sup>3</sup> et Marc Sigelle<sup>2</sup>

<sup>1</sup>École Supérieure de Chimie Physique Électronique de Lyon et Laboratoire Hubert Curien, CNRS UMR 5516, St-Étienne,

<sup>2</sup>Télécom ParisTech, CNRS UMR 5141, Paris, France,

<sup>3</sup>Department of Mathematics of UCLA, Los Angeles, USA,

Manuscrit reçu le 4 janvier 2008

### Résumé et mots clés

L'imagerie radar à ouverture synthétique (SAR), comme d'autres modalités d'imagerie cohérente, souffre de la présence du chatoiement (speckle). Cette perturbation rend difficile l'interprétation automatique des images et le filtrage est souvent une étape nécessaire à l'utilisation d'algorithmes de traitement d'images classiques. De nombreuses approches ont été proposées pour filtrer les images corrompues par un bruit de chatoiement. La modélisation par champs de Markov (CdM) fournit un cadre adapté pour exprimer à la fois les contraintes sur l'attache aux données et les propriétés désirées sur l'image filtrée. Dans ce contexte la minimisation de la variation totale a été abondamment utilisée afin de limiter les oscillations dans l'image régularisée tout en préservant les bords.

Le bruit de chatoiement suit une distribution de probabilité à queue lourde et la formulation par CdM conduit à un problème de minimisation mettant en jeu des attaches aux données non-convexes. Une telle minimisation peut être obtenue par une approche d'optimisation combinatoire en calculant des coupures minimales de graphes. Bien que cette optimisation puisse être menée en théorie, ce type d'approche ne peut être appliqué en pratique sur les images de grande taille rencontrées dans les applications de télédétection à cause de leur grande consommation de mémoire. Le temps de calcul des algorithmes de minimisation approchée (en particulier  $\alpha$ -extension) est généralement trop élevé quand la régularisation jointe de plusieurs images est considérée.

Nous montrons qu'une solution satisfaisante peut être obtenue, en quelques itérations, en menant une exploration de l'espace de recherche avec de grands pas. Cette dernière est réalisée en utilisant des techniques de coupures minimales. Cet algorithme est appliqué pour régulariser de manière jointe à la fois l'amplitude et la phase interférométrique d'images SAR en milieu urbain.

Régularisation, radar à synthèse d'ouverture, coupure minimale de graphe, optimisation.

### Abstract and key words

Like other coherent imaging modalities, synthetic aperture radar (SAR) images suffer from speckle noise. The presence of this noise makes the automatic interpretation of images a challenging task and noise reduction is often a prerequisite for successful use of classical image processing algorithms.

Numerous approaches have been proposed to filter speckle noise. Markov Random Field (MRF) modelization provides a convenient way to express both data fidelity constraints and desirable properties of the filtered image. In this context, total variation minimization has been extensively used to constrain the oscillations in the regularized image while preserving its edges.

Speckle noise follows heavy-tailed distributions, and the MRF formulation leads to a minimization problem involving non-convex log-likelihood terms. Such a minimization can be performed efficiently by computing minimum cuts on weighted graphs. Due to memory constraints, exact minimization, although theoretically possible, is not achievable on large images required by remote sensing applications. The computational burden of the state-of-the-art algorithm for approximate minimization (namely the  $\alpha$ -expansion) is too heavy specially when considering joint regularization of several images.

We show that a satisfying solution can be reached, in few iterations, by performing a graph-cut based combinatorial exploration of large trial moves. This algorithm is applied to joint regularization of the amplitude and interferometric phase in urban area SAR images.

## I. Introduction

Several new SAR satellite sensors have been launched recently. They provide large datasets for urban monitoring. We are interested in this paper in filtering SAR images for the purpose of building delineation to perform 3D reconstruction. Radar images suffer from speckle noise, which is a heavy tail multiplicative noise.

Many filters have been proposed in the last twenty years and they can be classified in two categories: filters without explicit scene modeling based on Minimum Mean Square Error, and those with the explicit assumption of a scene distribution based on Maximum A Posteriori (MAP) or Maximum Likelihood criterion.

The first family contains the famous Lee [35], Kuan [34], and Frost [19] filters. More recent papers work in the wavelet domain [1]. In the second family, scene distribution hypothesis have lead to different filtering: Gaussian [33], Gamma [40], Fisher [42]. More elaborated models assuming that the scene is a Gaussian Markov random field [53] or establishing the probability density functions of the wavelet coefficients to do MAP filtering [18] have been developed. Two reviews with comparisons and improvements of many SAR filters can be found in [38] and [51].

The second family is based on a Markovian framework, which makes it possible to take into account both local non stationarity, specially the presence of edges, and a data acquisition model. Generally, the filtering corresponds to the computation of the MAP estimator. It consists of the minimization of an energy combining two types of information: a data driven term and a regularization term [22]. The first one is given by the physical mechanisms of radar processing. The second one reflects our knowledge about the reality of the imaged scene (also called "prior" term in the following). In the case of urban areas, many sharp discontinuities exist either in the amplitude image or in the interferometric one. A great interest has been given recently to the minimization of total variation (TV) [12], [15], [41], [44], [45] due to its edge preserving behavior while still leading to a convex optimization problem. Various multiplicative noise models using Total Variation have been proposed [2], [17], [49].

One of the main limitations to Markov Random Fields (MRF) in image processing was the optimization step. Although simulated annealing [22] has excellent theoretical performances, in practice, the computational burden might be very heavy. Deterministic approaches such as Iterated Conditional Modes [4] often converges toward a local minimum which can be far away from the exact solution. Thanks to graph-cut methods, i.e., computation of a s-t minimum cut or by duality a maximum flow in a graph, exact *discrete* optimization schemes have been developed in some specific cases. The contributions of the paper are the following: we propose a new fast algorithm for SAR scene reflectivity restoration and also for the joint regularization of amplitude and interferometric phase images. We have chosen to consider TV prior which is well adapted for urban areas. As will be seen in the next part, the data driven term is not convex. In this case, either [16] or [27] could provide exact optimization algorithms but at the price of a huge memory space due to the graph size. The  $\alpha$ -expansion algorithm of [8] could also provide an approximate solution, but with a quite heavy computational burden. A new algorithm is presented providing a *fast* and *approximate* solution and able to deal with joint regularization of amplitude and phase image. The graph is of similar size to the one used to perform  $\alpha$ -expansions, but based on a different principle. The obtained local minimum has been found satisfying in different practical cases.

Empirical studies have shown that the minimum is very close to the global minimum computed by [16] with a great improvement of the needed memory space and of computation time.

## II. MRF model

Given an observed image  $u$ , a Bayesian analysis using the MAP criterion consists of finding a restored image  $\hat{u}$  that maximizes  $p(\hat{u}|u) \propto p(u|\hat{u})p(\hat{u})$ , which corresponds under the assumption of Markovianity of  $\hat{u}$  and with some independence assumption on  $u$  conditionally to  $\hat{u}$  ( $P(u|\hat{u}) = \prod_s P(u_s|\hat{u}_s)$ ) to the minimization problem of equation 1. The amplitude of SAR images follows a Nakagami distribution (equation 2), leading to the non-convex data term illustrated on figure 1. The data term being not convex, minimization problem 1 can have many local minima and therefore be difficult to minimize.

The interferometric phase is considered as normally distributed with a spatially variant standard deviation (equation 4) that depends on the interferometric coherence  $\rho_s$ .

The prior model considered derives from the well known total variation (also sometimes called L1) recalled in equation 6. A separate regularization of SAR amplitude and interferometric phase would consist of independently minimizing the energies 7 and 8. As edges most often lead to discontinuities in both the amplitude and phase images, it is natural to try to jointly regularize amplitude and phase. We used a prior based on the "max" operator (equation 9) to favor co-location of edges in both images. The energy minimized is given in equation 10.

Shadow areas are processed differently as no interferometric phase information is available in these regions. The idea is to use a non-symmetrical prior to force the phase to stay at ground level rather than interpolating the heights between the top of a structure and the ground.

The energy minimization problem is non-smooth and non-convex. It is therefore not easy to handle. We suggest an algorithm in section III to perform efficiently an approximate minimization.

## III. Proposed algorithm

Graph-cut algorithms recently received a lot of attention as they provide a way to explore large (exponentially large) sets of candidate solutions. Under some conditions, they provide the global minimum. In the case of non convex data term, the cost in terms of memory requirements and computation time is too large for remote sensing applications (the number of nodes in the graph equals the product of the number of pixels by the number of graylevels). We suggest in this section an approximate algorithm that starts from an initial (constant) image, and then performs "large moves" by allowing a pixel value to either remain unchanged or its value be increased (or decreased) by a fixed step.

We show in section III-A that the restriction of the minimization problem to images that are one move away (equation 11) can be exactly solved by computing a minimum cut on a graph. The graph, depicted on figure 2, is built following the method of [32]. The arc capacities are defined in section III-B.

The complete algorithm is given in section III-C: it consists of solving a sequence of subproblems of the form (11) for decreasing step sizes. Compared to the state of the art  $\alpha$ -expansion algorithm, the proposed algorithm requires three orders of magnitude less minimum cut computations to perform joint amplitude and phase regularization.

An important issue of minimization problems is hyper-parameter tuning. We used the analysis of the L-curve which gives a value of the hyperparameter that balances under and over-regularization.

## IV. Experiments and algorithm comparison

Table II compares the performance of 3 classical speckle removal filters with the proposed method. The processed image consists of 4 homogeneous regions and is displayed on figure 3. The bias, standard deviation and mean squared error are displayed on table II. Like many denoising procedure, a balance between bias and variance must be found depending on the application needs. The proposed regularization can produce an image with very low variance at the cost of a slight loss of contrast (negative bias). This loss of contrast has been previously studied in the literature (see [50]).

The L-curve computed for  $\beta$  values in the range  $[0, 1.2]$  is displayed in figure 4. The two ends of the L-curve correspond to  $\beta = 0$  (no regularization) and  $\beta \geq \beta_{lim}$  for which the regularized image is constant. We have used the triangle method described in [9] to find automatically the value of  $\beta_{opt}$ . Three regularized images were computed for  $\beta$

values respectively less (sub-figure 1, under-regularized), equal (sub-figure 2) or greater (sub figure 3, over-regularized) than  $\beta_{opt}$ .

Section IV-B presents some results of the joint regularization of high-resolution interferometric SAR images on two datasets: a  $1200 \times 1200$  pixels region of interest from Toulouse city, France (figure 5), and a  $1024 \times 682$  pixels region of interest from Saint-Paul sur Mer, France (figure 7).

From the regularized images shown, it can be noticed that the noise has been efficiently reduced both in amplitude and phase images. The sharp transitions in the phase image that correspond to man-made structures are well preserved. Joint regularization gives more precise contours than independent regularization as they are co-located from the phase and amplitude images. Small objects also tend to be better preserved by joint-regularization as illustrated in figure 6 which shows an excerpt of a portion of streets with several aligned streetlights visible as brighter dots (higher reflectivity as well as higher altitude).

## V. Conclusion

Speckle noise can be effectively reduced in SAR images with a Markov Random Field approach. TV minimization results in smoothed homogeneous regions while preserving sharp transitions. The Markovian formulation provides a convenient way to incorporate priors and to perform joint regularization. We have shown on real data that this can help to prevent over-regularization effects of objects that are visible in different images (such as amplitude and interferometric phase). Moreover, the contours of the jointly regularized images are more precise as all information is merged. We derived a minimization algorithm suitable for (joint) regularization of large images.

The quality of the results could be improved for 3D urban modeling by introducing more elaborated prior knowledge in combination with contextual interpretation of the urban scene. Other priors could also help reducing the loss of contrast observed on the regularized images.

Regularization, synthetic aperture radar, graph-cut, optimization

## Remerciements

**Les auteurs tiennent à remercier le CNES, en particulier C. Tison pour leur support financier et scientifique, ainsi que l'Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales et la Délégation Générale pour l'Armement pour la mise à disposition des données.**

**Ils souhaitent également remercier les relecteurs anonymes pour leurs corrections et suggestions.**

# 1. Introduction

Il existe à l'heure actuelle de nombreux capteurs radar (EnviSat, Radarsat, ALOS ...) acquérant un nombre croissant de données. La popularité de ces capteurs est liée à leur capacité tout temps, combinée à leur potentiel interférométrique et polarimétrique. Les données interférométriques, qui sont des images de différence de phase, donnent des informations d'altitude ou de mouvement. Le lancement de nouveaux capteurs avec des résolutions accrues en 2007 (TerraSAR-X [47] et CosmoSkyMed [39]) ouvrent de nouveaux champs applicatifs. En particulier, le calcul de Modèles Numériques de Surface (MNS) devient accessible avec des images interférométriques de résolution métrique, en particulier lorsque des configurations en tandem seront disponibles. Ces nouvelles données contribueront à

l'étude du milieu urbain et à la gestion de son développement par les agences gouvernementales à des fins de préservation de l'environnement, ou la prévention de risques. Si d'autres capteurs peuvent fournir des MNS sur d'autres parties du globe, en revanche pour les zones tropicales où la couverture nuageuse est très importante, les données SAR devraient se révéler déterminantes.

Néanmoins, les images SAR sont difficiles à interpréter, non seulement par des algorithmes automatiques de traitement d'images, mais également par des photo-interprètes. C'est principalement dû à deux spécificités du système radar: tout d'abord, le radar est un système d'imagerie cohérente sujet au phénomène de speckle; deuxièmement, en raison de la propagation des ondes électromagnétiques, les images sont échantillonnées en distance ce qui conduit à de sévères distorsions.

Le chatoiement est lié à l'interférence des ondes réfléchies par

plusieurs réflecteurs élémentaires dans une cellule de résolution. Bien qu'il ait été beaucoup étudié et qu'il soit bien modélisé dans des cas particuliers [23], [28], [30], sa réduction reste l'un des enjeux majeurs dans le traitement des images radar. Plusieurs méthodes de filtrage ont été proposées dans les 20 dernières années qui peuvent être classées en deux catégories : les filtres sans modélisation explicite de la scène s'appuyant sur une minimisation de l'erreur quadratique moyenne, et ceux faisant l'hypothèse d'une distribution de la scène sous-jacente et exploitant des critères de *Maximum A Posteriori*.

La première famille contient le fameux filtre de Lee [35], celui de Kuan [34], ou encore celui de Frost [19]. Plus récemment, des travaux s'appuyant sur les ondelettes ont été proposés [1]. Dans la seconde famille, le choix de distributions pour la scène conduit à différents filtres : Gaussien [33], Gamma [40], Fisher [42]. Des modèles plus élaborés faisant l'hypothèse d'une distribution markovienne gaussienne de la scène [18] ou établissant la distribution des coefficients en ondelettes pour faire un filtrage MAP [53] ont été développés.

Indépendamment de la formule de filtrage proprement dite, le problème de l'estimation des paramètres reste un point crucial. En effet, le nombre d'échantillons doit être aussi grand que possible, tandis que la contrainte de stationnarité locale doit être vérifiée à l'intérieur de la fenêtre d'analyse. Pour résoudre ce dilemme, plusieurs approches ont été proposées : détection des contours dans la fenêtre d'analyse [36], stratégie de croissance de régions [43], [52], [54], détection de primitives (point, ligne, contour) [40]. Deux revues très complètes et proposant des améliorations de différents filtres peuvent être trouvées dans [38] et [51].

Un des intérêts principaux du cadre markovien est sa capacité à prendre en compte de façon simultanée la non-stationnarité locale, en particulier la présence de contours, et un modèle d'acquisition de données. Généralement le filtrage correspond au calcul d'un estimateur au sens du MAP qui consiste en la minimisation d'une énergie combinant deux types d'informations : un terme de fidélité aux données et un terme de régularisation [22]. Le premier est donné par les mécanismes physiques d'acquisition des images radar. Le second reflète notre connaissance sur la réalité de la scène imagée (aussi appelé *a priori* dans la suite). Dans le cas des scènes urbaines, il existe des discontinuités franches, aussi bien en termes de hauteur des objets que dans les types de matériaux de construction. Cette réalité se traduit par des discontinuités dans les données d'amplitude et de phase interférométrique. Plusieurs modèles ont été explorés pour prendre en compte les discontinuités présentes dans les images. Il y a la famille des processus bords explicites [11], [22], et celle des fonctions de régularisation bien choisies qui préservent naturellement les discontinuités [6], [21]. Plus récemment depuis l'article [48], un grand intérêt a été porté à la minimisation de la variation totale (TV) [12], [15], [41], [44], [45], qui présente l'avantage de préserver les contours tout en conduisant à un problème convexe d'optimisation. Plusieurs modèles de bruit multiplicatif utilisant TV ont été proposés [2], [17], [49].

En réalité le choix de la fonction de régularisation est intimement lié au problème d'optimisation. En effet, l'une des limitations principales à l'utilisation des modèles markoviens en traitement d'images est l'étape d'optimisation. Bien que le recuit simulé ait d'excellentes performances théoriques [22], en pratique, le temps de calcul reste très lourd. Des approches déterministes comme les Modes Conditionnels Itérés (ICM) [4] convergent souvent vers un minimum local et peuvent être assez loin de la solution exacte. Grâce aux approches par coupure minimale, qui recherchent la coupe de capacité minimale dans un graphe bien choisi et exploitent la dualité avec le flot maximal, des schémas d'optimisation discrets exacts ont pu être développés dans des cas spécifiques.

De telles méthodes combinatoires ont d'abord été proposées dans [46] pour minimiser des énergies binaires. Ensuite, Greig *et al.* [24] ont utilisé cette méthode pour étudier le comportement du modèle d'Ising en restauration d'images binaires. Plus récemment, il a été montré dans [32] que cette approche est capable d'optimiser tout champ binaire dont l'*a priori* est composé de fonctions sous-modulaires avec des interactions binaires ou ternaires (cliques d'ordre 2 et 3). Le cas non binaire est traité dans quelques travaux. Dans [8], une excellente approximation est obtenue lorsque l'*a priori* correspond à une métrique. Ishikawa a proposé un cadre d'optimisation exacte pour des fonctions de régularisation convexes sur les niveaux de gris [27]. Avec un graphe différent mais de taille similaire, des schémas d'optimisation exacte pour des *a priori* convexes ou nivelables ont été proposés dans [16]. Dans [14], il est montré que l'approche de [8] converge vers un minimiseur global pour une sous-classe d'énergies non convexes. Pour des énergies convexes, des approches itératives ont été développées, permettant de construire des graphes de taille beaucoup plus faible [5], [13], [31]. Le cas particulier de la minimisation de la variation totale a été traité dans [10], [16]. Notons que toutes ces approches exploitent l'efficacité de l'algorithme de flot maximum décrit dans [7].

Nous proposons dans cet article un nouvel algorithme rapide pour le filtrage des images de réflectivité radar et pour la régularisation conjointe de l'amplitude et de la phase interférométrique. Nous avons choisi un *a priori* TV qui est bien adapté au milieu urbain. Comme il est montré dans le prochain paragraphe, l'attache aux données est non convexe. Dans cette configuration, les algorithmes de [16] ou [27] peuvent procurer un optimum global mais au prix d'un très grand coût mémoire dû à la taille du graphe. L'algorithme d' $\alpha$ -extension [8] pourrait aussi produire une solution approchée mais au prix d'un temps de calcul important. Un nouvel algorithme est proposé ici qui procure une solution approchée mais rapide, et capable de régulariser des données vectorielles, comme la phase interférométrique et l'amplitude. Le graphe est de taille similaire à celui de l' $\alpha$ -extension, mais le principe d'optimisation est différent. Des études empiriques ont montré que le minimum obtenu était proche du minimum global de [16] mais avec une importante réduction du coût mémoire et du temps de calcul nécessaire.

# 2. Modèle markovien

## 2.1 Le cadre markovien

On suppose que l'image  $u$  est définie sur un réseau discret  $S$  et que chaque pixel prend ses valeurs dans un ensemble d'entiers fini  $\mathcal{L} = \{1, \dots, L\}$ . Nous notons par  $u_s$  la valeur de l'image  $u$  au site  $s \in S$  et  $(s, t)$  la clique correspondante d'ordre 2.

Étant donnée une image observée  $u$ , une analyse bayésienne utilisant le critère MAP consiste à trouver une image filtrée  $\hat{u}$  qui maximise :

$$p(\hat{u}|u) \propto p(u|\hat{u})p(\hat{u})$$

On peut montrer que sous l'hypothèse de Markovianité du champ pour  $\hat{u}$  et avec une hypothèse d'indépendance de  $u$  conditionnellement à  $\hat{u}$  ( $P(u|\hat{u}) = \prod_s P(u_s|\hat{u}_s)$ ), la recherche du MAP se ramène à un problème de minimisation d'énergie :

$$\hat{u}^{(MAP)} = \arg \min_{\hat{u}} E(\hat{u}|u), \tag{1}$$

avec

$$E(\hat{u}|u) = \sum_s U(u_s|\hat{u}_s) + \beta \sum_{(s,t)} \psi(\hat{u}_s, \hat{u}_t),$$

$U(u_s|\hat{u}_s) = -\log p(u_s|\hat{u}_s)$  l'opposée de la log-vraisemblance et  $\psi$  une fonction modélisant l'*a priori* choisi pour la solution.

## 2.2 Formation des images radar

### 2.2.1 Distribution de l'amplitude

L'image radar synthétisée  $z$  est à valeurs complexes. L'amplitude  $|z|$  est très bruitée à cause des interférences qui se produisent dans la cellule de résolution. Un modèle classique pour le chatoiement a été développé par Goodman [23] dans le cas des surfaces rugueuses (la rugosité étant mesurée par rapport à la longueur d'onde du capteur). Avec ce modèle, l'amplitude  $a_s$  d'un pixel  $s$  suit une distribution de Nakagami dépendant de la racine carrée de la réflectivité  $\hat{a}_s$  [23]:

$$p(a_s|\hat{a}_s) = \frac{2M^M}{\Gamma(M)\hat{a}_s^{2M}} a_s^{(2M-1)} \exp\left(-\frac{Ma_s^2}{\hat{a}_s^2}\right) \tag{2}$$

avec  $M$  le nombre de vues de l'image (*i.e.* le nombre de valeurs indépendantes moyennées pour créer l'image). Pour des images mono-vue ( $M = 1$ ), la distribution correspond à une loi de Rayleigh.

Le terme de vraisemblance conduit au terme énergétique suivant :

$$U(a_s|\hat{a}_s) = M \cdot \left[ \frac{a_s^2}{\hat{a}_s^2} + 2 \log \hat{a}_s \right],$$

représenté sur la figure 1 (ligne continue).

Cette énergie n'est pas convexe<sup>1</sup> par rapport à  $\hat{a}_s$  ( $a_s$  est la valeur de l'amplitude observée qui est fixe), contrairement à l'énergie quadratique correspondant à un terme de fidélité gaussien. Une approximation convexe est tracée en pointillés sur la

1. Notons, comme suggéré par un relecteur de l'article, que l'énergie obtenue en considérant l'intensité (carré de l'amplitude) n'est pas convexe non plus.

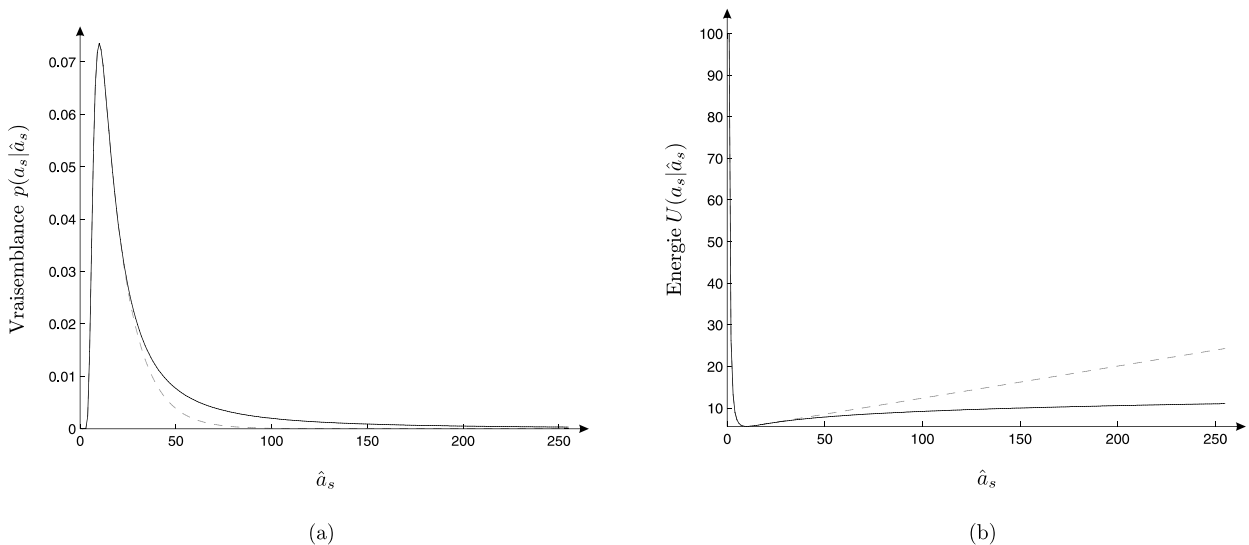


Figure 1. Vraisemblance de l'amplitude. Ligne continue : distribution (a) et énergie correspondante (b) pour une image mono-vue ( $a_s = 10$ ). Ligne en pointillés : approximation convexe. L'approximation convexe ne peut pas modéliser la « queue lourde » qui caractérise le chatoisement.

figure 1. Pour des besoins de visualisation, la distribution n'a pas été normalisée pour qu'elle se superpose à la vraie distribution. Il apparaît clairement sur cette figure qu'une telle approximation échoue à modéliser la queue lourde de la distribution (décroissance lente) qui est caractéristique du bruit de chatoement.

### 2.2.2 Distribution de la phase interférométrique

Dans le cas des données interférométriques, le produit interférométrique est obtenu par moyennage complexe du produit hermitien entre les données complexes  $z_1$  et  $z_2$  précisément recalées :

$$\rho_s = \frac{\sum_{i=1}^W z_{1i} z_{2i}^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^W |z_{1i}|^2 \sum_{i=1}^W |z_{2i}|^2}}$$

avec  $W$  le nombre de pixels de la fenêtre de moyennage centrée sur le site  $s$ . La phase interférométrique  $\phi_s$  est donnée par l'argument de  $\rho_s$ , tandis que la cohérence est définie par  $\rho_s = |\rho_s|$  et mesure la corrélation entre les deux images radar. C'est un indicateur de la fiabilité de la phase interférométrique.

La distribution de la phase peut s'exprimer à l'aide de fonctions hypergéométriques [37]. Une bonne approximation est donnée par un modèle gaussien :

$$p(\phi_s | \hat{\phi}_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_{\phi_s}^2}} \exp\left(-\frac{(\phi_s - \hat{\phi}_s)^2}{\hat{\sigma}_{\phi_s}^2}\right). \quad (3)$$

L'écart-type  $\hat{\sigma}_{\phi_s}^2$  au site  $s$  est approximé par la borne de Cramer-Rao :

$$\hat{\sigma}_{\phi_s}^2 = \frac{1 - \rho_s^2}{2L\rho_s^2}. \quad (4)$$

Pour des zones de faible cohérence (ombres, surfaces lisses, notées *Ombres* dans la suite), l'approximation gaussienne est moins justifiée et une distribution uniforme est plus appropriée :

$$p(\phi_s | \hat{\phi}_s) = \frac{1}{2\pi}. \quad (5)$$

Cela conduit à l'énergie suivante :

$$\begin{cases} U(\phi_s | \hat{\phi}_s) = 0 & \text{si } s \in \text{Ombres}, \\ U(\phi_s | \hat{\phi}_s) = \frac{(\phi_s - \hat{\phi}_s)^2}{\hat{\sigma}_{\phi_s}^2} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Cette énergie  $U(\phi | \hat{\phi})$  est convexe. L'écart-type divisant le terme quadratique est fonction de la cohérence du pixel. Bien que la cohérence puisse être considérée comme un champ aléatoire également à régulariser, nous la considérerons comme fixe dans la suite.

### 2.3 Modèle a priori

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, une régularisation TV est bien adaptée dans le cas de fortes discontinui-

tés. De plus cet *a priori* a de bonnes propriétés en terme de minimisation puisque c'est une fonction convexe. Le terme énergétique correspondant à la minimisation de TV peut être écrit comme suit [15] :

$$E(\hat{u}) = \beta \sum_{(s,t)} w_{st} |\hat{u}_s - \hat{u}_t|, \quad (6)$$

avec  $w_{st} = 1$  pour les 4 plus proches voisins et  $w_{st} = 1/\sqrt{2}$  pour les 4 voisins diagonaux. Nous n'écrirons pas explicitement les poids  $w_{st}$  dans la suite du texte.

Pour la régularisation séparée de l'amplitude et de la phase nous avons les énergies suivantes à minimiser :

$$E(\hat{a}|a) = \sum_s M \left[ \frac{a_s^2}{\hat{a}_s^2} + 2 \log \hat{a}_s \right] + \beta_a \sum_{(s,t)} |\hat{a}_s - \hat{a}_t| \quad (7)$$

$$E(\hat{\phi}|\phi) = \sum_s \frac{(\phi_s - \hat{\phi}_s)^2}{\hat{\sigma}_{\phi}^2} + \beta_{\phi} \sum_{(s,t)} |\hat{\phi}_s - \hat{\phi}_t| \quad (8)$$

Nous considérons dans cet article le cas d'images aériennes haute résolution en milieu urbain. L'intervalle des hauteurs possibles est contenu à l'intérieur d'une frange et nous n'avons pas à traiter le problème de déroulement des franges. Ainsi, le terme de régularisation est considérablement simplifié comparé au cas où le déroulement doit être pris en compte. Un schéma conjoint de déroulement et de régularisation a été proposé récemment par [5] en utilisant une approche par coupe minimale.

Les informations de phase et d'amplitude sont liées puisqu'elles représentent la même scène sous-jacente. Les discontinuités dans l'une des données se retrouvent généralement dans l'autre. Nous proposons dans cet article de réaliser conjointement la régularisation de la phase et de l'amplitude. Pour combiner les discontinuités un opérateur disjonctif max est utilisé. Nous suggérons l'utilisation de cet opérateur pour définir l'énergie de régularisation jointe car il préserve la convexité (nécessaire pour l'utilisation de l'algorithme à base de coupes minimales présenté en section 3). Par rapport à une régularisation indépendante, il permet de ne pénaliser les transitions qu'une seule fois au lieu de deux lorsqu'elles sont co-localisées dans les images de phase et d'amplitude.

Notons que l'estimateur MAP n'est pas modifié si les énergies des équations 7 et 8 sont respectivement divisées par des termes non nuls  $\beta_a$  et  $\beta_{\phi}/\gamma$ . Puisque la variation totale de l'amplitude et de la phase sont du même ordre, cela conduit à une normalisation des termes de fidélité aux données. Le modèle d'*a priori* joint est défini par :

$$E(\hat{a}, \hat{\phi}) = \sum_{(s,t)} \max(|\hat{a}_s - \hat{a}_t|, \gamma |\hat{\phi}_s - \hat{\phi}_t|), \quad (9)$$

avec  $\gamma$  un paramètre qui peut être mis à 1, et sinon qui tient compte de l'importance relative donnée aux discontinuités de la phase ( $\gamma > 1$ ) ou de l'amplitude ( $\gamma < 1$ ).

L'énergie globale de la régularisation jointe est alors donnée par :

$$E(\hat{a}, \hat{\phi} | a, \phi) = \frac{1}{\beta_a} \sum_s M \left[ \frac{a_s^2}{\hat{a}_s^2} + 2 \log \hat{a}_s \right] + \frac{\gamma}{\beta_\phi} \sum_s \frac{(\phi_s - \hat{\phi}_s)^2}{\hat{\sigma}_\phi^2} + \sum_{(s,t)} \max(|\hat{a}_s - \hat{a}_t|, \gamma |\hat{\phi}_s - \hat{\phi}_t|). \quad (10)$$

*Zones d'ombre* : Les champs régularisés  $\hat{a}$  et  $\hat{\phi}$  aux sites  $s$  localisés dans des zones d'ombres *Ombres* sont gouvernés par le terme de régularisation. Avec le terme *a priori* défini dans l'équation 10, la phase  $\hat{\phi}_s$  pour  $s \in \text{Ombres}$  qui minimise l'énergie correspond à une interpolation de la valeur de la phase sur les sites voisins. Les zones d'ombre sont pourtant la plupart du temps au niveau du sol et non à une hauteur intermédiaire entre le sol et le haut de la structure qui a créé l'ombre. Le terme de régularisation est donc modifié pour mieux tenir compte de cette connaissance *a priori*. Le terme suivant est utilisé pour la régularisation dès lors qu'un des deux sites au moins de la clique est dans une zone d'ombre :

$$E(\hat{a}, \hat{\phi}) = \sum_{(s,t)} E(\hat{a}, \hat{\phi})_{(s,t)},$$

avec  $E(\hat{a}, \hat{\phi})_{(s,t)}$  défini comme :

(i) si  $s \notin \text{Ombres}$  et  $t \notin \text{Ombres}$ ,

$$E(\hat{a}, \hat{\phi})_{(s,t)} = \max(|\hat{a}_s - \hat{a}_t|, \gamma |\hat{\phi}_s - \hat{\phi}_t|),$$

(ii) si  $s \in \text{Ombres}$  et  $t \notin \text{Ombres}$  et  $\hat{\phi}_s \leq \hat{\phi}_t$

$$E(\hat{a}, \hat{\phi})_{(s,t)} = |\hat{a}_s - \hat{a}_t| + \gamma |\hat{\phi}_s - \hat{\phi}_t|,$$

(iii) si  $s \in \text{Ombres}$  et  $t \notin \text{Ombres}$  et  $\hat{\phi}_s > \hat{\phi}_t$

$$E(\hat{a}, \hat{\phi})_{(s,t)} = |\hat{a}_s - \hat{a}_t| + 2\gamma |\hat{\phi}_s - \hat{\phi}_t|,$$

(iv) si  $s \in \text{Ombres}$  et  $t \in \text{Ombres}$

$$E(\hat{a}, \hat{\phi})_{(s,t)} = |\hat{a}_s - \hat{a}_t| + \gamma (\hat{\phi}_s - \hat{\phi}_t)^2.$$

Les cas  $s \notin \text{Ombres}$  et  $t \in \text{Ombres}$  sont traités de façon symétrique. En dehors des ombres (cas i), le terme de régularisation est le même que précédemment. Pour limiter l'effet d'une zone d'ombre donnée sur la régularisation de l'amplitude, nous régularisons indépendamment la phase et l'amplitude à l'intérieur et à la limite de la zone d'ombre (cas ii à iv). Pour forcer la phase régularisée à suivre le niveau du sol à l'intérieur de la zone d'ombre nous pénalisons plus fortement la sur-estimation (cas iii) que la sous-estimation (case ii). Finalement, une contrainte quadratique (cas iv) renforce un sol plat et lisse à l'intérieur de la zone d'ombre. Notons que dans chaque cas (i à iv) le terme *a priori*  $E(\hat{a}, \hat{\phi})_{(s,t)}$  est convexe et donc que l'énergie de régularisation  $E(\hat{a}, \hat{\phi})$  l'est également. La convexité du terme *a priori* est indispensable pour pouvoir appliquer l'algorithme de minimisation décrit dans la section 3.

## 2.4 Minimisation de l'énergie

Comme indiqué dans l'introduction, les approches par coupure minimale sont des approches très performantes pour l'optimisation des modèles markoviens. Néanmoins, seulement certaines classes d'énergie peuvent être minimisées exactement. Nous décrivons brièvement ici les algorithmes qui peuvent être utilisés pour minimiser les énergies des équations 7, 8, et 10.

### 2.4.1 Minimisation exacte

Tout d'abord, concernant les données en amplitude, deux algorithmes par coupure minimale ont été proposés pour minimiser eq. 7.

Le premier a été développé par Ishikawa [27]. Il est capable de traiter tout type de fidélité aux données et un terme de régularisation convexe. Le graphe est constitué par  $N \times L$  nœuds (un nœud pour chaque pixel et par niveau de gris) plus deux nœuds terminaux. Dans le cas de la régularisation TV, il y a  $3N \times L$  paires d'arcs orientés reliant les nœuds entre les niveaux successifs pour chaque pixel, et entre les pixels voisins pour un niveau donné. Pour des applications de télédétection, la taille du graphe est prohibitive puisque le graphe dans son entier doit être stocké en mémoire.

La seconde méthode a été proposée dans [16]. Elle est fondée sur la notion d'énergies nivelables, ce qui signifie que l'énergie peut être écrite comme une somme sur les ensembles de niveau de  $\hat{u}$ . Puisque la convexité de l'énergie *a posteriori* n'est pas garantie par notre modèle (à cause de la non-convexité du terme de fidélité aux données), un algorithme rapide fondé sur une recherche par dichotomie sur les niveaux de gris ne peut donc être appliqué [15]. Dans ce cas, un graphe beaucoup plus grand liant les différents ensembles de niveaux doit être construit dont la taille est similaire à celle du graphe d'Ishikawa et donc à nouveau prohibitive pour des applications de télédétection.

Le problème est plus facile pour les images de phase (équation 8) puisque le terme de fidélité aux données est convexe. Dans ce cas, on peut utiliser l'algorithme rapide proposé dans [15]. Il consiste en la résolution d'un ensemble de problèmes binaires associés aux différents ensembles de niveaux. Une approche « diviser pour régner » est adoptée pour construire un algorithme rapide.

En ce qui concerne la régularisation conjointe de l'amplitude et de la phase, la généralisation de ces algorithmes au cas de données vectorielles n'est pas directe.

### 2.4.2 Minimisation approchée

Puisque TV est une métrique, l'algorithme d' $\alpha$ -extension proposé dans [8] peut être appliqué. Partant d'une solution courante, cet algorithme propose à chaque pixel soit de garder sa valeur courante, soit de prendre la nouvelle valeur  $\alpha$ . L'énergie associée à ce mouvement est minimisée en recherchant une coupure minimale. La succession d' $\alpha$ -extensions sur toutes les



Tableau 1. Comparaison des techniques à base de coupures minimales pour la minimisation d'énergies issues de modèles de champs de Markov avec une attache aux données non convexe et une régularisation convexe. Les expressions sont données pour une image de  $N$  pixels et pour  $L$  niveaux de quantification (en 8 connexité).

	$\alpha$ -expansion [8]	minimisation exacte [16], [27]	algorithme proposé
minimum	local	global	local
taille du graphe	$N$ nœuds $4 \times N$ arcs	$N \times L$ nœuds $5 \times N \times L$ arcs	$N$ nœuds $4 \times N$ arcs
nombre de coupes	$\propto L$	1	$\log_2(L/2)$
généralisation aux données vectorielles ( $D$ canaux)	$\propto L^D$ coupes	difficilement généralisable	$(3^D - 1)\log_2(L/2)$ coupes

valeurs possibles dans  $\mathcal{L}$  jusqu'à convergence conduit à une solution dont on peut montrer qu'elle est proche de l'optimum global. De plus cette approche converge vers un optimum global [14] lorsque le terme de fidélité aux données est convexe. Si l'ensemble des valeurs possibles peut déjà être considérable dans le cas d'une seule image, sa taille devient rédhibitoire dans le cas d'une optimisation conjointe. Nous proposons dans le paragraphe suivant un algorithme plus rapide et mieux adapté lorsque de grandes images ou des données vectorielles sont manipulées.

Le tableau 1 résume les caractéristiques (taille du graphe, nombre de coupes à calculer, extension au cas vectoriel) des techniques à base de coupure minimale. Les algorithmes existants ne peuvent traiter de manière satisfaisante les données vectorielles (en terme de rapidité et de généralité).

### 3. Algorithme proposé

Minimiser une énergie non convexe est une tâche difficile car l'algorithme peut tomber dans un minimum local. Des algorithmes tels que les modes conditionnels itérés (ICM) nécessitent une bonne initialisation puis réalisent des optimisations locales pour réduire l'énergie. Les approches par coupure minimale permettent d'explorer un ensemble combinatoire de mouvements impliquant simultanément tous les pixels. Suivant [8], nous appelons de tels mouvements des « grands mouvements ». Plutôt que de permettre à un pixel de garder sa valeur ou bien de l'échanger pour une valeur fixe  $\alpha$  (algorithme d' $\alpha$ -extension), nous proposons à chaque pixel de rester inchangé ou bien de voir sa valeur augmentée (ou diminuée) d'une valeur fixe (pas de variation). Une telle approche a d'abord été décrite de façon indépendante dans [5], [13], [31] et appliquée récemment avec des pas unitaires dans [5]. Ici, nous utilisons cette approche dans le cas d'une énergie non convexe. Les pas de variation sont choisis afin d'effectuer un échantillonnage de l'ensemble des valeurs possibles. Nous exprimons l'algorithme dans le cas général de la régularisation jointe.

Nous décrivons dans les sections suivantes l'ensemble des grands mouvements considérés, la construction du graphe associée, et donnons la complexité moyenne de l'algorithme résultant.

#### 3.1 Minimisation locale

Tout d'abord nous introduisons l'ensemble des images qu'on peut obtenir par un simple mouvement à partir d'une image courante  $\hat{\mathbf{u}}^{(n)}$  (on note par  $\hat{\mathbf{u}}$  le champ vectoriel obtenu en associant à chaque composante une des données à régulariser) :

$$\mathcal{S}_{\mathbf{d}}(\hat{\mathbf{u}}^{(n)}) = \{\hat{\mathbf{u}} / \forall s \in S, \exists k_s \in \{0, 1\}, \hat{\mathbf{u}}_s = \hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + k_s \mathbf{d}\}$$

Cet ensemble est constitué des images dont les valeurs des pixels sont soit inchangées par rapport à  $\hat{\mathbf{u}}^{(n)}$ , soit obtenues en ajoutant le pas  $\mathbf{d}$ . Nous définissons le « meilleur » mouvement  $\hat{\mathbf{u}}^{(n)} \mapsto \hat{\mathbf{u}}^{(n+1)}$  comme celui qui minimise la restriction de l'énergie à l'ensemble  $\mathcal{S}_{\mathbf{d}}(\hat{\mathbf{u}}^{(n)})$  :

$$\hat{\mathbf{u}}^{(n+1)} = \arg \min_{\hat{\mathbf{u}}^{(n+1)} \in \mathcal{S}_{\mathbf{d}}(\hat{\mathbf{u}}^{(n)})} E(\hat{\mathbf{u}}^{(n+1)} | \mathbf{u}). \quad (11)$$

La restriction de l'énergie à  $\mathcal{S}_{\mathbf{d}}(\hat{\mathbf{u}}^{(n)})$  correspond à une énergie impliquant seulement des variables binaires  $(k_s)_{s \in S}$ . Le « meilleur » mouvement est donc obtenu en trouvant les valeurs optimales des variables binaires  $(k_s)_{s \in S}$  :

$$\arg \min_{(k_s)_{s \in S}} \sum_s U(\mathbf{u}_s | \hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + k_s \mathbf{d}) + \beta \sum_{(s,t)} \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + k_s \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)} + k_t \mathbf{d}) \quad (12)$$

avec  $U$  l'opposée de la log-vraisemblance et  $\psi$  modélisant l'*a priori* (voir la définition de l'énergie *a posteriori* paragraphe 2.1). Définissons  $U_b(\mathbf{u}_s | k_s) \equiv U(\mathbf{u}_s | \hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + k_s \mathbf{d})$  et  $\psi_b(k_s, k_t) \equiv \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + k_s \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)} + k_t \mathbf{d})$  pour mettre en évidence que ces fonctions ne dépendent que des variables binaires  $k$  lors de la détermination de la transition  $\hat{\mathbf{u}}^{(n)} \mapsto \hat{\mathbf{u}}^{(n+1)}$  optimale à  $\mathbf{d}$  fixé. D'après [32], une énergie dépendant de variables binaires est *représentable par graphe* (i.e. peut être exactement optimisée

par calcul d'une coupe minimale sur un graphe donné) pourvu que le terme de régularisation  $\psi_b$  soit sous-modulaire :

$$\psi_b(0,1) + \psi_b(1,0) \geq \psi_b(0,0) + \psi_b(1,1).$$

Pour pouvoir calculer le « meilleur » mouvement en utilisant une coupure minimale, les conditions suivantes doivent donc être remplies pour tout  $\mathbf{u}_s^{(n)}$  et tout  $\mathbf{u}_t^{(n)}$  :

$$\psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)} + \mathbf{d}) + \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)}) \geq \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)}) + \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)} + \mathbf{d}). \quad (13)$$

Notons que dans la plupart des cas, le modèle *a priori*  $\psi(\mathbf{u}_s, \mathbf{u}_t)$  dépend seulement de la différence  $\hat{\mathbf{u}}_s - \hat{\mathbf{u}}_t$ . C'est le cas pour le modèle décrit précédemment. Pour ce modèle la condition devient :

$$\psi(\hat{\mathbf{u}}_s - \hat{\mathbf{u}}_t - \mathbf{d}) + \psi(\hat{\mathbf{u}}_s - \hat{\mathbf{u}}_t + \mathbf{d}) \geq 2\psi(\hat{\mathbf{u}}_s - \hat{\mathbf{u}}_t)$$

qui est vérifiée par toute régularisation convexe  $\psi$ .

En conclusion, le problème *local* de trouver le champ vectoriel  $\hat{\mathbf{u}}^{(n+1)}$  situé à un mouvement (*i.e.*  $\hat{\mathbf{u}}^{(n+1)} \in \mathcal{S}_a(\hat{\mathbf{u}}^{(n)})$ ) qui minimise l'énergie *a posteriori*  $E(\hat{\mathbf{u}}^{(n+1)}|\mathbf{u})$  peut être *exactement* résolu en calculant la coupe minimale sur un graphe pourvu que le potentiel de régularisation soit convexe et dépende seulement de la différence  $\hat{\mathbf{u}}_s - \hat{\mathbf{u}}_t$ .

Le modèle décrit dans la section 2 consiste en la somme d'un terme de vraisemblance non convexe et un terme de régularisation convexe. La propriété ci-dessus est par conséquent vérifiée et nous donnons dans le paragraphe suivant un algorithme d'optimisation globale approchée s'appuyant sur des optimisations locales exactes par coupure minimale.

### 3.2 Construction du graphe

La construction du graphe  $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$  est réalisée en suivant l'algorithme de [32] pour minimiser l'énergie en utilisant un pas  $\mathbf{d}$ .

Le graphe  $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$  est orienté avec des poids non négatifs et comporte deux nœuds terminaux : la source  $\mathcal{S}$  et le puits  $\mathcal{P}$ . La structure du graphe et les poids sont choisis de telle sorte que toute coupe<sup>2</sup> ait un coût (*i.e.* la somme des capacités des arcs) correspondant à l'énergie à minimiser. Nous créons un nœud pour chaque site  $s$ , tous les nœuds étant connectés à la source et au puits avec les capacités  $c_{s,1}$  (resp.  $c_{s,0}$ ). Finalement, chaque clique  $(s,t)$  donne naissance à un arc de capacité  $c_{s,t}$  (fig. 2).

Les capacités sont fixées selon la méthode additive décrite dans [32]. Le premier terme de l'équation 12 est représenté par les poids  $c_{s,0}$  et  $c_{s,1}$  :

$$\begin{cases} c_{s,1} = \max(0, U(\mathbf{u}_s | \hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}) - U(\mathbf{u}_s | \hat{\mathbf{u}}_s^{(n)})) \\ c_{s,0} = \max(0, U(\mathbf{u}_s | \hat{\mathbf{u}}_s^{(n)}) - U(\mathbf{u}_s | \hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d})) \end{cases}$$

2. Une coupe est une partition des nœuds en deux ensembles disjoints  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{P}$  tels que  $\mathcal{S} \in \mathcal{S}$  and  $\mathcal{P} \in \mathcal{P}$ .

À ces poids sont ajoutés les poids  $c'_{s,t}$  (voir l'illustration de ces notations en figure 2) représentant chaque clique (second terme de l'équation 12) :

$$\begin{cases} c'_{s,1} = \beta \cdot \max(0, \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)}) - \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)})) \\ c'_{s,0} = \beta \cdot \max(0, \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)}) - \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)})) \\ c'_{t,1} = \beta \cdot \max(0, \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)} + \mathbf{d}) - \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)})) \\ c'_{t,0} = \beta \cdot \max(0, \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)}) - \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)} + \mathbf{d})) \\ c_{s,t} = \beta \cdot (\psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)} + \mathbf{d}) + \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)}) - \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)}) - \psi(\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} + \mathbf{d}, \hat{\mathbf{u}}_t^{(n)} + \mathbf{d})) \end{cases}$$

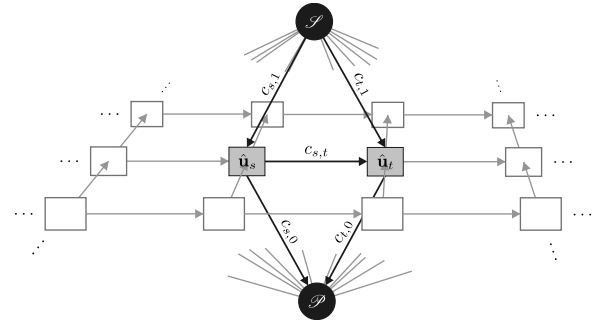


Figure 2. Construction du graphe pour la minimisation locale.

### 3.3 Minimisation globale approchée

Lorsque tous les termes sont convexes, il a été prouvé dans [13] qu'une succession d'optimisations locales conduit à un minimum global de l'énergie. Ici, une exploration fondée sur une réduction progressive de la taille du pas est proposée pour accélérer la convergence. Nous proposons donc un nouveau schéma qui combine la détermination exacte du meilleur mouvement et une exploration par dichotomie des pas définissant les mouvements. Dans le cas d'énergies non convexes, aucune garantie d'optimalité ou de distance à l'optimum n'est donnée. Nous montrerons dans la partie applicative que de bons résultats sont obtenus avec des temps de calcul réduits et une taille de graphe faible.

En une dimension, la recherche est effectuée en considérant des pas  $d_i^+ = L/2^i$  et  $d_i^- = -L/2^i$  pour  $i$  allant de 1 à la précision désirée (*i.e.* niveau de quantification). En  $D$  dimensions, il y a  $3^D - 1$  pas vectoriels  $\mathbf{d}_i$  à considérer pour une taille de pas  $d_i$  :

$$\mathbf{d}_i \in \mathcal{A}(d_i) \stackrel{\text{def}}{=} \{0, -d_i, +d_i\}^D / \{0, \dots, 0\}.$$

L'algorithme de régularisation jointe est résumé ici :

- 1: **pour tout**  $s \in \mathcal{S}$  **faire**
- 2:  $\hat{\mathbf{u}}_s^{(n)} \leftarrow \{L_1/2, \dots, L_D/2\}$
- 3: **fin pour**
- 4:  $n \leftarrow 0$
- 5: **pour**  $i = 1$  à précision **faire**

6:  $d_i \leftarrow L/2^{i+1}$   
 7: **pour tout**  $\mathbf{d}_i \in \mathcal{A}(d_i)$  **faire**  
 8:  $\hat{\mathbf{u}}^{(n+1)} \leftarrow \arg \min_{\hat{\mathbf{u}}^{(n+1)} \in \mathcal{S}_a(\hat{\mathbf{u}}^{(n)})} E(\hat{\mathbf{u}}^{(n+1)} | \mathbf{u})$   
 9:  $n \leftarrow n + 1$   
 10: **fin pour**  
 11: **fin pour**

La ligne 8 représente la minimisation exacte de l'énergie dépendant de variables binaires obtenue en calculant une coupe minimale sur le graphe construit comme indiqué précédemment. Notons que si nous réalisons des pas unitaires  $\mathbf{d}_i \in \mathcal{A}(1)$  jusqu'à convergence, à la fin de l'algorithme, la minimisation exacte est garantie pour des énergies convexes [13].

### 3.4 Complexité

Le nombre total de coupes requises par l'algorithme dépend de la précision choisie et du nombre d'images à régulariser conjointement  $D$ . Pour une précision correspondant au niveau de quantification, le nombre de coupes est nombre de coupes  $= (3^D - 1)\log_2(L/2)$ . La régularisation jointe d'une image de phase et d'amplitude avec 8 bits de précision, requiert 64 coupes tandis que la régularisation séparée de la phase ou de l'amplitude seule est obtenue après 16 coupes, à comparer respectivement à 65536 et 256 coupes pour une passe de l'algorithme d' $\alpha$ -extension.

L'algorithme que nous avons utilisé pour calculer les coupes est celui de Kolmogorov (logiciel libre), fondé sur la recherche du chemin augmentant décrit dans [7]. Pour  $\mathcal{N}$  nœuds et  $\mathcal{E}$  arcs, cet algorithme a une forte complexité dans le pire cas:  $O(\mathcal{N}^2 \mathcal{E} |C|)$ , avec  $|C|$  le coût de la coupe. En pratique, cet algorithme a cependant de très bonnes performances sur des problèmes de traitement de l'image [7].

### 3.5 Calcul des hyper-paramètres

Le choix des hyper-paramètres intervenant dans l'énergie est essentiel car la solution régularisée peut être loin de la « vraie

solution » si ceux-ci sont mal choisis. En fonction de l'application visée, les valeurs optimales des paramètres peuvent beaucoup varier. L'intervalle des valeurs possibles dépend du terme de log-vraisemblance et du terme de régularisation. Une méthode d'estimation automatique est nécessaire pour un choix approprié des paramètres.

Un effort considérable a été consacré à ce problème [20], [29], [55]. Une des méthodes possibles est l'analyse de la courbe en  $L$  [26]. Cette courbe est la représentation graphique de l'énergie de régularisation en fonction de l'énergie d'attache aux données. Le coin de cette courbe (en forme de  $L$ ) correspond à un bon compromis entre sous-régularisation (partie décroissante de la courbe où le terme de régularisation peut être largement amélioré avec de faibles modifications du terme de vraisemblance) et sur-régularisation (partie faiblement variable de la courbe où le terme de régularisation ne peut plus être amélioré quelque soit l'augmentation de la vraisemblance). Notons que cette méthode est connue pour échouer dans certains cas [25]. Néanmoins, dans notre application elle s'est révélée satisfaisante pour l'estimation automatique des paramètres.

## 4. Résultats

Nous illustrons la méthode proposée à la fois sur une image d'amplitude simulée (paragraphe 4.1) et sur deux jeux de données SAR interférométriques (paragraphe 4.2).

### 4.1 Régularisation de l'amplitude

Les imagerie 256 × 256 pixels utilisées pour illustrer l'algorithme sont présentées en figure 3. L'image de référence est formée de 4 régions notées a, b, c et d. Chacune de ces régions a un niveau constant (respectivement 20, 40, 60 et 80). L'image bruitée correspondante est illustrée en figure 3.b. Cette image est traitée par 3 filtres classiques: multi-vues (moyennage en intensité sur une fenêtre 11 × 11), filtre de Lee 11 × 11 [35] et

Tableau 2. Comparaison de la méthode de régularisation avec des filtres classiques.

	Multi-vues (11 × 11) (voir texte)				Lee (11 × 11) (ref [35])				Wu (ref [54])				Méthode proposée ( $\beta = 0.03$ )				Méthode proposée ( $\beta = \beta_{opt}$ )			
Région	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
Biais	-0.9	-1.1	-1.2	-3.5	-1.5	-0.8	-0.7	-2.9	-1.0	-1.4	-1.9	-4.9	-4.0	-2.7	-1.8	-4.8	1.0	-2.1	-5.3	-19.0
Écart type	4.7	3.7	4.5	5.0	5.6	4.3	5.1	6.4	3.8	7.1	9.1	12.2	5.7	4.9	3.7	3.7	0.02	0.8	1.0	0.5
EQM	23	15	22	37	33	19	26	49	15	52	86	173	49	32	17	37	1	5	29	363

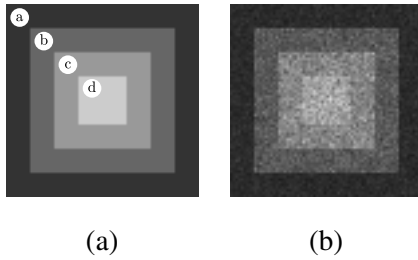


Figure 3. Image synthétique de  $256 \times 256$  pixels bruitée par du speckle (distributions de Nakagami): (a) image de référence, formée de 4 régions uniformes notées a, b, c et d; (b) image bruitée. La nature multiplicative du bruit est clairement visible : l'amplitude du bruit est la plus grande au centre de l'image (région d) qui a une forte radiométrie moyenne.

filtre à fenêtre adaptative de Wu et Maître [54]. Les images obtenues sont présentées dans le tableau 2 ainsi que le résultat d'une sous-régularisation ( $\beta = 0,03$ ) et d'une régularisation normale ( $\beta = \beta_{opt}$  déterminé par la méthode de la courbe en L) calculées avec l'algorithme décrit en section 3.

Le biais  $\langle \hat{a} - \hat{a}_{true} \rangle$ , l'erreur quadratique moyenne (EQM)  $\langle (\hat{a} - \hat{a}_{true})^2 \rangle$  et l'écart-type  $\sqrt{EQM - Biases^2}$  sont calculés pour chacune des régions a, b, c et d. La méthode proposée produit des images dont la variance est très faible (dernière colonne). Les petites régions dont la réflectivité est élevée souffrent cependant d'une perte de contraste (biais négatif). Ce biais peut être réduit au niveau de celui des filtres classiques en sous-régularisant (avant dernière colonne), au prix d'une augmentation de la variance: un compromis biais/variance doit être défini en fonction de l'application. Le modèle CdM utilisé pénalise les variations et permet ainsi d'obtenir des images avec des régions uniformes, ce qui est particulièrement intéressant pour les applications en milieu urbain. Le biais qui apparaît a déjà été mis en évidence et étudié dans la littérature dans le cas d'un bruit additif gaussien (attache aux données quadratique et régularisation TV) [41][50]. Le modèle TV reste cependant largement utilisé pour sa capacité à préserver les transitions. Nous verrons dans le paragraphe 4.2 que le modèle proposé pour réaliser la régularisation conjointe permet de réduire cette perte de contraste (figure 6).

L'évaluation du paramètre de régularisation est faite de façon automatique par la méthode de la courbe en L. La courbe calculée pour des valeurs de  $\beta$  dans l'intervalle  $[0, 1.2]$  est illustrée sur la figure 4. Comme attendu, l'énergie du terme de régularisation décroît lorsque  $\beta$  augmente. Quant au terme de vraisemblance, il croît avec  $\beta$ . Les deux extrémités de la courbe en L correspondent à  $\beta = 0$  (pas de régularisation, terme de vraisemblance nul), et  $\beta \geq \beta_{lim}$  pour lequel l'image régularisée est constante (terme de régularisation nul et énergie de vraisemblance maximale). Il a été montré empiriquement dans [26] que le coin (*i.e* le point de courbure maximale) de la courbe en L donne une bonne valeur du paramètre de régularisation  $\beta_{opt}$ . Nous avons utilisé la méthode du triangle décrite dans [9] pour trouver automatiquement  $\beta_{opt}$  (représenté par un triangle noir

dans la figure 4). Il semble que l'utilisation d'une échelle logarithmique pour la détection du coin comme préconisé dans [9] est moins adaptée pour une régularisation TV que pour une régularisation quadratique. Nous avons donc utilisé une échelle linéaire (fig. 4).

Trois images calculées pour différentes valeurs de  $\beta$  respectivement inférieure (sous-figure ①), égale (sous-figure ②) ou supérieure (sous-figure ③) à  $\beta_{opt}$ . Pour mettre en évidence les détails, nous montrons la norme du gradient de l'image régularisée (le noir correspond à de forts gradients et le blanc à un gradient nul). Sous- et sur-régularisation correspondent clairement aux figures ① et ③. La valeur  $\beta_{opt}$  donne une image régularisée satisfaisante.

#### 4.2 Régularisation jointe de la phase interférométrique et de l'amplitude en milieu urbain

Nous considérons maintenant l'application du modèle de régularisation conjointe sur deux jeux de données interférométriques radar haute résolution. Le premier jeu correspond à une zone  $1200 \times 1200$  pixels du site du CNES à Toulouse: l'image d'amplitude est présentée en figure 5(a) et l'image de phase en 5(b). Nous avons fixé le paramètre  $\gamma$  à 1 et avons estimé itérativement les valeurs de  $\beta_a$  et  $\beta_\phi$  en utilisant les L courbes mono-dimensionnelles:  $\beta_a^{(0)}$  a été estimé en considérant un modèle indépendant. Ensuite,  $\beta_\phi^{(0)}$  a été estimé avec  $\beta_a$  initialisé à  $\beta_a^{(0)}$  et  $\hat{a}$  mis à  $\hat{a}^{(0)} = \hat{a}^{(MAP)}|_{\beta_a^{(0)}}$ . Les valeurs  $\beta_a^{(0)}$  et  $\beta_\phi^{(0)}$  ont ensuite été raffinées respectivement à  $\beta_a^{(1)}$  et  $\beta_\phi^{(1)}$  avec  $\hat{\phi}^{(0)} = \hat{\phi}^{(MAP)}|_{\beta_a^{(0)}, \beta_\phi^{(0)}, \hat{a}^{(0)}}$  (resp.  $\hat{a}^{(1)} = \hat{a}^{(MAP)}|_{\beta_a^{(1)}, \beta_\phi^{(1)}, \hat{\phi}^{(0)}}$ ). Bien que ce raffinement puisse être itéré, les valeurs  $\beta_a^{(1)}$  et  $\beta_\phi^{(1)}$  trouvées ont donné des résultats satisfaisants.

Nous obtenons  $\beta_a^{(1)} = 0,129$  et  $\beta_\phi^{(1)} = 3,64 \times 10^3$  pour les images des figures 5(a) et 5(b). Les images conjointement régularisées sont montrées sur les figures 5(c) et 5(d). Le processus de régularisation avec des valeurs d'hyper-paramètres fixées prend moins de 3 minutes avec notre implémentation (il s'agit d'un mélange de code Matlab et de routines C++ – incluant les programmes de Kolmogorov – qui peut être réécrit plus efficacement). Les hyper-paramètres ont été déterminés en utilisant des sous-images de  $232 \times 232$  pixels car cette étape requiert plusieurs calculs de régularisation. Il faut également noter que les hyper-paramètres diffèrent de 4 ordres de grandeur, ce qui aurait rendu difficile leur réglage manuel. Des approches plus sophistiquées ont été proposées pour la détermination de plusieurs paramètres de régularisation [3].

On peut voir sur ces résultats que le bruit a été efficacement réduit aussi bien sur l'amplitude que sur la phase. Les transitions franches de l'image de phase qui correspondent à des structures bâties sont bien préservées.

La régularisation conjointe donne des contours plus précis que la régularisation indépendante car les contours sont localisés sur l'image de phase et d'amplitude simultanément. Les petits objets sont souvent mieux préservés comme illustré sur la

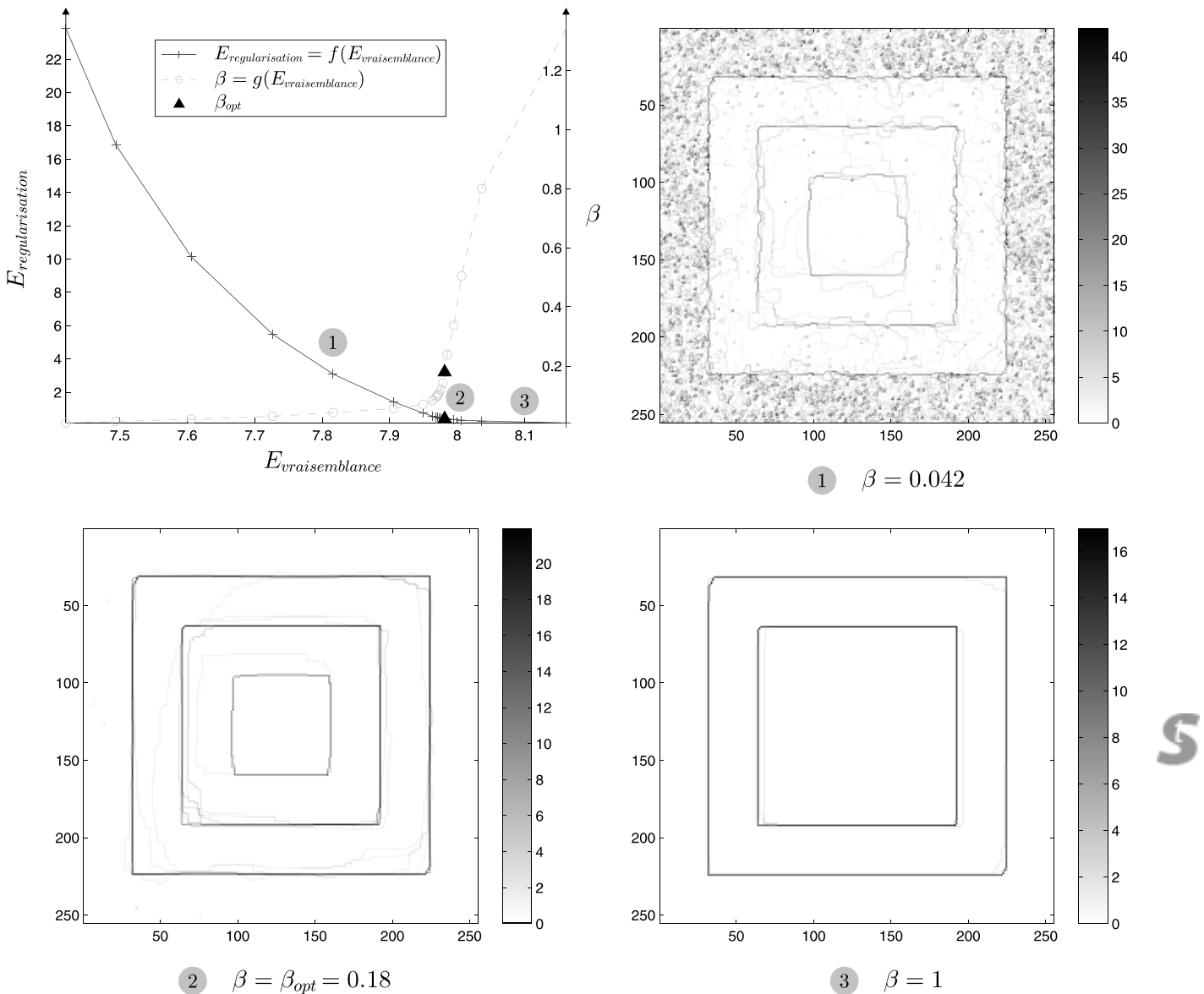


figure 6. Cet extrait montre une portion de rue. Quatre cercles alignés verticalement sont visibles sur l'image de phase originale et de façon moins contrastée sur l'image d'amplitude. Ils correspondent au sommet des lampadaires qui sont surélevés par rapport au sol. Dans l'image de phase régularisée indépendamment  $\hat{\phi}'$ , certains lampadaires ont pratiquement disparu (voir également l'image du gradient  $|\nabla\hat{\phi}'|$  pour une meilleure visualisation). Dans l'image de phase régularisée conjointement les 4 lampadaires sont encore visibles, grâce à la prise en compte de l'image d'amplitude qui a aidé à la préservation de ces petits objets.

Le deuxième jeu de données correspond à une zone  $1024 \times 682$  pixels du quartier de Bayard près de Saint-Paul sur Mer. L'amplitude et la phase interférométrique sont présentées en

figure 7(a) et 7(b). La régularisation conjointe permet de réduire considérablement le niveau de bruit. Les bâtiments situés au centre de l'image sont bien préservés à la fois sur l'image d'amplitude régularisée (figure 7(c)) et sur l'image de phase (figure 7(d)).

## 5. Conclusion

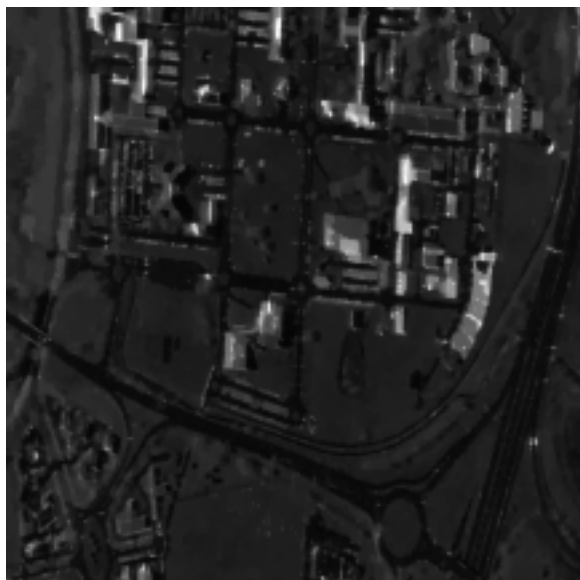
Le bruit de chatolement peut être efficacement réduit sur des images SAR avec des approches markoviennes. La minimisation de la variation totale donne des régions homogènes tout en préservant les discontinuités franches. Le cadre markovien per-



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 5. Régularisation conjointe d'images InSAR ( $1200 \times 1200$  pixels) de Toulouse : (a) amplitude originale, (b) phase originale, (c) et (d) sont respectivement l'amplitude et la phase conjointement régularisés avec  $\beta_a = 0,129$  et  $\beta_\phi = 3,64 \times 10^3$  déterminés automatiquement par la méthode de la courbe en L.

met d'introduire efficacement des *a priori* et de réaliser une régularisation jointe de plusieurs données. Nous avons montré sur des données réelles que cela permet de prévenir la sur-régularisation de certains objets qui peut s'observer sur différentes images (régularisation séparée de l'amplitude ou de la phase). De plus, les contours des objets régularisés conjointement sont plus précis car toute l'information disponible est fusionnée. L'utilisation de distributions à « queue lourde » comme la loi de Nakagami qui modélise le bruit de chatoiement (typique des images radar d'amplitude) conduit à des termes de vraisem-

blance non convexes. Le problème d'optimisation est alors difficile car plusieurs minima locaux peuvent être présents. Bien que des algorithmes d'optimisation exacts à base de coupure minimale existent, ils peuvent difficilement être mis en pratique à cause du coût mémoire et du temps de calcul requis. Nous avons développé un algorithme adapté à la régularisation conjointe.

Les résultats de régularisation obtenus dans le cas d'images synthétiques et réelles sont satisfaisants. L'algorithme proposé est plus rapide que les méthodes existantes à base de coupure

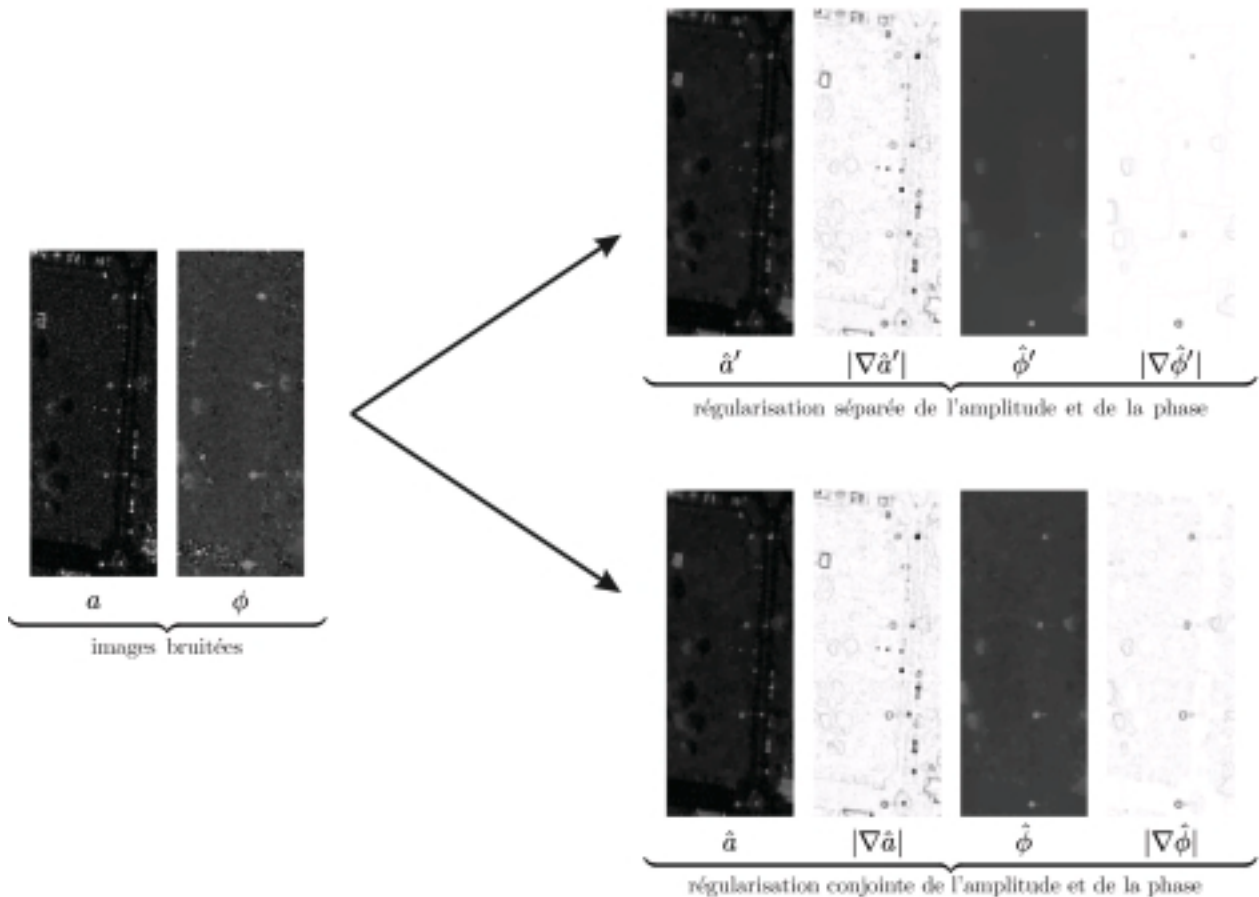


Figure 6. Illustration de la préservation des petits objets par régularisation conjointe. Un extrait agrandi de l'image 5, centré sur une rue, montre de petits objets ronds qui correspondent à des lampadaires. Ils sont visibles à la fois sur l'amplitude et la phase.

Quand une régularisation indépendante de la phase et de l'amplitude est effectuée, la vraie valeur de phase est perdue pour certains des lampadaires qui sont assimilés au sol. En revanche, ils sont correctement préservés quand la régularisation est effectuée de façon conjointe (rangée du bas).

minimale. Nous avons montré que la régularisation jointe peut être effectuée avec un coût algorithmique faible. Cela contribue à la préservation des petits objets en tenant compte des différentes sources d'information.

L'*a priori* de régularisation choisi (TV) est responsable de la perte de contraste observée sur les images régularisées. C'est une limitation connue du modèle TV dans le cas d'un bruit additif gaussien [41] [50]. Nous avons observé que cette perte de contraste est également présente dans le cas du bruit de speckle (distribution de Nakagami). La sous-régularisation permet une meilleure préservation du contraste et un compromis entre biais et variance doit être déterminé en fonction des besoins de l'application. De plus, la régularisation conjointe proposée réduit ce phénomène par rapport à une régularisation réalisée séparément sur chaque image. D'autres modèles CdM pourraient être utilisés pour réduire ce problème de biais. Pour pouvoir utiliser l'algorithme d'optimisation à base de coupure minimale, il est

cependant nécessaire que le terme de régularisation reste convexe. Une autre piste consisterait à étendre la technique de restauration itérative de contraste proposée dans [45] au cas du bruit multiplicatif de speckle. Une approche basée sur le concept des fonctions nivelables a été proposée dans [17]. Elle suppose cependant de réaliser une optimisation non convexe et un analyse plus approfondie reste nécessaire.

La qualité des résultats devrait permettre d'améliorer la reconstruction 3D à partir de la phase interférométrique. Des travaux permettant de compenser les déformations géométriques au cours de la régularisation devraient encore améliorer les résultats. Une autre piste de recherche est l'introduction de connaissances *a priori* plus évoluées en lien avec une interprétation contextuelle de la scène. La flexibilité du cadre markovien permet l'introduction de telles connaissances de plus haut niveau.

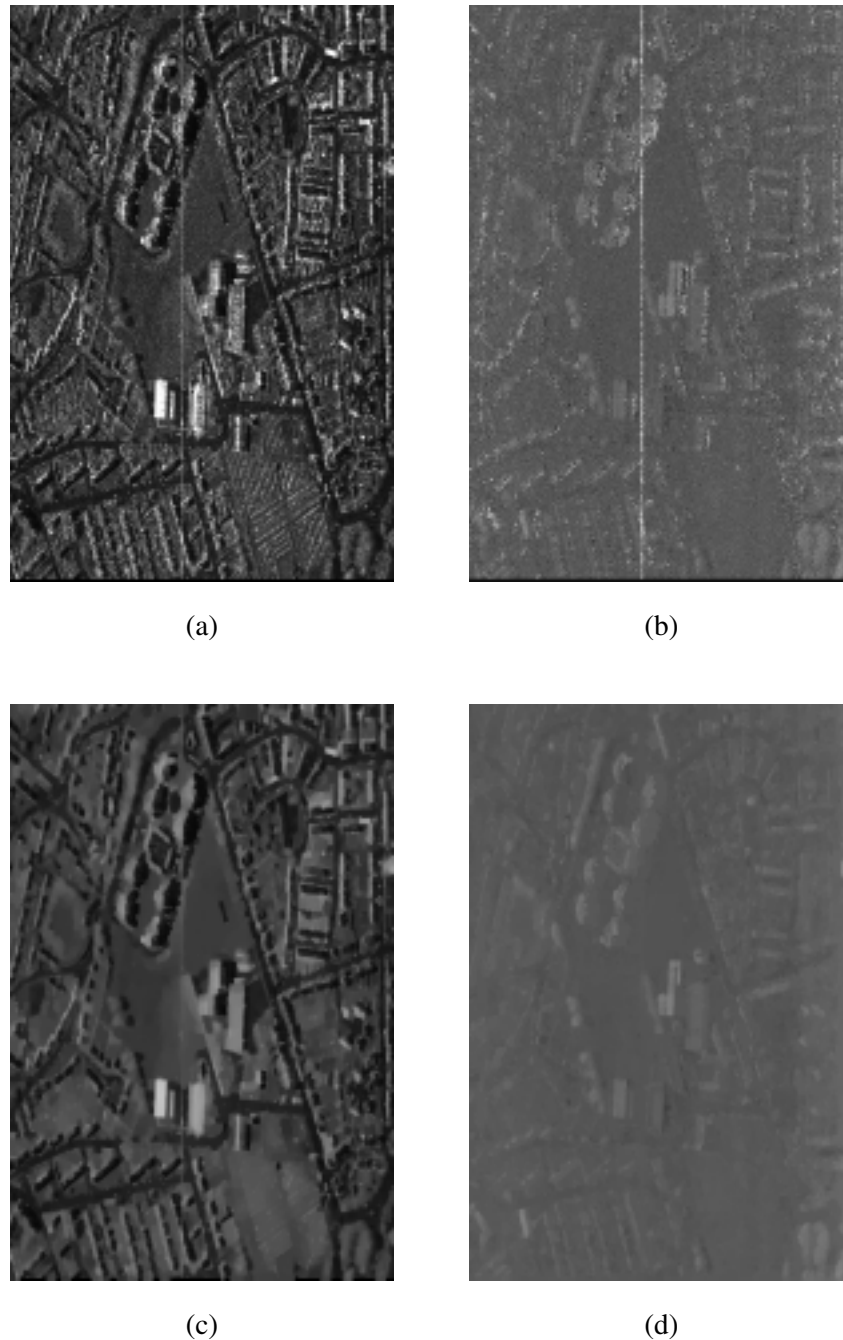


Figure 7. Régularisation conjointe d'images InSAR ( $1024 \times 682$  pixels) du quartier de Bayard près de Saint-Paul sur Mer: (a) amplitude originale, (b) phase originale, (c) et (d) sont respectivement l'amplitude et la phase conjointement régularisés avec  $\beta_a = 0.049$  et  $\beta_\phi = 1.45 \times 10^4$ .

## Références

- [1] F. ARGENTI and L. ALPARONE. Speckle removal from SAR images in the undecimated wavelet domain. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 40(11) :2363–2374, 2002.
- [2] G. AUBERT and J.F. AUJOL. A Variational Approach to Removing Multiplicative Noise. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 68:925, 2008.
- [3] M. BELGE, M.E. KILMER, and E.L. MILLER. Efficient determination of multiple regularization parameters in a generalized L-curve framework. *Inverse Problems*, 18(4) :1161–1183, 2002.
- [4] J. BESAG. On the statistical analysis of dirty pictures. *J. R. Statist. Soc. B*, 48(3) :259–302, 1986.
- [5] J. M. BIOUCAS-DIAS and G. VALADAO. Phase unwrapping via graph cuts. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(3) :698–709, 2007.
- [6] A. BLAKE and A. ZISSERMAN. *Visual Reconstruction*. MIT Press, 1987.



- [7] Y. BOYKOV and V. KOLMOGOROV. An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(9) :1124–1137, 2004.
- [8] Y. BOYKOV, O. VEKSLER, and R. ZABIH. Fast approximate energy minimization via graph cuts. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(2) :147–159, 2001.
- [9] J.L. CASTELLANOS, S. GÓMEZ, and V. GUERRA. The triangle method for finding the corner of the L-curve. *Applied Numerical Mathematics*, 43(4) :359–373, 2002.
- [10] A. CHAMBOLLE. Total variation minimization and a class of binary mrf models. In *Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition*, volume LNCS 3757, pages 136–152, St. Augustine, Florida, USA, 2005.
- [11] P. CHARBONNIER. *Reconstruction d'image : régularisation avec prise en compte des discontinuités*. PhD thesis, Université de Nice Sophia Antipolis, 1994.
- [12] P.L. COMBETTES and J.C. PESQUET. Image restoration subject to a total variation constraint. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(9) :1213–1222, 2004.
- [13] J. DARBON. *Composants logiciels et algorithmes de minimisation exacte d'énergies dédiées au traitement des images*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Télécommunications (ENST E050), 2005.
- [14] J. DARBON and S. PEYRONNET. A vectorial self-dual morphological filter based on total variation minimization. In *Proceedings of the First International Conference on Visual Computing*, volume 3804 of Lecture Notes in Computer Science Series, pages 388–395, Lake Tahoe, Nevada, USA, December 2005. Springer-Verlag.
- [15] J. DARBON and M. SIGELLE. Image restoration with discrete constrained Total Variation part I : Fast and exact optimization. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 26(3) :261–276, December 2006.
- [16] J. DARBON and M. SIGELLE. Image restoration with discrete constrained Total Variation part II : Levelable functions, convex priors and non-convex cases. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 26(3) :277–291, December 2006.
- [17] J. DARBON, M. SIGELLE and F. TUPIN. The use of levelable regularization functions for MRF restoration of SAR images while preserving reflectivity. In SPIE, editor, *IS&T/SPIE 19<sup>th</sup> Annual Symposium Electronic Imaging*, volume E 112, 2007.
- [18] S. FOUCHER, G. BERTIN BÉNIÉ and J.-M. BOUCHER. Multiscale MAP filtering of SAR images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(1) :49–60, 2001.
- [19] V. S. FROST, J. ABBOTT STILES, K. S. SHANMUGAN and J. C. HOLTZMAN. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-4(2) :157–166, March 1982.
- [20] N.P. GALATSANOS and A.K. KATSAGGELOS. Methods for choosing the regularization parameter and estimating the noise variance in image restoration and their relation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1(3) :322–336, 1992.
- [21] D. GEMAN and G. REYNOLDS. Constrained restoration and the recovery of discontinuities. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-14(3) :367–383, 1992.
- [22] S. GEMAN and D. GEMAN. Stochastic Relaxation, Gibbs Distribution, and the Bayesian Restoration of Images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-6(6) :721–741, November 1984.
- [23] J.W. GOODMAN. Statistical properties of laser speckle patterns. In *Laser Speckle and Related Phenomena*, volume 9, pages 9–75. J.C Dainty (Springer Verlag, Heidelberg, 1975), 1975.
- [24] D. M. GREIG, B. T. PORTEOUS, and A. H. SEHEULT. Exact maximum a posteriori estimation for binary images. *J. R. Statist. Soc. B*, 51(2) :271–279, 1989.
- [25] P.C. HANSEN, T.K. JENSEN, and G. RODRIGUEZ. An adaptive pruning algorithm for the discrete L-curve criterion. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 198(2) :483–492, 2007.
- [26] P.C. HANSEN and D.P. O'LEARY. The Use of the L-Curve in the Regularization of Discrete Ill-Posed Problems. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 14 :1487, 1993.
- [27] H. ISHIKAWA. Exact optimization for Markov random fields with convex priors. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(10) :1333–1336, October 2003.
- [28] E. JAKEMAN. On the statistics of K-distributed noise. *J. Phys. A : Math. Gen.*, 13 :31–48, 1980.
- [29] A. JALOBEANU, L. BLANC-FERAUD, and J. ZERUBIA. Hyperparameter estimation for satellite image restoration using a MCMC maximum-likelihood method. *Pattern Recognition*, 35(2) :341–352, 2002.
- [30] J. K. JAO. Amplitude distribution of composite terrain radar clutter and the K-distribution. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-32(10) :1049–1062, October 1984.
- [31] V. KOLMOGOROV. Primal-dual algorithm for convex markov random fields. Technical report, Microsoft Research, 2005.
- [32] V. KOLMOGOROV and R. ZABIH. What energy functions can be minimized via graph-cuts ? *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(2), 2004.
- [33] KUAN, SAWCHUK, STRAND, and CHAVEL. Adaptive restoration of images with speckle. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-35(3) :373–383, 1987.
- [34] D. T. KUAN, A. A. SAWCHUK, T. C. STRAND, and P. CHAVEL. Adaptive noise smoothing filter for images with signal dependant noise. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-7(2) :165–177, March 1985.
- [35] J-S LEE. Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-2(2) :165–168, March 1980.
- [36] J.-S. LEE. Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images. *Computer Graphics and Image Processing*, 17 :24–32, 1981.
- [37] J. S. LEE, K. W. HOPPEL, S. A. MANGO and A. R. MILLER. Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric SAR imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 32(5) :1017–1028, 1994.
- [38] J. S. LEE, I. JURKEVICH, P. DEWAELE, P. WAMBACK and A. OOSTERLINCK. Speckle filtering of synthetic aperture radar images : A review. *Remote Sensing Reviews*, 8 :313–340, 1994.
- [39] F. LOMBARDINI, F. BORDONI and F. GINI. Feasibility study of along-track sar interferometry with the cosmo-skymed satellite system. In *IGARSS04*, volume 5, pages 337–3340, 2004.
- [40] A. LOPES, E. NEZRY, R. TOUZI and H. LAUR. Structure detection, and statistical adaptive filtering in SAR images. *Int. J. Remote Sensing*, 14(9) :1735–1758, 1993.
- [41] Y. MEYER. Oscillating Patterns in Image Processing and Nonlinear Evolution Equations. *American Mathematical Society*, 2001.
- [42] J.M. NICOLAS. A Fisher-MAP filter for SAR image processing. In *IGARSS03*, volume 3, Toulouse, France, jul 2003.
- [43] J.M. NICOLAS, F. TUPIN and H. MAÎTRE. Smoothing speckle SAR images by using maximum homogeneous region filters : an improved approach. In *IGARSS01*, volume 3, pages 1503–1505, Sydney, Australie, jul 2001.
- [44] M. NIKOLOVA. A variational approach to remove outliers and impulse noise. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 20:99–120, 2004.
- [45] S. OSHER, M. BURGER, D. GOLDFARB, J. XU and W. YIN. An Iterative Regularization Method for Total Variation Based Image Restoration. *SIAM journal on Multiscale modeling and Application*, 4 :460–489, 2005.
- [46] J.P. PICARD and H.D. RATLIF. Minimum cuts and related problem. *Networks*, 5 :357–370, 1975.
- [47] R. ROMEISER and H. RUNGE. Theoretical evaluation of several possible along-track InSAR modes of TerraSAR-X for ocean current measurements. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45 :21–35, 2007.
- [48] L. RUDIN, S. OSHER and E. FATEMI. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D.*, 60 :259–268, 1992.
- [49] J. SHI and S. OSHER. A nonlinear inverse scale space method for a convex multiplicative noise model. Technical Report 07-10, UCLA, 2007.

- [50] D. STRONG and T. CHAN. Edge-preserving and scale-dependent properties of total variation regularization. *Inverse Problems*, 19(6), 2003.
- [51] R. TOUZI. A review of speckle filtering in the context of estimation theory. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 40(11) :2392–2404, 2002.
- [52] G. VASILE, E. TROUVÉ, J.S. LEE and V. BUZULOIU. Intensity-driven adaptive neighborhood technique for polarimetric and interferometric SAR parameters estimation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 44(6) :1609–1621, 2003.
- [53] M. WALESSA and M. DATCU. Model-based despeckling and information extraction of SAR images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(5), 2000.
- [54] Y. WU and H. MAÎTRE. Smoothing speckled synthetic aperture radar images by using maximum homogeneous region filters. *Optical Engineering*, 31(8) :1785–1792, 1992.
- [55] Z. ZHOU, R.N. LEAHY and J. QI. Approximate maximum likelihood hyperparameter estimation for Gibbs priors. *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(6) :844–861, 1997.



Loïc Denis

Loïc Denis est enseignant-chercheur à l'Ecole Supérieure de Chimie Physique Electronique de Lyon (CPE Lyon) depuis 2007.

Il a effectué un séjour post-doctoral en 2006-2007 à Télécom Paristech portant sur la reconstruction 3D en milieu urbain à partir de données radar interférométriques et optiques.

Son activité de recherche porte sur le débruitage et la reconstruction d'images en imagerie optique, radar et en holographie numérique.



Florence Tupin

Florence Tupin est diplômée de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications. Elle a obtenu son doctorat en 1997 et en 2007 son habilitation à diriger des recherches. Elle est actuellement Professeur à Télécom ParisTech au sein du département Traitement du Signal et des Images. Ses axes de recherche sont les modèles markoviens, l'imagerie radar (statistiques des signaux radar, interférométrie, radargrammétrie), la fusion de données optique et radar, en particulier en milieu urbain.

Elle a été Chair de la conférence Urban Remote Sensing Joint Event en 2007, et est éditrice associée du journal *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* depuis 2007. Elle a également été éditrice associée de la revue *Traitement du Signal* de 2005 à 2007.



Jérôme Darbon

Jérôme Darbon est actuellement en séjour post-doctoral au Département de Mathématiques de l'UCLA (USA). Ses principaux sujets de recherche concernent l'optimisation par des méthodes combinatoires et la morphologie mathématique.



Marc Sigelle

Marc Sigelle est né à Paris en 1954, diplômé de Ecole Polytechnique Paris (1975) et de Télécom ParisTech (ex-ENST) (1977), où il a reçu un doctorat en 1993.

Après des recherches en Physique et en Informatique au CNET (France Telecom R&D), il travaille depuis 1989 à Télécom ParisTech où il mène des recherches sur la restauration et segmentation d'images par champs markoviens (télédéttection essentiellement), et plus généralement sur les méthodes bayésiennes et markoviennes en reconnaissance des formes (réseaux bayésiens dynamiques pour la reconnaissance de l'écriture).