# Une nouvelle règle de combinaison répartissant le conflit – Applications en imagerie Sonar et classification Radar

A new conflict-redistributing combination rule – Applications to sonar imagery and radar target classification

### Arnaud Martin<sup>1</sup> et Christophe Osswald<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Arnaud.Martin@ensieta.fr, <sup>2</sup>Christophe Osswald@ensieta.fr

Manuscrit reçu le 2 mai 2006

Résumé et mots clés

Le problème du conflit, intrinsèque à la fusion d'informations, a poussé à de nombreuses réflexions ces dernières années, en particulier dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance. Nous pouvons résumer les solutions apportées par trois façons de considérer le problème : premièrement, nous pouvons chercher à réduire voire supprimer le conflit avant la combinaison d'informations, deuxièmement nous pouvons gérer le conflit de façon à ce qu'il n'intervienne pas lors de la combinaison et ne le considérer que lors de la prise de décision, et troisièmement nous pouvons prendre le conflit en compte lors de l'étape de combinaison. Si la première solution paraît la meilleure elle n'est pas toujours réalisable ou suffisante. Il peut être difficile de chercher à départager philosophiquement les deux dernières stratégies. Du point de vue applicatif, seule la décision compte ; c'est donc dans cette optique que nous comparons ces approches. Nous proposons ici une nouvelle règle qui a pour principe de répartir le conflit proportionnellement sur les éléments produisant ce conflit. Nous comparons les différentes règles à partir de données réelles en imagerie Sonar et en classification de cibles Radar.

### Fonctions de croyance, Conflit, Règle de Combinaison, Imagerie Sonar, Classification de cibles Radar.

### Abstract and key words

These last years, there were many studies on the problem of conflict coming from information fusion, especially in evidence theory. We can summarize the solutions for managing the conflict in three different approaches: first, you can try to suppress or reduce the conflict before the combination step; secondly, you can manage the conflict in order to give no influenence to the conflict in the combination step, and then take into account the conflict in the decision step; thirdly, you can take into account the conflict in the combination step. The first approach is certainly the better, but not always feasible. It is difficult to say which approach is the best between second and third. However, the most important is the produced results in applications. We propose here a new combination rule that distributes the conflict proportionally on the elements giving this conflict. We compare these different combination rules on real data in Sonar imagery and Radar target classification.

Belief functions, Conflict, Combination Rule, Sonar Imagery, Radar Target Classification.

## **1. Introduction**

La fusion d'informations a depuis plusieurs années permis d'apporter des solutions à la combinaison d'informations issues de diverses sources afin d'améliorer la prise de décision, par exemple dans un système de classification. Le fait de devoir tenir compte de plusieurs sources a poussé le développement de plusieurs théories permettant de modéliser finement les informations issues de ces sources en terme de fiabilité, incertitude, imprécision ou encore incomplétude. Parmi ces théories de l'incertain, la théorie des fonctions de croyance issue des recherches de Dempster et Shafer [4, 21] a connu ces dernières années un développement important notamment dans sa mise en forme pour de nombreuses applications.

La théorie des fonctions de croyance est fondée sur la manipulation des fonctions de masse (ou masse élémentaire de croyance). Les fonctions de masse sont définies sur l'ensemble de toutes les disjonctions du cadre de discernement  $\Theta = \{C_1, \ldots, C_N\}$  et à valeurs dans [0,1], où les  $C_i$  représentent les hypothèses supposées exhaustives et exclusives. Cet ensemble est noté  $2^{\Theta}$ . Généralement, il est ajouté une condition de normalité, donnée par :

$$\sum_{X \in 2^{\Theta}} m_j(X) = 1, \tag{1}$$

où  $m_j(.)$  représente la fonction de masse pour une source (ou un expert)  $S_j$ , j = 1,...,M. Les éléments X tels que m(X) > 0 sont appelés les éléments focaux. La première difficulté est donc de définir ces fonctions de masse selon le problème. À partir de ces fonctions de masse, d'autres fonctions de croyance peuvent être définies, telles que les fonctions de crédibilité, représentant l'intensité que toutes les sources croient que les éléments focaux d'une source affirment la croyance en un élément. Elles sont données pour tout  $X \in 2^{\Theta}$  par:

$$\operatorname{bel}(X) = \sum_{Y \subseteq X, Y \neq \emptyset} m(Y), \tag{2}$$

ou encore les fonctions de plausibilité, représentant l'intensité avec laquelle on ne doute pas en un élément, données pour tout  $X \in 2^{\Theta}$  par:

$$pl(X) = \sum_{Y \in 2^{\Theta}, Y \cap X \neq \emptyset} m(Y) = bel(\Theta) - bel(X^c)$$

$$= 1 - m(\emptyset) - bel(X^c),$$
(3)

où  $X^c$  est le complémentaire de X.

Afin de conserver un maximum d'informations, il est préférable de rester à un niveau crédal (*i.e.* de manipuler des fonctions de croyance) pendant l'étape de combinaison des informations pour prendre la décision sur les fonctions de croyance issues de la combinaison. Si la décision prise par le maximum de crédibilité peut être trop pessimiste, la décision issue du maximum de plausibilité est bien souvent trop optimiste. Le maximum de la probabilité pignistique, introduite par Ph. Smets [24], reste le compromis le plus employé. La probabilité pignistique est donnée pour tout  $X \in 2^{\Theta}$ , avec  $X \neq \emptyset$  par:

$$\operatorname{betP}(X) = \sum_{Y \in 2^{\Theta}, Y \neq \emptyset} \frac{|X \cap Y|}{|Y|} \frac{m(Y)}{1 - m(\emptyset)}.$$
(4)

Notons que nous obtenons ainsi une probabilité peu conforme à la notion de fonction de masse. Le maximum de probabilité pignistique est généralement considéré uniquement sur les hypothèses singletons  $C_i$  à cause de l'additivité des probabilités. En effet :

 $bet P(C_1 \cup C_2) \ge bet P(C_i), \forall i = 1, 2.$ 

De la même façon la croissance des fonctions de crédibilité et de plausibilité sur le treillis d'inclusion  $2^{\Theta}$  pousse à prendre une décision uniquement sur les singletons. Si l'application autorise à prendre une décision finale sur une disjonction, il est alors préférable de considérer les fonctions de masse directement ou de développer une autre fonction de croyance non monotone, adaptée à l'application. Dans un cas général une fonction de la fonction de masse qui n'est pas croissante sur le treillis d'inclusion mène à des résultats qui peuvent facilement être contre-intuitifs. Il peut également être intéressant de ne plus considérer l'unique hypothèse la plus vraisemblable, mais un sous-ensemble des hypothèses les plus vraisemblables [2].

Combiner des informations issues de plusieurs sources qui ne sont pas en accord fait bien souvent apparaître un conflit entre les sources. Ce conflit peut provenir d'un manque d'exhaustivité des sources, ou encore d'un manque de fiabilité de celles-ci [1]. Plusieurs approches sont envisageables pour gérer ce conflit. Dans le cas d'un manque d'exhaustivité des sources, une approche classique est la technique du *hedging* qui consiste à ajouter un élément au cadre de discernement. Lorsque la fiabilité des sources peut être estimée, une approche consiste à affaiblir les masses selon cette fiabilité. Cependant, depuis le problème posé par Zadeh, que nous reprendrons plus loin, de nombreuses règles de combinaison ont été proposées afin de gérer le conflit [27, 7, 23, 10, 25, 13, 11, 3, 22, 8].

Nous proposons ici une nouvelle règle qui a pour principe de répartir le conflit proportionnellement sur les éléments produisant ce conflit. Dans un premier temps nous rappelons les différentes règles de combinaison, puis nous montrons en quoi il est intéressant de considérer cette nouvelle règle. Les différentes règles proposées au cours de ces dernières années peuvent être performantes selon les applications considérées. Dans une dernière partie, nous étudions le comportement de ces règles en terme de décision, dans le cadre de deux applications à partir de données réelles: en imagerie Sonar et en reconnaissance de cibles Radar.

## 2. La combinaison

Différentes approches de combinaison des fonctions de masse ont été proposées. La règle orthogonale de Dempster-Shafer non normalisée proposée par Smets [23] est définie pour deux fonctions de masse  $m_1$  et  $m_2$  et pour tout  $A \in 2^{\Theta}$  par:

$$m_{\text{conj}}(A) = \sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C) := (m_1 \oplus m_2)(A).$$
(5)

Elle est donnée pour *M* experts, pour tout  $X \in 2^{\Theta}$  par:

$$m_{\text{conj}}(X) = \sum_{Y_1 \cap \dots \cap Y_M = X} \prod_{j=1}^M m_j(Y_j) := (\bigoplus_{j=1}^M m_j)(A), \tag{6}$$

où  $Y_j \in 2^{\Theta}$  est un élément focal de la fonction de masse de l'expert j, et  $m_j(Y_j)$  la masse associée.

Cet opérateur est associatif et commutatif. La masse affectée sur l'ensemble vide s'interprète comme une mesure de conflit. Ce conflit peut provenir d'un manque d'exhaustivité des sources, ou encore d'un manque de fiabilité [1]. Dans le premier cas le fait d'avoir une masse non nulle sur l'ensemble vide (cas d'un monde ouvert) est concevable. Si l'on souhaite rester en monde fermé, la technique du *hedging* consiste à répartir le conflit sur un nouvel élément *e*, et la règle est alors donnée par:

$$\begin{array}{lll} m_h(X) &=& m_{\rm conj}(X), \forall X \neq \emptyset \\ m_h(e) &=& m_{\rm conj}(\emptyset). \end{array}$$

$$(7)$$

Si les sources ne sont pas fiables, lorsqu'il est possible de quantifier la fiabilité de chacune des sources il est important de procéder à un affaiblissement en redéfinissant les fonctions de masse par:

$$\begin{cases} m'_j(X) = \alpha_j m_j(X), \forall X \in 2^{\Theta} \\ m'_j(\Theta) = 1 - \alpha_j (1 - m_j(\Theta)). \end{cases}$$
(8)

 $\alpha_j \in [0,1]$  est le coefficient d'affaiblissement de la source j qui est alors une estimation de la fiabilité de l'expert j, éventuellement comme une fonction de  $X \in 2^{\Theta}$ .

Les experts pouvant s'exprimer dans  $2^{\Theta}$  (s'ils ne sont ni sûrs ni précis), l'apparition de conflit est inévitable. En effet, la règle orthogonale n'est pas idempotente, ainsi nous pouvons définir un *auto-conflit* d'ordre *n* pour chaque source *j* par:

$$a_n(j) = \bigoplus_{k=1}^n m_j(\emptyset), \tag{9}$$

où l'opérateur  $\oplus$  est l'opérateur de combinaison conjonctive de l'équation (6) et nous avons la propriété :

$$a_n(j) \leqslant a_{n+1}(j). \tag{10}$$

Ainsi, du fait de la non-idempotence, plus le nombre d'experts est important plus le conflit peut être proche de 1.

Initialement, Dempster et Shafer ont proposé une règle orthogonale normalisée, afin de rester en monde fermé. Ainsi la répartition du conflit se fait de manière uniforme lors de la combinaison, pour tout  $X \in 2^{\Theta}$ ,  $X \neq \emptyset$  par:

$$m_{\rm DS}(X) = \frac{1}{1 - m_{\rm conj}(\emptyset)} \sum_{Y_1 \cap \dots \cap Y_M = X} \prod_{j=1}^M m_j(Y_j)$$
$$= \frac{m_{\rm conj}(X)}{1 - m_{\rm conj}(\emptyset)},$$
(11)

où  $Y_j \in 2^{\Theta}$  est la réponse de l'expert *j*, et  $m_j(Y_j)$  la fonction de masse associée.

Smets ne répartit le conflit établi sur l'ensemble vide lors de la combinaison qu'à l'étape de décision en prenant le maximum de la probabilité pignistique. Il multiplie toutes les masses par  $\frac{1}{1-m_{conj}(\emptyset)}$  (*cf.* équation (4)). Ce critère de décision présente un compromis entre une décision pessimiste par le maximum de crédibilité et une décision optimiste par le maximum de plausibilité, aussi bien en monde ouvert qu'en monde fermé. Mais ces trois critères produisent la même décision, que l'on normalise lors de l'étape de combinaison ou bien lors de la décision.

La gestion du conflit peut cependant être réalisée lors de la combinaison de manière différente que dans le cas de la règle orthogonale normalisée, comme nous le verrons en rappelant l'exemple de Zadeh [28]. Ainsi Yager [27] répartit le conflit sur l'ignorance totale (*i.e.* sur la masse de  $\Theta$ ) afin de rester en monde fermé et considère qu'on ne sait rien en cas de conflit. Ainsi la règle qu'il propose est donnée par:

$$m_{Y}(X) = m_{\text{conj}}(X), \forall X \in 2^{\Theta}, X \neq \emptyset, X \neq \Theta$$
  

$$m_{Y}(\Theta) = m_{\text{conj}}(\Theta) + m_{\text{conj}}(\emptyset)$$
  

$$m_{Y}(\emptyset) = 0.$$
(12)

Dans la plupart des applications, nous cherchons à prendre une décision sur les singletons et non sur l'ensemble  $2^{\Theta}$ . C'est ce qui est réalisé par la décision du maximum de probabilité pignistique. Ainsi, le problème soulevé par Zadeh (*cf.* tableau 1) lors d'un fort conflit n'est pas résolu, et la décision sur les singletons reste *C*.

Tableau 1. Exemple de Zadeh.

	Ø	Α	В	$A \cup B$	С	Θ	Décision
$m_1$	0	0.9	0	0	0.1	0	Α
$m_2$	0	0	0.9	0	0.1	0	В
m <sub>DS</sub>	0	0	0	0	1	0	С
m <sub>conj</sub>	0.99	0	0	0	0.01	0	С
mY	0	0	0	0	0.01	0.99	С

Dubois et Prade [7] ont proposé une gestion plus fine du conflit en répartissant le conflit partiel (par exemple issu uniquement de deux sources, l'une annonçant *A* et l'autre *B*) sur les ignorances partielles (c'est-à-dire  $A \cup B$ ). Cette règle est donnée pour tout  $X \in 2^{\Theta}$ ,  $X \neq \emptyset$  par :

$$m_{\rm DP}(X) = \sum_{Y_1 \cap \dots \cap Y_M = X} \prod_{j=1}^M m_j(Y_j) + \sum_{\substack{Y_1 \cup \dots \cup Y_M = X \\ Y_1 \cap \dots \cap Y_M = \emptyset}} \prod_{j=1}^M m_j(Y_j),$$
(13)

où  $Y_j \in 2^{\Theta}$  est un élément focal de l'expert *j*, et  $m_j(Y_j)$  la fonction de masse associée. Si nous reprenons l'exemple de Zadeh, nous obtenons :

	Ø	A	В	$A \cup B$	С	$A \cup C$	$B \cup C$	Θ	Décision
m <sub>DP</sub>	0	0	0	0.99	0.01	0	0	0	$A \cup B$
bel <sub>DP</sub>	0	0	0	0.99	0.01	0.01	0.01	1	С
pl <sub>DP</sub>	0	0.99	0.99	0.99	0.01	1	1	1	A ou B
betP <sub>DP</sub>	0	0.495	0.495	0.99	0.01	0.505	0.505	1	A ou B

Ainsi avec le maximum de probabilité pignistique ou de la plausibilité nous choisissons A ou B sans pouvoir les distinguer à cause de l'égalité des masses données par les différents experts sur A et B. Si ces masses sont différentes une prise de décision univoque est alors possible, comme l'illustre l'exemple choisi suivant:

	Ø	Α	В	$A \cup B$	С	$A \cup C$	$B \cup C$	Θ
$m_1$	0	0.5421	0.2953	0	0.0924	0	0	0.0702
$m_2$	0	0.2022	0.6891	0	0.0084	0	0	0.1003
m <sub>DP</sub>	0	0.1782	0.2815	0.4333	0.0106	0.0233	0.0662	0.007
bel <sub>DP</sub>	0	0.1782	0.2815	0.8929	0.0106	0.2120	0.3583	1
pl <sub>DP</sub>	0	0.6417	0.7880	0.9894	0.1071	0.7185	0.8218	1
betP <sub>DP</sub>	0	0.4088	0.5335	0.9423	0.0577	0.4665	0.5912	1

Sur cet exemple la décision prise sur les singletons sera donc la classe B, par le maximum de plausibilité, de crédibilité ou de probabilité pignistique sur les singletons.

De manière générale, la répartition du conflit peut s'écrire [10, 13, 14]:

$$m_c(X) = m_{\text{conj}}(X) + w(X)m_{\text{conj}}(\emptyset), \qquad (14)$$

où  $\sum_{X \in 2^{\Theta}} w(X) = 1$ . Toutes les règles précédentes peuvent être vues comme un cas particulier de celle-ci, la difficulté étant le choix des poids w(X). De plus cette règle ne fait pas une ges-

choix des poids w(X). De plus cette règle ne fait pas une gestion fine des conflits partiels, tels qu'ils sont considérés dans la règle de Dubois et Prade, même s'il est toujours possible d'en tenir compte selon la définition des poids w(X).

À notre connaissance les seules règles répartissant les conflits partiels sur les éléments dont la combinaison crée le conflit, sont la règle du *minC* proposée par [3] et celles proposées par Dezert et Smarandache [22, 8]. Ces règles peuvent également être vues comme des cas particuliers de la répartition du conflit total de l'équation (14) avec des poids choisis de manière adéquate. La règle la plus aboutie de Dezert et Smarandache est la PCR5 donnée pour 2 experts par:

$$m_{\text{PCR5}}(X) = m_{12}(X) +$$

$$\sum_{\substack{Y \in 2^{\Theta}, \\ X \cap Y = \emptyset}} \left( \frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right),$$
(15)

où  $m_{12}(.)$  est la combinaison orthogonale pour deux experts, et le dénominateur est non nul.

L'extension à M experts proposée par Dezert et Smarandache [22] peut s'écrire:

$$m_{PCR5}(X) = m_{conj}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_i(X) \sum_{\substack{M=1 \ i \in I \\ P_{\sigma_i(k)} \cap X = \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (2^{\Theta})^{M-1}}} (16)$$

$$\frac{\left(\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}) \mathbb{I}_{j>i}\right) \prod_{Y_{\sigma_i(j)} = X} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{\sum_{Z \in \{X, Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)} \ T \in X} \prod_{Y_{\sigma_i(j)} = Z} (m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}) . T(X = Z, m_i(X)))},$$

où  $\sigma_i$  prend des valeurs de 1 à *M* selon *i*:

$$\begin{cases} \sigma_i(j) = j & \text{si } j < i, \\ \sigma_i(j) = j + 1 & \text{si } j \ge i, \end{cases}$$
(17)

et:

$$\begin{cases} T(B,x) = x & \text{si } B \text{ est vraie,} \\ T(B,x) = 1 & \text{si } B \text{ est fausse.} \end{cases}$$
(18)

Si nous reprenons l'exemple de Zadeh, cette règle donne :

 $m_{\text{PCR5}}(A) = 0.486, m_{\text{PCR5}}(B) = 0.486, m_{\text{PCR5}}(C) = 0.028.$ 

L'égalité des masses sur A et B provient des masses initiales des deux experts. Pour lever l'indétermination il suffit d'une légère différence entre les deux experts.

## 3. Une nouvelle règle de combinaison répartissant le conflit

La règle précédente (équation (16)) n'est pas toujours satisfaisante, comme nous le montrons par les considérations ci-dessous. Ainsi nous avons proposé une autre extension à M experts (qui rejoint la PCR5 dans le cas de deux experts):

$$m_{\text{PCR}_{\text{MO}}}(X) = m_{\text{conj}}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_i(X)^2 \sum_{\substack{M-1 \\ \bigcap \\ K=1 \\ (Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (2^{\Theta})^{M-1}} (19)$$

 $\left(\frac{\prod\limits_{j=1}^{m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}}{m_i(X) + \sum\limits_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}\right),$ 

où  $\sigma$  est défini par l'équation (17).

Nous proposons deux règles encore plus générales, données par:

$$m_{\text{PCR}_{\text{MOf}}}(X) = m_{c}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_{i}(X) f(m_{i}(X)). \sum_{\substack{(Y_{1},...,Y_{M-1}) \in (2^{\Theta})^{M-1} \setminus \{X^{M-1}\}\\ \bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{k} \cap X = \emptyset}} (20)$$

$$\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_{i}(j)}(Y_{\sigma_{i}(j)})}{\prod_{j=1}^{M-1} f(m_{\sigma_{i}(j)}(Y_{\sigma_{i}(j)}))},$$

avec les mêmes notations que dans l'équation (19), et f est une fonction croissante définie sur ]0,1] et à valeurs dans  $\mathbb{R}^{+*}$ .

$$m_{\text{PCR}_{\text{MOg}}}(X) = m_{c}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_{i}(X)g(m_{i}(X)). \sum_{\substack{(Y_{1},...,Y_{M-1})\in(2^{\Theta})^{M-1}\setminus\{X^{M-1}\}\\\bigcap_{k=1}^{M-1}Y_{k}\cap X=\emptyset}} \left(21\right)$$

$$\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_{i}(j)}(Y_{\sigma_{i}(j)})}{g\left(m_{i}(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_{i}(j)}(Y_{\sigma_{i}(j)})\right)},$$

avec les mêmes notations que dans l'équation (19), et g est une fonction croissante définie sur ]0,1] et à valeurs dans  $\mathbb{R}^{+*}$ . Par exemple,  $f(x) = g(x) = x^{\alpha}$ , avec  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ . Sur ces deux dernières règles, la difficulté du choix de la fonction f ou g s'apparente à celle du choix des poids dans l'équation (14).

#### 3.1. Remarques sur cette nouvelle règle de combinaison

- Le problème principal des règles de redistribution du conflit est peut-être la non-associativité. Prenons l'exemple de trois experts et de deux classes donné par:

	Ø	Α	В	Θ
Expert 1	0	1	0	0
Expert 2	0	0	1	0
Expert 3	0	0	1	0

En fusionnant l'expert 1 et 2 puis l'expert 3, la règle PCR5 donne:

$$m_{12}(A) = 1/2, \quad m_{12}(B) = 1/2,$$

et

$$m_{(12)3}(A) = 1/4, \quad m_{(12)3}(B) = 3/4.$$

Si nous fusionnons l'expert 2 et 3 puis l'expert 1, la règle donne :

$$m_{23}(A) = 0, \quad m_{23}(B) = 1,$$

et

$$m_{(12)3}(A) = 1/2, \quad m_{(12)3}(B) = 1/2.$$

Ainsi les résultats diffèrent. De plus, avec l'équation (16) nous obtenons :

$$m_{(123)}(A) = 1/2, \quad m_{(123)}(B) = 1/2,$$

et avec la règle PCR<sub>MO</sub> nous obtenons:

$$m_{(123)}(A) = 1/3, \quad m_{(123)}(B) = 2/3,$$

qui est un résultat plus intuitif.

L'associativité peut être importante pour la fusion de multiples capteurs. Cependant, lors de la fusion dynamique il est courant d'affaiblir les masses afin de tenir compte plus faiblement des avis des experts s'étant exprimé il y a longtemps. La  $PCR_{MO}$  le fait naturellement, certes sans avoir le choix des poids d'affaiblissement, mais il est aussi recommandable dans la mesure du possible de procéder à un affaiblissement avant la combinaison.

- Le conflit n'est pas seulement redistribué sur les singletons. En effet, prenons par exemple ces trois experts :

	$A \cup B$	$B \cup C$	$A \cup C$	Θ
Expert 1	0.7	0	0	0.3
Expert 2	0	0	0.6	0.4
Expert 3	0	0.5	0	0.5

Le conflit est ici donné par  $0.7 \times 0.6 \times 0.5 = 0.21$ . Avec la règle PCR<sub>MO</sub> nous obtenons :

 $m_{(123)}(A) = 0.21,$   $m_{(123)}(B) = 0.14,$   $m_{(123)}(C) = 0.09,$   $m_{(123)}(A \cup B) = 0.14 + 0.21.\frac{7}{18} \simeq 0.222,$   $m_{(123)}(B \cup C) = 0.06 + 0.21.\frac{6}{18} = 0.13,$   $m_{(123)}(A \cup C) = 0.09 + 0.21.\frac{5}{18} \simeq 0.147,$  $m_{(123)}(\Theta) = 0.06.$ 

	Ø	A	В	$A \cup B$	С	$A \cup C$	$B \cup C$	Θ
<i>m</i> <sub>(123)</sub>	0	0.21	0.14	0.2217	0.09	0.1483	0.13	0.06
bel <sub>(123)</sub>	0	0.21	0.14	0.5717	0.09	0.4483	0.36	1
pl <sub>(123)</sub>	0	0.64	0.5517	0.91	0.4283	0.86	0.79	1
betP(123)	0	0.415	0.3358	0.7508	0.2492	0.6642	0.585	1

Considérant les singletons, nous obtenons ainsi la classe *A* quel que soit le critère de décision :

- La  $PCR_{MO}$  apporte des décisions qui peuvent être différentes des autres règles de combinaison répartissant le conflit. Reprenons l'exemple choisi de la section 2:

	Ø	A	В	$A \cup B$	С	$A \cup C$	$B \cup C$	Θ
$m_1$	0	0.5421	0.2953	0	0.0924	0	0	0.0702
$m_2$	0	0.2022	0.6891	0	0.0084	0	0	0.1003
$m_{\rm PCR_{MO}}$	0	0.5421	0.2953	0	0.0924	0	0	0.0702
bel <sub>PCRMO</sub>	0	0.5421	0.2953	0.8374	0.0924	0.6345	0.3877	1
pl <sub>PCRMO</sub>	0	0.6123	0.3655	0.9076	0.1626	0.7047	0.4579	1
betP <sub>PCRMO</sub>	0	0.5655	0.3187	0.8842	0.1158	0.6813	0.4345	1

Sur cet exemple la classe retenue sur les singletons par la PCR<sub>MO</sub> sera donc la classe *A*, contrairement à la règle de combinaison de Dubois et Prade (équation (13)) qui donne la classe *B*. En dehors des considérations philosophiques sur l'intérêt de reporter les conflits partiels sur les ignorances partielles puis sur les singletons lors de l'étape de décision ou l'intérêt de reporter ceux-ci directement sur les singletons lors de l'étape de combinaison, ce qui importe est la règle donnant les meilleures performances. L'exemple précédent montre qu'il existe des situations dans lesquelles la décision est différente sans pour autant qu'il soit possible de dire quelle règle est la meilleure. Pour ce faire nous allons étudier dans la section 4 le comportement de ces règles dans le cadre de deux applications où la réalité est supposée connue.

- L'extension proposée par Dezert et Smarandache de la PCR5 (16) redistribue le conflit sur les singletons. Par exemple si pour trois experts nous avons  $m_1(A)m_3(B)m_2(A \cup B)$ , le conflit est redistribué sur A et B proportionnellement à  $m_1(A)$  et  $m_3(B)$ . Cette approche ne donne cependant pas de solution si par exemple nous avons  $m_1(A \cup B)m_2(B \cup C)m_3(A \cup C)$ ; le conflit est  $A \cap B \cap C$  et nous n'avons pas la masse sur A, B et C. De plus, si nous avons  $m_1(A)m_2(B)m_3(B)$  la solution proposée distribue le conflit sur A et B respectivement à  $m_1(A)$  et  $m_2(B)m_3(B)$  et non pas à  $m_2(B) + m_3(B)$  qui serait plus intuitif. Par exemple, si  $m_1(A) = m_2(B) = m_3(B) = 0.5$ , 0.0833 et 0.0416 sont ajoutés respectivement à la masse de A et de B, alors qu'il y a plus de consensus sur B que sur A. Nous souhaiterions donc le contraire : ajouter 0.0416 et 0.0833 respectivement à la masse de A et de B.

Plus surprenants sont les résultats de la PCR5 et de la PCR<sub>MO</sub> sur l'exemple suivant :

	А	В	С	D	Е	F	G
Expert 1	0.0	0.57	0.43	0.0	0.0	0.0	0.0
Expert 2	0.58	0.0	0.0	0.42	0.0	0.0	0.0
Expert 3	0.58	0.0	0.0	0.0	0.42	0.0	0.0
Expert 4	0.58	0.0	0.0	0.0	0.0	0.42	0.0
Expert 5	0.58	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.42

Comme toutes les masses sont sur des singletons, aucune masse ne portera sur l'ignorance totale ou sur les ignorances partielles avec les deux règles PCR5 et PCR<sub>MO</sub>. Ainsi, le résultat de la fusion est toujours une probabilité et bel(X) = betP(X)= pl(X).

Ici le conflit est total, la règle orthogonale ne peut donner aucune information. Les règles PCR5 et  $PCR_{MO}$  donnent les résultats suivants:

	А	В	С	D	Е	F	G
PCR5	0.1915	0.2376	0.1542	0.1042	0.1042	0.1042	0.1042
PCR <sub>MO</sub>	0.5138	0.1244	0.0748	0.0718	0.0718	0.0718	0.0718

Ainsi la décision est A pour la PCR<sub>MO</sub>, et B pour la PCR5, alors que pour n'importe quel sous-ensemble de 2, 3 ou 4 experts, la décision est A pour les deux règles de combinaison.

#### 3.2. La combinaison des fonctions de croyance à valeurs réelles en répartissant le conflit

L'article récent de Ph. Smets [26] propose l'extension des fonctions de croyance sur les nombres réels. Cette extension ouvre la porte à de nombreuses applications des fonctions de croyance dans le domaine continu telles que l'estimation ou le suivi de cibles. Les fonctions de masse à valeurs réelles sont définies sur des intervalles, par exemple de  $\mathbb{R}$ . Pour les mêmes raisons que dans le domaine discret, les experts donnant une masse sur des intervalles disjoints entrent en conflit. La combinaison de Smets [26] pour deux experts s'exprimant sur  $[a_1,b_1]$  et sur  $[a_2,b_2]$ , dont l'intersection non vide est donnée par  $[a_1,b_1] \cap [a_2,b_2]$ =  $[max(a_1,a_2),min(b_1,b_2)] = [a,b]$  est donnée par:

$$m_{\text{conj}}([a,b]) = \int_{x=-\infty}^{a} \int_{y=b}^{+\infty} m_1([x,b])m_2([a,y])dydx + \int_{x=-\infty}^{a} \int_{y=b}^{+\infty} m_1([a,y])m_2([x,b])dydx + m_1([a,b]) \int_{x=-\infty}^{a} \int_{y=b}^{+\infty} m_2([x,y])dydx + m_2([a,b]) \int_{x=-\infty}^{a} \int_{y=b}^{+\infty} m_1([x,y])dydx.$$
(22)

Ainsi le conflit total, étant la masse attribuée sur l'ensemble vide, est donné par:

$$\begin{split} & m_{\text{conj}}(\emptyset) \\ &= \int_{z=-\infty}^{+\infty} \left( \int_{x=-\infty}^{z} \int_{y=z}^{+\infty} m_1([x,z]) m_2([z,y]) dy dx \\ &+ \int_{x=-\infty}^{z} \int_{y=z}^{+\infty} m_1([z,y]) m_2([x,z]) dy dx \right) dz. \end{split}$$
(23)

Cette règle de combinaison reste non idempotente. Ainsi la définition de l'auto-conflit par l'équation (9) garde tout son sens. La  $PCR_{MO}$  peut donc avoir un intérêt, particulièrement dans les cas de conflit important. Elle s'écrit dans le cas de deux experts par:

 $m_{\text{PCR}}([a,b]) = m_{\text{conj}}([a,b])$ 

$$+\frac{m_{1}([a,b])^{2}\int_{x=b}^{+\infty}\int_{y=x}^{+\infty}m_{2}([x,y])dydx}{m_{1}([a,b])+\int_{x=b}^{+\infty}\int_{y=x}^{+\infty}m_{2}([x,y])dydx}$$

$$+\frac{m_{2}([a,b])^{2}\int_{x=b}^{+\infty}\int_{y=x}^{+\infty}m_{1}([x,y])dydx}{m_{2}([a,b])+\int_{x=b}^{+\infty}\int_{y=x}^{+\infty}m_{1}([x,y])dydx}$$

$$+\frac{m_{1}([a,b])^{2}\int_{x=-\infty}^{a}\int_{y=x}^{a}m_{2}([x,y])dydx}{m_{1}([a,b])+\int_{x=-\infty}^{a}\int_{y=x}^{a}m_{2}([x,y])dydx}$$

$$+\frac{m_{2}([a,b])^{2}\int_{x=-\infty}^{a}\int_{y=x}^{a}m_{1}([x,y])dydx}{m_{2}([x,y])dydx}$$

#### 3.3. L'espace de définition des fonctions de masse

Au lieu de considérer l'ensemble de toutes les disjonctions de l'espace de discernement  $2^{\Theta}$ , il est possible de considérer l'ensemble de toutes les disjonctions et de toutes les conjonctions de l'espace de discernement, cet ensemble étant noté  $D^{\Theta}$  [6]. Nous autorisons ainsi des intersections non vides entre deux éléments de l'espace de discernement. Les masses issues des conflits partiels apparaissent donc sur des éléments de  $D^{\Theta}$  et ne sont donc plus réparties sur les éléments de  $2^{\Theta}$ .

Selon les applications, il est possible de ne considérer des intersections non nulles que pour une partie des éléments de  $2^{\Theta}$ . Ainsi, les règles de combinaison précédemment présentées peuvent s'écrire facilement en considérant l'appartenance à une même classe d'équivalence au lieu d'une égalité à l'ensemble vide.

Du fait de la croissance des fonctions de décision (crédibilité, plausiblité et probabilité pignistique) sur le treillis d'inclusions, la décision ne peut être prise sur les éléments de  $D^{\Theta}$  correspondant à des intersections. Cependant, certaines applications, comme en traitement des images [18] où deux classes peuvent

se rencontrer sur la zone d'intérêt considérée, peuvent nécessiter la manipulation d'un tel espace. Dans le cadre des fonctions de masses continues, lorsqu'il est possible de se contenter de la combinaison des intervalles de manière discrète, l'intersection des intervalles prend tout son sens et là encore il peut être intéressant de considérer l'ensemble  $D^{\Theta}$ .

### 4. Applications

Nous présentons ici deux applications dans lesquelles la répartition du conflit peut avoir un intérêt. La première est liée à la caractérisation des fonds sous-marin à partir d'images Sonar, la seconde concerne la classification de cibles aériennes à partir de données Radar.

#### 4.1. Classification des images Sonar

Les images Sonar sont obtenues à partir des mesures temporelles faites en traînant à l'arrière d'un bateau un Sonar qui peut être latéral, frontal, ou multifaisceaux. Chaque signal émis est réfléchi sur le fond puis reçu sur l'antenne du Sonar avec un décalage et une intensité variable. Pour la reconstruction sous forme d'images un grand nombre de données physiques (géométrie du dispositif, coordonnées du bateau, mouvements du Sonar, ...) est pris en compte, mais ces données sont entachées des bruits de mesures dus à l'instrumentation. À ceci viennent s'ajouter des interférences dues à des trajets multiples du signal (sur le fond ou la surface), à des bruits de chatoiement, ou encore à la faune et à la flore [15]. Les images sont donc entachées d'un grand nombre d'imperfections relevant de l'imprécision et l'incertitude.

Il est alors difficile pour un expert humain de caractériser précisément et avec certitude les fonds marins à partir de telles images. Cependant, en milieu sous-marin les capteurs optiques ne permettent pas d'imager rapidement et de grandes surfaces les fonds, ce qui est nécessaire pour de nombreuses applications telles que la navigation de robots autonomes. Il est donc nécessaire de proposer des approches de classifications automatiques des images Sonar. Nous pouvons distinguer 5 types de sédiments : les roches, le sable, la vase, les cailloutis (zone de petites roches sur du sable ou de la vase), et les rides (de sable ou de vase, caractérisées par une texture particulière).

La réalité n'étant pas connue précisément, nous avons constitué une base de données à partir de l'avis de différents experts en leur demandant d'indiquer la certitude de l'information fournie (en terme de «sûr», «moyennement sûr» et «pas sûr»). La figure 1 présente le résultat de la segmentation obtenue par deux experts, les couleurs indiquant les différents types de sédiments pour une certitude. Nous constatons ainsi le manque de précision de la segmentation et l'incertitude des experts sur leur classification.





Figure 1. Avis de deux experts sur la même image.

#### 4.1.1. L'extraction de caractéristiques discriminantes

La première étape de la classification est l'extraction de paramètres discriminants. Les images Sonar étant texturées, nous allons chercher à caractériser cette texture. La texture d'une image ou d'une partie d'une image est définie par une ressemblance globale qui peut être vue comme la répétition d'un motif plus ou moins grand, pouvant comporter des différences locales très importantes. La texture doit donc être caractérisée au niveau de la globalité de la partie considérée et non au niveau du pixel. Ainsi, des imagettes de taille variable (par exemple 16 × 16 pixels, ou  $32 \times 32$  pixels) sont considérées pour la caractérisation de la texture.

L'extraction de caractéristiques de texture sur des images peut être réalisée à partir de différentes méthodes de décomposition de l'image telle que les matrices de co-occurrence, les décompositions en ondelettes, par exemple à partir des filtres de Gabor, ou encore les longueurs de plage [16]. Une fois l'image décomposée différents paramètres peuvent être calculés tels que énergie, entropie, homogénéité, etc.

Dans cet article nous considérons une décomposition à partir des matrices de co-occurence qui par ailleurs ont donné de bons résultats [16]. Une matrice de co-occurrence est obtenue par une estimation des probabilités de transition de niveaux gris entre deux pixels situés à une distance donnée (ici de un pixel) selon différentes directions d: 0, 45, 90 et 135 degrés. Cette matrice  $C_d$  est donc une matrice carrée ayant pour taille le nombre de niveaux de gris considéré  $n_g$ . À partir de cette décomposition Haralick [9] a proposé 14 paramètres, nous en avons retenu 6: l'homogénéité, le contraste, l'entropie, la corrélation, la directivité, et l'uniformité.

L'homogénéité est donnée par:

$$\sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} C_d^2(i,j), \tag{25}$$

qui a une valeur élevée pour des images uniformes, ou possédant une texture périodique dans le sens de la translation d. Le *contraste*, qui caractérise des probabilités de transition élevées pour des pixels ayant une grande différence de niveau de gris, est donné par:

$$\frac{1}{n_g - 1} \sum_{k=0}^{n_g - 1} k^2 \sum_{i,j=1,|i-j|=k}^{n_g} C_d(i,j).$$
(26)

L'*entropie*, qui reste faible s'il y a peu de probabilités de transition élevées dans la matrice, est estimée par:

$$1 - \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} C_d(i,j) \ln(C_d(i,j)).$$
(27)

La *corrélation* entre les lignes et les colonnes de la matrice est calculée par:

$$\frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \left| \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} (i - m_x) (j - m_y) C_d(i, j) \right|,$$
(28)

où  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $\sigma_x$ , et  $\sigma_y$  sont respectivement les moyennes et écarttypes des lignes et de colonnes de la matrice  $C_d$ .

La *directivité* sera élevée si la texture présente une direction privilégiée dans le sens de la translation d:

$$\sum_{i=1}^{n_g} C_d(i,i).$$
 (29)

L'*uniformité* caractérise la proportion d'un même niveau de gris dans l'image :

$$\sum_{i=1}^{n_g} C_d^2(i,i).$$
(30)





Figure 2. Corrélation et entropie.

Après une étude de ces paramètres sur les images Sonar, nous avons constaté que la taille des imagettes a peu d'influence sur la séparation des histogrammes selon les classes. De même la direction de translation d n'influence pas ou peu la séparation des classes. En effet, seules les rides peuvent avoir des directions privilégiées, cependant nous ne cherchons pas à séparer les rides verticales des rides obliques, mais simplement les rides des autres classes. Ainsi, nous avons choisi de considérer les six paramètres décrits ci-dessus en prenant la moyenne arithmétique sur les quatre directions de d.

La figure 2 montre la difficulté qu'il peut découler de la classification à partir de tels paramètres pour les images Sonar. En effet, nous constatons que pour l'entropie seule la vase se distingue des autres sédiments, alors que pour la corrélation il y a un fort recouvrement. Cette confusion du type de sédiment par un paramètre entraîne un auto-conflit de ce paramètre, ce qui va générer du conflit lors de la combinaison. Ces deux figures résument bien le comportement des quatre autres paramètres.

#### 4.1.2. Modélisation des fonctions de masse

Une première approche possible pour les fonctions de masse est celle proposée par Denœux [5, 29]:

$$\begin{cases} m_p(C_i|x^{(t,k)})(x) = \alpha_{ip} \exp\left(\gamma_i d^2(x, x^{(t,k)})\right) \\ m_p(\Theta|x^{(t,k)})(x) = 1 - \alpha_{ip} \exp\left(\gamma_i d^2(x, x^{(t,k)})\right) \end{cases}$$
(31)

où  $C_i$  est la classe associée à  $x^{(t,k)}$  (*i.e.*  $d^{(t,k)} = C_i$ ), et  $x^{(t,k)}$  sont les k vecteurs d'apprentissage les plus proches de la valeur x du paramètre p.  $\alpha_{ip}$  est un coefficient d'affaiblissement, et  $\gamma_i$  un coefficient de normalisation qui peuvent être optimisés [29].

Les fonctions de masse des paramètres de texture peuvent aussi être définies à partir des histogrammes normalisés obtenus pour un expert. Notons  $d_i^p(x)$  le nombre d'imagettes de la classe  $C_i$ dont le paramètre de texture p donne x. La normalisation proposée est:  $d_i^p(x) / \max_x(\sum_i d_i^p(x))$ . Ainsi la masse pour un paramètre *p* et pour une classe *C<sub>i</sub>* est donnée par:

$$\begin{cases} m_p(C_i)(x) = \frac{d_i^{p}(x)}{\max_{x}(\sum_{i=1}^{N} d_i^{p}(x))} \\ m_p(\Theta)(x) = 1 - \sum_{i=1}^{N} m_p(C_i)(x). \end{cases}$$
(32)

#### 4.1.3. Résultats

Notre base d'images Sonar est composée de 42 images fournies par le GESMA (Groupe d'Études Sous-Marines de l'Atlantique). Ces images ont été obtenues à partir d'un Sonar latéral Klein 5400 avec une résolution de 20 à 30 cm en azimut et 3 cm en range dans des profondeurs allant de 15 m à 40 m. Ces images ont été segmentées par différents experts. L'estimation des masses pour chaque paramètre et selon le type de sédiment est effectuée à partir de l'information donnée par un expert, tandis que les tests sont réalisés à partir des informations fournies par un second expert.

Nous ne considérons ici que des imagettes de taille  $32 \times 32$  pixels ne comportant qu'un seul type de sédiment afin d'obtenir des matrices de confusion classiques. Nous obtenons ainsi une base de 30 294 imagettes pour l'expert fournissant l'apprentissage et de 30 745 imagettes pour le second expert. Cinq types de sédiments sont considérés : roche (10%), cailloutis (5%), ride (13%), sable (27%) et vase (45%).

Le tableau 2 présente les résultats de classification issue de la fusion selon les règles de combinaison orthogonale, de Dubois et Prade et de la PCR<sub>MO</sub>, des fonctions de masse définies pour chaque paramètre par l'équation (31) ou par l'équation (32). Il faut prendre garde à ces pourcentages qui peuvent paraître faibles. L'évaluation de la classification des images Sonar est délicate, pour une évaluation plus fine le lecteur peut se reporter à [17].

		Roche	Cailloutis	Ride	Sable	Vase	Global
	m <sub>conj</sub>	27.0388	18.4974	24.4464	11.3517	20.0870	18.78
équation (31)	m <sub>DP</sub>	16.1290	22.8230	20.0174	21.8504	18.4912	19.72
	$m_{\rm PCR_{MO}}$	14.0993	19.1235	16.0226	26.5912	25.4023	22.64
	$m_{ m conj}$	23.3323	0	4.7741	79.8283	79.7774	61.55
équation (32)	m <sub>DP</sub>	23.3645	0	4.7741	79.8165	79.7774	61.55
	$m_{\rm PCR_{MO}}$	28.6819	0	8.1273	81.0280	77.2168	61.66

Tableau 2. Pourcentage de bonne classification par type de sédiment.

Nous constatons que l'approche proposée par l'équation (31) donne de faibles pourcentages en général mais que les résultats pour les classes faiblement représentées sont meilleurs que ceux donnés par l'équation (32) (par exemple pour les cailloutis ou les rides). La comparaison des trois approches de combinaison montre que la répartition du conflit apporte de meilleurs résultats qui sont significativement meilleurs même dans le cas de l'équation (32) étant donné le grand nombre d'imagettes. Dans un objectif d'amélioration des pourcentages il est possible de combiner les masses issues des différentes méthodes de combinaison ou bien de combiner ces classifieurs comme que nous l'avons proposé dans [16].

#### 4.2. Classification de cibles Radar

Nous manipulons des profils de fréquences, obtenus en chambre anéchoïde grâce à un radar fonctionnant en bande K (12GHz – 18GHz). Les cibles sont dix maquettes d'avion, illuminées selon des angles compris entre – 5° et 69,5°; nous disposons ainsi de 150 profils de chaque objet à classifier.

Nous séparons l'ensemble des 1500 données ainsi obtenu en un ensemble d'apprentissage de 1000 éléments, et un ensemble de test de 500 éléments. Les 500 éléments de test sont traités de façon indépendante par trois classifieurs: *Supervized ART*, extension du réseau de neurones ART développée par E. Radoi [20], *k-plus proches voisins flou* [12] et *perceptron multi-couches*.

Les performances de ces trois classifieurs sur ces données sont décrites dans [19]. Chaque classifieur renvoie un vecteur de poids sur les dix classes possibles (hypothèse de monde fermé), normalisé entre 0 et 1, dont la somme fait 1.

Afin d'obtenir des résultats statistiquement significatifs, nous considérons 800 tirages aléatoires d'ensemble d'apprentissage et de test parmi les 1500 données disponibles. Ainsi, 400000 éléments servent à évaluer la procédure de fusion.

La première étape consiste à transformer le vecteur de poids de chaque classifieur en une fonction de masse. Cinq procédures sont étudiées ici, qui mènent aux fonctions de masses  $m^{(1)}$  à  $m^{(5)}$ . La fonction de masse  $m_j^{(n)}$  est construite à partir des n plus forts poids du classifieur  $j: p_j(C_1) \dots p_j(C_n)$ . Ainsi, pour  $1 \le i \le n \le N$ ,  $m_j^{(n)}(C_i) = \min(\alpha p_j(C_i), 1)$ , et  $m_j^{(i)}(\Theta) =$ 

 $1 - \sum_{i=1}^{n} m_j^{(n)}(C_i)$  où  $\alpha$  est un coefficient tel que la moyenne de la masse sur l'indifférence pour les éléments considérés soit arbitrairement de 0.2.

Afin d'éviter les cas de conflit total pour la combinaison conjonctive, l'indifférence minimale est fixée à  $\varepsilon = 0.001$ , par transformation linéaire de la fonction de masse construite à partir du vecteur de poids des classifieurs.

Sur la figure 3 nous présentons les taux de bonne classification par la fusion des trois classifieurs, selon cinq méthodes de fusion et pour les cinq procédures de génération de fonctions de masse. L'opérateur Mean est la moyenne arithmétique des fonctions de masse; les autres opérateurs sont présentés en section 2. Pour ces données, les méthodes de conversion les plus efficaces mènent aux fonctions de masse  $m^{(3)}$  ou  $m^{(4)}$ .



Figure 3. Comparaison de procédures de fusion et de construction de fonctions de masse.

Dans le cadre d'une fonction de classification dans un système de surveillance radar, il est vraisemblable qu'un même appareil soit perçu à des instants différents, selon des angles différents. Le rôle de la fusion est alors de mettre en relation les informations apportées par le classifieur selon les différents angles de perception de la cible. Dans la mesure où la fonction de suivi est fiable, il n'y a pas lieu de favoriser les informations disponibles selon leur date, et notamment pas de minimiser *a priori* les don-

nées les plus anciennes. Une procédure commutative est donc parfaitement compatible avec cet objectif.

La figure 4 montre comment les différentes procédures de fusion réalisent une fusion de profils d'une même cible acquis selon deux à cinq angles différents. Cela correspond à l'identification d'une cible dans le cadre d'un suivi de cette cible, dont



Figure 4. Comparaison de procédures de fusion pour diverses longueurs de fusion temporelle.

l'angle de vue varie avec le temps. Ici, seul le classifieur SART est utilisé, et ses poids sont traduits en une fonction de masse  $m^{(2)}$ . La procédure PCR<sub>MO</sub> donne les meilleurs résultats pour cette application de fusion temporelle.

### 5. Conclusions

Nous avons présenté une nouvelle règle de combinaison en répartissant les conflits partiels sur les éléments le produisant. Les comportements et propriétés de cette règle ont été étudiés en comparaison avec les règles existantes. Cette règle peut être appliquée dans de nombreuses situations lorsque le conflit est important ou non, en discret ou en continue, ou encore dans le cadre de la fusion statique ou dynamique.

Nous avons présenté les résultats de cette nouvelle combinaison dans le cadre de deux applications: en imagerie Sonar et en classification de cibles Radar. Les taux de classification montrent que la répartition du conflit apporte de meilleurs résultats que les règles précédemment introduites dans la littérature dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance. Ces résultats ne garantissent pas que les performances de la nouvelle règle de combinaison seront les meilleures dans toutes les applications, mais montrent l'intérêt de celle-ci dans certaines applications.

## Références

- A. APPRIOU, Décision et Reconnaissance des formes en signal, chapter Discrimination multisignal par la théorie de l'évidence, Hermès Science Publication, 219-258, 2002.
- [2] A. APPRIOU, Approche générique de la gestion de l'incertain dans les processus de fusion multisenseur, *Traitement du signal*, 22: 4, 307-319, 2005.
- [3] M. DANIEL, Applications and Advances of DSmT for Information Fusion, chapter Comparison between DSm and MinC combination rules, pages 223-241, American Research Press Rehoboth, 2004.
- [4] A.P. DEMPSTER, Uper and Lower probabilities induced by a multivalued mapping, *Anals of Mathematical Statistics*, 38: 325-339, 1967.
- [5] T. DENOEUX, A k-Nearest Neighbor Classification Rule Based on Dempster-Shafer Theory, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part A: Systems and Humans*, 25, 5, 804-813, mai, 1995.
- [6] J. DEZERT, Foundations for a new theory of plausible and paradoxical reasoning, *Information & Security: An International Journal*, 9, 2002.
- [7] D. DUBOIS and H. PRADE, Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures, *Computational Intelligence*, 4: 244-264, 1988.
- [8] M.C. FLOREA, J. DEZERT, P. VALIN, F. SMARANDACHE and A.L. JOUSSELME, Adaptative combination rule and proportional conflict redistribution rule for information fusion, in *COGnitive systems with Interactive Sensors*, Paris, France, 2006.
- [9] R. HARALICK, K. SHANMUGAN and I. DINSTEIN, Textural Features for Image Classification, *IEEE Transactions on System, Man* and Cybernetic, 3: 610-621, 1973.
- [10] T. INAGAKI, Independence between safety-control policy and multiple-sensors schemes via Dempster-Shafer theory, *IEEE Transaction* on reliability, 40: 182-188, 1991.
- [11] A. JOSANG, M. DANIEL and P. VANNOORENBERGHE, Strategies for Combining Conflicting Dogmatic Belief, in *International Conference on Information Fusion*, Cairns, Australia, juin, 2003.
- [12] J. M. KELLER, M. R. GRAY AND J.A. GIVENS, A fuzzy k-nn neighbor algorithm, *IEEE transactions on system, Man and Cybernetic*, 15: 580-585, 1985.
- [13] E. LEFEVRE, O. COLOT and P. VANNOORENBERGHE, Belief function combination and conflict management, *Information Fusion*, 3: 149-162, 2002.
- [14] E. LEFEVRE, O. COLOT and P. VANNOORENBERGHE, Reply to the Comments of R. Haenni on the paper "Belief function combination and conflict management", *Information Fusion*, 4: 63-65, 2002.
- [15] LEGRIS M., LEBART K., FOHANNO F. and ZERR B., Les capteurs d'imagerie en robotique sous-marine: tendances actuelles et futures, *Revue Traitement du Signal*, 20(2): 137-164 2003.
- [16] A. MARTIN, Comparative study of information fusion methods for sonar images classification, in *International Conference on Information Fusion*, Philadelphia, USA, juillet 2005.
- [17] A. MARTIN, Fusion for evaluation of image classification in uncertain environments, in *International Conference on Information Fusion*, Florence, Italia, juillet 2006.
- [18] A. MARTIN and C. OSSWALD, Human Experts Fusion for Image Classification, Information & Security: An International Journal, Special issue on Fusing Uncertain, Imprecise and Paradoxist Information (DSmT), 2006.
- [19] A. MARTIN and E. RADOI, Effective ATR Algorithms Using Information Fusion Lodels, in *International Conference on Information Fusion*, Stockholm, Sweden, juin 2004.
- [20] E. RADOI, Contribution à la reconnaissance des objets 3D à partir de leur signature électromagnétique, PhD thesis, Université de Bretagne Occidentale, Brest, France, 1999.

- [21] G. SHAFER, A mathematical theory of evidence, Princeton University Press, 1976.
- [22] F. SMARANDACHE and J. DEZERT, Information Fusion Based on New Proportional Conflict Redistribution Rules, in *International Conference on Information Fusion*, Philadelphia, USA, juin 2005.
- [23] PH. SMETS, The Combination of Evidence in the Transferable Belief Model, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(5): 447-458, 1990.
- [24] PH. SMETS, Constructing the pignistic probability function in a context of uncertainty, *Uncertainty in Artificial Intelligence*, 5: 29-39, 1990.
- [25] PH. SMETS, The  $\alpha$ -junctions: the commutative and associative non interactive combination operators applicable to belief functions, in

*Qualitative and quantitative practical reasoning*, pages 131-153, Springer Verlag, Berlin, 1997.

- [26] PH. SMETS, Belief Functions on Real Numbers, *International Journal of Approximate Reasoning*, 2005.
- [27] R.R. YAGER, On the Dempster-Shafer Framework and New Combinaison Rules, *Informations Sciences*, 41: 93-137, 1987.
- [28] L. ZADEH, A mathematical theory of evidence (book review), AI magazine, 5(3): 81-83, 1984.
- [29] L.M. ZOUHAL and T. DENOEUX, An Evidence-Theoric k-NN Rule with Parameter Optimization, *IEEE Transactions on Systems, Man,* and Cybernetics - Part C: Applications and Reviews, 28(2):263-271, mai 1998.





Arnaud Martin

Arnaud Martin est né à Bastia. France en 1974. À la suite d'un DEA de probabilité (1998) il a soutenu une thèse de doctorat en traitement du signal (2001) à l'Université de Rennes 1. Sa thèse, réalisée à France Telecom R&D, Lannion, a porté sur la détection de parole dans le cadre d'un système de reconnaissance vocale. De 2001 à 2003 il occupa un poste d'ATER à l'IUT de Vannes où il enseigna dans le département STID (Statistique et Traitement Informatique des Données) et où ses activités de recherche ont été rattachées à SABRES (laboratoire de statistique) et au Valoria (laboratoire d'informatique). En 2003, il intégra le laboratoire Extraction et Exploitation de l'Information en Environnements Incertains (E<sup>3</sup>I<sup>2</sup> - EA3876) à l'ENSIETA, Brest, comme enseignant-chercheur. Il enseigne la fusion d'informations, l'analyse de données, la théorie de l'intégration ainsi que le traitement du signal et l'algorithmie. Ses recherches actuelles portent principalement sur la fusion d'informations et l'analyse de données, et plus particulièrement sur les fonctions de croyance pour la classification de données réelles pour des applications en sonar et radar. Page web: http://www.ensieta.fr/e3i2/Martin,



Christophe Osswald

Christophe Osswald est né à Orléans, France, en 1975. Il est docteur de l'EHESS ès Mathématiques et Informatique, ingénieur de l'École Polytechnique et ingénieur de l'ENST Bretagne. Il a soutenu sa thèse en 2003 – « Classification, analyse de la similitude et hypergraphes » au laboratoire IASC de l'ENST Bretagne, et est désormais enseignant-chercheur à l'ENSIETA, au laboratoire E<sup>3</sup>l<sup>2</sup> -EA3876, Brest, France. Ses activités de recherche concernent la fusion de données, principalement par les fonctions de croyance, ainsi que la classification, la théorie des graphes et des hypergraphes, la complexité algorithmique et l'aide à la décision.

http://www.ensieta.fr/e3i2/pages.ind/PCOsswald.html,