Représentations temps-fréquence adaptées aux ondes guidées Time-Frequency Representations matched to guided waves

Grégoire Le Touzé¹, Barbara Nicolas¹, Jérôme Mars¹ et Dominique Fattaccioli ²

¹Laboratoire des Images et des Signaux, INPG/ENSIEG, Grenoble, France ²Centre Technique des Systèmes Navals, Toulon, France gregoire.letouze@lis.inpg.fr

Manuscrit reçu le 11 octobre 2005

Résumé et mots clés

Les progrès récents en représentation temps-fréquence (RTF) reposent sur la mise au point de méthodes adaptées aux signaux traités. Nous développons ici une méthodologie originale dans laquelle la RTF est supervisée par les connaissances *a priori* issues de la physique de la propagation des ondes en Acoustique Sous-Marine (ASM). Nous présentons d'abord la méthodologie générale des RTF adaptées applicables aux signaux propagés dans un guide d'ondes. Nous construisons ensuite des RTF adaptées au guide parfait (guide sans perte) et au guide de Pekeris [1] qui décrivent tous deux la propagation des ondes d'Ultra Basse Fréquence (1-100 Hz) en ASM dans un environnement petit fond. Nous testons ces méthodes sur des signaux réels. Nous évaluons enfin les RTF construites et exposons leurs limites.

Représentations temps-fréquence, ondes guidées, filtrage modal.

Abstract and key words

Recent progress on time-frequency representation (TFR) are based on adapted methods. We develop an original methodology based on physics of propagation in Underwater Acoustics. We present first the methodology for guided waves. We build then matched TFR to the Perfect Waveguide and to the Pekeris Waveguide which both describe wave propagation on Ultra Low Frequency (1-100 Hz) on UA shallow water environment. We test those methods on real pressure signals. We evaluate finally the built TFR and we study their limits.

Time-Frequency Representations, guided waves, modal filtering.

1. Introduction et objectifs

En Acoustique Sous-Marine, on modélise généralement le milieu océanique petit fond par un guide d'ondes. Dans ce guide, l'équation générale d'Helmholtz relie la pression et la fréquence. À partir d'une distance suffisamment grande, les signaux acoustiques de pression (issus d'une source impulsionnelle) se décomposent en une somme de modes. Ces modes sont issus d'une propagation dispersive dans le guide. Le nombre de ces modes dépend des paramètres du guide mais surtout de la gamme de fréquence dans laquelle se situe le signal. Typiquement, pour des signaux Ultra Basses Fréquences (0-100 Hz) comme ceux présentés ici, le nombre de modes présents est de l'ordre de la dizaine. On peut établir une relation entre la vitesse de groupe des ondes v_g et la fréquence ν pour chaque mode entier m en connaissant les paramètres géoacoustiques du guide (nombre de couches, profondeurs des couches, célérités des ondes et densités). Si la distance source-capteur R est connue, on peut déduire la répartition de l'énergie de chaque mode dans le plan temps-fréquence. Cette énergie suit, pour chaque mode, une courbe $\nu = u_m(\tau)$ reliant la fréquence ν au retard de groupe τ . Un exemple de tracés de courbes de répartition d'énergie dans le plan temps-fréquence est présenté figure 1. L'objectif de notre démarche est de construire des RTF adaptées aux signaux propagés dans un guide d'ondes en tenant compte des courbes théoriques connues a priori. Le but principal est de réaliser un filtrage modal dans le plan temps-fréquence. Les deux conditions que doivent satisfaire les RTF construites sont: - la séparation des différents modes dans le plan temps-fréquence,

- l'inversion de la représentation pour revenir dans le domaine temporel nécessaire pour certaines applications.

Les courbes des modes sont des structures « non-linéaires » (leur



Figure 1. Tracé théorique des courbes de modes du signal de pression pour R = 3500m, $C_1 = 1520m/s$ et D = 130m.

tracé dans le plan temps-fréquence n'est pas rectiligne), multiples et, selon le modèle utilisé, «non-homogènes» (elles ne sont pas des versions translatées en temps et fréquence ou dilatées de la même courbe initiale). Nous sommes donc dans une configuration complexe pour la représentation temps-fréquence des signaux. Dans la bibliographie, de nombreuses méthodes (linéaires et bilinéaires) existent pour contourner les limitations imposées par la représentation temps-fréquence (interférences pour les méthodes bilinéaires basées sur la Distribution de Wigner-Ville (DWV), incertitude temps-fréquence...).

On peut classer les méthodes existantes en deux familles :

- La première est constituée des RTF issues de la classe de Cohen [3] (méthodes bilinéaires). Ces méthodes tentent d'éliminer les interférences entre structures (ici les modes) et intrastructures (pour les structures non-linéaires) de la DWV avec des « noyaux » (apodisation dans le plan retard-doppler ou lissage dans le plan temps-fréquence): spectrogramme [2], Choi-Williams [4], noyaux adaptatifs [5]... Ces méthodes comportent plusieurs inconvénients: elles ne donnent pas toujours lieu à des RTF inversibles (conditions sur le noyau), les noyaux adaptatifs sont soumis à des contraintes (critère de taille du noyau et critère d'arrêt), le lissage dans le plan temps-fréquence entraîne nécessairement un étalement des structures.

- La seconde famille se base sur la décomposition atomique du signal (méthodes linéaires). Une des méthodes de cette famille consiste à projeter de manière adaptative le signal sur un dictionnaire d'atomes préalablement établi (qui s'apparentent généralement aux atomes de Gabor) par itérations successives : c'est l'algorithme de «Matching Pursuit» [6]. Il permet de trouver la base la mieux adaptée à un signal donné dans la limite de ce que permet le dictionnaire. Afin de visualiser le produit de cette décomposition atomique dans le plan temps-fréquence, une méthode hybride (linéaire et bilinéaire) a été proposée en se basant sur la décomposition atomique et sur la DWV [7]. Ces méthodes posent 2 problèmes : l'un lié au choix du dictionnaire (pour avoir un dictionnaire adapté, il est nécessaire d'avoir des connaissances *a priori* sur les structures temps-fréquence), l'autre lié à l'utilisation de la DWV (interférences intra-structure).

Afin de remédier aux inconvénients posés par la présence de structures non-linéaires, une méthode de déformation («warping») a été proposée [8]. Elle consiste à déformer les axes de la RTF afin de linéariser les structures non-linaires. On peut par la suite utiliser les méthodes à noyaux ou le Matching Pursuit dans le plan déformé. Cependant cette méthode nécessite des connaissances *a priori* sur la nature des structures et elle pose un problème majeur en cas de structures multiples, particulièrement si ces dernières ne sont pas homogènes (dans ce cas, le warping ne peut être adapté qu'à une seule des structures).

Nous proposons ici une méthodologie originale qui fait partie des méthodes de RTF linéaires par décomposition atomique sur une base continue (et non discrète comme dans le cas du Matching Pursuit). Le but n'est pas de localiser au mieux les structures temps-fréquence mais de séparer dans le plan des structures que nous savons *a priori* séparables, ceci pour permettre un filtrage ultérieur. Ce n'est pas une méthode adaptative mais plutôt une méthode adaptée, puisqu'elle ne dépend pas du signal mais nécessite des informations *a priori* sur celui-ci (les paramètres de modélisation de l'environnement).

S'agissant d'une méthode linéaire de décomposition, elle est soumise à l'incertitude temps-fréquence qui empêche une localisation précise des motifs à la fois en temps et en fréquence (d'où la nécessité d'un compromis temps-fréquence). Cette limitation provoque un étalement inévitable des motifs spectraux dans le temps autour des courbes théoriques. Elle s'exprime à l'aide de l'inégalité d'Heisenberg-Gabor:

$$\Delta t \, \Delta \nu \geqslant \frac{1}{4\pi} \tag{1}$$

où Δt est la durée du signal et $\Delta \nu$ sa bande passante définies autour des temps et fréquence centraux. L'idée est de canaliser cette incertitude le long des courbes de modes afin de permettre la séparation des modes dans le plan temps-fréquence.

Dans cet article nous allons dans un premiers temps présenter la méthodologie générale de construction temps-fréquence. Elle est alors appliquée à 2 types classiques de guide. Nous testons ensuite ces RTF sur des signaux réels. Afin d'évaluer l'efficacité de la séparation des modes dans le plan temps-fréquence, nous comparons les RTF construites avec des méthodes classiques haute résolution. Enfin, nous évaluons les performances et exposons les limites de ces RTF.

2. Méthodologie générale

Nous présentons ici une méthodologie et les conditions que doivent satisfaire les modèles de guide pour permettre la construction de RTF adaptée à la propagation. Nous partons de la relation de dispersion qui relie pour un mode le temps et la fréquence : $\nu = u_m(\tau)$. Quelle que soit la configuration du guide (plusieurs couches, gradient de célérité...), cette relation existe. Elle peut être établie (parfois uniquement de manière numérique [9]) à condition de connaître les paramètres de la propagation (nombre de couches, hauteurs, célérités, densités et distance source-capteur).

2.A. Principes de la construction

Nous appliquons ici une méthodologie de construction de RTF dite «atomique», consistant à projeter le signal sur un dictionnaire d'atomes pavant le plan temps-fréquence.

Comme dans toute représentation de cette nature (la transformée de Fourier à court terme (TFCT) d'où est issu le spectrogramme en est un exemple) les atomes sont construits à partir d'une fenêtre h(t) d'allure gaussienne (afin d'optimiser l'incertitude temps-fréquence) par translation autour du temps τ , par modulation fréquentielle suivant $\xi(t)$ et éventuellement pondération afin que la représentation soit inversible (comme nous le verrons par la suite). Ils suivent donc la transformation suivante:

$$h \longmapsto h_{\tau,\xi} \tag{2}$$

Avec:

$$h_{\tau\xi}(t) = h_{\tau}(t)e^{j\xi(t)} \tag{3}$$

où $\tau \in D_f$, le domaine de définition temporel et $\xi \in \mathbb{R}$. Si il n'existe pas de pondération (comme dans la TFCT où les atomes sont uniformes), on a $h_{\tau}(t) = h(t - \tau)$. L'originalité qui fait intervenir la physique de propagation consiste à projeter le signal sur les courbes théoriques des modes qui obéissent à l'équation $\nu = u_m(\tau)$. Pour ce faire, et afin de s'adapter au mieux au signal, on le projette sur des atomes possédant la phase instantanée $\phi_m(t)$ des modes théoriques.

La fréquence instantanée étant la dérivée de la phase instantanée, on retrouve donc la phase $\phi_m(t) = 2\pi \int \nu dt$. La projection sur des atomes de modulation $\xi(t) = \phi_m(t)$ s'exprime par:

$$\Psi_h(\tau,m) = \int x(t)h_{\tau}(t)exp\left(j\phi_m(t)\right) dt$$
(4)

Nous souhaitons alors passer d'une représentation dans le plan temps-mode à une représentation dans le plan temps-fréquence. La version temps-fréquence de l'équation 4 s'obtient en inversant la relation de dispersion pour chaque point (τ, ν) : $m' = v(\nu, \tau)$. On obtient finalement:

$$TFR_h(\tau,\nu) = \Psi_h(\tau,m)|_{m=m'}$$
(5)

On peut voir cette technique comme la projection du signal sur les courbes de dispersion des modes. La relation $m' = v(\nu, \tau)$ permet de passer des courbes théoriques (pour *m* entier) à tout l'espace temps-fréquence (*continuum* de valeurs de *m*). L'originalité de cette méthode réside dans la forme du pavage du plan temps-fréquence (figure 2). En effet, les atomes de projection diffèrent d'un lieu à un autre dans le plan temps-fréquence (ce qui n'est pas le cas pour la TFCT pour laquelle les atomes pavent de manière uniforme le plan temps-fréquence).



Figure 2. Pavage du plan temps-fréquence par les atomes de projection pour la transformée de Fourier à court terme et pour une méthode adaptée

2. B. Conditions à remplir

Afin de permettre la construction des RTF adaptées telles que nous les avons définies, les modèles des guides doivent respecter certaines conditions.

En se plaçant dans les domaines de définition temporel et fréquentiel significatifs du signal (c'est-à-dire les domaines dans lesquels l'énergie du signal est utile), les tracés des courbes théoriques qui déterminent la projection du signal doivent remplir les conditions suivantes:

- Existence de la relation $m = v(\nu, \tau)$ signifiant qu'à chaque point utile du plan temps-fréquence correspond une courbe de projection.

- Univocité de la relation $m = v(\nu, \tau)$. En effet, à un point de la relation temps-fréquence ne doit correspondre qu'une courbe de projection. Dans le cas contraire le dictionnaire d'atomes donnerait lieu à plusieurs pavages superposés du plan temps-fréquence et cela signifierait que les courbes de modes sont susceptibles de se croiser dans le plan temps-fréquence pour 2 valeurs distinctes de *m*.

Enfin, pour que la RTF soit inversible, les atomes doivent constituer une base (et non un «frame») et donc remplir la condition de fermeture définie dans [10]:

$$\int_{\mathbb{R}} \int_{D_f} h_{\tau,\nu}(t) h_{\tau,\nu}^*(t') \, d\tau \, d\nu = \delta(t-t') \tag{6}$$

Cette relation doit être valable sur le domaine de définition spectro-temporel du signal. L'application de cette condition entraîne la formation d'une base continue $\{h_{\tau,\nu}(t); \tau \in D_f \ et \ \nu \in \mathbb{R}\}$ ainsi que la redéfinition de la fenêtre de projection de base $h_{\tau}(t)$ qui n'est plus nécessairement une version translatée de la fenêtre de base h(t).

3. RTF adaptées aux modèles classiques

Considérons un milieu océanique à symétrie de révolution autour de l'axe Oz. Dans ce cas, l'étude de la propagation peut se faire dans le plan (\vec{u}_r, \vec{u}_z) (figure 3). Considérons dans ce milieu une source ponctuelle harmonique (le résultat peut être étendu pour une source large bande) située à la profondeur $z = z_s$ et à la distance r = 0. On note c(z) et $\rho(z)$ la vitesse de propagation et la densité suivant \vec{u}_z . La pression acoustique P(r,z,t) reçue au point de coordonnées (r,z) est exprimée par $P(r,z,t) = p(r,z)exp(-i\omega t)$ avec p(r,z) qui vérifie l'équation de Helmholtz :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \rho(z)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{\partial p}{\partial z}\right) + \frac{\omega^2}{c^2(z)}p$$

$$= -\frac{\delta(r)\delta(z-z_s)}{2\pi r}$$
(7)

où ω est la pulsation. Dans le cas d'un guide d'ondes (figure 3), on tient compte des conditions aux limites : la couche d'eau est limitée par une interface eau-air parfaitement réfléchissante (z = 0) et une interface avec la couche du fond (z = D). En utilisant par ailleurs la technique de séparation de variables, le champ de pression à grande distance peut être exprimé par une somme de modes :

$$p(r,z) = \sum_{m=1}^{+\infty} A_m \phi_m(z_s) \phi_m(z) \frac{\exp(ik_{rm}r)}{\sqrt{k_{rm}r}}$$
(8)

où $\phi_m(z)$ est le coefficient d'excitation du mode *m* et k_{rm} la composante horizontale du vecteur d'onde. Comme le montre cette équation, l'énergie des modes contient des informations sur la profondeur de la source (z_s) et leur phase sur la distance source-capteur (r). C'est pourquoi, dans l'optique d'une localisation de source, nous voulons filtrer ces modes.

Les guides parfait et de Pekeris sont des modèles classiques de guide d'ondes à deux couches : une couche d'eau et une couche représentant le fond (sédiments, roches...). Dans le cas du guide parfait et du guide de Pekeris, les couches sont supposées homogènes (célérité des ondes et densité constantes), la couche d'eau à une profondeur D fixe et le fond est supposé de profondeur infinie. Les ondes qui se propagent dans le guide sont totalement réfléchies à l'interface air-eau. La réflexion à l'interface eau-fond est supposée totale pour le guide parfait mais elle tient compte de la célérité des ondes dans le fond pour le guide de Pekeris. Pour ce modèle de guide, la réflexion au fond donne lieu à un déphasage $\Phi(\tau)$ variable selon l'angle d'incidence des ondes par rapport au fond. Cette prise en compte des coefficients de réflexion rend ce guide plus réaliste que le modèle parfait.



Figure 3. Schéma de guide d'ondes océanique à 2 couches homogènes.

3.A. Modèle de guide parfait

Une méthode suivant la méthodologie exposée en section 2 a été exposée dans [11] pour le guide parfait. Dans ce guide, la relation $\nu = u_m(\tau)$, pour le m^{ieme} mode, est [12]:

$$\nu = \frac{(2m-1)C_1^2 \tau}{4D\sqrt{(C_1\tau)^2 - R^2}}$$
(9)

où C_1 est la célérité des ondes dans l'eau, D la profondeur du guide et R la distance source-récepteur. Le domaine de défini-

tion temporel est: $D_f = \left] \frac{R}{C_1}, +\infty \right].$

Après calcul, la représentation temps-fréquence obéit à l'équation:

$$TFR_{h}(\tau,\nu) = (10)$$
$$\int x(t)h_{\tau}^{*}exp\left(-j2\pi\nu\frac{\sqrt{(C_{1}\tau)^{2}-R^{2}}}{C_{1}^{2}\tau}\right)dt$$

Aucune précision n'est donnée dans [11] quant à l'inversibilité. Nous avons donc dans un premier temps rendu cette représentation inversible en appliquant la relation de fermeture 6. On trouve :

$$h_{\tau}(t) = \frac{h(t-\tau)}{\sqrt{\int_{-\infty}^{t-R/C_{1}^{+}} |h(u)|^{2} du}} \left(\frac{t\sqrt{(C_{1}\tau)^{2} - R^{2}}}{\tau\sqrt{(C_{1}t)^{2} - R^{2}}}\right)^{1/2}$$
(11)

 $\{h_{\mathcal{T},\mathcal{V}}(t); \tau \in D_f \text{ et } \nu \in \mathbb{R}\}$ constitue la base continue de projection du signal.

3.B. Modèle de guide de Pekeris approché

Le modèle de guide parfait est un modèle approximatif. Nous voulons donc, en partant des mêmes principes, créer une représentation adaptée à un modèle de guide d'ondes plus réaliste : celui du guide de Pekeris. Dans ce modèle, l'équation de dispersion des modes $\nu = u_m(\tau)$ reliant la fréquence au temps n'a pas de solution analytique. Nous avons obtenu une approximation analytique de cette relation donnant un modèle de Pekeris approché. Pour ce faire, nous avons gardé le résultat du produit de la vitesse de groupe par la vitesse de phase $v_{\phi}v_{g} = C^{2}$, résultat théoriquement valable uniquement pour le modèle parfait. Nous avons intégré dans nos calculs le déphasage $\Phi(\tau)$ issu des connaissances sur la couche du fond. Comme nous le verrons par la suite, cette approximation s'avère performante, les courbes des modes pour ce modèle approximé étant localement plus réalistes que celles du modèle parfait. L'équation de dispersion devient alors:

$$\nu = \frac{(2m - 1 + \frac{2\Phi(\tau)}{\pi})C_1^2 \tau}{4D\sqrt{(C_1\tau)^2 - R^2}}$$
(12)

avec:

$$\Phi(\tau) = \arctan\left(\frac{\rho_1 C_1 \sqrt{\left(\frac{C_2 R}{C_1^2 \tau}\right)^2 - 1}}{\rho_2 C_2 \sqrt{1 - \left(\frac{R}{C_1 \tau}\right)^2}}\right)$$
(13)

où C_2 est la célérité des ondes dans la couche du fond. On peut ainsi construire la RTF adaptée au guide de Pekeris et établir la condition de fermeture pour rendre la famille d'atomes de projection admissible. On aboutit à une RTF inversible. La primitive de la fréquence instantanée donne le résultat suivant :

$$\int \nu(t)dt = \beta \left((2m-1)u(t) + \frac{\gamma R \sqrt{\alpha-1}}{2\sqrt{1-\gamma^2}} ln \left| \frac{\frac{v(t) - \frac{R \sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^2}}}{v(t) + \frac{R \sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^2}}} \right| \right)$$
(14)

Avec:

$$u(t) = \sqrt{C_1^2 t^2 - R^2}$$
(15)

$$v(t) = \sqrt{\alpha R^2 - C_1^2 t^2}$$
(16)

$$\alpha = \frac{C_2^2}{C_1^2} \quad \beta = \frac{1}{4D} \quad \gamma = \frac{C_1 \rho_1}{C_2 \rho_2} \tag{17}$$

Il est alors possible en suivant la démarche exposée dans le paragraphe 2 et à l'aide des équations 4 et 5 de construire la représentation. Pour ce guide approché, les domaines de définition sont les mêmes que pour le guide parfait.

Les atomes sont de la forme:

$$h_{\tau,\nu}(t) = h_{\tau}(t) exp\left(j2\pi \left[\frac{\nu_{u(t)}\sqrt{(C_{1}\tau)^{2}-R^{2}}}{C_{1}^{2}\tau} + \beta\frac{2}{\pi} \left[u(t)(\Phi(t) - \Phi(\tau)) + \frac{\gamma_{R}\sqrt{\alpha-1}}{2\sqrt{1-\gamma^{2}}}ln\left|\frac{v(t) - \frac{R\sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^{2}}}}{v(t) + \frac{R\sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^{2}}}}\right|\right]\right)^{(18)}$$

avec u(t), v(t), α , β et γ suivant respectivement les équations 15, 16 et 17.

En appliquant la relation de fermeture, on obtient le même résultat pour $h_{\tau}(t)$ que pour le guide parfait (*cf.* équation 11).

4. Applications à des données réelles

Nous appliquons les deux RTF issues des modèles de guide parfait et de Pekeris sur des données réelles. Celles-ci proviennent d'une campagne de mesures en Mer du Nord pour laquelle la distance source-capteur R = 3500 m est relativement faible. Les courbes théoriques des 7 premiers modes sont présentées figure 1. Afin de comparer, on présente le spectrogramme [2] du capteur à R = 3500 m (figure 4) et des méthodes classiques haute résolution: spectrogramme réalloué [13] (figure 15), représentation de Lagunas [14] (figure 6) et représentation de Choï et Williams [4] (figure 7). La version quadratique de la représentation adaptée au modèle parfait est présentée figure 8 et celle adaptée au modèle de Pekeris figure 9. On peut constater les améliorations apportées par ce type de représentations vis-à-vis des méthodes classiques. Pour ces dernières, le compromis temps-fréquence ne permet pas de séparer les modes, seules les méthodes adaptées y parviennent. À l'aide de ces méthodes, les modes pourront être filtrés. On constate par ailleurs que la localisation est plus précise dans le cas de Pekeris que dans le cas parfait (moins d'interférences entre modes).

Nous présentons un autre exemple provenant d'une campagne dans le Golfe du Lion pour laquelle la distance de propagation R vaut 14000 m. Dans ce cas, du fait d'une plus grande distance R, on apprécie mieux les améliorations apportées par l'adap-



Figure 4. Spectrogramme pour R = 3500 m (Mer du Nord).



Figure 5. Spectrogramme réalloué pour R = 3 500 m (Mer du Nord).

tation au modèle de Pekeris (figures 10 et 11). Les modes sont en effet mieux séparés avec la RTF adaptée au modèle de Pekeris qu'avec celle adaptée au modèle parfait (c'est particulièrement vrai entre les modes 2 et 3 dans notre cas). Les formulations des équations de dispersion étant localement plus réalistes pour le modèle de Pekeris que pour le modèle parfait, les atomes de décomposition (équation 18) suivent mieux l'énergie réelle des modes du signal de pression ce qui permet une meilleure séparabilité des modes dans le plan temps-fréquence. On mesure ainsi l'intérêt d'utiliser un modèle aussi adapté que possible à l'environnement réel.



Figure 6. Représentation de Lagunas pour R = 3500m (Mer du Nord).



Figure 7. Représentation de Choi et Williams pour R = 3500m (Mer du Nord).



Figure 8. Version quadratique de la représentation adaptée au modèle parfait pour R = 3500 m (Mer du Nord).



Figure 9. Version quadratique de la représentation adaptée au modèle de Pekeris pour R = 3500 m (Mer du Nord).

5. Évaluations des performances

Les RTF construites permettent un filtrage des modes dans le plan temps-fréquence. Afin de réaliser ce filtrage modal, on utilise un algorithme classique de segmentation en traitement d'image : l'algorithme de Ligne de Partage des Eaux (LPE) [15]. Le filtrage suit la procédure suivante :

- Élaboration de la méthode de représentation adaptée ou de la TFCT (figure 12, gauche).

- Application de la LPE sur cette représentation (figure 12, droite).



Figure 10. Version quadratique de la représentation adaptée au modèle parfait pour R = 14000m (Golfe du Lion).



Figure 11. Version quadratique de la représentation adapté au modèle de Pekeris pour R = 14000m (Golfe du Lion).

- Sélection du (des différents) label(s) de la LPE correspondant au mode voulu (figure 13, gauche).

- Inversion de la sélection pour revenir dans le domaine temporel (figure 13, droite).

Le filtrage modal est d'autant plus aisé que la distance R est grande. Ceci est surtout vrai pour la TFCT. Il y a donc à mesure que R grandit, trois phases dans la possibilité d'évaluation :

- $R < R_{\min}$, le filtrage modal est impossible avec la TFCT (il est toujours possible avec la méthode adaptée)

- $R_{\min} < R < R_{fil}$, le filtrage modal est possible partiellement avec la TFCT, on ne filtre qu'une partie du mode.

- $R > R_{fil}$, tout le mode est filtrable, y compris avec la TFCT. Dans un but applicatif, l'énergie des modes et leur phase associée à leur localisation temps-fréquence nous renseignent respectivement sur la profondeur de la source z_s et la distance source-capteur R. On propose donc deux types d'évaluations :

- l'erreur sur la restitution du mode filtré en temps,

- l'erreur en temps sur la localisation du mode dans le plan temps-fréquence.

Dans les deux cas, on compare nos résultats entre un filtrage réalisé sur la méthode adaptée et un filtrage réalisé sur la TFCT. Nous avons évalué les performances sur des simulations pour lesquelles les paramètres géoacoustiques sont ceux des données de la Mer du Nord précédemment exposées pour différentes valeurs de R. Pour le cas considéré: $R_{\min} = 5000$ m et $R_{fil} = 20000$ m.

Si le modèle de projection était parfaitement adapté aux signaux traités, la taille de fenêtre des atomes pourrait être théoriquement infinie. L'incertitude temps-fréquence serait alors infinie le long des courbes et nulle «perpendiculairement» aux courbes. Ceci donnerait lieu à un filtrage parfaitement adapté. Mais dans un cas concret, deux éléments entrent en compte :

- le choix du modèle qui constitue nécessairement une régression par rapport à l'environnement réel,

- les éventuelles erreurs sur les paramètres du guide.

Ces deux éléments font que les atomes ne sont jamais parfaitement adaptés au signal et oblige à réaliser un compromis tempsfréquence sur la taille des fenêtres des atomes (une étude sur les limites des RTF dues à ces deux éléments est présentée section 6). Les atomes sont donc soumis à l'incertitude temps-fréquence (équation 1) qui provoque un étalement des modes dans le plan temps-fréquence. Cet étalement aboutit parfois au chevauchement des modes. Les points temps-fréquence où le chevauchement est présent constituent la limite du filtrage. Quelle que soit la décision prise quant à l'appartenance de ces points à un mode choisi, elle entraînera une erreur de restitution.

À partir des maxima locaux, l'algorithme de LPE segmente une image en labels par continuité énergétique. L'énergie des modes décroît continûment par étalement dans le plan temps-fréquence à mesure que l'on s'éloigne de leur «crète maximum» du fait de la composition des atomes (enveloppe gaussienne). La LPE est alors parfaitement adaptée au filtrage puisqu'elle sépare par continuité deux zones énergétiques. Il est nécessaire que les modes soient relativement lisses dans le plan temps-fréquence pour qu'il n'y ait pas une multiplication de labels. Cette condi-



Figure 12. Gauche : Représentation adaptée du signal (Mer Du Nord et R = 3500m). Droite : labels issues de l'algorithme de LPE.



Figure 13. Gauche : Mode sélectionné (mode 3) dans le plan temps-fréquence. Droite : Représentation en temps du mode choisi après inversion.

tion est généralement réalisée. Si ce n'est pas le cas, elle peut l'être grâce à un lissage préalable du signal. Il arrive cependant que dans certaines zones où les modes sont très proches (les hautes fréquences par exemple), il soit difficile de les séparer. Certains labels de la LPE peuvent alors être ambiguës (on ne peut déterminer à quel mode ils appartiennent). C'est la seule limitation de la LPE.

5.A. Restitution du mode en temporel

Nous pouvons évaluer les performances des représentations adaptées en comparant le mode filtré à sa version théorique sur des simulations (Erreur Quadratique Moyenne). L'EQM sur *n* échantillons s'exprime par:

$$E = \frac{100\sum_{i=1}^{n} |s(i) - \hat{s}(i)|^2}{\sum_{i=1}^{n} |s(i)|^2}$$
(19)

On ne peut évaluer cette erreur que sur l'ensemble du mode filtré donc pour $R > R_{fil}$ dans le cas de la TFCT.

Le résultat est présenté figure 14. Conformément à nos attentes, l'erreur E baisse dans un premier temps avec l'augmentation de la distance source-capteur R. Les modes sont en effet mieux séparés dans le plan temps-fréquence et donc plus aisément filtrables. Dans un second temps, les performances se stabilisent. Ce sont alors les limites intrinsèques du filtrage qui donnent leur sens à la valeur de E:

- Le fait que les signaux simulés soient ceux d'un guide de Pekeris non-approximé et qu'il puisse y avoir des erreurs sur les paramètres (voir section 6 pour une étude de ces limitations): les atomes ne correspondent pas exactement au modèle des signaux simulés. Dans la réalité, cette remarque sera toujours vraie: le modèle de projection est toujours une approximation de l'environnement réel.

- L'incertitude temps-fréquence (équation 1) portée par chacun des atomes et qui cause un étalement inévitable des modes y compris avec les méthodes adaptées.

- Les limitations liées à l'utilisation de la LPE (choix des labels) et qui sont la cause probable des variations que l'on trouve sur le plateau formé par l'erreur lors de sa stabilisation.



Figure 14. Erreur entre le mode filtré et le mode théorique en fonction de la distance R sur des simulations dans la configuration des données Mer du Nord.

On constate par ailleurs que lorsque le filtrage sur la TFCT est possible (à partir de R_{fil}), les performances sont moins bonnes. Elles ont cependant tendance à se rapprocher de celles du filtrage par méthode adaptée avec l'augmentation de R du fait de la meilleure séparabilité des modes.

5.B. Restitution des temps d'arrivée dans le plan temps-fréquence

Les RTF construites ne permettent pas une bonne localisation spectro-temporelle des structures (les modes) du signal : la localisation temps-fréquence n'est pas fidèle à la réalité. Comme nous l'avons signalé, le but de la RTF est de séparer les modes (pour les filtrer) et non de produire une localisation spectro-temporelle fidèle (ce qui est généralement le cas des représentations temps-fréquence). Cependant, comme nous appliquons un filtrage modal, il résulte que le signal filtré ne contient plus qu'une seule structure. En réappliquant une méthode temps-fréquence haute-résolution sur le signal filtré, on évite les interférences intra-structure.

Pour obtenir une représentation des modes dans le plan tempsfréquence, nous suivons donc le protocole suivant :

- Filtrage modal précédemment exposé.
- Retour dans le domaine temporel du mode choisi.

- Application sur le mode d'une RTF haute résolution : le spectrogramme réalloué. Cette méthode de RTF n'est pas efficace appliquée au signal lui-même du fait des interférences intermodes. Elle l'est en revanche en présence d'une seule structure tel qu'un mode (figure 15).

Nous mesurons alors les écarts moyens des temps d'arrivée (pour chaque fréquence) entre le mode théorique et le mode filtré (représenté avec le spectrogramme réalloué):



Figure 15. Gauche : Spectrogramme réalloué d'un signal de simulation. Droite : Spectrogramme réalloué du mode 3 (obtenu après filtrage) de ce même signal.

 $e = |t_{theo} - \hat{t}|/n_f$ avec n_f le nombre de fréquences pour lesquelles on effectue une mesure d'écart. On peut évaluer cette erreur avec la TFCT pour $R > R_{\min}$. Pour $R_{\min} < R < R_{fil}$ on la calcule uniquement sur la partie du mode filtré. Le résultat est présenté figure 16.

Les performances de filtrage par méthode adaptée sont meilleures que celles par TFCT. Les «non-linéarités» des courbes sont dues à l'utilisation de la LPE qui introduit un paramètre subjectif (la sélection des labels) dans le processus de décision. Par ailleurs, l'erreur moyenne augmente avec la distance ce qui semble paradoxal au premier abord puisque le filtrage modal est plus aisé. Cela vient du fait que la variance du temps augmente. Ainsi pour 2 fréquences proches, l'erreur d'évaluation a tendance à augmenter. Un exemple d'évolution de la variance des temps d'arrivée pour différentes valeurs de R est présenté figure 17.



Figure 16. Erreur moyenne de localisation temporel de la courbe du mode 3 dans le plan temps-fréquence (évaluation du temps sur spectrogramme réalloué) en fonction de la distance R sur des simulations dans la configuration des données Mer du Nord



Figure 17. Variance locale du temps τ de la courbe du mode 3 en fonction de la fréquence pour 3 valeurs de R.

6. Limitations

Il existe deux types de limitations pour les RTF construites :

- La première due au caractère réducteur de toute modélisation qui reste une approximation de la réalité.

- La seconde due aux erreurs sur les valeurs des paramètres géoacoustiques.

6.A. Influence du choix du modèle de guide

Ce type de limitation dépend de l'environnement réel. Le guide parfait est adapté au cas d'un environnement composé d'une couche d'eau et d'un fond parfaitement réfléchissant. C'est un cas limite que l'on ne rencontrera jamais. Le guide de Pekeris modélise le cas d'un environnement composée de 2 couches homogènes (célérités constantes): eau et fond. Ces conditions d'homogénéité des couches et de profondeur D constante constituent sa limite: les environnements réels ne les respectent jamais parfaitement. De plus, nous avons utilisé un modèle approché de Pekeris afin de le rendre calculable ce qui implique quelques modifications dans le tracé théorique des courbes.

Nous avons implémenté les modèles parfaits et de Pekeris approché (même si la méthodologie peut s'appliquer sous conditions à d'autres cas comme nous l'avons vu en section 2). Afin d'évaluer les différences qu'impliquent ces différents modèles, nous montrons sur la figure 18 les tracés théoriques des courbes (temps d'arrivée en fonction de la fréquence) pour les modes 2 et 3 dans la configuration des données réelles de Mer du Nord précédemment exposée.

À la vue de ces courbes et sachant qu'une interprétation possible de la transformée est la projection du signal sur les courbes théoriques, on pourrait penser que les différences importantes de tracé vont impliquer des différences importantes dans la transformée résultante. Or, ce n'est pas le paramètre déterminant. En effet, on projette sur un *continuum* de valeurs de *m* et non sur les simples valeurs entières de *m* (tracés théoriques des modes). À chaque point temps-fréquence (τ, ν) et à chaque modèle, correspond un $m_{\tau,\nu} = v_{modele}(\nu,\tau)$ et sa courbe associée. On projette le signal sur des atomes constitués localement autour de ce point temps-fréquence et qui suivent les courbes théoriques pour cette valeur de $m_{\tau,\nu}$. C'est donc les allures des courbes théoriques des différents modèles autour du point (τ, ν) qui doivent être comparées.

La figure 19 présente les tracés des courbes pour les 3 modèles passant par le point (τ, ν) de coordonnées connues. Localement, les différences sont faibles devant l'écart entre les courbes des différents modes (mode 2 et 3 sur la figure). On note également que le modèle de Pekeris approché suit mieux le modèle de Pekeris réel que le modèle du guide parfait (ce qui justifie le fait que les résultats obtenus soient meilleurs).

Par ailleurs, comme le montre la figure 19, on a un compromis à faire sur la taille de la fenêtre des atomes qui peut être importante pour canaliser l'incertitude temps-fréquence sur le tracé des courbes ou faible pour suivre le modèle théorique le mieux possible.



Figure 18. Tracés des courbes pour les modèles parfaits, de Pekeris et de Pekeris approché pour les modes 2 et 3 dans la configuration des données Mer du Nord.

6.B. Influence des erreurs d'évaluation des paramètres géoacoustiques

On présente figure 20 des exemples de courbes théoriques (temps d'arrivée en fonction de la fréquence) avec les paramètres des données Mer du Nord et en appliquant des erreurs considérables sur les paramètres.

De la même manière que précédemment, ces erreurs ont des conséquences moins importantes que le décalage des courbes ne pourrait le laisser penser (figure 20). La même remarque que précédemment s'applique : pour un point (τ, ν) , on a une valeur



Figure 19. Courbes des différents modèles qui passent toutes par le point (t = 0.08s, $\nu = 43Hz$) et tracé du mode 3 pour le modèle de Pekeris.



Figure 20. Courbes théoriques pour des erreurs importantes sur les paramètres géoacoustiques (100% d'erreur sur D et R, 20% sur C_1 et C_2 et 50% sur ρ 1 et ρ 2).

de $m_{\tau,\nu}$ par jeu de valeurs des paramètres. Ces valeurs de $m_{\tau,\nu}$ déterminent des courbes. Et ce sont les allures respectives des courbes au voisinage du point qui fixent la précision.

Pour le guide parfait par exemple, une erreur dans l'estimation de la profondeur n'a aucune incidence : l'erreur sur D est compensée en un point (τ, ν) donné par une nouvelle valeur de $m_{\tau,\nu}$. Les erreurs sur C_1 et R entraînent de très faibles variations même pour des erreurs importantes ainsi que le montre la figure 21: les courbes pour les paramètres justes et erronés se confondent quasiment.

En conclusion, les RTF adaptées au modèle de guide parfait et de Pekeris sont résistantes aux erreurs d'estimation des paramètres.

Cette propriété est intéressante en vue d'application pour deux raisons :



Figure 21. Courbes pour les paramètres justes et erronés qui passent par le même point (t = 0.08 s, v=43Hz) et courbe du mode 1.

Les RTF supporteront bien les approximations comme l'homogénéité de C_1 ou la constance de D même si dans la réalité on trouve fréquemment un gradient de célérité dans la couche d'eau et une profondeur non constante.

- Le paramètre de distance source-capteur R entre en compte pour le calcul des RTF adaptées. Or c'est également l'un des paramètres que nous pouvons évaluer avec finesse grâce au filtrage modal permis par les RTF. Cependant, comme les RTF sont peu sensibles aux erreurs sur R, il sera possible de réaliser le filtrage modal avec un R très grossièrement approximé et d'en améliorer l'évaluation par la suite.

7. Conclusion

Dans cette étude, nous avons proposé une méthodologie générale permettant de construire des RTF quel que soit le modèle sous certaines conditions. Nous avons appliqué cette méthodologie à deux modèles de propagation classiques en ASM. Nous avons évalué ces traitements, nous les avons testés sur des données réelles et leur efficacité a été montrée.

Les RTF construites sont des décompositions atomiques, elles peuvent être vues suivant la philosophie du Matching Pursuit (projeter le signal sur les atomes temps-fréquence qui lui correspondent le mieux). La correspondance entre les atomes et le signal se fait ici à partir de connaissances *a priori* et non de manière adaptative. L'incertitude temps-fréquence est canalisée car les atomes suivent des courbes théoriques proches de la réalité expérimentale.

Nous avons testé ces méthodes sur des signaux réels et montré les améliorations qu'elles apportent vis-à-vis des méthodes classiques. Nous avons également testé les performances de ces méthodes en les comparant avec une méthode classique de RTF possédant les mêmes propriétés: la TFCT. Finalement, nous nous sommes intéressés aux limites de ces méthodes qui s'avèrent fortement résistantes aux erreurs sur les paramètres géoacoustiques. Cette méthode est un bon exemple de combinaison entre la physique (propagation en ASM) et le Traitement du Signal. Elle illustre comment le Traitement du Signal peut intégrer des éléments de la physique pour fournir un outil utile à des applications physiques classiques (tomographie ou localisation de source).



- C.L. PEKERIS. Theory of propagation of explosive sound in shallow water. In *Geol. Soc. Am. Mem*, 1947.
- [2] J.B. ALLEN and L.R. RABINER. A unified approach to Short Time Fourier Analysis and Synthesis. In *Proc. IEEE*, 65(11):1558–1564, 1977.
- [3] L. COHEN. Time-Frequency analysis. Prentice-Hall, New Jersey, 1995.
- [4] I. CHOI and W.J. WILLIAMS. Improved Time-Frequency Representations of Multicomponent Signals Using Exponential Kernels. In *IEEE Trans. on Acoust. Speech. Sig. Proc.*, 37(6): 862–871, 1989.
- [5] R.G. BARANIUK and D.L. JONES. A signal-dependant timefrequency representation : fast algorithm for optimal kernel design. In *IEEE Trans. on Acoust. Speech. Sig. Proc.*, 41(4): 1589–1601, 1993.
- [6] S. MALLAT and Z. ZHANG. Matching pursuit with time-frequency dictionnaries. In IEEE Trans. on Acoust. Speech. Sig. Proc. 41(12): 3397–3415, 1993.
- [7] S. QIAN and J.M. MORRIS. Wigner distribution decomposition and cross-terms deleted representation. In *Signal Processing*, 27(2): 125–144, 1992.
- [8] R.G. BARANIUK. Unitary Equivalence: a new twist on signal processing. In IEEE Trans. on Acoust. Speech. Sig. Proc., 43(10): 1226–1234, 1995.
- [9] D.M.F. CHAPMAN and D.D. ELLIS. The group velocity of normal modes. In J. Acoust. Soc. Am., 74(3): 973–979, 1983.
- [10] P. FLANDRIN. Temps-fréquence. HERMES, 1993.
- [11] C-S. CHEN, J.H. MILLER, G.F BOURDEAUX-BARTELS, G.R. POTTY and C.J. LAZAUSKI. Time-frequency representations for wideband acoustic signals in shallow water. In *Oceans 2003* Proceedings 5: SP2903–SP2907, 2003.
- [12] L. TOLSTOY and C.S. CLAY Ocean Acoustics: Theory and Experiment in Underwater Sound. American Institute of Physics, 1987.
- [13] F. AUGER and P. FLANDRIN, Improving the readability of Time-Frequency Time-Scale Representation by the Reassignment method. In *IEEE Trans. on Acoust. Speech. Sig. Proc.*, 43(5) :1068–1089, 1995.
- [14] M.A. LAGUNAS, M.E. SANTAMARIA, A. GASULL and A. MORENO. Maximum likehood filters in spectral estimation problems. In *Signal Processing*, 10(1): 19–34, 1986.
- [15] L. VINCENT and P. SOILLE. Efficient Algorithm Based on Immersion Simulations. In *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(6): 583–598, 1991.



Grégoire Le Touzé

Grégoire Le Touzé est titulaire du DEA Signal Image Parole Télécommunications de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG). Il réalise actuellement un doctorat au Laboratoire des Images et des Signaux sur la localisation de sources à l'aide d'outils de Traitement du Signal.



Barbara Nicolas

Barbara Nicolas est titulaire du DEA Signal Image Parole Télécommunications de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG). En 2005, elle réalise un postdoctorat au Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) de Grenoble portant sur l'imagerie médicale. Ses domaines de recherche incluent l'inversion géoacoustique, la localisation de sources en acoustique sous-marine et l'imagerie médicale.



Jérôme I. Mars

Jérôme I. Mars est titulaire d'un DEA de Géophysique de l'Université Joseph Fourier de Grenoble (1986) et d'un doctorat de Traitement du Signal de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (1988). De 1989 à 1992, il effectue un postdoctorat au Centre des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques (Grenoble). De 1992 à 1995, il est chercheur invité au Materials Sciences and Mineral Engineering Dpt de l'Université de Californie (Berkeley). Il est actuellement Professeur en Traitement du Signal au Laboratoire des Images et des Signaux et à l'Institut National Polytechnique de Grenoble. Il est également chef de l'équipe Signaux et Images en milieux naturels. Ses domaines de recherches incluent le Traitement du Signal en sismique et en acoustique, la séparation de sources, la caractérisation temps-fréquence et la géophysique appliquée. Il est membre SEG et EAGE.