

Récepteur particulière déterministe en communications radiomobiles pour canaux multi-trajets évanescents Partie II: DS-CDMA

Deterministic particle receiver for multipath
fading channels in wireless communications
Part II: DS-CDMA

Farah Ben Salem, Gérard Salut

Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes, Centre National de la recherche scientifique,
7, avenue du Colonel Roche, 31077 Toulouse, France.
Tél: (33).05.61.33.62.93. Fax: (33).05.61.33.69.69 . E-mail: salut@laas.fr.

Manuscrit reçu le 2 septembre 2003

Résumé et mots clés

Cet article est le pendant en communications radiomobiles CDMA de l'article [1] pour les systèmes FDMA, concernant la réception optimale conjointe de l'état hybride paramètres/symboles au moyen de particules déterministes. La principale difficulté supplémentaire est celle, rencontrée sur la voie montante, de la résistance aux interférences dues à la non orthogonalité des codes utilisateurs après réflexions par trajets multiples. Cela exige une estimation optimale conjointe des paramètres du second ordre (corrélations des bruits). On montre ici que cela est possible par un résultat bayésien original de type « Gauss-Wishart ».

Canal multi-trajets évanescents, systèmes DS-CDMA, technique particulière, estimation/détection conjointe à maximum de vraisemblance, Gauss-Wishart.

Abstract and key words

This paper is the matching in wireless CDMA communications of the paper [1] dealing with FDMA systems concerning joint optimal reception of the hybrid state parameters/symbols by deterministic particles. The main added difficulty is the resistance to multiple access interference and self interference dues to multipath and encountered in the uplink. It requires the optimal joint estimation of the second order parameters (noise correlations). We show that this is possible using a Gauss-Wishart Bayesian result.

Multipath fading channels, DS-CDMA systems, particle technique, maximum likelihood joint estimation/detection, Gauss-Wishart.

1. Introduction

Dans cet article, nous proposons un récepteur particulière déterministe pour canaux multi-trajets évanescents, spécifique aux systèmes DS-CDMA («Direct-sequence Code Division Multiple Access») et particulièrement à la voie montante.

Un système DS-CDMA est un système de communications radiomobiles, où chaque utilisateur se distingue des autres grâce à un code orthogonal, et qui est basé sur une technique d'étalement de spectre: le signal source qui est en bande étroite est multiplié, à énergie constante, par un signal appelé code d'étalement possédant des propriétés d'orthogonalité. Avant l'étalement, on parle de symboles, après on parle d'impulsions. Le facteur d'étalement représente le nombre d'impulsions par symbole. Cette technologie est à la base du système de 3^{ème} génération connu sous le nom d'UMTS («Universal Mobile Telecommunication System»), où elle est désignée par WCDMA («Wideband CDMA») [2].

De même que dans [1], nous reportons les variations du canal en fonction du temps dans une approximation linéaire par projection sur M fonctions de base judicieusement sélectionnées *a priori*. Ceci nous a mené dans [1] à considérer le problème d'estimation/détection conjointe à maximum de vraisemblance, pour lequel nous avons proposé une solution particulière déterministe. Cette technique particulière associée à une judicieuse représentation du canal s'est avérée très performante pour les systèmes FDMA pour des canaux fortement évanescents.

Dans les systèmes CDMA, et spécifiquement dans la voie montante où il ne peut y avoir un canal pilote permettant de découpler les deux opérations (estimation du canal et détection du message), nous sommes également confrontés au problème d'estimation/détection conjointe à maximum de vraisemblance pour lequel il est possible d'adapter la solution proposée dans [1]. Dans la voie montante, non seulement l'estimation/détection conjointe est nécessaire, mais il est également possible d'envisager une détection conjointe des messages de tous les utilisateurs qui émettent simultanément vers la station de base (car celle-ci détient tous les codes), dont la solution optimale à maximum de vraisemblance est inatteignable de manière exacte [3], sauf lorsque celle-ci s'approche d'une complexité linéaire, à rapport signal/bruit élevé [4]. Les solutions sous optimales proposées sont soit trop complexes, soit basées sur des modèles irréalistes comme [5] et [6] où l'hypothèse d'un environnement de propagation sans réflexions est admise. Signalons toutefois que l'algorithme proposé dans [5] pour les estimations/détections conjointes des amplitudes et messages de tous les utilisateurs repose sur une stratégie globale de sélection à maximum de vraisemblance similaire à celle de l'algorithme particulière déterministe [1].

Nous nous sommes intéressés ici au problème de la conception d'un récepteur à estimation/détection conjointes à maximum de vraisemblance spécifique à un utilisateur. Dans ce cas le problème de réception rencontré devient celui de la résistance aux

interférences: auto-interférence ainsi qu'interférences causées par l'accès multiple. Les interférences sont d'autant plus pénalisantes dans les systèmes CDMA que les facteurs d'étalement utilisés sont courts [7]. Si le modèle de corrélation est donné, celles-ci peuvent être considérées comme bruits corrélés [8], [9], [10]. La solution proposée repose sur le même principe d'estimation/détection conjointes par résolution particulière [1]. Pour tenir compte du caractère inconnu et variable du modèle de corrélation des interférences, nous dérivons une approche bayésienne originale d'apprentissage des paramètres jusqu'au second ordre. Cette approche de nature «exacte» généralise au cas dynamique les résultats classiques connus en statique [11]. Elle fournit le filtre optimal associé pour l'estimation conjointe de type «Gauss-Wishart» des paramètres du canal et des caractéristiques statistiques de corrélation du terme d'interférence induite par l'accès multiple, ainsi que l'expression de la vraisemblance associée à une séquence donnée. Bien évidemment, le récepteur particulière spécifique à un utilisateur proposé pour la voie montante peut également être utilisé dans la voie descendante.

Cet article est structuré en trois parties. Dans une première partie le signal reçu est modélisé. Ensuite, le problème de réception est posé et le récepteur proposé est développé. Il consiste en un algorithme particulière déterministe associé au nouveau filtre de type «Gauss-Wishart». La dernière partie est consacrée à l'évaluation des performances du récepteur proposé.

2. Modélisation

Dans la voie montante, les utilisateurs émettent indépendamment les uns des autres et la transmission ne peut être synchronisée. Le signal reçu par la station s'écrit:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \sum_{k=1}^K \int h_k(\tau, t) \sqrt{E_k} \sum_l b_l(k) \\
 &\quad \sum_{i=0}^{R-1} c_i(k) p(t - \tau - iT_c - lT_s) d\tau + n(t) \\
 &= \sum_{k=1}^K \int h_k(\tau, t) \sqrt{E_k} \sum_l b_l(k) g_k(t - \tau - lT_s) d\tau + n(t) \\
 &= \sum_{k=1}^K \int h_k(\tau, t) e_k(t - \tau) d\tau + n(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

où:

- K est le nombre d'utilisateurs,
- T_s est la durée symbole,
- T_c est la durée d'impulsion,
- $p(t)$ est la forme d'onde de l'impulsion,
- $n(t)$ est un bruit blanc additif gaussien complexe.

Pour chaque utilisateur k ,

- $h_k(\tau, t)$ est la réponse impulsionnelle du canal,
- $e_k(t)$ est le signal à émettre,

- $g_k(t)$ est le signal d'étalement,
- $\{c_i(k)\}_{i=0}^{R-1}$ est la séquence code de longueur R ,
- $\{b_i(k)\}$ est le message binaire antipodal à détecter,
- E_k est l'énergie du signal.

Dans le sens de la transmission vers la station de base, le canal n'est pas commun à tous les utilisateurs, et l'utilisation d'un canal-pilote est inenvisageable. Par conséquent une séquence-pilote intercalée dans le message de chacun est prévue pour aider l'estimation des paramètres de chaque canal. La modélisation du canal par une représentation fixe implique donc, dans ce cas, l'utilisation d'un algorithme d'estimation/détection conjointes.

Si on note T_{mk} l'étalement temporel du canal physique associé à l'utilisateur k , et τ_k le temps de propagation de son signal par le trajet le plus court, le signal reçu (1) s'écrit :

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \int_{\tau_k}^{\tau_k + T_{mk}} h_k(\tau, t) e_k(t - \tau) d\tau + n(t) \quad (2)$$

Dans ce qui suit, nous supposons sans perte de généralité que $\tau_1 = 0 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_K < T_s$, et que $T_{mk} = T_m, \forall k$.

Nous représentons par une intégrale continue le désétalement du signal reçu pour la détection du message d'un utilisateur donné.

Supposons que les réflexions s'étaient sur $L + 1$ impulsions pour tous les canaux individuels $h_k(\tau, t), k = 1, \dots, K$. Pour chaque symbole du message indiqué par j , le désétalement du signal reçu par le signal d'étalement de l'utilisateur i consiste à calculer les sorties des $L + 1$ corrélateurs :

$$z_{i,l}(j) = \int_{jT_s + \tau_i + lT_c}^{(j+1)T_s + \tau_i + lT_c} y(\xi) g_i(\xi - jT_s - \tau_i - lT_c) d\xi, \quad (3)$$

$$l = 0, \dots, L$$

La relation entrée/sortie du système multi-canaux à temps discret peut s'écrire :

$$z_{i,l}(j) = \sum_n \sum_{k=1}^K b_{j-n}(k) h_{i,l}^k(j, n) + \eta_{i,l}(j) \quad (4)$$

où

$$h_{i,l}^k(j, n) = \sqrt{E_k} \int \int h_k(\tau, \xi + jT_s) g_k(\xi + nT_s - \tau) g_i(\xi - \tau_i - lT_c) d\xi d\tau \quad (5)$$

et $\eta_{i,l}^k(j)$ est la composante de bruit après filtrage.

Les coefficients $h_{i,l}^k(j, n)$ du canal à temps discret sont modélisés par une représentation fixe du type [1] :

$$h_{i,l}^k(j, n) = \sum_{m=1}^M \alpha_{m,n,i,l}^k \psi_m(j) \quad (6)$$

où $\{\psi_m(\cdot)\}_{m=1}^M$ sont les fonctions sélectionnées pour représenter le canal évanescents, et $\{\alpha_{m,n,i,l}^k\}_{m=1}^M$ sont les coefficients associés.

En remplaçant (6) dans (4), on obtient :

$$z_{i,l}(j) = \sum_{k=1}^K \sum_n \sum_{m=1}^M \alpha_{m,n,i,l}^k \psi_m(j) b_{j-n}(k) + \eta_{i,l}(j) \quad (7)$$

$$= \sum_{k=1}^K \sum_n \bar{\psi}(j)^T \bar{\alpha}_{n,i,l}^k b_{j-n}(k) + \eta_{i,l}(j)$$

où $\bar{\psi}(j) = (\psi_1(j), \dots, \psi_M(j))^T$ et $\bar{\alpha}_{n,i,l}^k = (\alpha_{1,n,i,l}^k, \dots, \alpha_{M,n,i,l}^k)^T$.

$z_{i,l}(j)$ peut se représenter en trois termes :

$$z_{i,l}(j) = \sum_q b_{j-q}(i) h_{i,l}^i(j, q) + \gamma_{i,l}(j) + \eta_{i,l}(j) \quad (8)$$

$$= \sum_{m=1}^M \sum_q \alpha_{m,q,i,l}^i b_{j-q}(i) \psi_m(j) + \gamma_{i,l}(j) + \eta_{i,l}(j)$$

où

$$\gamma_{i,l}(j) = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K \sum_q b_{j-q}(k) h_{i,l}^k(j, q) \quad (9)$$

est le terme d'interférence, modélisé par un bruit gaussien coloré de moyenne nulle. La somme infinie sur q , dans (8) et (9), se réduit à une somme finie de Q termes où Q dépend de l'étalement temporel du canal, ainsi que de la durée symbole T_s . Notons que si l'étalement temporel des multi-trajets, T_m , est inférieur à la durée symbole T_s , alors $Q = 3$ car les sorties $\{z_{i,l}(j)\}_{l=0}^L$ des corrélateurs dépendent des symboles $b_{j-1}(i)$, $b_j(i)$, et $b_{j+1}(i)$. Dans ce cas, le nombre de corrélateurs par symbole est inférieur à la longueur du code, c'est-à-dire $L < R$. Si par contre $T_m > T_s$, alors $Q > 3$ et on a un corrélateur par impulsion, c'est-à-dire $L = R$. En général, les systèmes CDMA sont tels que $T_m \ll T_s$ et $Q = 3$. Nous allons donc nous placer sous cette hypothèse.

On note $H_j^{(i)}$ le vecteur de dimension $M \times Q$ défini à l'aide des symboles du message et des fonctions de représentation par :

$$H_j(i) = (b_{j-1}(i)\psi_1(j), \dots, b_{j-1}(i)\psi_M(j), b_j(i)\psi_1(j), \dots, b_j(i)\psi_M(j), b_{j+1}(i)\psi_1(j), \dots, b_{j+1}(i)\psi_M(j))^T$$

On définit la matrice des composantes $A^{(i)}$ de dimension $(L + 1, M \times Q)$ par :

$$A^{(i)} = \begin{pmatrix} \alpha_{1,-1,i,0}^i & \dots & \alpha_{M,-1,i,0}^i & \dots & \alpha_{1,1,i,0}^i & \dots & \alpha_{M,1,i,0}^i \\ \vdots & & & & & & \\ \alpha_{1,-1,i,L}^i & \dots & \alpha_{M,-1,i,L}^i & \dots & \alpha_{1,1,i,L}^i & \dots & \alpha_{M,1,i,L}^i \end{pmatrix}$$

et les vecteurs $Z_j(i)$ et $V_j(i)$ par :

$$Z_j(i) = \begin{pmatrix} z_{i,0}(j) \\ \vdots \\ z_{i,L}(j) \end{pmatrix}, V_j(i) = \begin{pmatrix} v_{i,0}(j) = \gamma_{i,0}(j) + \eta_{i,0}(j) \\ \vdots \\ v_{i,L}(j) = \gamma_{i,L}(j) + \eta_{i,L}(j) \end{pmatrix}$$

Le vecteur de bruit $V_j(i)$ est de composantes gaussiennes corrélées. Notons R_V sa matrice de covariance inconnue.

$$R_V = E[V_j(i)V_j(i)^H] \quad (10)$$

On peut réécrire (8) sous forme vectorielle :

$$Z_j(i) = A^{(i)}H_j(i) + V_j(i) \quad (11)$$

3. Résolution particulière

Notons $B_j(i) = \{b_0(i), \dots, b_j(i)\}$ la séquence de symboles à détecter. Le récepteur conjoint à maximum de vraisemblance consiste à estimer la matrice des paramètres $A^{(i)}$ ainsi que la matrice de covariance R_V conjointement à la détection de la séquence $B_j(i)$, par la donnée des vecteurs $\{Z_0(i), \dots, Z_j(i)\}$.

3.1. Estimation bayésienne des paramètres et des covariances

Les composantes de la matrice $A^{(i)}$ et des vecteurs $Z_j(i)$, $V_j(i)$ et $H_j(i)$ dans (11) sont complexes. Immergeons ces composantes dans une représentation réelle. Il suffit pour cela de transformer le vecteur hermitien $Z_j(i)$ de dimension $L+1$ en un vecteur de $2(L+1)$ composantes réelles.

Remarque

On notera, en toute rigueur, que la nature complexe de Z et H permet de réduire encore le nombre de paramètres en tenant compte de leurs liaisons (voir Annexe).

Pour simplifier les notations, l'indice i relatif à l'utilisateur sera omis :

$$Z_j = AH_j + V_j \quad (12)$$

où A est alors de dimension $(2(L+1), 2MQ)$.

Nous nous intéressons ici à l'estimation des éléments des matrices A et R_V conditionnellement à la connaissance du message et des observations jusqu'à l'instant discret J . Nous généralisons au cas dynamique l'approche bayésienne statique de Gauss-Wishart [11] pour l'analyse de l'apprentissage des paramètres de la distribution de probabilité conjointe *a posteriori* $p(A, R_V^{-1} | Z_1, \dots, Z_J)$, afin de dériver les équations de l'estimateur récursif optimal $(\hat{A}_J, \hat{R}_{V_J})$.

Introduisons les notations :

$$M_{HH} = \sum_{j=1}^J H_j H_j^T, M_{ZZ} = \sum_{j=1}^J Z_j Z_j^T \quad (13)$$

$$M_{HZ} = \sum_{j=1}^J H_j Z_j^T, M_{ZH} = \sum_{j=1}^J Z_j H_j^T$$

La probabilité conjointe *a posteriori* de (A, R_V^{-1}) s'écrit selon la règle de Bayes :

$$p(A, R_V^{-1} | Z_1, \dots, Z_J) = p(A, R_V^{-1}) p(Z_1, \dots, Z_J | A, R_V^{-1}) \quad (14)$$

La probabilité conditionnelle des observations étant gaussienne, elle s'écrit :

$$p(Z_1, \dots, Z_J | A, R_V^{-1}) \propto |R_V^{-1}|^{J/2} \text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} \sum_{j=1}^J (Z_j - AH_j)(Z_j - AH_j)^T \right\} \quad (15)$$

où $\text{etr}\{\cdot\} \equiv \exp\{\text{trace}\{\cdot\}\}$.

Supposons que la loi conjointe *a priori* du couple (A, R_V^{-1}) soit choisie de la forme « Gauss-Wishart » (Rappelons que la distribution de Wishart est la généralisation au cas vectoriel de la distribution du χ^2) :

$$f_{\hat{A}_0, \hat{R}_{V_0}, \nu_0, P_0}(A, R_V^{-1}) \propto |P_0|^{(MQ)} |R_V|^{(L+1)} \text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} (A - \hat{A}_0) P_0^{-1} (A - \hat{A}_0)^T \right\} \times c_{L, \nu_0} |\hat{R}_{V_0}|^{(\nu_0-1)/2} |R_V^{-1}|^{(\nu_0-2(L+1)-2)/2} \text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} \nu_0 \hat{R}_{V_0} \right\} \quad (16)$$

où $\hat{A}_0, \hat{R}_{V_0}, \nu_0$ et P_0 sont les paramètres de cette loi, et la quantité c_{L, ν_0} dépend de L et ν_0 .

On peut vérifier que $f_{\hat{A}_0, \hat{R}_{V_0}, \nu_0, P_0}(A, R_V^{-1})$ est une densité de probabilité en utilisant les résultats d'intégration (17) et (18) suivants (où (18) est associée à la distribution de Wishart-inverse) :

$$\int \text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R A P A^T \right\} da_{11}, \dots, da_{mn} \propto |R|^{m/2} |P|^{n/2} \quad (17)$$

R et P étant des matrices (m, m) et (n, n) respectivement,

$$\int_S |R|^{(v-m-2)/2} \text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} \nu P R \right\} dr_{11}, \dots, dr_{mm} = \frac{1}{c_{m, \nu} |P|^{(v-1)/2}} \quad (18)$$

où $\nu > m$, P est définie positive, R est symétrique définie positive, et S est le domaine de définition de R .

Alors, on peut aisément vérifier que la probabilité *a posteriori* (14) suit encore la même loi $f_{\hat{A}_J, \hat{R}_{V_J}, \nu_J, P_J}(A, R_V^{-1})$:

$$\begin{aligned}
 p(A, R_V^{-1} | Z_1, \dots, Z_J) &\propto |P_J|^{(MQ)} |R_V|^{(L+1)} \\
 &\text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} (A - \hat{A}_J) P_J^{-1} (A - \hat{A}_J)^T \right\} \\
 &\times c_{L, v_J} |\hat{R}_{V_J}|^{(v_J-1)/2} |R_V^{-1}|^{(v_J-2(L+1)-2)/2} \\
 &\text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} v_J \hat{R}_{V_J} \right\}
 \end{aligned} \quad (19)$$

où les paramètres $\hat{A}_J, \hat{R}_{V_J}, v_J$ et P_J sont donnés par :

$$\begin{cases}
 v_J = v_0 + J \\
 P_J^{-1} = P_0^{-1} + M_{HH} \\
 \hat{A}_J = \hat{A}_0 P_0^{-1} P_J + M_{ZH} P_J \\
 \hat{R}_{V_J} = \frac{v_0}{v_J} \hat{R}_{V_0} \\
 \quad + \frac{1}{v_J} (M_{ZZ} - \hat{A}_J P_J^{-1} \hat{A}_J^T + \hat{A}_0 P_0^{-1} \hat{A}_0^T)
 \end{cases} \quad (20)$$

Après quelques manipulations, on trouve que ces paramètres s'obtiennent récursivement par les équations suivantes :

$$\begin{cases}
 K_j = \frac{P_{j-1} H_j}{(1 + H_j^T P_{j-1} H_j)} \\
 P_j = P_{j-1} - K_j H_j^T P_{j-1} \\
 \hat{A}_j = \hat{A}_{j-1} + (Z_j - \hat{A}_{j-1} H_j) K_j^T \\
 v_j = v_{j-1} + 1 \\
 \hat{R}_{V_j} = \hat{R}_{V_{j-1}} + \frac{1}{v_j} \\
 \quad \left\{ \frac{(Z_j - \hat{A}_{j-1} H_j)(Z_j - \hat{A}_{j-1} H_j)^T}{1 + H_j^T P_{j-1} H_j} - \hat{R}_{V_{j-1}} \right\}
 \end{cases} \quad (21)$$

La solution optimale au problème d'estimation à maximum de vraisemblance des matrices (A, R_V) , ainsi obtenue de manière bayésienne globale, généralise celle obtenue de manière algébrique pour le cas singulier ($P_0^{-1} = 0, v_0 = 0$) dans [12] :

$$\begin{aligned}
 \hat{A} &= M_{ZH} M_{HH}^{-1} \\
 \hat{R}_V &= \frac{1}{J} (M_{ZZ} - M_{ZH} M_{HH}^{-1} M_{HZ})
 \end{aligned} \quad (22)$$

On peut mettre également cette solution sous forme récursive :

$$\begin{cases}
 K_j = \frac{P_{j-1} H_j}{(1 + H_j^T P_{j-1} H_j)} \\
 P_j = P_{j-1} - K_j H_j^T P_{j-1} \\
 \hat{A}_j = \hat{A}_{j-1} + (Z_j - \hat{A}_{j-1} H_j) K_j^T \\
 \hat{R}_{V_j} = \hat{R}_{V_{j-1}} + \frac{1}{j} \\
 \quad \left\{ \frac{(Z_j - \hat{A}_{j-1} H_j)(Z_j - \hat{A}_{j-1} H_j)^T}{1 + H_j^T P_{j-1} H_j} - \hat{R}_{V_{j-1}} \right\}
 \end{cases} \quad (23)$$

Remarquons que (23) est bien un cas particulier de (21).

3.2. Calcul de la vraisemblance

En supposant que la séquence du message est connue, la vraisemblance des observations s'écrit :

$$\begin{aligned}
 L(Z_0, \dots, Z_j) &= \log p(Z_0, \dots, Z_j) \\
 &= L(Z_j | Z_0, \dots, Z_{j-1}) + L(Z_0, \dots, Z_{j-1})
 \end{aligned} \quad (24)$$

La probabilité $p(Z_j | Z_0, \dots, Z_{j-1})$ étant, par définition :

$$\begin{aligned}
 p(Z_j | Z_0, \dots, Z_{j-1}) &= \int_{R_V^{-1} > 0} \int p(Z_j | A, R_V^{-1}) \\
 &p(A, R_V^{-1} | Z_0, \dots, Z_{j-1}) dA dR_V^{-1} \propto \int_{R_V^{-1} > 0} \int \\
 &|R_V^{-1}|^{1/2} \text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} (Z_j - A H_j)(Z_j - A H_j)^T \right\} \\
 &\times |P_j|^{(MQ)} |R_V|^{(L+1)} \\
 &\text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} (A - \hat{A}_{j-1}) P_{j-1}^{-1} (A - \hat{A}_{j-1})^T \right\} \\
 &\times c_{L, v_{j-1}} |\hat{R}_{V_{j-1}}|^{(v_{j-1}-1)/2} |R_V^{-1}|^{(v_{j-1}-2(L+1)-2)/2} \\
 &\text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} v_{j-1} \hat{R}_{V_{j-1}} \right\} dA dR_V^{-1}
 \end{aligned} \quad (25)$$

En effectuant le changement de variable $A \leftarrow A - \hat{A}_{j-1}$, et en posant,

$$\begin{aligned}
 \hat{Z}_j &= Z_j - \hat{A}_{j-1} H_j \\
 \Lambda &= P_{j-1}^{-1} + H_j H_j^T \\
 \Delta &= \hat{Z}_j H_j^T \Lambda^{-1} \\
 \Sigma &= \hat{Z}_j \hat{Z}_j^T - \Delta \Lambda \Delta^T
 \end{aligned}$$

on obtient :

$$\begin{aligned}
 p(Z_j | Z_0, \dots, Z_{j-1}) &\propto |P_j|^{(MQ)} |R_V|^{(L+1)} |R_V^{-1}|^{(v_j-2(L+1)-2)/2} \\
 &|\hat{R}_{V_{j-1}}|^{(v_{j-1}-1)/2} \times c_{L, v_{j-1}} \int_{R_V^{-1} > 0} \int \\
 &\text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} (A - \Delta) \Lambda (A - \Delta)^T \right\} \\
 &\text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} \Sigma \right\} \times \text{etr} \left\{ -\frac{1}{2} R_V^{-1} v_{j-1} \hat{R}_{V_{j-1}} \right\} \\
 &dA dR_V^{-1}
 \end{aligned} \quad (26)$$

En appliquant successivement (17) puis (18), et après quelques simplifications, on trouve :

$$\begin{aligned}
 p(Z_j | Z_0, \dots, Z_{j-1}) &\propto (1 + H_j^T P_{j-1} H_j)^{(MQ)} \\
 &\frac{c_{L, v_{j-1}} |\hat{R}_{V_{j-1}}|^{(v_{j-1}-1)/2}}{c_{L, v_j} |\hat{R}_{V_j}|^{(v_j-1)/2}}
 \end{aligned} \quad (27)$$

En ignorant les termes additifs, indépendants du message, dans le logarithme de (27), la vraisemblance L_j des observations jusqu'à l'instant j s'obtient récursivement par :

$$\begin{aligned}
 L_j &= L_{j-1} + MQ \log(1 + H_j^T P_{j-1} H_j) + \frac{v_{j-1} - 1}{2} \\
 &\log |\hat{R}_{V_{j-1}}| - \frac{v_j - 1}{2} \log |\hat{R}_{V_j}|
 \end{aligned} \quad (28)$$

Récepteur particulière avec estimation conditionnelle de type Gauss-Wishart

1. *Initialisation exhaustive :*

On suppose que $b_0(i) = -1$ (codage différentiel). Prenons $N = 2^{L_I}$ particules, de telle façon que l'initialisation particulière pendant l'intervalle de temps discret $j = 0, \dots, L_I - 1$ couvre toutes les séquences message hypothétiques $B_{L_I}(i) = \{b_0(i) = -1, b_1(i), \dots, b_{L_I}(i)\}$. Après initialisation, l'algorithme de recherche récursif démarre à l'instant $j = L_I - 1$ et comporte trois phases.

2. *Calcul des vraisemblances :*

À l'instant j , on dispose, pour chaque particule n dans $\{1, \dots, N\}$, de l'estimée \hat{A}_j^n , de sa variance associée P_j^n , de l'estimée de la matrice de covariance $\hat{R}_{V_j}^n$, et de la séquence $B_{j+1}^n(i)$ de vraisemblance $L_j^n(i)$. L'extension à l'instant $j + 1$ engendre $2N$ séquences possibles $B_{j+2}^{n,d}(i) = (B_{j+1}^n(i), b_{j+2}^{n,d}(i) = d)$, $d \in \{+1, -1\}$, dont on construit les vecteurs $H_{j+1}^{n,d}$ et on calcule les vraisemblances $L_{j+1}^{n,d}(i)$ par :

$$L_{j+1}^{n,d}(i) = L_j^n(i) + MQ \log(1 + (H_{j+1}^{n,d})^T P_j H_{j+1}^{n,d}) \tag{29}$$

$$+ \frac{v_j - 1}{2} \log |\hat{R}_{V_j}^n| - \frac{v_{j+1} - 1}{2} \log |\hat{R}_{V_{j+1}}^{n,d}|$$

où,

$$\hat{R}_{V_{j+1}}^{n,d} = \hat{R}_{V_j}^n + \frac{1}{v_{j+1}} \left\{ \frac{(Z_{j+1} - \hat{A}_j^n H_{j+1}^{n,d})(Z_{j+1} - \hat{A}_j^n H_{j+1}^{n,d})^T}{1 + (H_{j+1}^{n,d})^T P_j H_{j+1}^{n,d}} - \hat{R}_{V_j}^n \right\} \tag{30}$$

3. *Redistribution :*

Le processus de redistribution consiste à sélectionner les N séquences particulières et les paramètres estimés correspondants, parmi les $2N$ possibilités, possédant les vraisemblances les plus élevées. Les séquences restantes sont ainsi récursivement éliminées.

4. *Estimation des paramètres :*

Les estimations paramétriques sont mises à jour pour les N particules survivantes grâce aux équations du filtre récursif (21).

$$j \leftarrow j + 1,$$

si $j < J - 1$ retour en 2.

5. *Sélection de la séquence à maximum de vraisemblance :*

Finalement, à l'instant $j = J - 1$, la séquence la plus vraisemblable est donnée par $n_{max} = \arg \max_n L_{J-1}^n(i)$.

Évaluons la complexité de ce récepteur en fonction des paramètres N , $p = 2(L + 1)$ et $q = 2MQ$ (Rappelons que N et M sont déterminés en fonction des performances que l'on veut

atteindre). Celle-ci dépend du nombre de comparaisons nécessaires pour sélectionner les particules, de l'estimateur associé des paramètres et de la mise à jour des vraisemblances. Le nombre de comparaisons nécessaires pour choisir N particules parmi $2N$ est en $O(N)$. Le filtre (21) a une complexité en $O(p^2 + q^2)$. La complexité associée à la mise à jour de la vraisemblance par (28) est en $O(p^3 + q^2)$. Ce qui conduit à une complexité totale du récepteur (par bit) en $O(N(p^3 + q^2))$.

4. Performances du récepteur particulière

Nous évaluons les performances du récepteur particulière en estimant sa probabilité d'erreur par bit (PEB) en fonction des paramètres suivants :

- la longueur du code ou facteur d'étalement,
- le nombre d'utilisateurs,
- l'étalement Doppler du canal,
- le rapport signal sur bruit (S/B),
- le rapport interférence sur signal (I/S), désigné par «near-far ratio» dans la littérature anglo-saxonne.

Les courbes de PEB sont estimées par traitement d'un grand nombre d'échantillons de la séquence du signal reçu selon la densité conjointe du canal et du message.

La résistance du récepteur particulière aux problèmes d'interférences (auto-interférence, nombreux signaux interférants, signal interférant puissant ou «near-far problem») est mise en évidence par comparaison au récepteur RAKE conventionnel [13], [14] à canal connu, lorsque celui-ci ne varie pas pendant la durée d'un slot.

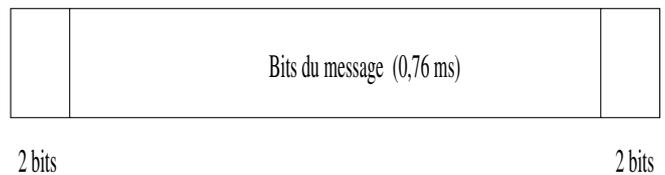


Figure 1. Format du slot aveugle.

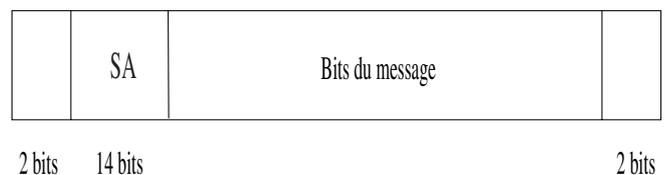


Figure 2. Format du slot avec séquence d'apprentissage.

Les performances du récepteur dans le cas de canaux évanescents sont évaluées essentiellement avec séquence d'apprentissage et quelques résultats sont donnés pour la réception en aveugle. Les formats du slot dans les deux cas sont représentés figures 1 et 2.

La durée 0.67 ms est attribuée au message dans le cas de la réception en aveugle, et au message avec séquence d'apprentissage sinon. La séquence d'apprentissage est fixée à 14 bits quelque soit la longueur du code. Les 2 bits (de contrôle) en début et en fin de slot sont utiles pour initialiser et terminer la réception par l'algorithme particulaire. La durée d'impulsion est $T_c = 0.25 \mu s$ et l'étalement des multi-trajets $T_m = 1 \mu s$. Ceci donne $\lceil \frac{T_m}{T_c} \rceil = 4$ ($= L + 1$) corrélateurs en espaçant les corrélateurs de T_c . On considère des codes de Walsh [15] de longueur $R = 8, 16$ et 32 pour la séparation des canaux.

Pour ce qui est des paramètres du récepteur, le nombre N de particules est égal à 2 ou 4 pour la réception avec séquence d'apprentissage, et $N = 8, 16$ et 32 pour la réception en aveugle. Les variations du canal sont représentées par les $M = 3$ composantes de plus basses fréquences de la série harmonique $\{e^{j \frac{2\pi T_c}{s T_{slot}} mk}\}_{|m| \leq M/2}$ ([1]) où $s = 10$ et T_{slot} est la durée slot.

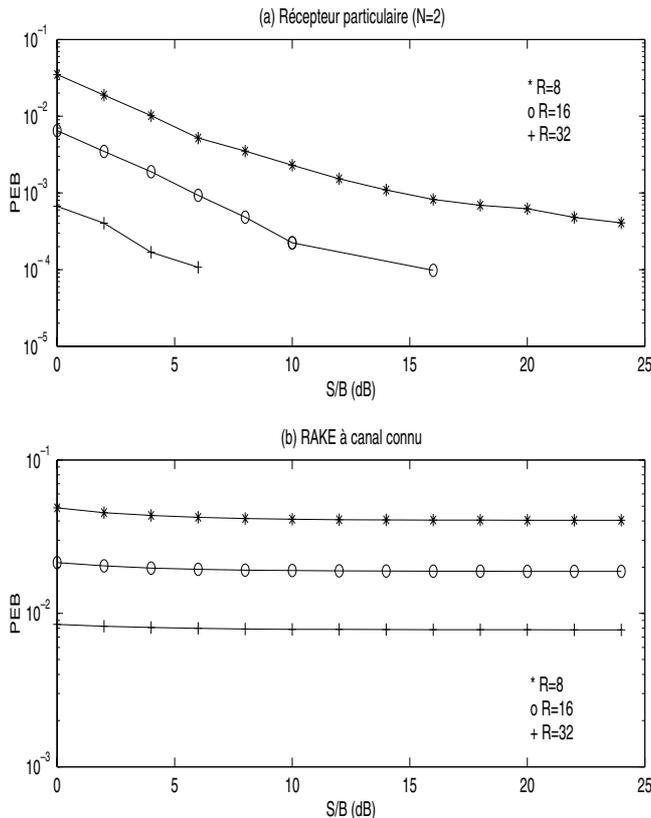


Figure 3. Comparaison des performances, avec séquence d'apprentissage, en fonction du rapport S/B. Le nombre d'utilisateurs est fixé à 5. (a) Récepteur particulaire avec $N = 2$ particules. (b) Récepteur conventionnel à canal connu.

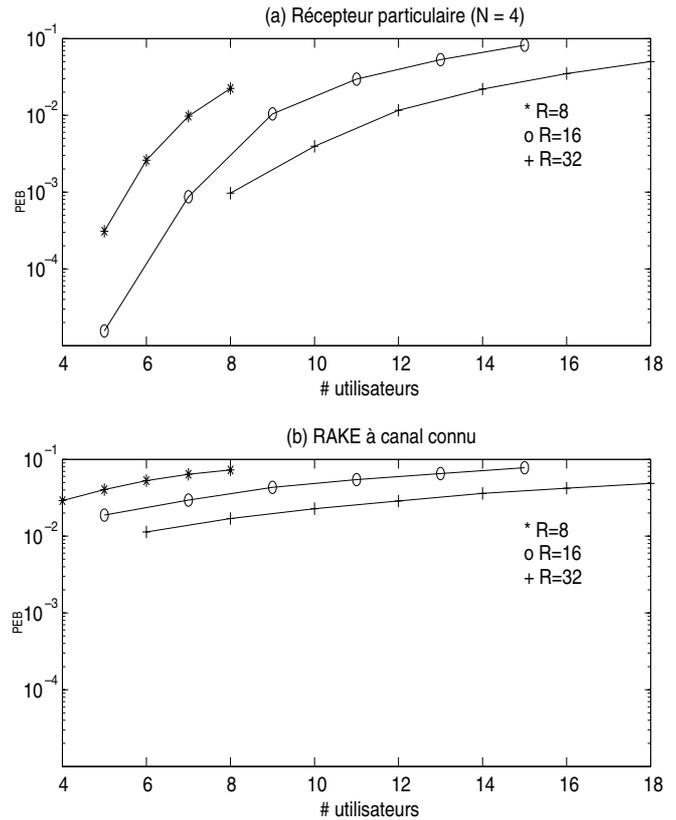


Figure 4. Comparaison des performances, avec séquence d'apprentissage, en fonction du nombre d'utilisateurs. Le rapport S/B est fixé à 20 dB. (a) Récepteur particulaire avec $N = 4$ particules. (b) Récepteur conventionnel à canal connu.

4.1. Résistance aux interférences – Comparaisons avec le récepteur conventionnel pour canaux non évanescents

Afin de comparer les performances du récepteur particulaire avec celles du récepteur conventionnel (RAKE), nous nous plaçons dans le cas où le canal est invariant avec le temps. Le RAKE est avantagé par la connaissance des paramètres du canal. Pour le récepteur particulaire, l'estimation du canal est simplement aidée initialement par une séquence d'apprentissage (14 bits).

4.1.1. En fonction du rapport S/B

Le nombre d'utilisateurs est fixé à 5 quelque soit la longueur du code $R = 8, 16$ ou 32 . Les courbes de performances sont représentées figures 3 (a) et (b). La PEB du récepteur particulaire avec seulement $N = 2$ particules est inférieure à celle du RAKE et diminue rapidement lorsque le rapport S/B augmente. La PEB du RAKE est quasi-constante en fonction du rapport S/B pour une longueur de code R donnée, ce qui montre que celle-ci est essentiellement limitée par les interférences.

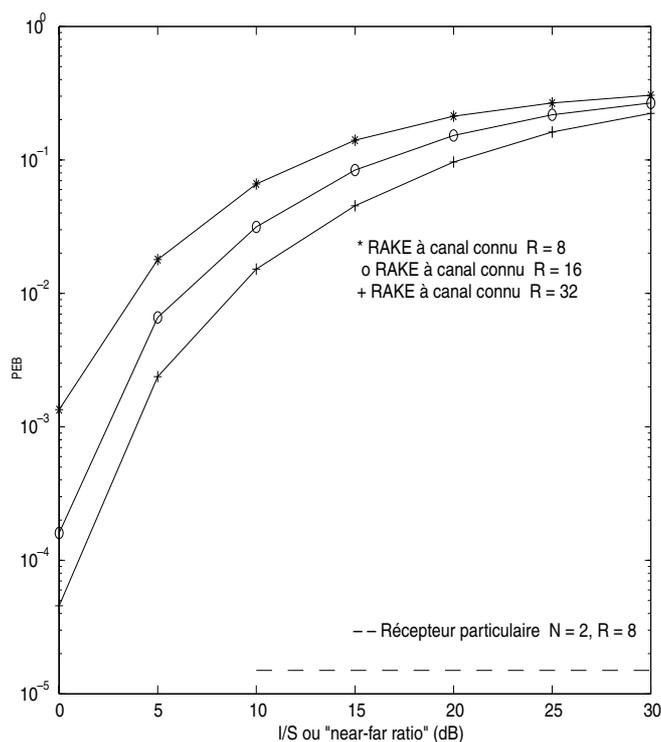


Figure 5. Comparaison des performances, avec séquence d'apprentissage, en fonction du rapport interférence sur signal (I/S) ou « near-far ratio ». Le nombre d'utilisateurs est fixé à 2 et le rapport S/B à 10 dB.

4.1.2. En fonction du nombre d'utilisateurs

Pour comparer les performances en fonction du nombre d'utilisateurs, nous fixons le rapport S/B à 20 dB. Les courbes de PEB sont représentées figure 4. Le nombre d'utilisateurs considéré varie de :

- 4 à 8 pour $R = 8$.
- 5 à 15 pour $R = 16$.
- 6 à 18 pour $R = 32$.

La PEB du RAKE à canal connu est toujours supérieure à 10^{-2} , alors que la PEB du récepteur particulière avec $N = 4$ atteint 10^{-2} à 7 utilisateurs pour $R = 8$, 9 utilisateurs pour $R = 16$ et 12 utilisateurs pour $R = 32$. Bien évidemment ces performances peuvent être améliorées en augmentant le nombre de particules.

4.1.3. En fonction du rapport I/S ou « near-far problem »

Le nombre d'utilisateurs est 2 (un utilisateur dont on veut détecter le message et un interféreur). Le rapport S/B est fixé à 10 dB. Les performances du RAKE sont représentées figure 5 pour un rapport I/S allant de 0 à 30 dB, et pour les longueurs de code $R = 8, 16$ et 32. Les performances du récepteur particulière avec $N = 2$ particules et $R = 8$ sont représentées sur cette même figure pour un rapport I/S allant de 10 à 30 dB. Il apparaît que le récepteur particulière est très résistant au « near-far problem » comparé au RAKE qui est très sensible à la puissance du signal interféreur.

4.2. Performances pour canaux évanescents

On considère que tous les utilisateurs présents simultanément ont le même étalement Doppler B_d . Celui-ci est égal à 100 Hz dans le cas des performances représentées figures 6, 7 et 9, ce qui correspond à une vitesse du mobile de 54 Km/h pour une fréquence porteuse égale à 2 GHz.

Sur la figure 8, les courbes de PEB sont représentées en fonction de $B_d T_{slot}$ allant de 0 à 0.45, ce qui correspond à une

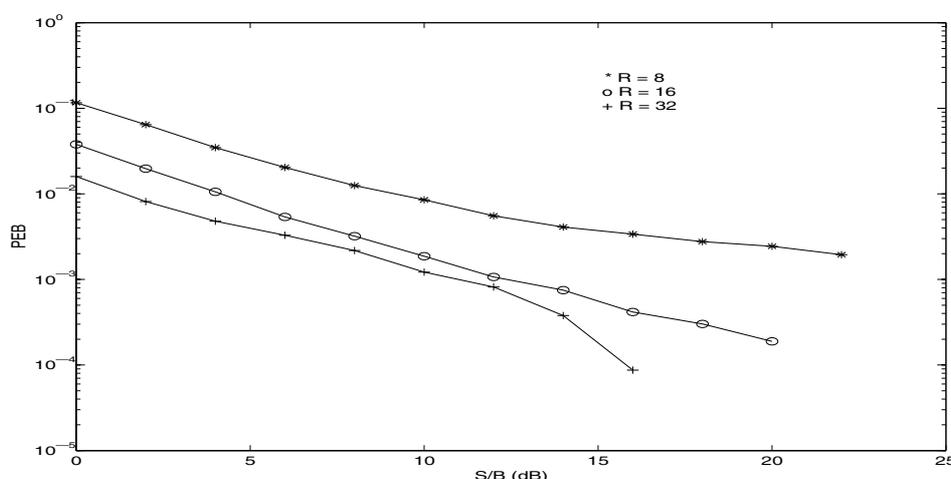


Figure 6. Performances du récepteur particulière ($N = 2$), avec séquence d'apprentissage, en fonction du rapport S/B . Le nombre d'utilisateurs est fixé à 5, et l'étalement Doppler à $B_d = 100$ Hz.

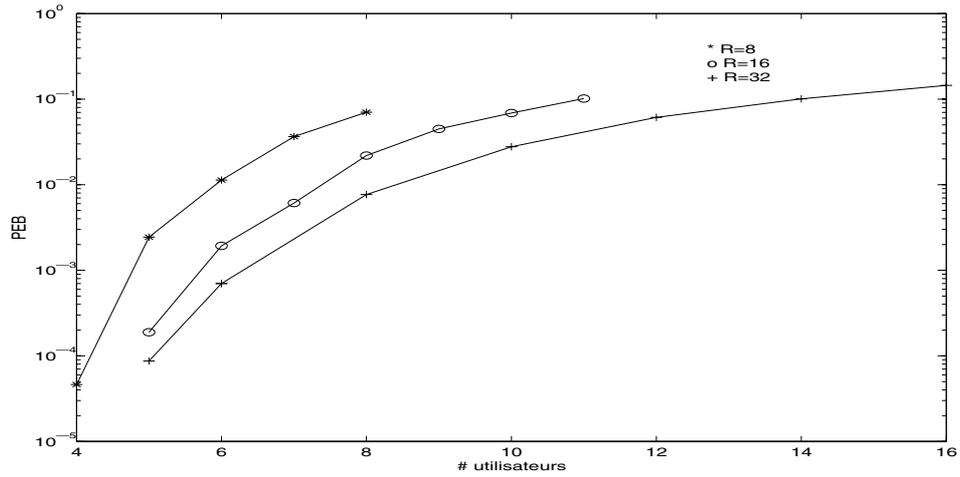


Figure 7. Performances du récepteur particulaire ($N = 2$), avec séquence d'apprentissage, en fonction du nombre d'utilisateurs. Le rapport S/B est fixé à 20 dB, et l'étalement Doppler à $B_d = 100$ Hz.

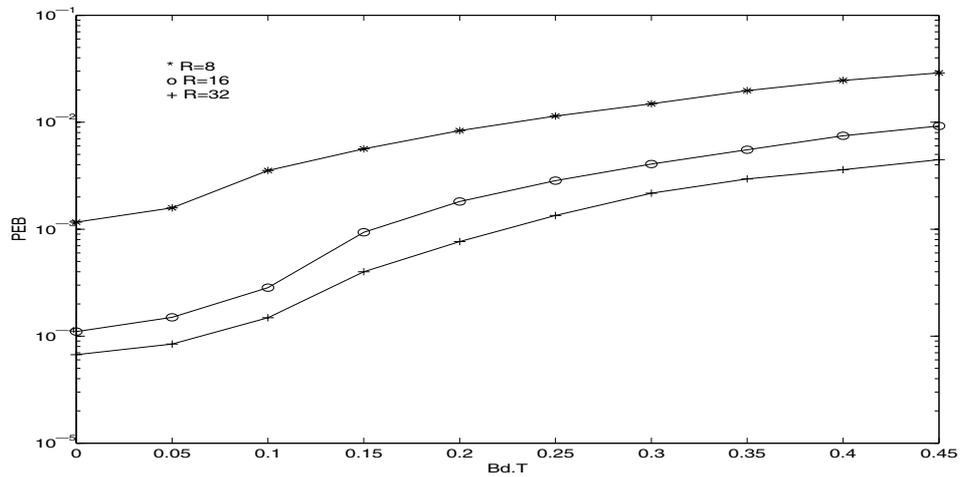


Figure 8. Performances du récepteur particulaire ($N = 2$), avec séquence d'apprentissage, en fonction du produit $B_d T_{slot}$. Le rapport S/B est fixé à 20 dB, et le nombre d'utilisateurs est fixé à 5.

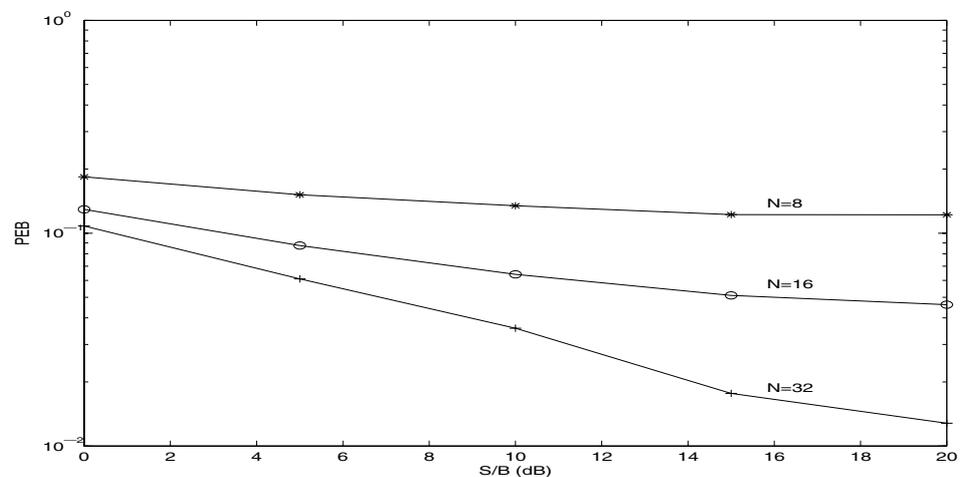


Figure 9. Performances du récepteur particulaire ($N = 8, 16, 32$), en aveugle, en fonction du rapport S/B . Le nombre d'utilisateurs est fixé à 3, la longueur du code à $R = 32$ et l'étalement Doppler à $B_d = 100$ Hz.

vitesse du mobile allant de 0 à 363 km/h pour une fréquence porteuse égale à 2 GHz. Nous rappelons que la durée slot est fixée à $T_{slot} = 0.67 \text{ ms}$.

Les performances avec séquence d'apprentissage figures 6, 7 et 8 sont obtenues pour le nombre de particules très faible $N = 2$. Lorsque $B_d T_{slot}$ augmente (figure 8) ou lorsque le nombre d'utilisateurs augmente (figure 7), on peut diminuer la PEB en augmentant le nombre de particules.

Les performances du récepteur particulière en aveugle pour $N = 8, 16$ et 32 sont données figure 9 pour montrer que ce récepteur peut fonctionner dans ce cas. Bien entendu, la complexité nécessaire pour atteindre une certaine PEB (dans un contexte donné) est plus importante que dans le cas où la réception est aidée par une séquence d'apprentissage.

5. Conclusion

Il a été montré dans cet article ce qu'apportait aux systèmes CDMA le récepteur à particules déterministes, déjà abordé dans [1] pour les systèmes FDMA. Son lien étroit avec les équations Bayésiennes exactes de la réception optimale conjointe permet d'adjoindre aisément l'estimation adaptative de l'environnement (interférences après réflexions multi-trajets). Cela s'effectue en s'appuyant sur un résultat bayésien du type Gauss-Wishart qui étend au second ordre les propriétés markoviennes gaussiennes habituelles du premier ordre.

Annexe

Pour représenter Z de manière minimale, on définit par Z_j la matrice d'observation de dimension $(L + 1, 2)$:

$$Z_j = \begin{pmatrix} \text{Re}(z_0(j)) & \text{Im}(z_0(j)) \\ \vdots & \vdots \\ \text{Re}(z_L(j)) & \text{Im}(z_L(j)) \end{pmatrix}$$

et par \bar{H}_j la matrice de dimension $(2, 2MQ)$ contenant le message:

$$\bar{H}_j = \begin{pmatrix} \text{Re}(H_j)^T & \text{Im}(H_j)^T \\ \text{Im}(H_j)^T & -\text{Re}(H_j)^T \end{pmatrix}$$

(11) se réécrit sous forme matricielle réelle:

$$Z_j = A \bar{H}_j^T + V_j \quad (31)$$

où A est ici de dimension $(L + 1, 2MQ)$, V_j est de dimension $(L + 1, 2)$ et la matrice de covariance $R_V = E[V_j V_j^T]$ est de dimension $(L + 1, L + 1)$.

En procédant de même que dans 3.1 pour l'estimation conjointe de A et de R_V , conditionnellement à la connaissance de \bar{H}_j , il en découle le filtre de type «Gauss-Wishart» suivant:

$$\begin{cases} K_j = P_{j-1} \bar{H}_j^T (I + \bar{H}_j P_{j-1} \bar{H}_j^T)^{-1} \\ P_j = P_{j-1} - K_j \bar{H}_j P_{j-1} \\ \hat{A}_j = \hat{A}_{j-1} + (Z_j - \hat{A}_{j-1} \bar{H}_j^T) K_j^T \\ v_j = v_{j-1} + 1 \\ \hat{R}_{V_j} = \hat{R}_{V_{j-1}} + \frac{1}{v_j} \left\{ (Z_j - \hat{A}_{j-1} \bar{H}_j^T) \right. \\ \left. (I + \bar{H}_j P_{j-1} \bar{H}_j^T)^{-1} (Z_j - \hat{A}_{j-1} \bar{H}_j^T)^T - \hat{R}_{V_{j-1}} \right\} \end{cases} \quad (32)$$

En supposant que la séquence du message soit connue, l'expression de la vraisemblance L_j des observations jusqu'à l'instant j s'obtient ici récursivement par:

$$L_j = L_{j-1} + MQ \log |I + \bar{H}_j P_{j-1} \bar{H}_j^T| + \frac{v_{j-1} - 1}{2} \log |\hat{R}_{V_{j-1}}| - \frac{v_j - 1}{2} \log |\hat{R}_{V_j}| \quad (33)$$

Il convient néanmoins de noter que la minimalité de la représentation (31) par rapport à (12) n'améliore pas les résultats algorithmiques obtenus. Ceci s'explique par le fait qu'un plus grand nombre de paramètres libres dans (12) permet de mieux rendre compte de l'approximation faite lorsque l'on a assimilé les interférences entre utilisateurs à des corrélations gaussiennes strictement conformes à (31).

Références

- [1] F. BEN SALEM, G. SALUT, «Récepteur particulière déterministe en communications radiomobiles pour canaux multi-trajets évanescents, Partie I: FDMA», Tech. Rep., LAAS/ CNRS, 2003.
- [2] H. HOLMA, A. TOSKALA, *WCDMA for UMTS: Radio Access for Third Generation Mobile Communications*, John Wiley and Sons, 2000.
- [3] S. VERDU, *Multuser Detection*, Cambridge University Press, 1998.
- [4] S. VATON, Th. CHONAVEL, S. SAOUDI, «Iterative multi-user detection and decoding for turbo-coded ds-cdma systems», *EUSIPCO*, no. 49, p. 579-582, Sept 2002.
- [5] Z. XIE, C.K. RUSHFORTH, R.T. SHORT, T.K. MOON, «Joint signal detection and parameter estimation in multiuser communications», *IEEE Transactions on Communications*, vol. 41, no. 7, p. 1208-1215, August 1993.
- [6] R.A. ILLIS, «A digital receiver for demodulation of cdma waveforms with a priori unknown delays and amplitudes», dans *Proc. Milcom*, 1991.
- [7] M. LATVA-AHO, «Bit error probability analysis for frames wcdma downlink receivers», *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 47, no. 4, p. 1119-1133, Nov 1998.
- [8] G.E. BOTTOMLEY, «Optimizing the rake receiver for the cdma downlink», dans *Proc. IEEE Veh. technol. conf.*, 1993.
- [9] G.E. BOTTOMLEY, T. OTTOSSON, Y.E. WANG, «A generalized rake receiver for interference suppression», *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, no. 8, p. 1536-1545, Aug 2000.

- [10] K.J. KIM, S.Y. KWON, E.K. HONG, K.C. WHANG, «Effect of tap spacing on the performance of direct-sequence-spectrum rake receiver», *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 6, p. 1029-1036, June 2000.
- [11] D.G. KEEHN, «A note on learning for gaussian properties», *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-11, p. 126-132, Jan 1965.
- [12] T.C. KOOPMANS, *Statistical inference in dynamic economic models*, New York: John Wiley and Sons, 1950.
- [13] R. PRICE, P.E. GREEN, «A communication technique for multipath channels», dans *Proc. IRE*, Mar 1958.
- [14] J.G. PROAKIS, *Digital Communications*, New York: McGraw-Hill, 1995.
- [15] T. WOO, «Orthogonal code design for quasi-synchronous cdma», *Electronics Letters*, vol. 36, no. 19, p. 1632-1633, Sep 2000.



Farah **Bensalem**

Farah Bensalem est née en 1974 à Tunis. Après des études supérieures en Mathématiques Appliquées à l'Université P. Sabatier, Toulouse, elle a obtenu son DEA avec mémoire sur l'optimisation en nombres entiers. Elle a soutenu sa thèse doctorale au LAAS-CNRS, Toulouse, en Novembre 2002 sur la réception radio-mobile par techniques particulières, qui lui a valu les félicitations du jury. Elle est actuellement ingénieur à France Telecom R&D.



Gérard **Salut**

Gérard Salut est né le 19.02.1947 à Toulouse. Après sa thèse d'état soutenue le 16.06.1975, il entre au CNRS où il obtient la médaille de bronze en 1977. Ses travaux portent sur les systèmes stochastiques et les problèmes d'estimation optimale, plus particulièrement sur les techniques particulières depuis 1989, deux brevets étant à son actif dans ce domaine. Il est actuellement Directeur de recherche au CNRS, LAAS, Toulouse.

