# Moments spectraux du spectre de Wigner-Ville-Relation avec le cepstre différentiel moyen et application aux signaux vibratoires de machines tournantes

Spectral moments of the Wigner-Ville. Spectrum connection with the mean differential cepstrum and application to vibration signals of rotating machinery

## par J. ANTONI, J. DANIÈRE, F. GUILLET

LASPI, IUT de Roanne 20, av. de Paris, 42334 Roanne

#### résumé et mots clés

Le but de cet article est de présenter de nouvelles méthodes pour l'analyse vibratoire des machines tournantes et alternatives qui tirent parti de la cyclostationnarité des processus analysés. Nous concentrons plus particulièrement notre approche sur le rôle central joué par les moments spectraux et les cumulants spectraux du spectre de Wigner-Ville. Exprimés par rapport à la variable angulaire du cycle machine, ceux-ci fournissent une alternative à l'analyse temps-fréquence pour caractériser très finement les transitoires. Exprimés par rapport à la variable fréquentielle, ils conduisent à la définition du cepstre différentiel moyen qui apporte une contribution intéressante au problème inverse qui consiste à reconstruire une force excitatrice en aveugle. Nous présentons plusieurs applications pour illustrer l'apport des méthodes à la détection des défauts et au diagnostic des machines.

Cyclostationnarité, analyse synchrone, spectre de Wigner-Ville, moments et cumulants spectraux, cepstre différentiel moyen, identification en aveugle, diagnostic.

#### abstract and key words

The aim of this paper is to introduce some new techniques for the vibration analysis of rotating and reciprocating machinery which take advantage of cyclostationarity. We focus our approach on the leading role played by the spectral moments and cumulants of the Wigner-Ville spectrum. When expanded with respect to the angle variable, they provide a fine characteriza-

tion of transients. When expanded w.r.t the frequency variable, they lead to the definition of the mean differential cepstrum which is used in the vibration inverse problem. Examples of applications are dicussed for the detection of faults and diagnosis of machines.

Cyclostationarity, synchronous analysis, Wigner-Ville spectrum, spectral moments and cumulants, mean diffrential cepstrum, blind identification, diagnosis.

#### Notations utilisées

Θ	Période angulaire du cycle
$\theta$	Variable générique angulaire
$\langle \cdot \rangle_{\Theta}^{K}$	Moyenne synchrone sur $K$ cycles de période angulaire $\Theta$
$R_{xx}\left(\theta,\tau\right)$	Fonction d'autocorrélation instantanée du processus $x(\theta)$
$S_{xx}^{\alpha}\left( \nu ight)$	Densité spectrale cyclique du processus $x(\theta)$
$S_{xx}\left( lpha,  u  ight)$	Densité de corrélation spectrale du processus $x\left(\theta\right)$ prise sur le cycle $\Theta$
$W_{xx}\left(  heta,  u  ight)$	Spectre de Wigner-Ville (SWV) du processus $x\left( heta ight)$
$m_{n}^{x}\left(  heta ight)$	Moment spectral (MS) angulaire d'ordre $n$ du SWV de $x\left( heta ight)$
$\kappa_{n}^{x}\left(  heta ight)$	Cumulant spectral (CS) angulaire d'ordre $n$ du SWV de $x(\theta)$
$M_{n}^{x}\left( \theta  ight)$	Moment spectral (MS) fréquentiel d'ordre $n$ du SWV de $x(\theta)$
$K_{n}^{x}\left( \theta  ight)$	Cumulant spectral (CS) fréquentiel d'ordre $n$ du SWV de $x(\theta)$
$d_{e}\left(  au ight)$	Cepstre différentiel du processus déterministe $e(\theta)$
$d_{xx}\left(  au  ight)$	Cepstre différentiel moyen (CDM) du processus stochastique $x(\theta)$

# 1. introduction

Dans le contexte de l'analyse vibratoire des machines tournantes et alternatives, l'analyse harmonique tient une place privilégiée puisqu'elle permet de décrire la structure périodique des vibrations du système étudié. Elle offre des outils de traitement puissants lorsque les processus sont stationnaires. Cependant, la plupart des processus vibratoires rencontrés en pratique sont plutôt du type non-stationnaire. Cet état de fait est gênant, car comme il l'a souvent été constaté, la non-stationnarité étant une nonpropriété, il n'existe pas de méthodes générales pour l'analyser. Toutefois, dans le cas des machines tournantes, la présence d'au moins un cycle de base permet d'accepter l'hypothèse de cyclostationnarité qui caractérise une certaine classe de processus non-stationnaires tout en généralisant celle des processus stationnaires. Cette propriété autorise la définition de nouvelles méthodes qui ont l'avantage de profiter du cadre théorique de l'analyse harmonique. Des études récentes illustrent les applications potentielles au diagnostic et au suivi des machines tournantes, en particulier de la corrélation spectrale pour le diagnostic précoce des défauts d'engrenage [3], [4] et des roulements à billes [2].

On admettra comme définition de la cyclostationnarité la périodicité des propriétés statistiques des processus étudiés par rapport à un cycle de base constant. Dans un contexte d'acquisition en synchrone par échantillonnage angulaire, cette hypothèse est justifiée. Nous proposons dans cet article d'utiliser les conséquences de la cyclostationnarité pour une exploitation stochastique de la distribution de Wigner-Ville et plus particulièrement de ses moments et cumulants spectraux. Exprimés par rapport à la variable angulaire du cycle, ceux-ci fournissent une alternative à l'analyse temps-fréquence pour caractériser les transitoires de la machine. Exprimés par rapport à la variable fréquentielle, ils conduisent à la définition d'un nouvel outil que nous avons intitulé « cepstre différentiel moyen » et qui apporte une contribution intéressante au problème inverse en mécanique vibratoire [5], [6]. Nous nous efforçons tout au long de notre exposé de rester dans le cadre conceptuel unificateur offert par les moments spectraux du spectre de Wigner-Ville, pour proposer de nouvelles méthodes d'analyse adaptées au diagnostic des machines tournantes.

Dans une première partie, nous présentons une modélisation des processus vibratoires qui se veut relativement générale et a l'avantage de mettre en exergue les contributions cyclostationnaires d'ordre 1 et 2. Après des rappels sur la théorie des pro-

cessus cyclostationnaires, nous montrons le lien avec le spectre de Wigner-Ville (SWV) qui est un outil particulièrement adapté à l'étude des transitoires dans le plan angle-fréquence. Nous proposons dans une deuxième partie de résumer l'information contenue dans le SWV par le calcul de ses moments spectraux (MS) angulaires et fréquentiels et surtout de ses cumulants spectraux (CS) auxquels on peut attribuer une signification physique. L'hypothèse de cyclostationnarité est ensuite mise à profit pour construire des estimateurs consistants des MS, directement à partir du signal. Dans une troisième partie nous justifions l'intérêt théorique des MS par rapport au problème inverse de la mécanique qui consiste à reconstruire une force excitatrice (éventuellement génératrice d'un défaut) à partir de l'observation de la réponse vibratoire qu'elle génère. Nous établissons pour cela les relations entre les MS angulaires d'une structure mécanique et ses coefficients structuraux. Nous introduisons le cepstre différentiel moyen pour exprimer implicitement les mêmes relations à partir des MS fréquentiels dans le cas d'un système invariant et pour identifier en aveugle sa réponse impulsionnelle. Enfin, les méthodes proposées sont appliquées à des signaux réels de moteurs diesel et d'un réducteur à engrenages, démontrant comment elles peuvent être utilisées pour la détection des défauts.

# 2. structure et propriétés des signaux

Pour une machine fonctionnant à régime statistiquement stationnaire, les sources génératrices de vibrations se répartissent principalement selon trois types. On distingue :

1. les forces d'excitation périodiques, telles les forces induites par l'inertie des organes rotatifs en mouvement, les balourds, les désalignements, les défauts de coaxialité,

2. les forces d'excitation aléatoires éventuellement modulées périodiquement en amplitude et/ou en fréquence par le mouvement des organes rotatifs, telles les forces induites par les contacts dits « hertziens » dans les roulements à billes, les frottements dans les paliers et les liaisons, les mouvements turbulents de fluides,

3. les forces d'excitation localisées induites par des impacts répétitifs qui apparaissent périodiquement une ou plusieurs fois par tour, comme les contacts intermittents, les chocs, les jeux dans les liaisons, les explosions, *etc*.

Ces 3 types d'excitation sont issus de phénomènes physiques intrinsèquement périodiques et, par conséquent, produisent des vibrations cyclostationnaires. Le premier type produit des processus cyclostationnaires au 1<sup>er</sup> ordre (moyenne périodique), les deux autres des processus cyclostationnaires au 2<sup>ème</sup> ordre au moins (fonction d'autocorrélation périodique).

La typologie précédente suggère une modélisation spécifique des processus vibratoires. Soit  $\theta$  la variable angulaire d'un axe rotatif de la machine qui permet de suivre son évolution sur un cycle de base de développement angulaire  $\Theta$ . Le processus stochastique réel  $\{y(\theta)\}_{\theta \in \mathbb{R}}$  qui décrit la vibration d'un point de la structure mécanique se décompose alors en une contribution  $p(\theta)$ périodique, une contribution  $x(\theta)$  centrée cyclostationnaire d'ordre deux au moins et en un bruit de fond  $b(\theta)$  stationnaire :

$$y(\theta) = p(\theta) + x(\theta) + b(\theta) \tag{1}$$

L'établissement de la décomposition (1) pour un cycle  $\Theta$  donné entraîne le jeu de propriétés suivant :

$$p(\theta) = p(\theta + \Theta) \tag{2a}$$

$$E\{y(\theta)\} = p(\theta) \tag{2b}$$

$$E\{x(\theta_1)x(\theta_2)\} = E\{x(\theta_1 + \Theta)x(\theta_2 + \Theta)\}$$
(2c)

$$E\{x(\theta_1)b(\theta_2)\} = 0 \tag{2d}$$

$$E\{b(\theta_1)b(\theta_2)\} = R_{bb}(\theta_1 - \theta_2)$$
(2e)

où  $E\{\cdot\}$  désigne l'opérateur espérance mathématique et  $R_{bb}(\theta_1 - \theta_2)$  la fonction d'autocorrélation du bruit de fond stationnaire  $b(\theta)$ . L'extension de la décomposition de Wold aux processus cyclostationnaires [7] assure que la décomposition (1) est toujours possible.

Dans la suite, nous nous intéressons plus particulièrement à l'analyse de la contribution cyclostationnaire d'ordre 2. Nous montrons que cette contribution ne doit pas être négligée ou « stationnarisée », car elle est porteuse d'une information utile au diagnostic. Afin de la caractériser, nous adoptons l'approche dite « probabiliste » contrairement à l'approche dite « statistique » de Gardner [8].

En effectuant le changement de variables ( $\tau = \theta_1 - \theta_2$ ;  $2\theta = \theta_1 + \theta_2$ ), la relation (2c) s'écrit,

$$E\left\{x\left(\theta - \frac{\tau}{2}\right)x\left(\theta + \frac{\tau}{2}\right)\right\} = R_{xx}\left(\theta, \tau\right) = R_{xx}\left(\theta + \Theta, \tau\right)$$
(3)

où  $R_{xx}(\theta, \tau)$  est la fonction d'autocorrélation instantanée du processus  $x(\theta)$ . Cette fonction étant périodique en  $\theta$ , elle admet un développement en série de Fourier dont les termes sont donnés par :

$$R_{xx}^{k}\left(\tau\right) = \frac{1}{\Theta} \int_{0}^{\Theta} R_{xx}\left(\theta,\tau\right) e^{-2\pi j \frac{k\theta}{\Theta}} d\theta, \quad j^{2} = -1 \quad (4)$$

On montre que pour un processus harmonisable, la fonction  $R_{xx}^{k}(\tau)$  permet de définir une densité spectrale cyclique [9]

$$S_x^k(\nu) = \int_{\mathbb{R}} R_{xx}^k\left(\tau\right) e^{-2\pi j\nu\tau} d\tau \tag{5}$$

cette relation étant une généralisation « cyclique » du théorème de Wiener-Khintchine [10].

Notons que la classe stationnaire est un cas particulier de la classe cyclostationnaire où les densités spectrales cycliques sont toutes identiquement nulles sauf pour k = 0 et où  $S_{xx}^0(\nu)$  est la densité spectrale de puissance. Il est par conséquent évident que la restriction du processus  $x(\theta)$  à sa version « stationnarisée » (k = 0) s'accompagne d'une perte certaine d'information.

Nous sommes amenés pour les besoins de la suite à définir la densité de corrélation spectrale sur le cycle qui est une fonction des deux variables fréquentielles  $\alpha$  et  $\nu$ :

$$S_{xx}_{(\alpha,\nu)\in\mathbb{R}^2}(\alpha,\nu) = \int_0^\Theta \int_{\mathbb{R}} R_{xx}(\theta,\tau) e^{-2\pi j(\alpha\theta+\nu\tau)} d\tau d\theta \quad (6)$$

On a évidemment,

$$S_{xx}^k(\nu) = \frac{1}{\Theta} S_{xx}(\frac{k}{\Theta}, \nu) \tag{7}$$

On vérifie également que la densité de corrélation spectrale sur le cycle est la transformée de Fourier du spectre de Wigner-Ville (SWV) pris sur le cycle :

$$S_{xx}(\alpha,\nu) = \int_0^{\Theta} W_{xx}(\theta,\nu) e^{-2\pi j\alpha\theta} d\theta$$
(8)

Rappelons que le SWV  $W_{xx}(\theta, \nu)$  est défini comme l'espérance mathématique de la distribution de Wigner-Ville sur le processus, l'intégrale étant alors prise au sens des moindres carrés [11], [12] :

$$W_{xx}(\theta,\nu) = E\left\{\int_{\mathbb{R}} x(\theta - \frac{\tau}{2})x(\theta + \frac{\tau}{2})e^{-2\pi j\nu\tau}d\tau\right\}$$
(9)

Le SWV est une quantité réelle avec l'interprétation naturelle d'une densité spectrale de puissance locale à l'angle  $\theta$ , la variable conjointe  $\nu$  s'interprétant comme une fréquence dans la mesure où elle renvoie un nombre d'occurrences par cycle. Contrairement à la distribution de Wigner-Ville, le SWV ne présente pas d'interférences dans le cas d'un processus stochastique dont les diverses composantes sont décorrélées. Cette propriété sera mise à profit dans le cas des machines tournantes et alternatives pour séparer les contributions provenant de sources différentes.

C'est donc dans l'espace d'analyse  $(\theta, \nu)$  qu'apparaît clairement le lien entre cyclostationnarité et non-stationnarité. Par conséquent, les méthodes d'analyse des machines tournantes/alternatives gagneront à agir dans cet espace, approprié à la représentation des transitoires, à l'instar des méthodes temps-fréquence. Dans cette optique, le SWV tient un rôle principal. Nous proposons dans la suite d'exploiter sa description par les moments et les cumulants spectraux.

# 3. moments et cumulants spectraux du spectre de Wigner-Ville

L'originalité de notre approche consiste à s'intéresser aux projections  $\int_{\mathbb{R}^+} W_{xx}(\theta,\nu) \nu^n d\nu$  et  $\int_{\Theta} W_{xx}(\theta,\nu) \theta^n d\theta$  qui résument le SWV sur les axes angulaire et fréquentiel et qui sont les pendants stochastiques des moments spectraux (MS) d'ordre *n* de la distribution de Wigner-Ville [13]. Nous montrons que les MS du SWV peuvent être obtenus directement à partir des termes de la série d'une fonction génératrice, ce qui suggère également la définition de cumulants spectraux (CS) dont les interprétations physiques sont plus évidentes et qui offrent, en outre, des moyens d'analyse originaux dans le contexte du diagnostic.

# 3.1. moments et cumulants spectraux angulaires

En exploitant l'analogie entre le SWV et une densité de probabilité, nous proposons le résultat suivant, dont la démonstration est inspirée du calcul des probabilités [6] :

**PROPOSITION 1 :** La fonction d'autocorrélation du signal analytique est la fonction génératrice des moments spectraux angulaires  $m_n^x(\theta)$  (sous réserve de leur existence) :

$$R_{x_a x_a}(\theta, \tau) = \sum_{n=0}^{p} \frac{(2\pi j \tau)^n}{n!} m_n^x(\theta) + O\left(|\tau|^{p+1}\right)$$
(10)

de sorte que,

$$m_n^x(\theta) = (2\pi j)^{-n} \frac{\partial^n R_{x_a x_a}}{(\partial \tau)^n}(\theta, 0)$$
(11)

$$= \int_{\mathbb{R}^+} W_{xx}(\theta, \nu) \nu^n d\nu \tag{12}$$

Notons que pour obtenir des MS angulaires d'ordre impair non nuls, il est nécessaire de remplacer le processus réel  $x(\theta)$  par sa version analytique notée  $x_a(\theta)$ .

Le développement limité (10) sur la base constituée par les polynômes  $\tau^n$  est mal adapté aux processus physiques rencontrés en pratique. Dans le contexte vibratoire, les processus analysés sont souvent mesurés à la sortie d'un filtre (résonances associées aux modes de vibration de la structure mécanique) qui leur confère une nature oscillatoire. Lorsqu'un mode de vibration prédomine, il convient alors de chercher un développement limité de la fonction d'autocorrélation mieux adapté aux processus à bande étroite. Nous montrons ci-dessous que, contrairement aux MS angulaires, les cumulants spectraux (CS) angulaires répondent à cette attente. Nous les définissons de la manière suivante :

PROPOSITION 2 : Le logarithme de la fonction d'autocorrélation du signal analytique est la fonction génératrice des cumulants spectraux angulaires  $\kappa_n^x(\theta)$  [6] :

$$\ln R_{x_a x_a}(\theta, \tau) = \sum_{n=0}^{p} \frac{(2\pi j \tau)^n}{n!} \kappa_n^x(\theta) + O\left(|\tau|^{p+1}\right) \quad (13)$$

de sorte que,

$$\kappa_n^x(\theta) = (2\pi j)^{-n} \frac{\partial^n \ln R_{x_a x_a}}{(\partial \tau)^n} (\theta, 0)$$
(14)

Les CS angulaires ainsi définis permettent d'exprimer le SWV par un développement limité d'Edgeworth [15] :

$$W_{xx}(\theta,\nu) \approx \frac{m_0^x(\theta)}{\sqrt{2\pi\kappa_2^x(\theta)}} \exp\left(-\frac{(\nu-\kappa_1^x(\theta))^2}{2\kappa_2^x(\theta)}\right) \\ \left[1 + \sum_{n=3}^5 \frac{\kappa_n^x(\theta)}{n!\kappa_2^x(\theta)^{\frac{n}{2}}} H_n\left(\frac{\nu-\kappa_1^x(\theta)}{\sqrt{\kappa_2^x(\theta)}}\right)\right]$$
(15)

où  $H_n$  sont les polynômes d'Hermite. Ce développement conforte l'idée selon laquelle les CS angulaires sont adaptés à la caractérisation des processus à bande étroite, car le SWV s'y exprime comme une densité de Laplace-Gauss modulée par un terme polynômial. Par ailleurs, cette écriture a l'avantage de conférer aux premiers CS angulaires une signification physique précise. Si  $x(\theta)$  est la réponse d'une structure mécanique excitée sur un de ses modes de vibration seulement, alors  $m_0^x(\theta)$  est la puissance instantanée vibratoire dissipée par ce mode,  $\kappa_1^x(\theta)$ la fréquence propre instantanée du mode,  $\kappa_2^x(\theta)$  une mesure de dispersion (facteur d'amortissement),  $\kappa_3^x(\theta)$  et  $\kappa_4^x(\theta)$  des mesures d'asymétrie et d'aplatissement. En bande étroite, les CS angulaires réalisent donc véritablement une démodulation du processus.

Dans le cas général où la structure mécanique est excitée sur plusieurs de ses modes, l'idée d'une démodulation « large bande » est à prendre avec précaution. Le SWV possède toutefois certaines propriétés marginales [11] :

1.  $m_0^x(\theta)$  est une mesure de la puissance instantanée moyenne

du signal à l'angle  $\theta$ .

2.  $\kappa_1^{\tilde{x}}(\theta)$  est une mesure de la fréquence instantanée moyenne (au sens du centre de gravité) du signal à l'angle  $\theta$ .

Pour  $x\left( heta 
ight) = \left. \left| x\left( heta 
ight) \right| e^{j \varphi \left( heta 
ight) }$ , on vérifie que

$$\kappa_1^x(\theta) = \frac{1}{2\pi} E\left\{ \left| x\left(\theta\right) \right|^2 \varphi^{(1)}\left(\theta\right) \right\} \Big/ E\left\{ \left| x\left(\theta\right) \right|^2 \right\} \quad (16)$$

qui est une moyenne de la fréquence instantanée <sup>1</sup> de la trajectoire  $x(\theta)$  pondérée par l'intensité de son enveloppe. Cet exemple rappelle qu'il n'y a pas d'équivalence entre les CS angulaires de la distribution de Wigner-Ville de la trajectoire et ceux du SWV du processus.

3.  $\kappa_2^x(\theta)$  est une mesure de dispersion fréquentielle *moyenne* du processus à l'angle  $\theta$ .

Les MS/CS angulaires seront utilisés dans la suite pour caractériser fréquentiellement les transitoires d'une machine en fonction de leurs positions angulaires dans le cycle. Ils étendent au cas cyclostationnaire les techniques de démodulation d'amplitude et de fréquence largement utilisée en analyse vibratoire [16]. Les bénéfices liés à leur utilisation seront donc non seulement ceux d'une compression de l'information, mais aussi ceux d'une interprétation en termes connus des « diagnosticiens » .

# 3.2. moments et cumulants spectraux fréquentiels

Ces quantités n'ont réellement de signification physique que pour les processus d'énergie finie. Pour les accommoder aux processus cyclostationnaires de puissance finie, il est nécessaire de restreindre l'analyse sur la durée  $\Theta$  du cycle. Nous proposons alors les résultats suivants [6] :

**PROPOSITION 3 :** La densité de corrélation spectrale sur le cycle est la fonction génératrice des moments spectraux fréquentiels  $M_n^x(\nu)$  de sorte que,

$$M_n^x(\nu) = (-2\pi j)^{-n} \frac{\partial^n S_{xx}}{(\partial \alpha)^n}(0,\nu)$$
(17)

$$=\int_{0}^{\Theta} W_{xx}(\theta,\nu)\theta^{n}d\theta \tag{18}$$

PROPOSITION 4 : Le logarithme de la densité de corrélation spectrale est la fonction génératrice des cumulants spectraux fréquentiels  $K_n^x(\nu)$  de sorte que,

$$K_n^x(\nu) = (-2\pi j)^{-n} \frac{\partial^n \ln S_{xx}}{(\partial \alpha)^n} (0, \nu)$$
(19)



<sup>1.</sup> On désignera par  $z^{(n)}(\theta)$  la dérivée  $n^{\text{ème}}$  de la fonction  $z(\theta)$ .

Comme précédemment, nous avons les interprétations suivantes :

1.  $M_0^x(\nu) = S_{xx}(0,\nu)$  est la densité spectrale d'énergie du processus sur le cycle.

2.  $K_1^x(\nu)$  est une mesure du retard de groupe *moyen* (au sens du centre de gravité) du processus sur le cycle, c'est-à-dire l'angle moyen pour lequel la fréquence  $\nu$  apporte sa contribution maximale. Pour  $X_{\Theta}(\nu) = |X_{\Theta}(\nu)| e^{j\Phi(\nu)}$ , on vérifie que  $K_1^x(\nu) = \frac{-1}{2\pi} E\left\{ |X_{\Theta}(\nu)|^2 \Phi^{(1)}(\nu) \right\} / E\left\{ |X_{\Theta}(\nu)|^2 \right\}$  où le retard de groupe apparaît comme une moyenne pondérée, à l'instar de la fréquence instantanée pour le premier CS angulaire.

3.  $K_2^x(\nu)$  est une mesure de dispersion angulaire *moyenne* du processus à la fréquence  $\nu$ .

Les CS fréquentiels aux ordres supérieurs ont des interprétations plus délicates.

Dans la suite, nous utiliserons le premier MS et CS fréquentiels pour définir le « cepstre différentiel moyen » et proposer une solution au problème inverse qui consiste en la reconstruction en aveugle d'une force excitatrice.

### 3.3. estimation des moments et cumulants spectraux

#### 3.3.1. échantillonnage angulaire et statistiques synchrones

L'estimation des MS/CS implique que les signaux dont il est question soient échantillonnés de manière synchrone vis-à-vis du cycle de base. Par exemple dans le cas d'un moteur, ils peuvent être acquis sous échantillonnage angulaire, déclenché par les impulsions issues d'un codeur optique dont l'axe est solidaire de celui du vilebrequin. Le principe de l'estimation consiste alors à considérer chaque cycle comme une trajectoire particulière du processus vibratoire, ce qui revient mathématiquement à accepter l'hypothèse de cycloergodicité. Ceci est exacte pour une machine fonctionnant à régime statistiquement stationnaire. Sous ces conditions, l'espérance mathématique sur le cycle est indépendante de l'indice du cycle et peut être remplacée par une moyenne d'ensemble sur les cycles que l'on notera  $\langle \cdot \rangle_{\Theta}$ . On a alors l'estimateur suivant défini pour un processus  $\{x [\theta]\}_{\theta \in \mathbb{Z}}$ échantillonné en angulaire :

DEFINITION 5 : Pour toute application certaine  $f[x; \theta]$  sur le processus discret  $\{x[\theta]\}_{\theta \in \mathbb{Z}}$  cyclostationnaire de cycle  $\Theta$ , un estimateur consistant de  $E\{f[x; \theta]\}$  sur K cycles est donné par :

$$\langle f[x;\theta] \rangle_{\Theta}^{K} = \frac{1}{2K+1} \sum_{k=-K}^{K} f[x;\theta+k\Theta]$$
 (20)

#### 3.3.2. moments et cumulants spectraux angulaires

L'estimateur synchrone précédent est utilisé en conjonction avec la formule (11) pour établir des formules d'estimation rapides des MS directement à partir du signal vibratoire échantillonné en angulaire sur K cycles consécutifs. Pour tout processus dérivable en moyenne quadratique jusqu'à l'ordre 4 au moins, on a alors les formules d'estimation suivantes pour les cinq premiers MS angulaires :

$$\widehat{m}_{0}^{x}[\theta] = \left\langle \left| x_{a}[\theta] \right|^{2} \right\rangle_{\Theta}^{K}$$
(21a)

$$\widehat{m}_{1}^{x}[\theta] = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Im} \left\langle x_{a}^{(1)}[\theta] x_{a}^{*}[\theta] \right\rangle_{\Theta}^{K}$$
(21b)

$$\widehat{m}_{2}^{x}[\theta] = \frac{1}{8\pi^{2}} \operatorname{Re}\left\langle \left| x_{a}^{(1)}[\theta] \right|^{2} - x_{a}^{(2)}[\theta] x_{a}^{*}[\theta] \right\rangle_{\Theta}^{K}$$
(21c)

$$\widehat{m}_{3}^{x}[\theta] = \frac{-1}{32\pi^{3}} \operatorname{Im} \left\langle x_{a}^{(3)}[\theta] x_{a}^{*}[\theta] + 3x_{a}^{(1)}[\theta] x_{a}^{(2)}[\theta]^{*} \right\rangle_{\Theta}^{K}$$
(21d)

$$\widehat{m}_{4}^{x}[\theta] = \frac{1}{128\pi^{4}} \operatorname{Re} \left\langle x_{a}^{(4)}[\theta] x_{a}^{*}[\theta] - 4x_{a}^{(3)}[\theta] x_{a}^{(1)}[\theta]^{*} + 3 \left| x_{a}^{(2)}[\theta] \right|^{2} \right\rangle_{\Theta}^{K}$$
(21e)

On retrouve pour les 2 premiers MS les formules connues déjà établies dans la référence [11]. Insistons encore sur le fait que ces formules sont directement appliquées à la version analytique du signal vibratoire sans nécessiter au préalable le calcul du SWV.

Les CS angulaires se déduisent des MS angulaires à partir des formules habituelles dites de Leonov :

$$\widehat{\kappa}_1^x[\theta] = \frac{\widehat{m}_1^x[\theta]}{\widehat{m}_0^x[\theta]}$$
(22a)

$$\widehat{\kappa}_{2}^{x}[\theta] = \frac{\widehat{m}_{2}^{x}[\theta]}{\widehat{m}_{0}^{x}[\theta]} - \widehat{\kappa}_{1}^{x}[\theta]^{2}$$
(22b)

$$\widehat{\kappa}_3^x[\theta] = \frac{\widehat{m}_3^x[\theta]}{\widehat{m}_0^x[\theta]} - 3\widehat{\kappa}_1^x[\theta]\frac{\widehat{m}_2^x[\theta]}{\widehat{m}_0^x[\theta]} + 2\widehat{\kappa}_1^x[\theta]^3$$
(22c)

$$\begin{aligned} \widehat{\kappa}_4^x[\theta] &= \frac{\widehat{m}_4^x[\theta]}{\widehat{m}_0^x[\theta]} - 4\widehat{\kappa}_1^x[\theta] \frac{\widehat{m}_3^x[\theta]}{\widehat{m}_0^x[\theta]} + 12\widehat{\kappa}_1^x[\theta]^2 \frac{\widehat{m}_2^x[\theta]}{\widehat{m}_0^x[\theta]} \\ &- 3\left(\frac{\widehat{m}_2^x[\theta]}{\widehat{m}_0^x[\theta]}\right)^2 - 6\widehat{\kappa}_1^x[\theta]^4 \end{aligned}$$

(22d)

Les formules précédentes nécessitent la connaissance des dérivées successives du processus  $x_a [\theta]$ . Nous montrons dans le résultat qui suit (voir annexe) que l'hypothèse de cyclostationnarité permet de contourner cette difficulté et donc de calculer

<sup>2.</sup> Cette condition est satisfaite ssi les quantités  $E\left\{x_a^{(i)}\left[\theta\right]x_a^{(i)}\left[\theta\right]^*\right\}$ ,

i = 1, ..., 4 existent et sont continues, ce qui est raisonnable pour un processus vibratoire issu d'un système possédant une certaine inertie.

exactement et rapidement les MS, contrairement aux méthodes classiques (principalement concernées par le calcul des moments de la distribution de Wigner-Ville sur une trajectoire) qui proposent des estimateurs approchés [14].

PROPOSITION 6 : Si  $u[\theta]$  et  $v[\theta]$  sont des séquences conjointement cyclostationnaires de période  $\Theta$  dont le temps d'intercorrélation effectif est inférieur à T et si la dérivée  $u^{(1)}[\theta]$  existe au sens des moindres carrés, alors un estimateur consistant de  $E \{u^{(1)}[\theta]v^*[\theta]\}$  est donné par l'application de l'estimateur (20) sur :

$$f[\theta] = TFD^{-1} \{ D[l] U_{\Theta+2\mathcal{T}}[l] \} v^*[\theta], \quad \theta = 0, ..., \Theta - 1$$
(23w)

où  $U_{\Theta+2\mathcal{T}}[l] = TFD \{u[\theta]\}\$  est la transformation de Fourier discrète évaluée sur l'intervalle  $\{\theta = i\Theta - \mathcal{T}, ..., (i+1)\Theta + \mathcal{T} - 1\}\$  et où  $D[l] = 2\pi j l / (\Theta + 2\mathcal{T}), \ l = -\Theta/2 + \mathcal{T}, ..., \Theta/2 + \mathcal{T} - 1$  est le filtre dérivateur idéal.

#### 3.3.3. moments et cumulants spectraux fréquentiels

Les formules qui donnent les moments et les cumulants spectraux *fréquentiels* sont duales – au signe près – des formules *angulaires* (21a-22d), où les séquences  $x_a[\theta]$  sont remplacées par les séquences  $X_{\Theta}[k] = TFD \{x[\theta]\}$ :

$$\widehat{M}_{0}^{x}[k] = \left\langle \left| X_{\Theta}[k] \right|^{2} \right\rangle_{\Theta}^{K}$$
(24a)

$$\widehat{M}_{1}^{x}[k] = \frac{-1}{2\pi} \operatorname{Im} \left\langle X_{\Theta}^{(1)}[k] X_{\Theta}^{*}[k] \right\rangle_{\Theta}^{K}$$
(24b)  
etc...

La proposition 6 est adaptée de sorte que la dérivée fréquentielle s'obtienne par application d'une rampe sur chaque cycle dans le domaine angulaire.

# contribution des moments spectraux au problème inverse

Un aspect important de la mécanique vibratoire est le problème inverse qui consiste à reconstruire une force excitatrice à partir de l'observation de l'ébranlement vibratoire qu'elle génère sur la structure. Nous montrons les contributions qu'apportent les MS angulaires et en particulier fréquentiels à la résolution de ce problème.

## 4.1. identification d'un système à partir des moments spectraux angulaires

Les enjeux de ce paragraphe sont purement théoriques. Nous établissons les conditions qui assurent que la connaissance des MS angulaires sur la réponse  $x(\theta)$  d'un système linéaire est équivalente à la connaissance des paramètres structuraux de ce système. Considérons un système dynamique (machine rotative/alternative) à p degrés de liberté, soumise à une force excitatrice périodique  $F(\theta)$  autour de laquelle fluctue une partie stochastique  $f(\theta)$ , centrée et de moindre puissance. La structure est paramétrée par des coefficients structuraux  $a_i(\theta)$  qui peuvent présenter de lentes variations périodiques par rapport à la variable  $\theta$ . Cette dépendance permet de rendre compte des modifications géométriques de la structure au cours d'un cycle. Par ailleurs, il est légitime d'envisager de faibles fluctuations aléatoires  $\alpha_i(\theta)$  de ces coefficients issues de phénomènes complexes non prédictibles (mouvements turbulents de fluides, phénomènes thermodynamiques, raideur des liaisons tribologiques, etc.). Sous les hypothèses précédentes, l'équation différentielle qui décrit le mouvement  $u(\theta)$  d'un point du système à p degrés de liberté s'écrit :

$$u^{(2p)}(\theta) + \sum_{i=1}^{2p} \left[ a_i(\theta) + \varepsilon_1 \alpha_i(\theta) \right] u^{(2p-i)}(\theta) = F(\theta) + \varepsilon_2 f(\theta)$$
(25)

avec  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ll 1$  et  $u^{(i)}(\theta) = d^i u(\theta)/(d\theta)^i$  et où toutes les quantités sont cyclostationnaires de cycle  $\Theta$ . Ce modèle se comprend bien dès lors qu'on l'interprète comme une généralisation d'un modèle à coefficients constants. Dans ce cas, une structure à p degrés de liberté donne p modes oscillatoires, qui se décrivent donc par une équation différentielle d'ordre 2p.

La solution pour la variable  $u(\theta)$  est obtenue par la méthode des perturbations en adoptant une approximation au premier ordre  $u(\theta) = u_0(\theta) + \varepsilon_1 u_1(\theta) + \varepsilon_2 u_2(\theta)$ . Après substitution dans (25) et après identification avec le modèle initial (1), il est clair que le terme de plus forte puissance  $u_0(\theta)$  s'identifie avec la contribution périodique  $p(\theta)$  et que le processus résiduel  $x(\theta) =$  $\varepsilon_1 u_1(\theta) + \varepsilon_2 u_2(\theta)$  englobe la réponse du système excité par  $f(\theta)$  plus une réponse paramétrique aléatoire. On obtient :

$$\mathcal{L}_a\left[p(\theta)\right] = F(\theta) \tag{26}$$

$$\mathcal{L}_a\left[x(\theta)\right] = \varepsilon_2 f(\theta) - \varepsilon_1 \mathcal{L}_\alpha\left[p(\theta)\right] = w(\theta) \tag{27}$$

avec les opérateurs différentiels  $\mathcal{L}_a = \sum_{i=0}^{2p} a_i(\theta) (d/d\theta)^{2p-i}$ ,

$$a_0\left(\theta\right) = 1, \mathcal{L}_{\alpha} = \sum_{i=1}^{2p} \alpha_i(\theta) (d/d\theta)^{2p-i}$$
 et  $w(\theta)$  une excitation

purement aléatoire.

Il apparaît que les deux processus  $x(\theta)$  et  $p(\theta)$  sont excités par des forces fondamentalement différentes, mais sont générés par les mêmes coefficients structuraux. Ce résultat prouve que l'identification des coefficients structuraux du système peut être tentée soit par le traitement de la contribution périodique  $p(\theta)$ , soit par celui de la contribution résiduelle cyclostationnaire  $x(\theta)$ . Dans le premier cas, la force excitatrice périodique  $F(\theta)$ est généralement inconnue, ce qui compromet l'identification. Dans le deuxième cas, par contre, l'identification est possible si l'excitation  $w(\theta)$  s'approche de la blancheur, ce qui peut être vérifié en pratique. C'est cette situation que nous considérons dans la suite.

En appliquant la définition (11) au processus résiduel  $x(\theta)$  de la relation (27), on peut maintenant établir la relation entrée/sortie des MS angulaires du système mécanique (*cf.* démonstration en annexe).

PROPOSITION 7 : Le système d'équations aux MS angulaires du système (25) s'écrit :

$$\sum_{i=0}^{2p} \sum_{k=0}^{i} \sum_{k=0}^{r} a_{i}(\theta) C_{2p-i}^{l} C_{r}^{k} (-1)^{r-k} (2\pi j)^{l+k} \left(\frac{d}{2d\theta}\right)^{2p-i+r-l-k} m_{l+k}^{x}(\theta) = R_{x_{a}^{(r)}w_{a}}(\theta,0)$$
(28)  
pour  $r = 0, ..., 2p - 1$ 

où 
$$C_m^n = \frac{m!}{n! (m-n)!}.$$

Si le processus  $w(\theta)$  est blanc à l'ordre 2 tel que

$$R_{ww}(\theta,\tau) = A^2(\theta)\,\delta(\tau) \tag{29}$$

avec  $A^{2}\left(\theta\right)$  une modulation d'amplitude strictement positive, alors on vérifie que

$$R_{x_{a}^{(r)}w_{a}}(\theta,0) = \delta_{r,2p-1}A^{2}(\theta)$$
(30)

avec  $\delta_{i,j}$  le symbole de Kroeneker.

Les implications de ce cas particulier sont importantes : le système d'équations (28) garantit que la connaissance des 2p premiers MS angulaires est équivalente à celle des 2p coefficients structuraux  $a_i(\theta)$  du système. L'intérêt reste théorique, car en pratique il n'est pas rare qu'un système mécanique soit caractérisé par plusieurs centaines de degrés de liberté de sorte que l'estimation de tous les MS angulaires et la résolution numérique du système (28) deviennent difficiles.

### 4.2. identification d'un système à partir des moments spectraux fréquentiels

#### 4.2.1. le cepstre différentiel moyen : définition et propriétés

Pour simplifier le problème, il est parfois légitime de supposer que les coefficients structuraux sont à peu près constants sur le cycle :  $a_i(\theta) \simeq a_i, \forall \theta \in \mathbb{R}$ . On montre alors que la connaissance seule du premier MS et CS fréquentiels est suffisante pour identifier le système. Pour ce faire, nous introduisons au préalable un nouvel outil que nous avons intitulé le « *cepstre différentiel moyen* » (CDM) [5], [6] et qui a pour vocation de généraliser aux processus stochastiques d'énergie finie (transitoires) le cepstre différentiel classique initialement défini pour les signaux transitoires déterministes [17].

Rappelons que le cepstre différentiel d'un signal continu  $e(\tau)$  d'énergie finie est défini par :

$$d_e(\tau) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{j}{2\pi} \frac{d}{d\nu} \ln E(\nu) \right\}, \quad E(\nu) \neq 0 \quad (31)$$

où  $E(\nu) = \mathcal{F} \{ e(\tau) \}$  et  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{F}^{-1}$  sont les transformations de Fourier directe et inverse. Cette formulation profite de propriétés particulières :

[P1.] à un signal réel, elle associe un cepstre différentiel réel,[P2.] elle définit un opérateur homomorphique qui transforme un produit de convolution en une addition,

[P3.] elle distribue additivement le rôle du module et de la phase, de sorte que pour  $E(\nu) = |E(\nu)| e^{j\Phi(\nu)}$ , on ait

$$\mathcal{F}\left\{d_{e}(\tau)\right\} = \frac{-1}{2\pi} \Phi^{(1)}(\nu) + \frac{j}{2\pi} \frac{d}{d\nu} \ln|E(\nu)| \qquad (32)$$

[P4.] elle se calcule sans déroulement de la phase.

Le cepstre différentiel a été traditionnellement utilisé pour la déconvolution – filtrage homomorphique – en traitement de la parole, en sismique et plus récemment en mécanique des structures [18], [19], [20], [21].

Nous définissons le CDM d'un processus stochastique transitoire de la manière suivante [5] :

Définition 8 : Le cepstre différentiel moyen du processus stochastique transitoire  $\{x(\theta)\}_{\theta \in \mathbb{R}}$  est donné par

$$d_{xx}\left(\tau\right) = \mathcal{F}^{-1}\left\{D_{xx}\left(\nu\right)\right\}$$
(33)

où  $D_{xx}(\nu)$  est construit à partir du premier MS et CS fréquentiels

<sup>3.</sup> La définition originelle s'applique à la version échantillonnée de  $e(\tau)$  et donc diffère à un retard unitaire près.

$$D_{xx}(\nu) = K_1^x(\nu) + \frac{j}{4\pi} \frac{d}{d\nu} \ln M_0^x(\nu)$$
(34)

Une justification intuitive à cette définition peut être trouvée par comparaison avec la formule (32), les quantités  $K_1^x(\nu)$ et  $M_0^x(\nu)$  s'identifiant alors respectivement avec les versions stochastiques du retard de groupe  $-\Phi^{(1)}(\nu)/2\pi$  et de l'énergie  $|E(\nu)|^2$  (cf. paragraphe 3.2). D'une manière plus formelle, en utilisant les formules (17) et (19), on a :

$$D_{xx}(\nu) = \frac{j}{2\pi} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{2\partial \nu} \right) \ln S_{xx}(\alpha, \nu)_{\alpha=0},$$
  
pour  $S_{xx}(\alpha, \nu) \neq 0$  (35)

Précisons ici que la démarche qui consisterait à définir le CDM par la moyenne du cepstre différentiel est erronée, car rien ne garantirait son existence – on vérifie que la moyenne du cepstre différentiel n'existe pas pour les processus de Laplace-Gauss. La définition (34) repose uniquement sur l'existence de  $M_0^x(\nu)$ et  $K_1^x(\nu)$ . Elle conserve en outre les propriétés du cepstre différentiel classique :

[P1.] A un signal réel, elle associe un cepstre différentiel moyen réel.

[P2.] Le CDM transforme un produit de convolution en addition : si  $x(\theta) = h(\theta) * w(\theta)$  où  $h(\theta)$  et  $w(\theta)$  sont des transitoires stochastiques, alors

$$d_{xx}(\tau) = d_{hh}(\tau) + d_{ww}(\tau) \tag{36}$$

Lors de la transformation, la variable angulaire  $\theta$  est changée en la variable des décalages  $\tau$  duale de la fréquence  $\nu$ . La relation (36) est une conséquence directe de la présence de l'opérateur logarithme dans (35).

[P3.] En posant  $d_{xx}^P(\tau)$  et  $d_{xx}^I(\tau)$  les parties paires et impaires du CDM, on vérifie que, par construction,  $d_{xx}^P(\tau)$  est homogène à un cepstre différentiel moyen de phase et  $d_{xx}^I(\tau)$  à un cepstre différentiel moyen d'énergie.

[P4.] Le CDM ne nécessite pas de déroulement de la phase.

Par ailleurs,

[P5.] Le CDM d'un processus déterministe  $e(\theta)$  d'énergie finie est égal au cepstre différentiel classique.

[P6.] Le CDM d'un processus transitoire décorrélé  $w(\theta)$  est nul (*cf.* démonstration en annexe).

L'intérêt du CDM est qu'il permet d'exprimer de manière simple la relation entrée/sortie d'un système invariant linéaire. Dans le cas où l'excitation du système est décorrélée, on démontre le résultat suivant, qui découle directement des propriétés (P2), (P5) et (P6) ci-dessus (*cf.* démonstration en annexe) :

PROPOSITION 9 : Le cepstre différentiel moyen de la sortie d'un système linéaire invariant excité par un processus transitoire décorrélé restitue sa réponse impulsionnelle. L'identification en aveugle est théoriquement faisable à un facteur d'amplitude et de retard près lorsque les conditions suivantes sont remplies :

i) La réponse impulsionnelle  $h(\theta)$  du système décroît suffisamment rapidement pour que  $\int_{\mathbb{R}} |\theta h(\theta)| d\theta < \infty$ . Cette condition implique que le système ne possède pas de pôles sur l'axe des imaginaires purs.

ii) La réponse impulsionnelle ne possède pas de zéros sur l'axe des imaginaires purs.

Alors, si  $x(\theta) = h(\theta) * w(\theta)$ , on a  $d_{xx}(\tau) = d_h(\tau), \quad \tau \neq 0$ (37)

où  $d_h(\tau)$  s'identifie avec le cepstre différentiel classique de la réponse impulsionnelle.

Ce résultat autorise l'identification en aveugle de la réponse impulsionnelle d'un système mécanique linéaire invariant, à phase non minimale, et vérifiant des conditions relativement faibles.

#### 4.2.2. application aux processus cyclostationnaires

Le CDM a été défini pour les processus stochastiques d'énergie finie. Afin de l'accommoder aux processus cyclostationnaires de puissance finie, il est nécessaire de se restreindre à une analyse sur le cycle. Sous l'hypothèse de cycloergodicité (*cf.* paragraphe 3.3), cette restriction ne pose pas de problèmes. Dans les applications où l'on utilisera le CDM pour identifier en aveugle la réponse impulsionnelle  $h(\theta)$  d'un système, il faudra cependant veiller à ce que la longueur effective de  $h(\theta)$  ainsi que le support angulaire de la réponse  $x(\theta)$  du système sur chaque cycle ne dépassent pas la longueur  $\Theta$  du cycle. En contexte mécanique, cette situation est pratiquement toujours vérifiée.

Le CDM sera estimé sur les signaux échantillonnés en angulaire à partir des estimateurs  $\widehat{K}_1^x[k]$  et  $\widehat{M}_0^x[k]$  donnés au paragraphe 3.3.

# 5. applications

Nous souhaitons montrer les bénéfices de l'approche « synchrone » autorisée par l'acquisition sous échantillonnage angulaire des signaux vibratoires. En particulier, nous insistons sur l'avantage à traiter séparément le processus périodique  $p(\theta)$  et le processus résiduel  $x(\theta)$ . Nous présentons deux exemples d'application des outils développés dans les chapitres précédents. Le premier illustre la contribution des MS/CS angulaires au diagnostic d'un moteur diesel, le second au diagnostic d'un réducteur à engrenages. Dans les deux cas, le CDM est utilisé dans une logique de problème inverse pour retrouver les forces excitatrices (et éventuellement les défauts) responsables des signatures vibratoires.

## 5.1 analyse des transitoires sur un moteur diesel

Les moteurs thermiques sont générateurs de transitoires souvent très brefs et rapprochés. Il semble donc que l'espace de représentation angle-fréquence  $(\theta, \nu)$  soit le mieux adapté à leur analyse.

#### 5.1.1. Localisation et caractérisation des transitoires

Le système étudié est un moteur diesel automobile à 4 cylindres PSA XUD9 sur banc d'essai mis à disposition par la société M.B.I<sup>4</sup>. L'objectif est de savoir caractériser sa signature vibratoire en fonction de la position angulaire du vilebrequin, afin de détecter certains types de défauts et d'identifier leurs origines.

Le signal vibratoire est issu d'un capteur accélérométrique positionné sur le bloc moteur et échantillonné en angulaire à 512 points par tour, sur 128 cycles consécutifs, par l'intermédiaire d'un codeur optique monté en bout de vilebrequin. Le processus  $p[\theta]$  est extrait par moyennage synchrone  $\langle y[\theta] \rangle_{\Theta}$  sur le cycle moteur, soit sur  $\Theta = 2$  tours de vilebrequin pour un moteur à 4 temps. Le processus résiduel est séparé en faisant  $x[\theta] = y[\theta] - \langle y[\theta] \rangle_{\Theta}$ . Pour donner un ordre de grandeur, la puissance

sur le cycle du processus résiduel est environ 3 à 5 fois inférieure à celle du processus périodique pour un moteur tournant à 1500 tr/min et à 50 % de charge. Les figures 1 et 2 montrent respectivement la pseudo-distribution de Wigner-Ville lissée (résolution de 45° en angle et 100 Hz en fréquence) des contributions synchrones  $p[\theta]$  et le SWV des contributions asynchrones  $x[\theta]$  calculé sur les 128 cycles consécutifs. Insistons sur le fait que le SWV est obtenu sans lissage fréquentiel ni angulaire, ce qui lui permet de conserver une résolution maximale par rapport aux autres représentations angle-fréquence.

Les deux représentations présentent les similitudes suivantes :

1. Les phénomènes de combustion sont marqués par de fortes dissipations de puissance aux positions angulaires  $\theta = 0^{\circ}$ ,  $\theta = 180^{\circ}$ ,  $\theta = 360^{\circ}$  et  $\theta = 540^{\circ}$ .

2. Les transitoires dus aux ouvertures et aux fermetures des soupapes sont visibles dans le voisinage des combustions.

3. Les motifs angle-fréquence distants de  $180^{\circ}$  sont appariés, car dans l'ordre d'allumage des cylindres -1-3-4-2 – ils proviennent de sources symétriques par rapport à la position du capteur.

Les deux représentations diffèrent nettement par leur répartition fréquentielle : la pseudo-distribution de Wigner-Ville lissée de  $p(\theta)$  est sensible à l'influence des forces de combustion dans les basses fréquences <sup>5</sup> [0; 1500] Hz, alors que le SWV de  $x(\theta)$  fait mieux ressortir les résonances de structure excitées par les transitoires. Ces constats sont en accord avec les considérations théoriques du paragraphe 4.1.



Figure 1. – Pseudo-distribution de Wigner-Ville lissée de la moyenne synchrone  $p(\theta)$ . Régime moteur à 1500 tr/min et 50 % de charge. Les points morts hauts sont localisés aux angles 0°, 360° et 540°.

<sup>4.</sup> M.B.I (S.A), 42153 Riorges.

<sup>5.</sup> Pour une machine fonctionnant à régime moyen stable, il est commode de graduer l'axe fréquentiel en Hz, bien que les unités appropriées soient des cycles/rad.



Figure 2. – Spectre de Wigner-Ville du processus résiduel  $x(\theta)$  sur le cycle moteur

En pratique, la pseudo-distribution de Wigner-Ville lissée et le SWV ne sont pas calculés dans la méthode de diagnostic que nous proposons, car dans l'optique de la réalisation d'un outil industriel de diagnostic, les méthodes d'analyse retenues doivent répondre à des contraintes de simplicité de mise en oeuvre et d'interprétation des résultats. En conséquence, nous proposons d'utiliser le processus  $p[\theta]$  et les MS/CS angulaires du SWV sur  $x[\theta]$ . Les figures 3 à 8 en fournissent un exemple. Dans chaque figure, les quantités étudiées sont calculées sur les 128 cycles et sont représentées dans la partie inférieure pour un fonctionnement normal et dans la partie supérieure pour un fonctionnement défectueux (retard à l'injection).



Figure 4. – Puissance instantanée moyenne  $m_0^x(\theta)$  sur le cycle moteur.



Figure 5. – Fréquence instantanée moyenne  $\kappa_1^x(\theta)$  sur le cycle moteur.



Figure 6. – Largeur instantanée moyenne  $\kappa_2^x(\theta)$  sur le cycle moteur.



Figure 3. – Moyenne synchrone  $p(\theta)$  sur le cycle moteur. Partie inférieure : fonctionnement normal. Partie supérieure : fonctionnement défecteux. Les PMH sont repérés par des pointillés aux positions  $0^{\circ}$ ,  $180^{\circ}$ ,  $360^{\circ}$  et  $540^{\circ}$ .



Figure 7. – Asymétrie spectrale moyenne  $\kappa_3^x(\theta)$  sur le cycle moteur.



Figure 8. – Aplatissement spectrale moyen  $\kappa_4^x(\theta)$  sur le cycle moteur.

La figure 3 représente  $p(\theta)$  conjointement avec les positions angulaires théoriques des points morts hauts (PMH) dans le cycle. On aperçoit sur certains PMH un double choc qui correspond à la superposition du basculement du piston et de la combustion. Sous cette forme, l'information reste difficilement exploitable.

La figure 4 représente  $m_0^x [\theta]$  et permet clairement de diagnostiquer le retard à l'injection pour le fonctionnement défectueux et de l'évaluer à environ 8° d'angle vilebrequin. La disparition du pic à 360° est révélatrice de ratés de combustion dans le 3<sup>ème</sup> cylindre, en conséquence du retard excessif à l'injection. Nous avons pu vérifier sur d'autres données que la puissance instantanée moyenne  $m_0^x$  est très sensible aux phénomènes thermodynamiques de combustion qui fluctuent légèrement d'un cycle à l'autre (composante aléatoire), alors que le basculement du piston qui est de nature plus déterministe, y est très peu visible. La puissance instantanée moyenne autorise donc une séparation des deux phénomènes qui, sinon, se recouvrent angulairement dans le signal brut.

La figure 5 présente  $\kappa_1^x[\theta]$  et permet d'arriver aux mêmes conclusions. L'occurrence des transitoires y est plus visible. La fréquence instantanée moyenne des combustions est la plus élevée, car elle est augmentée par la résonance de structure vers 4 kHz (*cf.* figure 2).

La largeur de bande instantanée moyenne  $\kappa_2^x[\theta]$  à la figure 6 offre une résolution angulaire très fine et permet de suivre les différents phénomènes consécutifs à l'intérieur du cycle. Le tableau ci-dessous récapitule les positions angulaires des principaux transitoires qui ont pu être localisés dans chaque cylindre à partir de son observation.

Position	Evénement	Cylindre
$-55^{\circ} \mod (4\pi)$	Ouverture échappement	2
$-25^{\circ} \mod (4\pi)$	Début injection	1
$-8^{\circ} \mod (4\pi)$	Ouverture admission	4
$-5^{\circ} \mod (4\pi)$	Début de la combustion	1
+ 8° mod (4 $\pi$ )	Basculement du piston	1
$+ 13^{\circ} \mod (4\pi)$	Fermeture échappement	4
+ 45° mod (4 $\pi$ )	Fermeture admission	3
+ 75° mod (4 $\pi$ )	Basculement du piston	3

L'asymétrie  $\kappa_3^x [\theta]$  et l'aplatissement  $\kappa_4^x [\theta]$  spectral aux figures 7 et 8 ont l'avantage d'avoir une sensibilité négative (< 0) par rapport aux phénomènes de combustion, ce qui permet de distinguer ces phénomènes des autres événements dans le cycle moteur. Il est intéressant de constater que l'aplatissement spectral révèle un comportement singulier du 3<sup>ème</sup> cylindre en fonctionnement normal, qui est par ailleurs difficilement détectable sur les autres CS angulaires.

D'autres exemples nous ont permis de vérifier que les MS/CS angulaires sont révélateurs de dysfonctionnements tant au niveau des phénomènes de combustion que des phénomènes mécaniques de distribution.

#### 5.1.2. problème inverse

Un élément important pour le diagnostic des moteurs thermiques est la connaissance de la loi de pression dans les cylindres en fonction de l'angle vilebrequin. Cette quantité étant difficilement mesurable, il y a un intérêt certain à pouvoir la reconstruire à partir de mesures non-intrusives. Le signal vibratoire fournit une mesure de la pression de combustion convoluée par la réponse impulsionnelle de la structure mécanique. En travaillant sur le processus résiduel  $x(\theta)$  (après extraction de la moyenne synchrone) et en invoquant la décorrélation des forces excitatrices  $w(\theta)$  qui le génèrent, nous essayons d'identifier en aveugle l'« accélérance » de la structure mécanique selon la procédure exposée au paragraphe 4.2.

Le signal vibratoire  $y(\theta)$  est issu d'un capteur accélérométrique positionné sur la tête d'un cylindre d'un moteur diesel Perkins 4 cylindres sur banc d'essai<sup>6</sup>. Il est préalablement apodisé dans le voisinage des combustions du cylindre considéré pour isoler leurs réponses vibratoires et pour satisfaire à la condition de compacité du support sur le cycle (*cf.* paragraphe 4.2.2). Il faut ici supposer que ce conditionnement n'interfère pas trop avec la procédure de déconvolution, ce qui nécessite l'emploi d'une fenêtre d'apodisation « douce », par exemple de type Hanning ou de Laplace-Gauss. Les figures 10 et 11 montrent le module et la phase redressée de l'accélérance identifiée en aveugle avec le CDM sur 55 cycles consécutifs, parallèlement aux valeurs déduites des mesures simultanées de la pression et de l'accélération sur banc d'essai.

La concordance entre les deux fonctions est satisfaisante dans la gamme de fréquences [500; 5000] Hz, abstraction faite des facteurs d'amplitude et de retard inconnus. Les résultats sur la phase sont particulièrement appréciables si on les compare à ceux obtenus en invoquant l'hypothèse d'un système à phase minimale, la phase étant alors déduite du module par la relation de Bode-Bayard.

L'identification est mauvaise dans les basses fréquences [0; 500] Hz où la décorrélation des forces excitatrices  $w(\theta)$  n'est pas vérifiée. La courbe de pression ne pourra donc pas être reconstruite dans cette bande de fréquence. La reconstruction dans les hautes fréquences est heureusement la plus utile au diagnostic, car elle permet d'extraire l'augmentation de pression  $\Delta P$  due à la combustion. Elle est réalisée en déconvoluant le signal vibratoire mesuré  $y(\theta)$  de la réponse impulsionnelle esti-



Figure 9. – Module de l'accélérance identifiée en aveugle sur le processus résiduel. Comparaison avec la fonction connue *a priori*.

mée en aveugle ci-dessus sur le signal résiduel  $x(\theta)$ , et nécessite la connaissance *a priori* des facteurs d'amplitude et de retard. La figure 12 montre la pression reconstruite en aveugle dans les hautes fréquences. Par rapport à  $\Delta P$ , on note une légère distorsion et une atténuation de l'amplitude due au filtrage passe-haut. On représente également la reconstruction en aveugle de l'enveloppe  $A^2(\theta)$  du processus résiduel telle que définie en (29). Celleci marque précisément l'instant de début de combustion et fournit une indication sur l'intensité et la brièveté du phénomène <sup>7</sup>.



Figure 10. – Phase de l'accélérance identifiée en aveugle sur le processus résiduel. Comparaison avec la phase mesurée et la phase minimale.



Figure 11. – Pression cylindrique reconstruite dans les hautes fréquences  $P_{rHF}$ . Comparaison avec les pressions réelles : pression cylindre globale (P), pression sans combustion  $(P_0)$  et augmentation de pression due à la combustion  $(\Delta P)$ .

<sup>6.</sup> University of New South of Wales, Sydney, Australie.

<sup>7.</sup> On peut montrer que  $A^2(\theta)$  est corrélé avec l'amplitude de la pression de combustion  $\Delta P$  et avec son gradient angulaire.



Figure 12. – Schéma fonctionnel du réducteur 4 axes.



Figure 13. – Densité de corrélation spectrale sur le cycle du 2<sup>ème</sup> train d'engrenages. Le mode de représentation choisi permet de mettre en exergue la structure continue en  $\nu$  et discrète en  $\alpha$ .

## 5.2. diagnostic vibratoire d'un réducteur à engrenages

Les réducteurs à engrenages sont générateurs de nombreuses modulations dont certaines peuvent s'étendre sur des périodes très longues. L'espace de représentation fréquence-fréquence cyclique  $(\alpha, \nu)$  semble donc le mieux adapté à leur analyse.

### 5.2.1. diagnostic du réducteur

Dans ce cas d'étude, il s'agit de diagnostiquer l'origine d'un défaut sur un réducteur à engrenages à quatre axes dont les caractéristiques sont rappelées sur le schéma ci-dessous  $^8$ :

Le défaut se manifeste sous la forme d'un choc, perceptible à l'oreille, mais d'origine inconnue.

Dans un premier temps, une analyse spectrale classique sur le signal accélérométrique échantillonné en angulaire -512 points par tour de l'arbre primaire -a permis d'identifier la fréquence du défaut avec celle de la rotation de l'arbre N°2, sans pouvoir expliquer sa nature.

Dans un deuxième temps, une analyse synchrone sur le cycle de base correspondant à la période fondamentale du 2<sup>ème</sup> train d'engrenages (angle développé par un nombre de dents égal au plus petit multiple commun des nombres de dents de chacune des deux roues) a permis d'isoler le phénomène générant le défaut. Les statistiques ont été estimées sur 44 cycles. La figure 14(a) représente le spectre de puissance de la série de Fourier de la moyenne synchrone  $p(\theta)$  en fonction des ordres de l'arbre secondaire, qui est censée révéler les phénomènes périodiques synchrones avec sa rotation. On distingue un pic à l'ordre 15 qui correspond à la fréquence d'engrènement du  $2^{\text{ème}}$  train (15 dents sur la roue menée). Le pic à l'ordre 22, 5 a une origine inconnue. L'identification des phénomènes cyclostationnaires à l'ordre 2 doit être faite par l'analyse du processus résiduel  $x(\theta)$ . Ceci peut être menée à partir de l'estimation de la densité de corrélation spectrale sur le cycle représentée à la figure 13 en fonction des ordres fréquentiels et cycliques de l'arbre secondaire.

Afin de rester intègres avec notre volonté de résumer l'information sur des séquences mono-dimensionnelles, nous lui avons préféré l'étude des spectres de puissance des séries de Fourier des premiers MS/CS angulaires représentés aux figures 14(b-d). Ces quantités font ressortir une famille de pics équidistants de 7,5 ordres. Or le calcul des fréquences cinématiques caractéristiques du réducteur donne une fréquence entre 7,0 et 7,7 ordres qui caractérise un défaut sur la bague extérieure du roulement à rouleaux supportant l'arbre N°2. Etant donné les jeux de fonctionnement admissibles dans les roulements, une synchronisation de ce défaut sur la fréquence 7,5 (2 engrènements de dents) a été envisagée.

Une erreur de calage entraînait des contraintes trop importantes en marche arrière au niveau de l'engrenage hélicoïdal à 15 dents, qui se relâchaient brusquement une fois par tour. L'incrimination d'une erreur d'ajustement du roulement à rouleaux a été confirmée lors de son démontage.

Insistons sur le fait que la périodicité cachée du défaut de roulement n'était pas détectable à partir de l'analyse spectrale du signal brut ni de celle de la moyenne synchrone. Son occurrence sur l'axe des fréquences cycliques répond à la nature intrinsèquement cyclostationnaire du phénomène de roulement [16] et de synchronisation sur la moitié de la fréquence d'engrènement.

<sup>8.</sup> GIAT Industries, 42300 Roanne.



Figure 14. – Spectres de puissance des séries de Fourier de la moyenne synchrone et des premiers MS/CS angulaires sur le cycle du 2<sup>ème</sup> train d'engrenage.

#### 5.2.2. déconvolution du défaut

La manifestation du défaut de roulement au niveau de la denture de la roue à 15 dents a pu être observé *a posteriori* par déconvolution de la réponse vibratoire avec le CDM. Pour cela, le signal résiduel  $x(\theta)$  a été extrait par rapport au cycle de base de l'arbre N°2. Il a été apodisé périodiquement dans le voisinage de l'impact du défaut pour satisfaire à la condition de compacité du support sur le cycle. Dans ce cas, le choix d'une fenêtre exponentielle causale garantit la commutativité avec le produit de convolution et n'interfère pas avec la procédure du paragraphe 4.2. Le signal accélérométrique original est représenté à la figure 15(a) sur un tour de la roue menée. La figure 15(b) montre le résultat de la déconvolution par la fonction d'accélérance, identifiée en aveugle à partir de 59 cycles consécutifs.

L'amplitude absolue de la force est inconnue, mais sans importance ici; on observe clairement l'impulsion responsable du défaut au niveau de la  $8^{\text{ème}}$  dent sur la figure. L'intégration de la force a finalement permis de remonter aux variations de vitesse (*cf.* figure 15(c)) dues à l'engrènement des 15 dents de la roue menante et de mieux comprendre les mécanismes générateurs du défaut.

# 6. conclusion

Dans cet article, nous avons profité de la nature cyclostationnaire des processus vibratoires des machines tournantes et alterna-



Figure 15. – Etapes de la procédure de déconvolution du défaut. (a) Signal accélérométrique mesuré. (b) Force excitatrice reconstruite par inversion. (c) Vitesse reconstruite par intégration.

tives pour proposer des méthodes d'analyse originales adaptées au diagnostic. La nouveauté de notre approche consiste à analyser séparément la contribution périodique cyclostationnaire du 1<sup>er</sup> ordre et surtout la contribution résiduelle cyclostationnaire du 2<sup>ème</sup> ordre au moins. Après des rappels sur la théorie des signaux cyclostationnaires, nous avons montré le lien avec le spectre de Wigner-Ville du processus résiduel et avons exploité le rôle central joué par ses moments et ses cumulants spectraux, tant pour réaliser une certaine compression de l'information que pour définir de nouveaux outils d'analyse :

1. D'une part, les moments et cumulants spectraux *angulaires* du spectre de Wigner-Ville permettent de caractériser l'évolution fréquentielle du processus vibratoire durant le cycle machine avec une résolution angulaire très fine, et de séparer efficacement différents phénomènes transitoires parfois très proches.

2. D'autre part, les moments et cumulants spectraux *fréquentiels* du spectre de Wigner-Ville permettent de définir le cepstre différentiel moyen qui apporte une solution élégante au problème inverse consistant à reconstruire une source excitatrice (éventuellement génératrice d'un défaut) à partir de sa signature vibratoire.

Nous avons également proposé des estimateurs consistants des moments spectraux qui autorisent leur calcul directement et rapidement à partir du signal échantillonné.

Bien que les objectifs visés par l'utilisation des moments/cumulants spectraux *angulaires* et *fréquentiels* soient différents, ils s'intègrent dans la même démarche de diagnostic et c'est pourquoi nous avons tenu à les développer conjointement, dans le même cadre théorique, basé sur une exploitation stochastique de la distribution de Wigner-Ville. La validité des méthodes proposées a pu être démontrée sur des signaux réels de moteurs diesel et d'un réducteur à engrenages, pour détecter et diagnostiquer des défauts. Nous espérons que des travaux ultérieurs pourront contribuer à les intégrer dans un système industriel de diagnostic.

# 7. annexes

### 7.1. Preuve de la proposition 6

Pour  $u[\theta]$  une fonction à bande limitée,

$$E\left\{u^{(1)}\left[\theta+n\right]v^{*}\left[\theta\right]\right\} = \\E\left\{TFD^{-1}\left\{D\left[l\right]TFD_{/n}\left\{u\left[\theta+n\right]\right\}v^{*}\left[\theta\right]\right\}\right\}$$

où D[l] est le filtre dérivateur idéal. Si le temps d'intercorrélation effectif entre u et v est inférieur à T, alors

 $E\left\{u^{(1)}\left[\theta+n\right]v^{*}\left[\theta\right]\right\}\simeq$ 

$$E\left\{TFD^{-1}\left\{D\left[l\right]\sum_{n=i\Theta-\mathcal{T}-\theta}^{(i+1)\Theta+\mathcal{T}-1-\theta}u\left[\theta+n\right]v^{*}\left[\theta\right]e^{-2\pi jnl}\right\}\right\}\right\}$$

pour  $i\Theta < \theta \leq (i+1)\Theta$ . En posant  $q = \theta + n$ ,

$$E\left\{u^{(1)}\left[\theta+n\right]v^{*}\left[\theta\right]\right\} \simeq$$

$$E\left\{TFD^{-1}\left\{D\left[l\right]\sum_{q=i\Theta-\mathcal{T}}^{(i+1)\Theta+\mathcal{T}-1}u\left[q\right]e^{-2\pi jql}v^{*}\left[\theta\right]e^{2\pi j\theta l}\right\}\right\}$$
Finalement, en posant  $U_{\Theta+2\mathcal{T}}\left[l\right] = \sum_{q=i\Theta-\mathcal{T}}^{(i+1)\Theta+\mathcal{T}-1}u\left[q\right]e^{-2\pi jql}$  et  $n=0,$ 

$$E\left\{u^{(1)}\left[\theta\right]v^{*}\left[\theta\right]\right\} \simeq E\left\{TFD^{-1}\left\{D\left[l\right]U_{\Theta+2\mathcal{T}}\left[l\right]v^{*}\left[\theta\right]\right\}\right\}.$$

## 7.2. preuve de la proposition 7

Il faut supposer qu'il n'y a pas de recouvrement entre les spectres de  $a_i(\theta)$  et  $x(\theta)$  pour que, d'après le théorème de Bredosian, l'équation différentielle (27) s'applique également au signal analytique  $x_a(\theta)$ . Du point de vue mécanique, cette condition est généralement satisfaite, car  $x(\theta)$  est filtré par des résonances de structures qui oscillent rapidement – de l'ordre du kHz et plus pour les machines tournantes de dimension moyenne – alors que  $a_i(\theta)$  ne peut subir que des variations lentes à l'intérieur du cycle du base. En multipliant les deux membres de l'équation (27) prise en  $\theta + \tau/2$  par la dérivée  $r^{\text{ème}}$  de  $x_a^*(\theta - \tau/2)$  et en notant

$$R_{x_{a}^{r}x_{a}^{i}}\left(\theta,\tau\right) = E\left\{x_{a}^{\left(i\right)}\left(\theta+\frac{\tau}{2}\right)x_{a}^{\left(r\right)}\left(\theta-\frac{\tau}{2}\right)^{\star}\right\}, \text{ il vient :}$$

$$\sum_{i=0}^{p}a_{i}\left(\theta\right)R_{x_{a}^{r}x_{a}^{p-i}}\left(\theta,\tau\right) = R_{x_{a}^{r}w_{a}}\left(\theta,\tau\right)$$
En observant que  $R_{x_{a}^{r}x_{a}^{i}}\left(\theta,\tau\right) = D_{1}^{i}D_{2}^{r}R_{x_{a}x_{a}}\left(\theta,\tau\right)$ 
où  $D_{1}$  et

 $D_2$  sont les opérateurs différentiels,  $D_1 = \left(\frac{\partial}{2\partial\theta} + \frac{\partial}{\partial\tau}\right)$ ,

$$D_2 = \left(\frac{\partial}{2\partial\theta} - \frac{\partial}{\partial\tau}\right)$$

et en utilisant la définition (11) des MS angulaires, on obtient finalement le résultat (28).

Lorsque le théorème de Bredosian ne s'applique pas, le résultat (28) est toujours valide, mais sur le signal réel  $x(\theta)$  et avec tous les moments d'ordre pair identiquement nuls.

# 7.3. preuve de la propriété (6) du CDM

Si le processus  $w(\theta)$  est tel que  $R_{ww}(\theta, \tau) = A^2(\theta) \,\delta(\tau)$ 

(cf. équation 29) avec  $A^2(\theta)$  une fonction modulante, alors  $S_{ww}(\alpha,\nu) = S_{A^2}(\alpha)$  où  $S_{A^2}(\alpha)$  est la densité spectrale d'énergie de  $A^2(\theta)$ .

Puisque  $A^2(\theta)$  est une fonction réelle, sa densité spectrale d'énergie est une fonction paire et donc

$$\Delta_{\alpha,\nu} S_{xx} \left(\alpha,\nu\right)_{\alpha=0} = -\frac{j}{2\pi} \frac{d}{d\alpha} S_{A^2} \left(\alpha\right)_{\alpha=0} = 0.$$

Après substitution dans (35), il vient  $d_{ww}(\tau) = 0$ .

## 7.4. preuve de la proposition 9

Les conditions (*i*) et (*ii*) découlent des conditions d'existence de  $K_1^x(\nu)$  et  $d/d\nu \ln M_0^x(\nu)$  tels que définis par (17) et (19). En appliquant les propriétés (P2), (P5) et (P6), on a successivement,

$$D_{xx}(\nu) = D_{hh}(\nu) + D_{ww}(\nu) = D_{h}(\nu) + D_{ww}(\nu) = D_{h}(\nu) = \frac{j}{2\pi} \frac{d}{d\nu} \ln H(\nu)$$

ce qui démontre le résultat (37).

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. Capdessus, « Aide au diagnostic des machines tournantes par traitement du signal », *Thèse de doctorat de l'INPG*, 1992, Grenoble.
- [2] A. C. McCormick, A. K. Nandi, «Cyclostationarity in Rotating Machine Vibrations », *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, n° 6, 1998, p. 225-242.
- [3] C. Capdessus, M. Sidahmed, J.-L. Lacoume, « Apports de la théorie des processus cyclostationnaires à l'analyse et au diagnostic des engrenages », *Recueil de conférence – Le Traitement du Signal en Mécanique*, Senlis, 1992, p. 391-401.
- [4] C. Capdessus, M. Sidahmed, J.-L. Lacoume, « Cyclostationary Processes : Application in Gear Faults Early Diagnosis », *Mechanical Systems and System Processing*, 14(3), 2000, 371-385.
- [5] J. Antoni, J. Danière, F. Guillet, «Blind System Identification of Non-Minimum Phase Systems using the Mean Differential Cepstrum », *European Signal Processing Conference*, Tampere, Sept. 2000.

- [6] J. Antoni, « Apports de l'échantillonnage angulaire et de la cyclostationnarité au diagnostic par analyse vibratoire des moteurs thermiques », *Thèse de doctorat de l'INPG*, 2000, Grenoble.
- [7] A. G. Miamee, H. Salehi, « On the Prediction of Periodically Correlated Stochastic Processes », in *Multivariate Analysis V*, P.R. Krishnaiah Ed., Amsterdam, 1980, p. 167-179.
- [8] W. A. Gardner, « Statistical Spectral Analysis : A Non-Probabilistic Approach Theory », Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1987.
- [9] H. L. Hurd, «Representation of Strongly Harmonizable Periodically Correlated Processes and Their Covariances», *Journal of Multivariate Analysis*, Vol. 29, 1989, p. 53-67.
- [10] W. A. Gardner, « Exploitation of Spectral Redundancy in Cyclostationary Signals », *IEEE Signal Processing Magazine*, Avril 1991, p. 8-36.
- [11] W. Martin, « Time-Frequency Analysis of Random Signals », Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing, Mai 1982, Paris, p. 1325-1328.
- [12] W. Martin, P. Flandrin, « Wigner-Ville Spectral Analysis of Nonstationary Processes », *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. ASSP-33, n° 6, Dec. 1985.
- [13] M. A. Poletti, « Instantaneous Frequency and Conditional Moments in the Time-Frequency Plane », *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 35, N° 3, March 1991, p. 755-756.
- [14] E. Barnes, « The Calculation of Instantaneous Frequency and Instantaneous Bandwidth », *Geophysics*, Vol.57, n° 11, Nov. 1992, p. 1520-1524.
- [15] M. Kendall, A. Stuart, "The Advanced Theory of Statistics", Macmillan Publishing Co., Inc., New York, 1977.
- [16] R. B. Randall, J. Antoni, S. Chobsaard, « A Comparison of Cyclostationary and Envelope Analysis in the Diagnosis of Rolling Element Bearings », *Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing*, Juin 2000, Istamboul, Turquie.
- [17] A. Polydoros, A.T. Fam, « The Differential Cepstrum, Definitions and Properties », Proc. IEEE Int. Symposium on Circuits and Systems, Avril 1981, p. 77-80.
- [18] J. T. Kim, R. H. Lyon, « Cepstral Analysis as a Tool for Robust Processing, Deverberation and Detection of Transients », *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 6, n° 1, 1992, p. 1-15.
- [19] D. J. McCarthy, R. H. Lyon, « Recovery of Impacts Signatures in Machine Structures », *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 9, n° 5, 1995, p. 465-483.
- [20] Y. Gao, R. B. Randall, « Determination of Frequency Response Functions from Response Measurements – I. Extraction of Poles ans Zeros from Response Cepstra », *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 10, n° 3, 1996, p. 293-317.
- [21] M. El Badaoui, J. Danière, F. Guillet, « Surveillance des systèmes complexes à engrenages par l'analyse cepstrale synchrone », *Traitement du Signal*, Vol. 16, N° 5, 1999, pp. 371-381.
- [22] B. Samimy, G. Rizzoni, « Mechanical Signature Analysis Using Time-Frequency Signal Processing : Application to Internal Combustion Engine Knock Detection », *Proceedings IEEE*, Vol.84, n° 9, 1996, p. 1330-1343.

Manuscrit reçu le 3 mars 2000

#### LES AUTEURS

Jérôme ANTONI



Jérôme Antoni est ingénieur de l'Université de Compiègne (1995) en Génie Mécanique. Il a préparé une thèse au Laboratoire d'Analyse des Signaux et des processus Industriels de l'IUT de Roanne et a obtenu le titre de docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (2000), option Traitement du Signal. Ses domaines d'intérêt concernent le traitement des signaux vibro-acoustiques pour la surveillance et le diagnostic des systèmes mécaniques complexes, avec un intérêt particulier pour les

approches par identification en aveugle. e-mail : antoni@univ-st-etienne.fr

#### Joannes DANIÈRE



Docteur ès Sciences (1977 Université Lyon I), Joannes Danière est Professeur (depuis 1988) à l'Université Jean Monnet de Saint-Etienne (UJM), où il enseigne l'automatique et le traitement numérique du signal.

De 1966 à 1978, à l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon, ses recherches concernaient la spectroscopie nucléaire. A partir de 1979, au Laboratoire TSI de L'UJM, ses travaux ont porté, jusqu'en 1990, sur l'étude et la réalisation de capteurs et procédés de contrôle (contrats industriels) ; puis sur le traitement d'image

sur la mécanique des fluides jusqu'en 1994. Depuis 1995, il a pris la direction du Laboratoire d'Analyse des Signaux et des Processus Industriels, de l'UJM à Roanne (LASPI), créé la même année, où ses activités portent sur le diagnostic vibratoire des machines tournantes.

#### François GUILLET



Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble en 1990 en traitement du signal et automatique, François Guillet a été recruté en 1991 à l'IUT de Roanne établissement rattaché à l'Université Jean Monnet de St-Etienne. Enseignant en électronique et automatique et chef de département maintenance industrielle jusqu'en 1994, il a contribué à la création d'un laboratoire de recherche à Roanne (LASPI). Les activités de recherches en traitement d'antenne (application à la sismique) ont été réorientées vers le dia-

gnostic des machines tournantes, les travaux actuels concernent l'étude de signaux cyclostationnaires englobant les techniques d'acquisition (temporelle ou synchrone) et les traitements appropriés. e-mail : guillet@univ-st-etienne.fr