

Identification des signaux à moyenne ajustée non gaussiens à l'aide de cumulants

Cumulant-based identification of non gaussian moving average signals

par M'hamed BAKRIM* et Driss ABOUTAJDINE**

*Dépt. de Physique, B.P. 618, Faculté des Sciences et Techniques, Marrakech, Maroc

Tél. : (212) 4.43.34.04, Fax : (212) 4.43.31.70,

E.mail : fstg@cybernet.net.ma ou bien fstg@iam.net.ma

** GSC-LEESA, B.P. 1014, Faculté des Sciences, Rabat, Maroc.

Fax : (212) 7.77.89.73,

E.mail : aboutaj@fsr.ac.ma

résumé et mots clés

Dans ce papier, nous donnons un aperçu des méthodes classiques d'identification des signaux linéaires non gaussiens de type à moyenne ajustée basées sur les statistiques d'ordre supérieur (SOS). Puis, nous proposons trois méthodes d'estimation globale : la première combine l'autocorrélation et les cumulants et les deux autres exploitent les cumulants seuls. L'une d'entre elles généralise la méthode de Zhang *et al.*. La deuxième est une modification de l'approche reformulée de Giannakis et Mendel. Elle est obtenue en remplaçant les moments d'ordre deux, sensibles aux bruits gaussiens, par des cumulants, grâce à une relation qu'on développera. Finalement nous testons par simulations les performances des trois méthodes proposées et nous les comparons à d'autres approches existantes. Les résultats montrent que la méthode proposée généralisant celle de Zhang *et al.*, fournit de bons résultats et qu'elle est plus résistante aux effets des bruits blancs ou colorés.

Statistiques d'ordre supérieur, Identification aveugle, signaux non gaussiens MA à non minimum de phase, méthodes d'identification globale.

abstract and key words

In this paper, an overview on higher-order statistics based identification methods is presented, and three batch blind estimation methods are proposed. One of them use both autocorrelation and cumulant sequences, the others are cumulant-based only. The cumulant-based ones are respectively a generalization of Zhang *et al.*'s method and a reformulation of Giannakis-Mendel's method without autocorrelation. By simulations, we evaluate their performances and compare them together and with the existing approaches. The results show that the generalization of Zhang *et al.*'s method give good estimates, specially in noise environment (white or colored noises).

Higher-order statistics, blind identification, non minimum phase MA non gaussian signals, Batch identification methods.

1. introduction

Le problème d'identification aveugle est d'une grande importance dans diverses applications telles que la transmission de données, le traitement des signaux sismiques, astronomiques et la restauration des signaux. L'utilisation des méthodes standards d'identification ne fournissent de bons résultats que si l'on dispose d'in-

formations *a priori* sur le modèle à estimer ou sur l'excitation. Par exemple, la connaissance de la distribution de l'entrée permet de résoudre le problème par la méthode du maximum de vraisemblance [18]. Ces informations ne sont généralement pas disponibles, par conséquent, les techniques usuelles à base des statistiques du second ordre (SSO) du signal observé seront défectueuses pour diverses raisons. D'abord, le signal traité est supposé implicitement ou explicitement de nature gaussienne bien que la

majorité des signaux réels ne le soient pas, la présence du bruit biaise l'estimation, et enfin, l'information sur la phase n'est pas conservée. Seul le modèle spectralement équivalent est identifié. Celui-ci est plus approprié pour l'analyse spectrale plutôt que pour l'identification. La phase est une information importante qui ne peut être négligée dans la déconvolution [4], [6]-[8] et la reconstruction des processus (signal ou système). En géophysique, par exemple, une meilleure estimation de l'ondelette permettra, par déconvolution de la trace, de retrouver le signal réflexivité caractérisant la géologie du sous sol [4]. D'où la nécessité d'outils sensibles à la phase.

Sous l'hypothèse de non gaussianité et au prix d'une augmentation de la complexité de calcul, les inconvénients des SSO peuvent être contournés en faisant appel aux statistiques d'ordre supérieur (SOS). Ces dernières, connues par les cumulants dans le domaine temporel et les polyspectres (transformée de Fourier des cumulants) dans le domaine fréquentiel, sont restreintes exclusivement aux processus non gaussiens car, dans le cas gaussien, elles sont identiquement nulles.

Durant plus qu'une décennie, ces outils ont été l'objet d'une attention considérable pour l'analyse des processus linéaires non gaussiens et non linéaires gaussiens. Ainsi, dans la littérature, on trouve un grand nombre de résultats théoriques et algorithmiques [1], [2], [4], [10], [19], [24], [25] couvrant un large éventail d'applications, en particulier nous citons le problème qui nous intéresse à savoir, l'identification aveugle (appelée encore auto-didacte) des processus linéaires non gaussiens à non minimum de phase (NMP) à moyenne ajustée (MA). Pour plus de détails sur les SOS et leurs applications, nous renvoyons le lecteur aux références [19] et [24] ainsi que l'ouvrage récent de Nikias *et al.* [25].

Dans la littérature, les méthodes paramétriques d'identification des signaux MA non gaussiens à NMP, se basent sur les cumulants éventuellement associés à l'autocorrélation. Ces approches peuvent être groupées en deux grandes classes, les méthodes linéaires et non linéaires. Le dernier type consiste à résoudre un système d'équations non linéaires [17] ou à minimiser une fonction coût au sens des moindres carrés [17], [4], [36], [33], [12]. Ces méthodes sont plus performantes mais elles ne garantissent pas la convergence vers le minimum global (la vraie solution), en plus elles sont coûteuses en temps de calcul. C'est pour cela qu'on préfère les méthodes linéaires. Dans cette catégorie, on distingue celles qui donnent l'expression des coefficients MA sous forme récursive [14], [32], [34] ou non [13] en exploitant l'autocorrélation et les cumulants ou les cumulants seuls. Au niveau théorique, ces algorithmes sont simples et intéressants mais ils ne sont pas pratiques du point de vue calcul en temps réel d'une part, et d'autre part ils ne réduisent pas l'effet des erreurs d'estimation des cumulants qui nécessitent plus d'échantillons que l'autocorrélation. De plus, les formules récursives sont sensibles aux erreurs de propagation. Pour contourner ces problèmes, on préconise la solution globale à norme minimale (LS) qui minimise au sens des moindres carrés l'erreur d'un système d'équations linéaires surdé-

terminées surparamétrisées [1], [14], [34], [35] ou non [10], [37]. Giannakis et Mendel [14] ont été les premiers à montrer que les paramètres MA peuvent être obtenus en résolvant un système d'équations linéaires liant l'autocorrélation et les cumulants 1-D. Porat et Friedlander [27] ont analysé les performances de cette approche et ont développé sa version adaptative [11] stabilisée [28]. La méthode de Giannakis-Mendel a été reformulée [35] car elle est numériquement mal conditionnée. Et pour pallier certaines de ses défaillances, Tugnait proposa [34] une approche moins surparamétrisée et une autre surparamétrisée à laquelle il a apporté des modifications [35]. Contrairement aux approches précitées et dans le but d'employer toutes les informations possibles, Alsheibili *et al.*, [1] proposèrent d'utiliser l'équation reformulée à partir de celle de Tugnait [34, eq. 9] mais au prix d'une augmentation du nombre de paramètres à estimer. Dans [9], une étude comparative des méthodes d'identification MA [1], [13], [34], [35], [14] à base des cumulants d'ordre 3 est présentée sous une forme unifiée.

Les approches précitées sont hélas sensibles aux bruits puisqu'elles exploitent, en plus des cumulants, les statistiques d'ordre deux. Pour pallier ce problème, on exclut l'utilisation des équations affectées par le bruit [14], [34], mais cela dégrade la qualité de l'estimation et peut conduire à un système d'équations sous-déterminées. Tugnait [34], [35] proposa alors de résoudre un système d'équations augmenté. Dans le cas d'un bruit fortement coloré, cette approche s'avère non consistante. Pour contourner ceci, un certain nombre de méthodes basées uniquement sur les cumulants ont été développées récemment [29], [30], [31], [10], [37]. Elles se différencient par l'ordre des cumulants utilisés, le nombre d'équations à résoudre et le nombre d'inconnues à estimer. Dans le cas surparamétrisé [29], la solution obtenue est sous optimale car on suppose l'indépendance entre tous les coefficients à estimer. Fonollosa *et al.* [10] ont présenté une méthode originale « w-slice » qui exprime les coefficients MA par une combinaison linéaire des tranches des cumulants de différents ordres. Cette approche ne nécessite pas la connaissance de l'ordre, de plus l'exploitation de l'autocorrélation est juste une option. Les paramètres MA peuvent être également estimés en temps réel par la méthode du gradient [20], [38]. Il existe d'autres approches, à base de cumulants relativement complexes, qui consistent soit à décomposer la fonction de transfert du système à NMP en deux parties une $I(z^{-1})$ à minimum de phase (MP) et l'autre $O(z)$ à maximum de phase ou bien de l'approximer par un modèle AR non causal. Dans le premier cas, les paramètres sont déterminés par la résolution d'un système d'équations linéaires [22] ou bien à partir d'une relation convolutionnelle [16], [24], [26] entre la réponse impulsionnelle et la séquence des cumulants. Dans le deuxième cas, on résout globalement un système d'équations linéaires surdéterminées [23] ou adaptativement à l'aide des algorithmes du gradient ou ORIV [8].

Dans ce papier, en premier lieu nous donnons les hypothèses concernant le modèle MA à identifier ainsi que des relations utiles. Ensuite, nous présentons les méthodes classiques d'estimation

dans le paragraphe 4 et nous proposons trois méthodes dans le paragraphe 5. Deux des trois approches sont développées d'une manière simple en transformant la formule non linéaire de Brillinger et Rosenblatt [5] en une équation linéaire grâce à l'algorithme « $C(q, k)$ » de Giannakis [13]. L'une combine les moments d'ordre deux et les cumulants et l'autre utilise les cumulants seulement. La troisième méthode est une reformulation de la solution des moindres carrés de Giannakis-Mendel sans autocorrélations à l'aide d'une relation liant ces dernières aux cumulants [3]. Dans le paragraphe 6, nous dressons un tableau comparatif des méthodes traitées. Enfin par des simulations, nous évaluons les performances des approches proposées en les comparant entre elles et avec les méthodes classiques [13], [14], [34], [37] citées dans le paragraphe 4.

2. modèle et hypothèses

Le modèle MA à NMP que l'on se propose d'identifier est représenté par l'équation aux différences finies suivante :

$$Y(k) = \sum_{j=0}^q b(j) \cdot X(k-j), b(0) = 1 \text{ (sortie non bruitée)} \quad (1)$$

$$\text{et } Z(k) = Y(k) + N(k) \text{ (sortie bruitée)} \quad (2)$$

où $X(k)$ est une excitation non gaussienne, inaccessible, à composantes indépendantes et identiquement distribuée (i.i.d), de moyenne nulle, de variance σ_x^2 , ayant au moins un cumulant ($\gamma_{m,x}$) d'ordre $m > 2$ non nul et vérifiant $E[X^{2m}(k)] < \infty$. $N(k)$ est un bruit gaussien blanc ou corrélé, indépendant de l'entrée $X(k)$ et de densité spectrale de puissance inconnue. q est l'ordre du modèle supposé connu. Pour l'estimation de q , nous renvoyons le lecteur intéressé aux références [1], [14], [15], [36], [37].

3. relations fondamentales

Le point commun de toutes les méthodes classiques d'identification des modèles MA est la formule de Brillinger et Rosenblatt [5] qui, sous les hypothèses précédentes, s'écrit :

$$\begin{aligned} C_{m,z}(\tau_1, \dots, \tau_{m-1}) &= C_{m,Y}(\tau_1, \dots, \tau_{m-1}) \\ &= \gamma_{m,x} \sum_{i=0}^q b(i)b(i+\tau_1) \dots b(i+\tau_{m-1}), M > 2 \quad 2 \end{aligned}$$

Pour $m = 2$, l'autocorrélation s'écrit :

$$C_{2,Z}(\tau) = C_{2,Y}(\tau) + C_{2,N}(\tau) \quad (4)$$

où $C_{2,N}(\tau)$ est l'autocorrélation du bruit biaisant les résultats et $C_{2,Y}(\tau)$ est l'autocorrélation du signal non bruité exprimée par :

$$C_{2,Y}(\tau) = \gamma_{2,x} \sum_{i=0}^q b(i)b(i+\tau) \quad (\gamma_{2,x} = \sigma_x^2) \quad (5)$$

D'après (3), on peut montrer facilement [31] que les cumulants d'ordre m et n , avec ($m > n$), vérifient la relation suivante

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^q b(i) C_{m,Y}(i+\tau_1, \dots, i+\tau_{n-1}, \tau_n, \dots, \tau_{m-1}) \\ \varepsilon_{m,n} \sum_{i=0}^q b(i) \left[\prod_{j=n}^{m-1} b(i+\tau_j) \right] \cdot C_{n,Y}(i+\tau_1, \dots, i+\tau_{n-1}) \quad (6) \end{aligned}$$

$$\text{où } \varepsilon_{m,n} = \frac{\gamma_{m,x}}{\gamma_{n,x}}$$

Cette équation générale permet d'établir des relations entre l'autocorrélation et les cumulants d'ordre 3 (ou 4) [1], [14], [34], [35] ou encore entre les cumulants d'ordre 3 et 4 [21]. Les relations de Tugnait [34] utilisées par Alsheibili *et al.* [1] ainsi que l'équation reformulée [34], [12] de Giannakis-Mendel [14] en constituent des cas particuliers de (6).

4. méthodes classiques linéaires

4.1. approches à base d'autocorrélation et des cumulants

4.1.1. méthode reformulée de Giannakis-Mendel

L'équation originale de Giannakis-Mendel [14] se généralise comme suit :

$$\sum_{i=0}^q \varepsilon_{m,2}^{-1} b(i) C_{m,Y}(i+\tau, 0, \dots, 0) = \sum_{i=0}^q b^{m-1}(i) C_{2,Y}(i+\tau) \quad (7)$$

avec $\tau = -2q, \dots, q$.

Pour trouver les $\widehat{b}(i)$, il faut diviser $\varepsilon_{m,2}^{-1} \widehat{b}(i)$ par $\widehat{\varepsilon}_{m,2}^{-1}$, ce qui rend la méthode mal conditionnée (instabilité numérique). C'est pour cela que, l'équation (7) a été reformulée [34], [12] par :

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^q b(i) C_{m,Y}(i+\tau, 0, \dots, 0) \\ = \sum_{i=0}^q [\varepsilon_{m,2} b^{m-1}(i)] \cdot C_{2,Y}(i+\tau) \quad (8) \end{aligned}$$

celle-ci peut être déduite de (6) en choisissant $n = 2$ et ($\tau_1 = \tau, \tau_2 = \dots = \tau_{m-1} = 0$). En concaténant (8) pour

$\tau = -2q, \dots, q$, $\hat{\theta} = [\hat{b}(1), \dots, \hat{b}(q), \hat{\varepsilon}_{m,2}, \varepsilon_{m,2}\widehat{b}^{m-1}(1), \dots, \varepsilon_{m,2}\widehat{b}^{m-1}(q)]^T$ est obtenu en résolvant au sens des moindres carrés $3q + 1$ équations. Dans le cas où m est impair, cette solution sera acceptée ou rejetée selon le signe de $\frac{\varepsilon_{m,2}\widehat{b}^{m-1}(j)}{\widehat{\varepsilon}_{m,2}}$ pour un $j \in \{1, \dots, q\}$. Et puisqu'il y a une redondance dans l'estimation de chaque coefficient, une combinaison des résultats obtenus est possible [11], [14], que nous écrivons comme suit (pour $j = 1, \dots, q$) :

$$b(j) = \hat{\theta}(j) \quad (9)$$

$$b_1(j) = \begin{cases} \left(\frac{\varepsilon_{m,2}\widehat{b}^{m-1}(j)}{\widehat{\varepsilon}_{m,2}} \right)^{\frac{1}{m-1}} & \text{si } m \text{ est pair} \\ \text{signe}[\hat{b}(j)] \left(\frac{\varepsilon_{m,2}\widehat{b}^{m-1}(j)}{\widehat{\varepsilon}_{m,2}} \right)^{\frac{1}{m-1}} & \text{si } m \text{ est impair} \end{cases} \quad (10)$$

$$b_2(j) = \begin{cases} \left(\frac{\frac{\varepsilon_{m,2}\widehat{b}^{m-1}(j)}{\widehat{\varepsilon}_{m,2}} + [\hat{\theta}(j)]^{m-1}}{2} \right)^{\frac{1}{m-1}} & \text{si } m \text{ est pair} \\ \text{signe}[\hat{\theta}(j)] \left(\frac{\frac{\varepsilon_{m,2}\widehat{b}^{m-1}(j)}{\widehat{\varepsilon}_{m,2}} + [\hat{\theta}(j)]^{m-1}}{2} \right)^{\frac{1}{m-1}} & \text{si } m \text{ est impair} \end{cases} \quad (11)$$

Pour $m = 3$, (8) s'écrit :

$$\sum_{i=0}^q b(i)C_{3,Y}(i + \tau, 0) = \sum_{i=0}^q \varepsilon_{3,2} \cdot b^2(i)C_{2,Y}(i + \tau) \quad (12)$$

Cette méthode est sensible aux bruits additifs et n'estime pas correctement les coefficients MA à valeurs binaires (0 et 1). En plus, elle est surparamétrisée.

4.1.2. méthode de Tugnait

En posant $n = 2$ et $(\tau_1 = \tau, \tau_2 = \dots = \tau_{m-1} = q)$ dans l'équation (6), on retrouve l'équation de Tugnait :

$$\sum_{i=0}^q b(i)C_{m,Y}(i + \tau, q, \dots, q) = \varepsilon' \cdot C_{2,Y}(\tau) \quad (13)$$

où $\varepsilon' = \varepsilon_{m,2} \cdot b^{m-2}(q)$

Pour $m = 3$, on obtient :

$$\sum_{i=0}^q b(i)C_{3,Y}(i + \tau, q) - \varepsilon' \cdot C_{2,Y}(\tau) = 0 \quad (14)$$

où $\varepsilon' = \varepsilon_{3,2} \cdot b(q)$ la méthode de Tugnait consiste à concaténer (13) pour $\tau = -q, \dots, q$, et à trouver $\hat{\theta} = [\hat{\varepsilon}', \hat{b}(1), \dots, \hat{b}(q)]^T$ en résolvant un système d'équations surdéterminées au sens des moindres carrés. Cette méthode contourne certaines défaillances de celle de Giannakis-Mendel [14], en particulier la non identifiabilité des coefficients MA à valeurs binaires et la surparamétrisation. Cependant, elle reste aussi sensible aux effets des bruits additifs puisqu'elle exploite l'autocorrélation.

4.2. approches à base des cumulants seuls

Les méthodes basées uniquement sur les cumulants sont intéressantes lorsque le signal traité est contaminé par un bruit additif gaussien ou non gaussien à distribution symétrique si les cumulants d'ordre 3 sont utilisés.

4.2.1. méthode de Zhang et al.

En utilisant l'expression (3) de Brillinger et Rosenblatt, Zhang et al. [37], [38] ont pu établir l'équation, à base des cumulants, suivante :

$$\sum_{i=0}^q b(i)C_{m,Y}^{m-1}(i - \tau, q, 0, \dots, 0) = C_{m,Y}(\tau, 0, \dots, 0)C_{m,Y}^{m-3}(q, 0, \dots, 0)C_{m,Y}(q, q, 0, \dots, 0) \quad (15)$$

Pour $m = 3$, elle devient :

$$\sum_{i=0}^q b(i)C_{3,Y}^2(i - \tau, q) = C_{3,Y}(\tau, 0)C_{3,Y}(q, q) \quad (16)$$

En concaténant (15) pour $\tau = -q, \dots, q$, on résout au sens des moindres carrés un système d'équations dont l'inconnu est $\theta = [b(0), b(1), \dots, b(q)]^T$. Une fois le vecteur $\hat{\theta}$ obtenu, on le divise par $\hat{b}(0)$. Cette valeur de $\hat{b}(0)$ peut servir en fait à juger la qualité de l'estimation puisqu'elle doit être proche de 1.

4.2.2. algorithme « $C(q, k)$ » de Giannakis

A partir de (3), Giannakis [13], [14] montra que les coefficients MA peuvent être exprimés par la formule suivante :

$$b(\tau) = \frac{C_{m,Y}(q, \tau, \dots, 0)}{C_{m,Y}(q, 0, \dots, 0)} \quad (17)$$

avec $\tau = 0, \dots, q$ et que le cumulants d'ordre m de l'excitation s'écrit :

$$\gamma_{m,x} = \frac{C_{w,Y}^2(q, 0, \dots, 0)}{C_{m,Y}(q, q, 0, \dots, 0)} \quad (18)$$

Pour $m = 3$, on a : $b(\tau) = \frac{C_{3,Y}(q, \tau)}{C_{3,Y}(q, 0)}$ et $\gamma_{3,x} = \frac{C_{3,Y}^2(q, 0)}{C_{3,Y}(q, q)}$

La formule (17) est simple et intéressante du point de vue théorique mais elle ne permet pas, en pratique, de réduire l'effet d'une mauvaise estimation des cumulants. D'où l'intérêt des méthodes à norme minimale vues précédemment.

5. méthodes proposées

5.1. approche combinant l'autocorrélation et les cumulants

La relation (5) peut être transformée facilement en une équation linéaire en remplaçant le coefficient $b(i + \tau)$ par la forme donnée par Giannakis (17). On obtient :

$$C_{m,Y}(q, 0, \dots, 0)C_{2,Y}(\tau) = \gamma_{2,x} \sum_{i=0}^q b(i)C_{m,Y}(i + \tau, q, 0, \dots, 0) \quad (20)$$

avec $\tau = -q, \dots, q$.

En divisant (20) par $\gamma_{2,x}$, on trouve :

$$\sum_{i=0}^q b(i)C_{m,Y}(i + \tau, q, 0, \dots, 0) - (\gamma_{2,x})^{-1} \cdot C_{m,Y}(q, 0, 0)C_{2,Y}(\tau) = 0 \quad (21)$$

La grandeur à estimer est $\theta = [b(1), \dots, b(q), (\gamma_{2,x})^{-1}]^T$. La solution trouvée sera acceptée ou rejetée selon le signe de $\gamma_{2,x}$.

On peut remarquer que si on remplace $C_{m,Y}(q, 0, \dots, 0)$ par $b(q)\gamma_{m,x}$, on se ramène à l'équation :

$$\sum_{i=0}^q b(i)C_{m,Y}(i + \tau, q, 0, \dots, 0) - \varepsilon' \cdot C_{2,Y}(\tau) = 0 \quad (22)$$

où $\varepsilon' = b(q) \cdot \varepsilon_{m,2}$ qui n'est autre qu'un cas particulier de (6). De plus, si on pose $m = 3$, elle coïncide avec l'équation de Tugnait (13), ce qui n'est pas le cas lorsque $m = 4$.

Cette approche permet d'estimer à la fois les paramètres MA et la variance de l'excitation. Le calcul de cette dernière par l'approche de Tugnait dépend de l'estimation du coefficient $b(q)$, ce qui n'est pas le cas pour notre approche. En plus, le signe négatif de $\widehat{\gamma_{2,x}}$ nous indiquera une mauvaise estimation et par conséquent la solution sera rejetée. D'après le tableau 1, notre méthode est légèrement moins complexe que celle de Tugnait lorsque les cumulants d'ordre 4 sont utilisés. Et puisque les moments d'ordre deux sont exploités, notre approche sera sensible aux bruits additifs.

5.2. approches à base des cumulants seuls

5.2.1. version de la méthode de Giannakis-Mendel sans autocorrélations

Cette version est obtenue en remplaçant les moments d'ordre deux de l'équation (8) par les cumulants. Et cela, grâce à une relation que nous développerons d'abord.

a) Relation entre l'autocorrélation et les cumulants

En remplaçant dans (5) les coefficients MA par la formule de Giannakis et $\gamma_{2,x}$ par son expression $\frac{C_{2,Y}(q)}{b(q)}$, on obtient :

$$\frac{C_{2,Y}(\tau)}{C_{2,Y}(q)} = \frac{\sum_{i=0}^q C_{m,Y}(i, q, 0, \dots, 0)C_{m,Y}(i + \tau, q, 0, \dots, 0)}{C_{m,Y}(q, q, 0, 0)C_{m,Y}(q, 0, \dots, 0)} \quad (23)$$

pour $\tau = 0, \dots, q$

Dans un environnement bruité faiblement coloré, la relation (23) permet de déterminer l'autocorrélation du signal MA non gaussien à partir de ses cumulants. L'introduction de cette expression dans les méthodes globales telles que celles de Giannakis-Mendel, Tugnait ou notre approche (éq. 21) permettra d'éviter l'effet des bruits additifs gaussiens.

b) Version modifiée à base des cumulants

En posant $\tau = q$, dans l'équation reformulée de Giannakis-Mendel (8), on trouve :

$$\varepsilon_{m,2} = \frac{C_{m,Y}(q, 0, \dots, 0)}{C_{2,Y}(q)}$$

En remplaçant celle-ci dans (8) et en utilisant la relation (23), on obtient :

$$\sum_{i=0}^q b(i)C_{m,Y}(i + \tau, 0, \dots, 0) = \sum_{i=0}^q b^{m-1}(i)\tilde{C}_{m,Y}(i + \tau) \quad (24)$$

où

$$\tilde{C}_{m,Y}(\tau) = \frac{\sum_{i=0}^q C_{m,Y}(i, q, 0, \dots, 0)C_{m,Y}(i + \tau, q, 0, \dots, 0)}{C_{m,Y}(q, q, 0, \dots, 0)} = \tilde{C}_{m,Y}(-\tau) \quad (25)$$

$\hat{\theta} = [\hat{b}(0), \dots, \hat{b}(q), \widehat{b^{m-1}}(1), \dots, \widehat{b^{m-1}}(q)]^T$ peut être déterminé en résolvant, au sens des moindres carrés, $3q + 1$ équations ($\tau = -2q, \dots, q$). La solution ainsi trouvée sera divisée par $\hat{b}(0)$. Lorsque l'ordre m est impair, la solution sera rejetée si $b^{m-1}(j) < 0$ pour un $j \in \{1, \dots, q\}$. Pour trouver les

Tableau 1. – Comparaison des méthodes classiques et proposées.

Méthodes	Statistiques utilisées ordres, quantité, nombre d'opérations (mult., add. div.)	Dimension de l'équation à résoudre: $A.X=B$
Reformulée de Giannakis-Mendel (éq. 8)	$C_{m,Y}(\tau, 0, \dots, 0)$ pour $\tau=-q, \dots, q$ et $C_{2,Y}(\tau)$ pour $\tau=0, \dots, q$ quantité = $3q+2$ informations si $m=3$: $N(5q+3)$ mult., $N(6q+2)-3q-2$ add., $3q+2$ div. si $m=4$: $N(7q+4)+4q+2$ mult., $N(6q+2)-q-1$ add., $3q+2$ div.	$\dim(X) = 2q+1$ $\dim(B) = 3q+1$ $\dim(A) =$ $\dim(B) \times \dim(X)$
Tugnait (éq. 13)	$C_{m,Y}(\tau, q, \dots, q)$ et $C_{2,Y}(\tau)$ pour $\tau = 0, \dots, q$ quantité = $2q+2$ informations si $m=3$: $N(3q+3)$ mult., $N(5q+3)-2q-2$ add., $2q+2$ div. si $m=4$: $N(4q+4)+3q+3$ mult., $N(6q+4)+q$ add., $2q+2$ div.	$\dim(X) = q+1$ $\dim(B) = 2q+1$ $\dim(A) =$ $\dim(B) \times \dim(X)$
Méthode 1 (éq. 21)	$C_{m,Y}(\tau, q, 0, \dots, 0)$ et $C_{2,Y}(\tau)$ pour $\tau=0, \dots, q$ quantité = $2q+2$ informations si $m=3$: $N(3q+3)$ mult., $N(5q+3)-2q-2$ add., $2q+2$ div. si $m=4$: $N(4q+4)+3q+2$ mult., $N(5q+3)+q-1$ add., $2q+2$ div.	$\dim(X) = q+1$ $\dim(B) = 2q+1$ $\dim(A) =$ $\dim(B) \times \dim(X)$
Giannakis (éq. 17)	$C_{m,Y}(\tau, q, 0, \dots, 0)$ pour $\tau=0, \dots, q$ quantité = $q+1$ informations si $m=3$: $N(2q+2)$ mult., $N(3q+2)-q-1$ add., $q+1$ div. si $m=4$: $N(4q+4)+3q+2$ mult., $N(5q+3)+q-1$ add., $2q+2$ div.	$\dim(X) = q$ inconnus obtenus par q formules
Zhang et al. (éq. 15)	$C_{m,Y}(\tau, 0, \dots, 0)$ pour $\tau=-q, \dots, q$ et $C_{m,Y}(\tau, q, 0, \dots, 0)$ pour $\tau=1, \dots, q$ ($\tau=1, \dots, q-1$ si $m=3$) quantité = $2q+1$ informations si $m=3$: $N(6q)$ mult., $N(7q-2)-3q$ add., $3q$ div. si $m=4$: $N(10q+4)+7q+2$ mult., $N(9q+2)+q-1$ add., $4q+2$ div.	$\dim(X) = q+1$ $\dim(B) = 2q+1$ $\dim(A) =$ $\dim(B) \times \dim(X)$
Méthode 2 (éq. 24)	$C_{m,Y}(\tau, 0, \dots, 0)$ pour $\tau=-q, \dots, q$ et $C_{m,Y}(\tau, q, 0, \dots, 0)$ pour $\tau=1, \dots, q$ ($\tau=1, \dots, q-1$ si $m=3$) quantité = $3q+1$ informations si $m=3$: $N(6q)$ mult., $N(7q-2)-3q$ add., $3q$ div. si $m=4$: $N(10q+4)+7q+2$ mult., $N(9q+2)+q-1$ add., $4q+2$ div.	$\dim(X) = 2q+1$ $\dim(B) = 3q+1$ $\dim(A) =$ $\dim(B) \times \dim(X)$
Méthode 3 (éq. 32)	$C_{m,Y}(\tau_1, \tau_2, 0, \dots, 0)$ pour $\tau_1 = -q, \dots, q$ et $\tau_2 = -q, \dots, q + \tau_1$ si $\tau_1 \leq 0$ et $\tau_2 = -q + \tau_1, \dots, q$ si $\tau_1 > 0$ quantité = $3q^2+3q+1$ informations si $m=3$: $N(6q^2+6q+2)$ mult., $N(9q^2+5q+1)-3q^2-3q-1$ add., $3q^2+3q+1$ div. si $m=4$: $N(9q^2+10q+4)+9q^2+5q+2$ mult., $N(9q^2+11q+4)+6q^2-$ $3q-1$ add., $3q^2+4q+2$ div.	$\dim(X) = q+1$ $\dim(B) = 3q^2+3q+1$ $\dim(A) =$ $\dim(B) \times \dim(X)$

$\widehat{b}(j)$, nous avons trois possibilités qui s'écrivent, pour $j = 1, \dots, q$, comme suit :

$$b(j) = \widehat{\theta}(j) \quad (26)$$

$$b_1(j) = \begin{cases} (b^{m-1}(j))^{\frac{1}{m-1}} & \text{si } m \text{ est pair} \\ \text{signe}[b(j)](b^{m-1}(j))^{\frac{1}{m-1}} & \text{si } m \text{ est impair} \end{cases} \quad (27)$$

$$b_2(j) = \begin{cases} \left(\frac{b^{m-1}(j) + [b(j)]^{m-1}}{2} \right)^{\frac{1}{m-1}} & \text{si } m \text{ est pair} \\ \text{signe}[b(j)] \left(\frac{b^{m-1}(j) + [b(j)]^{m-1}}{2} \right)^{\frac{1}{m-1}} & \text{si } m \text{ est impair} \end{cases} \quad (28)$$

Pour $m = 3$, (25) s'écrit :

$$\sum_{i=0}^q b(i)C_{3,Y}(i + \tau, 0) = \sum_{i=0}^q b^2(i)\tilde{C}_{3,Y}(i + \tau) \quad (29)$$

Cette formulation permet d'une part de réduire, théoriquement, l'effet du bruit gaussien mais au prix d'une augmentation de complexité liée au calcul d'une séquence supplémentaire des cumulants $C_{m,Y}(\tau, q, 0, \dots, 0)$ pour $\tau = 1, \dots, q$ (ou $\tau = 1, \dots, q - 1$ si $m = 3$), et d'autre part d'évaluer la qualité de l'estimation à partir de $\widehat{b}(0)$ trouver qui doit être très voisin de 1. Comme la méthode originale de Giannakis-Mendel, cette version n'identifie pas convenablement les coefficients MA à valeurs binaires.

5.2.2. approche généralisant la méthode de Zhang et al.

En exprimant les coefficients $b(i + \tau_j)$ de (3), avec $j = 1, \dots, m - 1$, par la formule de Giannakis (17), on obtient :

$$\gamma_{m,x} \sum_{i=0}^q b(i) \left(\prod_{j=1}^{m-1} C_{m,Y}(i + \tau_j, q, 0, \dots, 0) \right) = C_{m,Y}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1}) C_{m,Y}^{m-1}(q, 0, \dots, 0) \quad (30)$$

Et en remplaçant $\gamma_{m,x}$ par son expression (18), on déduit :

$$\sum_{i=0}^q b(i) \left(\sum_{j=1}^{m-1} C_{m,Y}(i + \tau_j, q, 0, \dots, 0) \right) = C_{m,Y}(\tau_1, \dots, \tau_{m-1}) C_{m,Y}^{m-3}(q, 0, \dots, 0) C_{m,Y}(q, q, 0, \dots, 0) \quad (31)$$

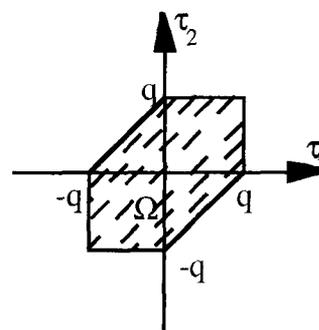
où l'inconnue est $\theta = [b(0), \dots, b(q)]^T$.

Cette équation généralise la relation (15) de Zhang *et al.* [37], [38], car si on pose $\tau_i = \tau$ dans (31), on retrouve l'équation (15).

Dans le but de réduire la dimension de $C_{m,Y}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1})$, on prendra $\tau_i = 0, \forall i > 2$. Dans ce cas, l'équation (31) devient :

$$\sum_{i=0}^q b(i) C_{m,Y}(i + \tau_1, q, 0, \dots, 0) C_{m,Y}(i + \tau_2, q, 0, \dots, 0) C_{m,Y}^{m-3}(i, q, 0, \dots, 0) = C_{m,Y}(\tau_1, \tau_2, 0, \dots, 0) C_{m,Y}^{m-3}(q, 0, \dots, 0) C_{m,Y}(q, q, 0, \dots, 0) \quad (32)$$

où $(\tau_1, \tau_2) \in \Omega$ (région hachurée)



On résoudra donc un système à $(3q^2 + 3q + 1)$ équations. Une fois la solution obtenue, on la divise par $\widehat{b}(0)$.

Pour $m = 3$, (31) et/ou (32) s'écrit :

$$\sum_{i=0}^q b(i) C_{3,Y}(i + \tau_1, q) C_{3,Y}(i + \tau_2, q) = C_{3,Y}(\tau_1, \tau_2) C_{3,Y}(q, q) \quad (33)$$

L'équation (32) exploite plus d'informations que (15). La qualité de l'estimation va être améliorée au détriment d'une augmentation de complexité de calcul. En plus, la valeur de $\widehat{b}(0)$, qui doit être proche de 1, permet d'évaluer et de contrôler la qualité de l'estimation.

6. comparaison des méthodes proposées aux méthodes classiques

Le tableau 1 (page précédente) donne une idée comparative des méthodes classiques et des méthodes proposées dans cet article en présentant les statistiques utilisées (ordres, quantité d'informations), le nombre d'opérations (multiplications, additions et divisions nécessaires) et la dimension du système ($A \cdot X = B$) à résoudre.

7. simulation

En se limitant aux cumulants d'ordre 3, nous présentons dans ce paragraphe, les résultats de la simulation des méthodes des moindres carrés reformulée de Giannakis-Mendel (12), Tugnait (14), Zhang *et al.* (16) et les versions proposées (29) et (33) ainsi que la formule de Giannakis (17). Les résultats de notre approche combinant l'autocorrélation et les cumulants (éq. 21) ne seront pas présentés car ils sont identiques à ceux de la méthode de Tugnait. Le modèle à identifier est à MA-NMP d'ordre $q = 3$, représenté par :

$$Y(k) = X(k) + b(1) \cdot X(k-1) + b(2) \cdot X(k-2) + b(3) \cdot X(k-3) \quad (34)$$

et $Z(k) = Y(k) + N(k)$

où : $b(1) = 0,9$, $b(2) = 0,385$ et $b(3) = -0,771$.

$X(k)$: excitation non gaussienne de moyenne nulle, de variance $\sigma_x^2 = 1$ et dont le cumulants d'ordre 3 est $\gamma_{3,x} = 1,601$. Elle est générée par la relation :

$$X(k) = \frac{E(k) - \mu_E}{\sigma_E} \text{ où } E(k) = \begin{cases} V(k) & \text{si } k \geq 0 \\ 0 & \text{si } k < 0 \end{cases}$$

avec $V(k)$ un bruit blanc gaussien.

$Y(k)$: sortie non bruitée du système de variance σ_Y^2 et $Z(k)$ sa version bruitée.

et $N(k)$:

$$\text{bruit gaussien} = \begin{cases} W(k) & \text{(bruit blanc)} \\ W(k) + W(k-1) + W(k-2) & \text{(bruit corrélé)} \end{cases}$$

où $W(k)$ est un bruit blanc gaussien de variance σ_W^2 tel que :

$$\text{SNR} = 10 \cdot \text{Log} \left(\frac{\sigma_Y^2}{\sigma_W^2} \right) = 8 \text{ dB.}$$

Les statistiques mises en jeu ($C_{2,Y}(\tau)$ et $C_{3,Y}(\tau_1, \tau_2)$) sont évaluées par leurs estimateurs biaisés. Dans le but de réduire leur variance, on divise le nombre de données $N = 4000$ en 4 sections à 1000 échantillons puis on calcule l'estimateur correspondant à chaque segment. Et la séquence finale est obtenue en moyennant les estimateurs calculés [14].

Les résultats des simulations sont illustrés dans les tableaux (2, ..., 8) en l'absence et en présence du bruit. La qualité des estimées est évaluée par le critère quadratique suivant :

$$\text{EQM} = \sum_{i=1}^q \left(\frac{b(i) - \bar{b}(i)}{b(i)} \right)^2 \quad (35)$$

et le

$$\begin{aligned} \text{RMS (root mean square)} &= \sqrt{[\text{biais}]^2 + \text{variance}} \\ &= \sqrt{[b - \bar{b}]^2 + \sigma_b^2} \end{aligned} \quad (36)$$

Les statistiques de l'excitation ($\gamma_{3,X}, \sigma_x^2$) sont estimées par $\hat{\gamma}_{3,X} = \frac{\hat{C}_{3,Y}(q,0)}{\hat{b}(q)}$ et $\hat{\sigma}_x^2 = \frac{\hat{C}_{2,Y}(q)}{\hat{b}(q)}$. Pour les méthodes de Giannakis-Mendel et Tugnait, on a deux possibilités, on utilisera donc respectivement la moyenne :

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{\gamma}_{3,x} + \alpha \cdot \hat{\sigma}_x^2}{2} \quad \text{et} \quad \hat{\sigma} = \frac{\hat{\sigma}_x^2 + \alpha^{-1} \cdot \hat{\gamma}_{3,x}}{2}$$

où $\alpha = \hat{\varepsilon}_{3,2}$ pour l'approche reformulée de Giannakis et Mendel et $\alpha = \frac{\hat{\varepsilon}'}{\hat{b}(q)}$ pour celle de Tugnait.

7.1. commentaire des résultats

En se basant sur le critère (35), on constate que, dans le cas sans bruit, la méthode reformulée de Giannakis-Mendel (Tab. 2) donne de bons résultats suivie par nos approches à base des cumulants (Tab. 3 et Tab. 4). Toutes les trois ont presque le même EQM. Et vu que les deux approches (éq. 12 et éq. 29) ne permettent pas une estimation correcte des paramètres MA à valeurs binaires (vérifié par simulation), on peut dire que notre approche (éq. 33) généralisant celle de Zhang *et al.* réalise une meilleure estimation aux dépens d'une complexité de calcul plus élevée. Notons en plus que pour notre approche (éq. 33), on peut améliorer l'estimation en tenant compte uniquement des réalisations pour lesquelles la valeur de $\hat{b}(0)$ est proche de 1.

En présence d'un bruit additif gaussien, on remarque que les méthodes combinant l'autocorrélation et les cumulants (éq. 12 et 14) sont plus sensibles aux effets des bruits que celles à base des cumulants seuls (éq. 16, 17, 29 et 33), et que la méthode généralisant l'approche de Zhang *et al.* donne la meilleure estimation (voir tableau 4) lorsque le bruit est blanc ou corrélé.

Pour un bruit blanc, notre approche (Tableau 3 : version modifiée de la méthode de Giannakis-Mendel) donne des résultats de qualité nettement supérieure vis-à-vis de la version non modifiée (éq. 12), mais dans le cas d'un bruit coloré, le critère (35) peut donner l'impression qu'elle n'apporte pas d'amélioration laquelle on s'attend. Alors en tenant compte aussi de la qualité de l'estimation des statistiques de l'excitation, on peut dire que globalement l'estimation est améliorée avec une variance relativement plus grande. Cette faible amélioration s'explique par les erreurs accumulées dans le calcul de $\hat{C}_{3,Y}(\tau)$ (25) à partir des cumulants estimés. Pour réduire ses erreurs, on peut faire appel à la méthode SVD ou la technique de rehaussement des cumulants proposée par Stogioglou *et al.* [31]. Dans le but d'illustrer l'intérêt de la relation (23), nous avons testé la méthode de Tugnait (éq. 14) où l'autocorrélation $\hat{C}_{2,Y}(0)$ est calculée à partir de cette relation et non à l'aide des échantillons du signal bruité. Cette modification conduit à une amélioration (voir tableaux 5 et 8).

Tableau 2. - Méthode reformulée de Giannakis-Mendel.

Paramètres MA ($b_1 = 0.9, b_2 = 0.385, b_3 = -0.771$), $\sigma_x^2 = 1, \gamma_{3,x} = 1.601, N=4000, 100$ réalisations												
	SNR = ∞				SNR = 8dB				Bruit coloré			
	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM
(9)												
b_1	0.901	0.120	0.120		0.942	0.157	0.162		0.409	0.154	0.515	
b_2	0.378	0.053	0.053		0.522	0.066	0.152		0.528	0.062	0.156	
b_3	-0.779	0.056	0.057	4.10^{-4}	-0.871	0.084	0.131	146.10^{-3}	-0.400	0.047	0.374	67.10^{-2}
σ_x^2	1.007	0.142	0.142		0.937	0.153	0.165		3.217	0.771	2.347	
$\gamma_{3,x}$	1.582	0.188	0.189		1.334	0.176	0.320		2.048	0.398	0.598	
(10)												
b_1	0.887	0.044	0.045		0.924	0.058	0.063		1.000	0.112	0.150	
b_2	0.380	0.052	0.053		0.467	0.045	0.093		0.324	0.097	0.115	
b_3	-0.773	0.040	0.040	4.10^{-4}	-0.755	0.048	0.051	46.10^{-3}	-0.830	0.095	0.112	4.10^{-2}
σ_x^2	1.008	0.084	0.085		1.070	0.110	0.130		1.530	0.271	0.595	
$\gamma_{3,x}$	1.595	0.209	0.209		1.544	0.268	0.274		0.989	0.206	0.646	
(11)												
b_1	0.897	0.058	0.058		0.936	0.090	0.097		0.771	0.087	0.156	
b_2	0.379	0.049	0.049		0.496	0.047	0.120		0.443	0.046	0.074	
b_3	-0.777	0.024	0.025	3.10^{-4}	0.817	0.041	0.062	88.10^{-3}	-0.653	0.063	0.134	7.10^{-2}
σ_x^2	1.003	0.102	0.102		0.990	0.118	0.118		1.942	0.347	1.004	
$\gamma_{3,x}$	1.581	0.177	0.178		1.418	0.188	0.262		1.252	0.245	0.426	

Tableau 3. - Méthode modifiée de Giannakis-Mendel.

Paramètres MA ($b_1 = 0.9, b_2 = 0.385, b_3 = -0.771$), $\sigma_x^2 = 1, \gamma_{3,x} = 1.601, N=4000, 100$ réalisations												
	SNR = ∞				SNR = 8dB				Bruit coloré			
	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM
(26)												
b_1	0.910	0.139	0.130		0.956	0.233	0.240		1.103	0.695	0.724	
b_2	0.377	0.090	0.090		0.378	0.110	0.110		0.243	0.424	0.447	
b_3	-0.778	0.112	0.112	6.10^{-4}	-0.789	0.182	0.183	5.10^{-3}	-0.812	0.391	0.393	19.10^{-2}
σ_x^2	1.048	0.217	0.222		1.075	0.341	0.349		1.362	0.968	1.033	
$\gamma_{3,x}$	1.590	0.371	0.371		1.606	0.588	0.588		1.968	1.610	1.651	
(27)												
b_1	0.895	0.059	0.059		0.904	0.089	0.089		0.877	0.202	0.203	
b_2	0.395	0.073	0.074		0.442	0.100	0.115		0.307	0.463	0.469	
b_3	-0.779	0.080	0.080	8.10^{-4}	-0.785	0.128	0.129	22.10^{-3}	0.796	0.265	0.266	4.10^{-2}
σ_x^2	1.032	0.160	0.163		1.043	0.226	0.230		1.134	0.442	0.462	
$\gamma_{3,x}$	1.565	0.300	0.302		1.555	0.425	0.427		1.606	0.788	0.788	
(28)												
b_1	0.904	0.098	0.098		0.933	0.161	0.164		1.014	0.477	0.490	
b_2	0.391	0.057	0.057		0.420	0.058	0.068		0.291	0.435	0.445	
b_3	-0.779	0.096	0.096	4.10^{-4}	-0.787	0.154	0.155	10.10^{-3}	-0.807	0.326	0.328	8.10^{-2}
σ_x^2	1.039	0.186	0.190		1.055	0.273	0.278		1.199	0.593	0.625	
$\gamma_{3,x}$	1.576	0.333	0.334		1.574	0.491	0.492		1.712	1.023	1.029	

Identification des signaux MA non gaussiens

Tableau 4. – Méthode à base des cumulants seuls.

Paramètres MA ($b_1 = 0.9, b_2 = 0.385, b_3 = -0.771$), $\sigma_x^2 = 1, \gamma_{3,x} = 1.601, N=4000, 100$ réalisations												
	SNR = ∞				SNR = 8dB				Bruit coloré			
	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM
b_1	0.903	0.043	0.043	6.10 ⁻⁴	0.915	0.060	0.062	5.10 ⁻³	0.929	0.095	0.099	2.10 ⁻²
b_2	0.394	0.056	0.057		0.411	0.061	0.066		0.442	0.102	0.117	
b_3	-0.771	0.041	0.041		-0.765	0.048	0.048		-0.748	0.061	0.065	
σ_x^2	1.029	0.069	0.075		1.038	0.082	0.090		1.060	0.107	0.123	
$\gamma_{3,x}$	1.555	0.163	0.169		1.535	0.214	0.224		1.467	0.202	0.242	

Tableau 5. – Méthode de Tugnait.

Paramètres MA ($b_1 = 0.9, b_2 = 0.385, b_3 = -0.771$), $\sigma_x^2 = 1, \gamma_{3,x} = 1.601, N=4000, 100$ réalisations												
	SNR = ∞				SNR = 8dB				Bruit coloré			
	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM
b_1	0.902	0.082	0.082	13.10 ⁻⁴	0.834	0.096	0.116	44.10 ⁻³	0.694	0.196	0.284	30.10 ⁻²
b_2	0.397	0.059	0.060		0.459	0.080	0.109		0.435	0.111	0.122	
b_3	-0.786	0.060	0.062		-0.803	0.080	0.086		-0.403	0.095	0.380	
σ_x^2	1.005	0.092	0.092		1.058	0.134	0.146		1.915	0.338	0.975	
$\gamma_{3,x}$	1.556	0.254	0.258		1.399	0.284	0.348		3.084	0.905	1.737	

Tableau 6. – Méthode de Zhang et al.

Paramètres MA ($b_1 = 0.9, b_2 = 0.385, b_3 = -0.771$), $\sigma_x^2 = 1, \gamma_{3,x} = 1.601, N=4000, 100$ réalisations												
	SNR = ∞				SNR = 8dB				Bruit coloré			
	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM
b_1	0.905	0.071	0.071	26.10 ⁻⁴	0.918	0.093	0.095	7.10 ⁻³	0.927	0.120	0.123	5.10 ⁻²
b_2	0.403	0.071	0.073		0.415	0.086	0.091		0.467	0.137	0.160	
b_3	-0.787	0.098	0.099		-0.788	0.145	0.146		-0.816	0.249	0.253	
σ_x^2	1.028	0.179	0.181		1.048	0.249	0.254		1.077	0.403	0.410	
$\gamma_{3,x}$	1.560	0.323	0.326		1.564	0.464	0.465		1.526	0.673	0.677	

Tableau 7. – Méthode de Giannakis.

Paramètres MA ($b_1 = 0.9, b_2 = 0.385, b_3 = -0.771$), $\sigma_x^2 = 1, \gamma_{3,x} = 1.601, N=4000, 100$ réalisations												
	SNR = ∞				SNR = 8dB				Bruit coloré			
	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM	\bar{b}	$\hat{\sigma}_b$	RMS	EQM
b_1	0.934	0.109	0.114	60.10 ⁻⁴	0.953	0.146	0.155	22.10 ⁻³	1.048	0.202	0.250	19.10 ⁻²
b_2	0.411	0.105	0.108		0.437	0.135	0.145		0.539	0.247	0.291	
b_3	-0.777	0.059	0.059		-0.758	0.086	0.087		-0.749	0.205	0.206	
σ_x^2	1.023	0.071	0.075		1.055	0.115	0.127		1.010	1.207	1.207	
$\gamma_{3,x}$	1.551	0.191	0.197		1.559	0.242	0.246		1.435	1.322	1.332	

Tableau 8. – Méthode de Tugnait améliorée.

Paramètres	b1	b2	b3	σ_x^2	$\gamma_{3,x}$	EQM
\bar{b}	0.859	0.426	-0.780	1.045	1.514	13.10 ⁻³
σ_b	0.104	0.098	0.086	0.155	0.310	
RMS	0.112	0.106	0.086	0.161	0.322	

En résumé, si le signal traité est non bruité, notre approche (éq. 21), équivalente à la méthode de Tugnait est la mieux adaptée car elle est moins coûteuse en temps de calcul et donne une EQM raisonnable. Mais, en présence d'un bruit blanc ou coloré, notre approche à base des cumulants (éq. 33) semble adéquate aux prix d'une complexité de calcul élevée.

8. conclusion

Dans cet article, nous avons présenté les approches classiques sous forme généralisée et trois méthodes d'identification ont été développées. La première combinant l'autocorrélation et les cumulants coïncide avec la méthode de Tugnait [34] pour les cumulants d'ordre 3. La deuxième, basée uniquement sur les cumulants, généralise l'approche de Zhang *et al.* [37] et donne de meilleurs résultats. La dernière méthode, basée également sur les cumulants, est une transformation de l'approche reformulée de Giannakis-Mendel [14] en une méthode sans autocorrélation grâce à la relation (23) qui lie l'autocorrélation et les cumulants. Cette version améliore l'estimation réalisée par la méthode reformulée de Giannakis-Mendel dans le cas d'un bruit blanc.

La relation (23) pourrait être utile dans d'autres problèmes ou applications où l'autocorrélation intervient et où la présence d'un bruit blanc biaise l'estimation. On pourrait l'appliquer à des signaux non gaussiens à distribution symétrique tels qu'on rencontre, par exemple, en géophysique [4] et en transmission de données, en se plaçant à l'ordre $m = 4$.

Remerciement

Les auteurs sont reconnaissants au Professeur J.-L. Lacoume et aux lecteurs anonymes de la revue *Traitement du Signal*, qui par leurs remarques et suggestions, ont amélioré cet article. Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet SPI 036 entre le groupe GSC et le CNCPRST.

BIBLIOGRAPHIE

[1] S. Alshebeili, A. Venetsanopoulos and E. Cetin, «Cumulant based identification approaches for nonminimum phase FIR system», *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, no. 4, pp. 1576-1588, Apr. 1993.

- [2] M. Bakrim et D. Aboutajdine et M. Najim, «New cumulant-based approaches for non gaussian time-varying AR models», *Revue Signal Processing*, vol. 39, no. 1-2, pp. 107-115, Sept. 1994.
- [3] M. Bakrim et D. Aboutajdine, «Sur l'identification des systèmes MA à non minimum de phase», in *Proc. Mediterranean Conf. on Electronics and Automatics Control (MCEA)*, Grenoble, France, Sept. 1995.
- [4] M. Boumahdi, F. Glangaud et J. L. Lacoume, «Déconvolution aveugle en sismique utilisant les statistiques d'ordre supérieur», in *Proc. 14ème Colloque GRETSI*, Juan-les-Pins, 13-16 Sept. 1993, pp. 89-92.
- [5] D. Brillinger and LM. Rosenblatt, «Computation and interpretation of kth order spectra», in *Spectral Analysis of Times Signals*. New York : Wiley, 1967, pp. 907-938.
- [6] J. A. Cadzow, «Blind deconvolution via cumulant extrema», *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 13, no. 3, pp. 24-42, May 1996.
- [7] C.-H. Chen, C.-Y. Chi and W.-T. Chen, «New cumulant-based inverse filter criteria for deconvolution of nonminimum phase systems», *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 44, no. 5, pp. 1292-1297, May 1996.
- [8] H.-H. Chiang and C. L. Nikias, «Adaptive deconvolution and identification of nonminimum phase FIR systems based on cumulants», *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 35, pp. 36-47, January 1990.
- [9] G. Favier, D. Demblélé et J. L. Peyre, «Identification de modèles AR, MA et ARMA à l'aide de statistiques d'ordre supérieur : Comparaison de méthodes et analyse de performance», in *Proc. 14ème Colloque GRETSI*, Juan-les-Pins, 13-16 Sept. 1993, pp. 137-140.
- [10] J.A.R. Fonollosa and J. Vidal, «System Identification Using linear combination of cumulant slices», *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, no. 7, pp. 2405-2412, July 1993.
- [11] B. Friedlander and B. Porat, «Adaptive IIR algorithms based on higher-order statistics», *IEEE Trans. ASSP*, vol. 37, pp. 485-495, April 1989.
- [12] B. Friedlander and B. Porat, «Asymptotically optimal estimation of MA and ARMA parameters of non-gaussian Processes from higher-order moments», *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 35, pp. 27-35, January 1990.
- [13] G. B. Giannakis, «On the identifiability of non-gaussian ARMA models using cumulants», *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 35, pp. 18-26, January 1990.
- [14] G. B. Giannakis and J. M. Mendel, «Identification of nonminimum phase systems using higher order statistics», *IEEE Trans. ASSP*, vol. 37, pp. 360-377, March 1989.
- [15] G. B. Giannakis and J. M. Mendel, «Cumulant-based order determination of non gaussian ARMA models», *IEEE Trans. ASSP*, vol. 38, no. 8, pp. 1411-1423, Aug. 1990.
- [16] D. Hatzinakos and C. L. Nikias, «Adaptive filtering based on polyspectra», in *Proc. ICASSP-89*, Glasgow, Scotland, U.K., pp. 1175-1178, May 1989.
- [17] K. S. Lii and M. Rosenblatt, «Deconvolution and estimation of transfer function phase and coefficients for non-gaussian linear processes», *The Annals of Statistics*, vol. 10, no. 4, pp. 1195-1208, 1982.
- [18] K. S. Lii and M. Rosenblatt, «An approximate maximum likelihood estimation for non gaussian nonminimum phase moving average processes», *J. Mult. Anal.*, vol. 43, pp. 272-299, 1992.

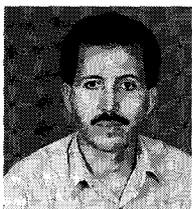
Identification des signaux MA non gaussiens

- [19] J. M. Mendel, «Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory : Theoretical results and some applications», Proc. IEEE, vol. 79, pp. 278-305, Mar. 1991.
- [20] S. Mo and B. Shafai, «A convergent algorithm for FIR System identification using higher-order cumulants», in Proc. ICASSP, Minneapolis, MN, Apr. 1993, vol. 4, pp. 508-511.
- [21] Y. J. Na, K. S. Kim, L. Song and T. Kim, «Identification of nonminimum phase FIR systems using the third- and fourth-order cumulants», IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, no. 8, pp. 2018-2022, August 1995.
- [22] C. L. Nikias, «ARMA bispectrum approach to nonminimum phase system identification», IEEE Trans. ASSP, vol. 36, pp. 513-524, April 1988.
- [23] C. L. Nikias and H.-H. Chiang, «Higher order spectrum estimation via noncausal autoregressive modeling and deconvolution», IEEE Trans. ASSP, vol. 36, pp. 1911-1913, December 1988.
- [24] C. L. Nikias and M. R. Raghuveer, «Bispectrum estimation : A digital signal processing framework», Proc. IEEE, vol. 75, pp. 869-891, July 1987.
- [25] C. L. Nikias and A. P. Petropulu, Higher-Order Spectra Analysis. Englewood. Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1993.
- [26] R. Pan and C. L. Nikias, «The Complex cepstrum of higher-order cumulants and Nonminimum phase system identification», IEEE Trans. ASSP, vol. 36, pp. 186-205, February 1988.
- [27] B. Porat and B. Friedlander, «Performance analysis of parameter estimation algorithms based on higher-order moments», Int. J. Adaptive Contr. Signal Processing, vol. 3, pp. 191-229, 1989.
- [28] B. Porat and B. Friedlander, «The square-root overdetermined recursive instrumental variable algorithm», IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 34, pp. 656-658, June 1989.
- [29] L. Srinivas and K. V. S. Hari, «FIR system identification using higher order cumulants- A Generalized approach», IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, no. 12, pp. 3061-3065, Dec. 1995.
- [30] L. Srinivas and K. V. S. Hari, «FIR system identification based on subspaces of higher-order cumulant matrix», IEEE Trans. Signal Processing, vol. 44, no. 6, pp. 1485-1491, June. 1996.
- [31] A. G. Stogioglou and S. McLaughlin, «MA parameter estimation and cumulant enhancement», IEEE Trans. Signal Processing, vol. 44, no. 7, pp. 1704-1717, July 1996.
- [32] A. Swami and J. M. Mendel, «Closed-form recursive estimation of MA coefficients using autocorrelation and third-order cumulants», IEEE Trans. ASSP, vol. 37, pp. 1794-1795, Nov. 1989.
- [33] J. K. Tugnait, «Identification of linear stochastic systems via second-order and fourth-order cumulant matching», IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-33, pp. 393-407, May 1987.
- [34] J. K. Tugnait, «Approaches for FIR system identification with noisy data using higher order statistics», IEEE Trans. ASSP, vol. 38, pp. 1307-1317, July 1990.
- [35] J. K. Tugnait, «New results on FIR system identification using higher order statistics», IEEE Trans. Signal Processing, vol. 39, pp. 2216-2221, Oct. 1991.
- [36] J. K. Tugnait, «Linear model validation and order selection using higher order statistics», IEEE Signal Processing, Workshop on Higher Order Statistic, lake tahoc, USA, pp. 111-115, 1993.
- [37] X.-D. Zhang and Y.-S. Zhang, «FIR System Identification Using Higher Order Statistics alone», IEEE Trans. Signal Processing, vol. 42, no. 10, pp. 2854-2859, Oct. 1994.
- [38] X.-D. Zhang, Y. Song and Y.-D. Li, «Adaptive identification of nonminimum phase ARMA models using higher-order cumulants alone», IEEE Trans. Signal Processing, vol. 44, no. 5, pp. 1285-1288, May 1996.

Manuscrit reçu le 2 avril 1998.

LES AUTEURS

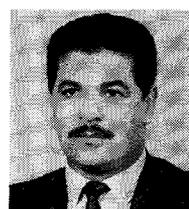
M'hamed BAKRIM



M'hamed BAKRIM a obtenu en 1988 son Certificat des Études Approfondies (CEA) en Traitement du Signal et Automatique à la Faculté des Sciences de Rabat de l'Université Mohammed V. Il a soutenu en 1991 sa thèse de Doctorat de 3ème cycle dans la spécialité Traitement du signal. Actuellement, il est enseignant à la Faculté des Sciences et Techniques de Marrakech et membre du groupe de recherche Signaux et Communications du laboratoire LEESA de la Faculté des Sciences de Rabat. Ses activités de

recherche portent sur l'exploitation des Statistiques d'Ordre Supérieur aux problèmes d'identification stationnaire et adaptative des processus 1-D, 2-D et multicanal ainsi qu'à l'analyse des images.

Driss ABOUTAJDINE



Driss ABOUTAJDINE a obtenu le diplôme de 3e cycle et le doctorat d'état en traitement du signal de l'Université Mohammed V en 1980 et 1985 respectivement. Il est actuellement professeur à la Faculté des sciences de Rabat où il anime le groupe de recherche GSC du LEESA et où il est responsable de l'UFR «Systèmes et Communications». Ses domaines d'intérêt incluent les modèles statistiques pour l'analyse du signal et de l'image, la compression et l'indexation.