

# Les systèmes à sauts : théorie et application

## Systems with jumps: theory and applications

par Sébastien ALLAM\*, Pierre BERTRAND\*, François DUFOUR\*\*, Dann LANEUVILLE\*\*\*,  
Michel MARITON\*\*\*\* et Chun YANG

\* ESE- Plateau du Moulon, 91192 Gif sur Yvette

\*\* Université de Paris Sud

\*\*\* Matra BAE Dynamics

\*\*\*\* Instruments S.A.

### *résumé et mots clés*

Introduits dans les années quatre vingt, les systèmes à sauts, plus connus à l'origine sous le nom de systèmes hybrides, offrent un cadre mathématique idéal pour l'étude de systèmes physiques caractérisés par des modifications (sauts), brutales et aléatoires de leur dynamique. Un des exemples les plus couramment rencontrés dans la littérature est celui d'un avion de chasse effectuant diverses manœuvres. La stabilité, la commande optimale et le filtrage stochastique ont été les trois principaux domaines d'études de ces modèles. Cette modélisation résulte en fait d'un mélange de trois constituants élémentaires que sont les processus de diffusion, les processus à sauts et les processus déterministes. En se restreignant aux deux premiers ingrédients, nous parlerons de modèles à diffusions aléatoires.

Après avoir introduit la modélisation mathématique de tels processus, nous nous intéressons dans cet article à une application type, la poursuite de trajectoire, afin de montrer les améliorations significatives qu'apporte cette approche. Enfin nous concluons, non sans avoir rappelé les différents travaux accomplis sur les diffusions aléatoires dans notre groupe, au cours de ces quinze dernières années.

Systèmes à sauts, diffusion aléatoire, filtrage stochastique, poursuite de cibles.

### *abstract and key words*

Introduced in the eighties, the systems with jumps, also called at the beginning hybrid systems, can efficiently modelize a great number of physical systems subject to random jumps in their dynamics. A manoeuvring fighting aircraft, widely studied in the literature, is a good illustration of this type of systems. Stability, optimal control and stochastic filtering were the major areas of study for these models. In fact this modelization results from a combination of three ingredients : diffusion, jumps and deterministic processes. When restricting ourselves to the first two kinds of processes, we consider models with stochastic diffusions.

So, after having introduced the general mathematical representation for such processes, we consider in this article a typical application in aerospace, the target tracking, to show the significant improvements in performance brought by this approach.

When then conclude, after having recalled the various contributions brought by our group on the stochastic diffusions during the last fifteen years.

Systems with jumps, random diffusion, stochastic filtering, target tracking.

## 1. introduction

La commande par retour d'état constitue l'une des découvertes les plus importantes dans le domaine de l'automatique. L'émergence de ce puissant concept a trouvé ses origines dans le domaine pratique. Durant la seconde guerre mondiale de nombreux efforts de recherche ont ainsi été menés afin d'analyser plus en

détail ce principe dans le domaine de l'aéronautique. Ce concept maintenant classique en automatique suppose une connaissance parfaite du système, ce qui constitue l'une de ses plus fortes limitations. Dans les années soixante dix, la théorie de la commande adaptative a fait son apparition afin de compenser cette limitation. L'idée maîtresse a été d'introduire des modèles paramétrés pour tenir compte d'une mauvaise connaissance du système. L'objectif est alors de concevoir des lois de commande pour assurer de

bonnes performances en présence de changements de structure du système qui se traduisent par des variations de paramètres. Classiquement les solutions de type adaptatives reposent sur l'hypothèse de paramètres variant de manière *continue*. Dans les années quatre vingt, les systèmes à sauts (encore appelés systèmes hybrides) ont été introduits en automatique pour modéliser des systèmes physiques dont la dynamique peut être perturbée par des événements ponctuels (variation *non continue*) et aléatoires, représentant ainsi une évolution par rapport aux modèles adaptatifs classiques. Ces systèmes sont décrits par deux variables : à la variable euclidienne usuelle, élément de  $\mathbb{R}^n$  représentative de l'état on adjoint une variable discrète (appelée mode ou régime) à valeurs dans un ensemble  $S$  dénombrable. Ces modèles s'appliquent lorsqu'il existe une interaction forte en terme de dynamique entre les variables *continues* et *discrètes*, justifiant ainsi leur qualificatif *hybride* pour en souligner l'importance. Le champ applicatif couvert est très vaste. Nous nous proposons de décrire dans la suite un certain nombre d'exemples pratiques en mettant en évidence leur caractère hybride.

La poursuite de cibles manœuvrantes est un élément clé dans le contrôle du trafic aérien tant sur le plan civil que militaire. La trajectoire d'une cible est classiquement décrite par ses variables de position, de vitesse et d'accélération. Cependant, lors de manœuvres (par exemple la prise d'un facteur de charge pour un avion d'arme), ce modèle simple et classique n'est plus suffisant. Dans une description plus réaliste, une variable discrète est intégrée au modèle précédent pour quantifier la présence ou l'absence de manœuvres.

La modélisation d'un système de transport comme celui d'une voie autoroutière rapide fait aussi intervenir des discontinuités selon l'occurrence de pannes ou d'accidents de véhicules. L'écoulement du trafic subit alors des variations brutales dues à la saturation ou à la congestion ainsi engendrée. Au modèle classique du flot de véhicules, on pourra adjoindre une variable discrète représentative de l'apparition soudaine d'une saturation de ce flot.

Une autre application importante des systèmes hybrides est le problème de vulnérabilité des systèmes de commande. Le problème posé par exemple dans la conception de satellite est de satisfaire à la fois des exigences de fiabilité mais aussi de performance (taille, poids...). Etant donné la durée des missions et le nombre de capteurs et actionneurs concernés, le mode de fonctionnement de ces systèmes ne peut être qu'un mode de panne partielle, c'est-à-dire un mode dans lequel un certain nombre de composants ou même d'actionneurs sont en pannes. Les modèles hybrides offrent alors un cadre de modélisation particulièrement bien adapté. La grandeur discrète représentera le régime de fonctionnement du satellite (depuis le mode nominal jusqu'à la panne totale) et le vecteur d'état classique sera constitué de sa position et de son orientation.

Dans les exemples précédents, nous nous sommes limités à mettre en évidence l'interaction entre la dynamique ponctuelle (associée

à la variable discrète) et la dynamique continue du processus lui-même. Cependant, il existe un autre point commun important à tous ces exemples, il s'agit du caractère aléatoire de la dynamique ponctuelle (manœuvre de l'avion d'arme, accident d'un véhicule ou encore panne d'un actionneur sur un satellite). La recherche de modèles mathématiques pour l'analyse de tels systèmes nous a conduit naturellement au thème des systèmes stochastiques à sauts et leurs applications aux systèmes physiques hybrides.

Dans cette description des systèmes hybrides, il existe deux grandes classes de modèles qui combinent les trois « ingrédients fondamentaux » suivants :

- (i) processus de diffusion
- (ii) processus déterministe
- (iii) processus de saut

La première est constituée des « diffusions aléatoires », c'est-à-dire d'un mélange de (i) et (iii). La seconde est composée de processus possédant les propriétés (ii) et (iii) et est communément appelée la classe des processus déterministes par morceaux. On s'intéressera uniquement à la première classe de modèles dont nous allons maintenant donner une description mathématique détaillée. Son potentiel applicatif sera mis en évidence à partir d'exemples pratiques précis empruntés à la littérature.

## 2. les diffusions aléatoires

A partir des résultats initiaux de Sworder [39] et Wonham [43], les premiers travaux sur les diffusions aléatoires se sont développés principalement en direction d'applications (cf. [17, 19, 30, 40, 42]). Sur le plan théorique, ce sont surtout la stabilité (cf. [21, 22, 24, 32, 33]), la commande optimale (cf. [7, 9, 14, 18, 23, 35, 37, 41]) et le filtrage stochastique (cf. [4, 6, 13, 15, 20, 31]) qui ont été étudiés.

### Modèle mathématique

Soit  $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}, P)$  un espace de probabilité fixé. Sur cet espace, on suppose l'existence des processus suivants :

- une variable aléatoire  $X_0$  avec  $\mathcal{P}_{X_0}$  comme fonction de distribution.
- une chaîne de Markov,  $Z = \{Z_t\}$  dont l'espace d'état est  $S$ . Classiquement  $S$  est défini comme étant une base canonique de  $\mathbb{R}^N$  ( $S \doteq \{e_i\}_{i=1, \dots, N}$ ). Soit  $\Pi = (\pi_{ij})_{(i,j) \in \mathbb{N}_N^2}$  la matrice des taux de transitions associée à  $Z$ , on a la relation suivante :

$$Z_t = Z_0 + \int_0^t \Pi Z_s ds + M_t, \quad (1)$$

où  $M = \{M_t\}$  est une  $(\{\mathcal{F}_t\}, P)$  martingale.

Définissons  $N(i, j) = \{N_t(i, j)\}$  comme le nombre de sauts du processus  $Z$  de l'état  $e_i$  à  $e_j$  jusqu'à l'instant  $t$ .

– un processus de Wiener standard  $W = \{W_t\}$  de dimension  $q$ .

Le processus  $X = \{X_t\} \in \mathbb{R}^n$  est alors défini par l'équation suivante :

$$X_t = X_0 + \int_0^t A_s(Z_s)X_s ds + \int_0^t a_s(Z_s)ds + \int_0^t D_s(Z_s)dW_s + \sum_{\substack{(i,j) \\ i \neq j}} \int_0^t \{J_{1s}(i, j)X_{s-} + J_{2s}(i, j)\}dN_s(i, j), \quad (2)$$

où  $A, a, D, J_1, J_2$  sont des matrices ou des vecteurs de dimension appropriée.

Nous allons faire quelques remarques pour éclairer le comportement du modèle précédent. Le processus conjoint  $(X_t, Z_t)$  est un processus de Markov dont l'espace d'état est  $\mathbb{R}^n \times S$ , c'est-à-dire un espace produit continu/discret, structure caractérisant les systèmes hybrides. Entre deux sauts de la chaîne de Markov (celle-ci prenant la valeur  $e_i \in S$ ) la partie de l'état  $X$  est gouvernée par l'équation :

$$dX_t = A_t(e_i)X_t dt + a_t(e_i)dt + D_t(e_i)dW_t. \quad (3)$$

Cette équation est une équation de diffusion classique, ce qui explique la dénomination de diffusion *aléatoire* pour le processus complet (cf. [36]).

Soit  $\tau$  un instant de saut de la chaîne de Markov (celle-ci passant de l'état  $e_i$  à  $e_j$ ), l'état  $X$  subit alors lui-même une discontinuité :

$$\begin{aligned} \Delta X_\tau &= X_\tau - X_{\tau-} \\ &= J_{1\tau}(i, j)X_{\tau-} + J_{2\tau}(i, j). \end{aligned} \quad (4)$$

Comme nous l'avons souligné en introduction, le processus décrit par l'équation (2) est une combinaison de diffusions (équation (3)) et de sauts qui portent à la fois sur la structure de la chaîne de Markov (équation (1)) et sur l'état  $X$  (équation (4)). Nous allons maintenant décrire une application de ces systèmes largement développée au sein du Laboratoire des Signaux et Systèmes.

### Une application pratique : la poursuite de trajectoire

Les premières applications de poursuite de trajectoire utilisant le formalisme des diffusions aléatoires sont à attribuer à Blom [5]. Dans [5], l'auteur présente un algorithme en temps discret facilement implémentable où l'occurrence de manœuvre de la cible est décrite sous la forme de transitions d'une chaîne de Markov. L'avantage d'un tel formalisme par rapport à des approches plus classiques est de permettre une détection plus rapide des manœuvres. Dans ce contexte, le modèle comporte deux modes ( $S = \{e_1, e_2\}$ ). Le premier mode ( $Z_t = e_1$ ) correspond à un régime non manœuvrant et le second ( $Z_t = e_2$ ) est relatif à un régime manœuvrant. Le choix de la matrice des taux de transition

$(\pi_{ij})$  est directement lié aux durées moyennes entre manœuvres. Le vecteur d'état  $X_t$  quant à lui comporte six composantes qui représentent les coordonnées dans un repère cartésien de la position et de la vitesse :  $X_t = (x_t, \dot{x}_t, y_t, \dot{y}_t, z_t, \dot{z}_t)'$ . Le modèle classiquement choisi dans la littérature est le suivant :

- $dX_t = AX_t dt + \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ 0 \end{pmatrix} dW_t$ , pour le mode  $Z_t = e_1$
- $dX_t = AX_t dt + \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix} dW_t$ , pour le mode  $Z_t = e_2$

où

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Le premier mode correspond à un mouvement uniforme de la cible (la dérivée de la vitesse est nulle). Dans le second, la vitesse n'est plus constante, elle est soumise à des fluctuations (modélisées par le terme de bruit) traduisant ainsi les variations de vitesse durant les manœuvres. La différence entre ces deux modèles réside simplement dans l'addition d'un terme de bruit sur la vitesse pour le second régime :  $\sigma_2 dW_t$ . On peut trouver une justification intuitive et formelle à ce choix dans le sens où le filtre obtenu peut augmenter ou réduire sa bande passante pour ne pas « perdre » la cible lors de manœuvres en sautant d'un modèle à l'autre. On rencontre souvent dans la littérature, la dénomination de filtre « adaptatif » pour caractériser ces filtres. La fonction pistage est aussi constituée de systèmes de mesures qui sont eux aussi naturellement modélisés par des diffusions aléatoires. Aujourd'hui, les systèmes de poursuite bénéficient d'un enrichissement de leur dispositif de mesure. Au radar, qui fournit une mesure bruitée de la position de la cible, vient s'ajouter une nouvelle source de mesure : les capteurs optroniques (ou encore capteurs imageurs) qui eux permettent d'obtenir une image de la cible. Les mobiles aériens manœuvrent essentiellement par une accélération latérale pour changer la direction de leur vecteur vitesse. Ceci se traduit quasi instantanément par un changement de l'attitude de la cible sur l'image. La chaîne de Markov étant l'indicateur de manœuvre, on peut montrer que le capteur imageur représente un processus d'observation de celle-ci. Classiquement le modèle mathématique retenu est un processus ponctuel dont l'intensité est une fonction de  $\{Z_t\}$ . Afin d'illustrer notre propos, nous proposons ici deux images obtenus à partir d'un simulateur créé au Laboratoire des Signaux et Systèmes montrant un avion d'arme (chasseur F16) au moment d'une manœuvre (figure 1). Il est clair que l'attribut géométrique lié à la hauteur trahit la mise en roulis de la cible et donc le début d'une manœuvre. De façon schématique, une brutale variation du nombre de pixels relatif à la hauteur du plus petit rectangle contenant la cible traduira un saut

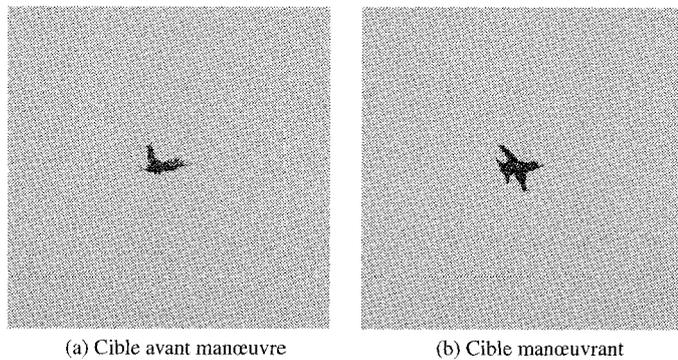


Figure 1. – Sortie simulée d'un capteur imageur.

du mode. Pour une description plus complète de cette application, nous renvoyons le lecteur à la thèse de Dann Laneuville soutenue le 18 Septembre 1998 au LSS (Université Paris XI) [25].

## 2.1. travaux sur les diffusions aléatoires

Les travaux concernant la commande des diffusions aléatoires peuvent être classifiés en trois catégories.

Dès les années quatre vingt, la communauté a commencé à s'intéresser à la commande des diffusions aléatoires parfaitement observées. Dans ce cadre d'étude, Ji et Chizeck [24], Feng, Loparo, Ji et Chizeck [22] et Mariton [32] ont examiné les relations entre les propriétés de commandabilité, d'observabilité, de stabilisabilité et de détectabilité de ces systèmes pour en déduire des conditions d'existence de lois de commande. Il s'agissait de transposer des propriétés théoriques de la théorie des systèmes déterministes aux diffusions aléatoires. Ces résultats ont permis de faire une analyse complète du comportement asymptotique du régulateur linéaire quadratique à sauts introduit par Wonham [43]. En particulier, dans la situation antérieure à [34], seule une condition suffisante assurait l'existence de ce régulateur. En utilisant ces nouvelles notions, M. Mariton [34] a dégagé des conditions nécessaires et suffisantes. Récemment, la robustesse du régulateur quadratique optimal a été étudié dans [2, 12] en présence d'incertitudes sur le modèle d'état.

La seconde classe de problèmes concerne la stabilité des diffusions aléatoires dans le cas où la chaîne de Markov  $Z$  n'est pas directement observable mais doit être estimée à partir des observations du processus d'état  $X$ . Il s'agit d'un problème plus difficile que le précédent. Dans ce cadre d'étude, Les résultats les plus aboutis sont discutés dans les publications [9, 14].

La troisième catégorie des travaux concernant la commande des diffusions aléatoires reposent sur quelques références qui ont tenté d'aborder le problème de commande dans la situation où l'état  $X$  et la chaîne de Markov  $Z$  sont observés à travers des canaux bruités. Il s'agit des publications [18, 41, 45]. Les deux tentatives résumées dans [41, 45] reposent sur des heuristiques et ne trouvent pas de justification sur le plan théorique ce qui en rend l'utilisation délicate. Cette absence de résultats ne correspond en rien à un

manque d'intérêt de la communauté pour cette problématique mais elle est le reflet d'une difficulté théorique majeure. Il s'agit d'un problème beaucoup plus général et plus difficile que celui étudié dans [8, 14] car il faut estimer à la fois l'état et le mode. Cette problématique bien connue porte le nom de commande duale et la difficulté provient du couplage entre l'estimation et la commande proprement dite qui introduit un conflit entre la régulation du système et la nécessité d'exciter ce même système pour mieux identifier ses paramètres. Dans [18], Dufour et Elliott ont donné une analyse théorique complète de ce problème pour les diffusions aléatoires.

L'étude du filtrage des diffusions aléatoires est très compliqué. En effet, si d'un point de vue mathématique, la théorie du filtrage des processus markoviens a atteint un certain degré de maturité avec les travaux de Liptser, Shiryaev [28, 29], la conception d'algorithmes optimaux butte sur d'énormes difficultés. Ceci provient du fait que le calcul des filtres optimaux pour les diffusions aléatoires donne lieu à la résolution de systèmes d'équations différentielles stochastiques de dimension infini. Cette problématique a alors suscité de nombreux travaux théoriques ayant pour objectif de développer des filtres sous optimaux mais de dimension finie afin d'être utilisable en pratique. De nombreuses études théoriques ont été menées au LSS dans cette direction. Les premiers travaux sont à attribuer C. Yang [44], puis plus tard S. Allam, P. Bertrand, F. Dufour et D. Laneuville [13, 38, 15, 20, 3, 18, 26, 1, 27] ont proposé de nombreuses solutions.

## 3. conclusion et perspectives

Dans la littérature, il existe une autre classe de processus stochastiques caractérisant les systèmes hybrides. Il s'agit des Processus Markoviens Déterministes par Morceaux. Ces processus possèdent les propriétés (ii) et (iii) décrites dans le premier paragraphe. L'introduction des processus déterministes par morceaux est due à Davis en 1984 [11]. Dans cet article, l'auteur souligne l'importance d'introduire une classe générale de processus de type non-diffusion pour permettre de traiter de façon globale un grand nombre d'applications pratiques. En effet, divers problèmes d'optimisation provenant de différents domaines d'applications, comme la planification d'investissement, la maintenance d'unités de production, conduisent à l'étude de processus mathématiques de type non diffusion. On peut citer un certain nombre de similitudes entre les diffusions aléatoires et les processus markoviens déterministes par morceaux. Elles résident principalement dans la structure de leur espace d'état qui est un produit d'un ensemble discret (c'est-à-dire au plus dénombrable) et d'un ensemble continu (un sous ensemble de  $\mathbb{R}^n$  par exemple), propriétés caractéristiques des systèmes hybrides. Un autre point commun propre aux systèmes hybrides est que la variable discrète (le mode ou

le régime) gouverne la trajectoire de la variable continue. Dans le cas des diffusions aléatoires, elle fixe la valeurs des coefficients de dérivées. Pour les processus déterministes par morceaux, elle détermine le flot. Cette variable discrète subit des transitions à des instants uniquement aléatoires pour la première classe de processus et aléatoires ou déterministes pour la seconde. Une étude des processus markoviens déterministes par morceaux a commencé au Laboratoire des Signaux et Systèmes depuis quelques années, citons par exemples [16, 10].

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] S. Allam, F. Dufour, and P. Bertrand, Finite fast Fourier transform filter for discrete linear systems with jump parameters. In *Proceedings of ECC 99*, 1999.
- [2] F. Bernard, F. Dufour, and P. Bertrand, On the JLQ problem with uncertainty, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(6) :869–872, 1997.
- [3] F. Bernard, F. Dufour, and P. Bertrand, Systems with markovian jump parameters : approximations for the nonlinear filtering problem. In *Proceedings of ECC 97*, Brussels, Belgium, 1997.
- [4] T. Björk, Finite optimal filters for a class of nonlinear diffusions with jumping parameters, *Stochastics*, 6 :121–138, 1982.
- [5] H.A.P. Blom, A Sophisticated Tracking Algorithm for ATC surveillance data. In *Proceedings of the International Radar Conference*, Paris, 1984.
- [6] H.A.P. Blom and Y. Bar-Shalom, The interacting multiple model algorithm for systems with markovian switching coefficients, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33(8) :780–783, 1988.
- [7] P.E. Caines and H.F. Chen, Optimal adaptive LQG control for systems with finite state process parameters, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 30(2) :185–189, 1985.
- [8] P.E. Caines and J-F. Zhang, Adaptive control for jump parameter systems via non-linear filtering. In *Proceedings of the 31st Conference on Decision and Control*, p. 699–704, Tucson, Arizona, 1992.
- [9] P.E. Caines and J-F. Zhang, On the adaptive control for jump parameter systems via non-linear filtering, *SIAM Journal of Control and Optimization*, 33(6) :1758–1777, 1995.
- [10] O.L.V. Costa, C.A.B. Raymundo, and F. Dufour, Variational inequalities for the optimal stopping with continuous control of piecewise deterministic markov processes. In *Proceedings of ACC 99*, 1999.
- [11] M.H.A. Davis, Piecewise-deterministic markov processes : A general class of non-diffusion stochastic models, *J.R. Statist. Soc. B*, 46(3) :353–388, 1984.
- [12] F. Dufour, *Contribution à l'étude des systèmes linéaires à sauts markoviens*, PhD thesis, LSS, Université Paris XI, France, 1994.
- [13] F. Dufour and P. Bertrand, The filtering problem for continuous-time linear systems with markovian switching coefficients, *Systems & Control Letters*, 23 :453–461, 1994.
- [14] F. Dufour and P. Bertrand, Stabilizing control law for hybrid models, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(11) :2354–2357, 1994.
- [15] F. Dufour and P. Bertrand, An image based filter for discrete-time markovian jump linear systems, *Automatica*, 32(2) :241–247, 1996.
- [16] F. Dufour and O.L.V. Costa, Stability of piecewise-deterministic markov processes, To appear in *SIAM Journal of Control and Optimization*, June, 1999.
- [17] F. Dufour and C. Durieu, A multiple model algorithm to fuse data for localisation of a mobile robot. In *Proceedings of the 3rd International Workshop on Advanced Motion Control*, p. 230–238, Berkeley, USA, 1994.
- [18] F. Dufour and R. Elliott, Adaptive control for linear systems with Markov perturbations, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(3) :351–372, 1998.
- [19] F. Dufour and M. Mariton, Tracking a 3d maneuvering target with passive sensors, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 27(4) :725–739, 1991.
- [20] R. Elliott, F. Dufour, and F. Sworder, Exact hybrid filters in discrete time, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(12) :1807–1810, 1996.
- [21] J. Ezzine and A.D. Haddad, On the largest-lyapunov exponent of assignement and almost sure stabilization of hybrid systems. In *Proceedings American Control Conference*, p. 805–809, USA, 1989.
- [22] X. Feng, K.A. Loparo, Y. Ji, and H.J. Chizeck, Stochastic stability properties of jump linear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(1) :38–53, 1992.
- [23] B.E. Griffiths and K.A. Loparo, Optimal control of jump-linear gaussian systems, *International Journal of Control*, 42(4) :791–819, 1985.
- [24] Y. Ji and H.J. Chizeck, Controllability, stabilizability and continuous-time Markovian jump linear quadratic control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35 :777–782, 1990.
- [25] D. Laneuville, *Processus à sauts markovien : apport des capteurs imageurs au pistage de cibles manœuvrantes*, PhD thesis, LSS, Université Paris XI, France, 1998.
- [26] D. Laneuville, F. Dufour, and P. Bertrand, Imaged based maneuvering target tracking. In *Proceedings of ACC 98*, 1998.
- [27] D. Laneuville, F. Dufour, and P. Bertrand, A new architecture for maneuvering target tracking : the hybrid imaging filter. In *Proceedings of ECC 99*, 1999.
- [28] R.S. Liptser and A.N. Shirayev, *Statistics of Random Processes I General Theory*, Springer Verlag, New York, 1977.
- [29] R.S. Liptser and A.N. Shirayev, *Statistics of Random Processes II General Theory*, Springer Verlag, New York, 1977.
- [30] K.A. Loparo, M.R. Buchner, and K. Vasudeva, Leak detection in an experimental heat exchanger process : a multiple model approach, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36 :167–177, 1991.
- [31] K.A. Loparo, Z. Roth, and S.J. Eckert, Nonlinear filtering for systems with random structure, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31(11) :1064–1068, 1986.
- [32] M. Mariton, Almost sure and moments stability of jump linear systems, *Sytems & Control Letters*, 11 :393–397, 1988.
- [33] M. Mariton, *Jump Linear Systems in Automatic Control*, Marcel Dekker, New York, 1990.
- [34] M. Mariton and P. Bertrand, Comportement asymptotique de la commande pour les systèmes linéaires à sauts markoviens, *C.R. Acad. Sciences, Paris, Série I*, 301(13) :683–686, 1985.
- [35] M. Mariton and P. Bertrand, Output feedback for a class of linear systems with stochastic jumping parameters, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 30 :898–900, 1985.
- [36] R. Pinsky and M. Scheutzwow, Some remarks and examples concerning the transience and recurrence of random diffusions, *Ann. Inst. H. Poincaré*, 28 :519–530, 1992.
- [37] R. Rishel, A strong separation principle for stochastic control systems driven by a hidden Markov model, *SIAM Journal of Control and Optimization*, 32(4) :1008–1020, 1994.
- [38] D. Sworder, Bertrand P., and F. Dufour, Dual-path algorithm for the benchmark tracking problem. In *Proceedings of the ACC 94*, p. 2088–2092, Baltimore, USA, 1994.
- [39] D.D. Sworder, Feedback control of a class of linear systems with jump parameters, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 14(1) :9–14, 1969.
- [40] D.D. Sworder, Utilization of repair capability in a stochastic dynamic systems, *J. Economic Dynamics and Control*, 5 :371–385, 1983.
- [41] D.D. Sworder, Hybrid adaptive control, *Applied Mathematics and Computation*, 45 :173–192, 1991.

## Les systèmes à sauts : théorie et applications

- [42] D.D. Sworder and R.O. Rogers, An LQ-solution to a control problem associated with a solar thermal central receiver, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 28(10) :971–978, 1983.
- [43] W.M. Wonham, Random differential equations in control theory. In A.T. Bharucha-Reid, editor, *Probabilistic Method in Applied Mathematics*, p. 131–212. Academic Press, New York, 1971.
- [44] C. Yang, *Contribution à l'étude des systèmes à sauts markoviens : détection et commande*, PhD thesis, LSS, Université Paris XI, France, 1989.
- [45] C. Yang and M. Mariton, New approximation for the partially observed jump linear quadratic problem, *International Journal Systems Science*, 22(5) :775–781, 1991.

Manuscrit reçu le 5 mars 1999.

### LES AUTEURS

Sébastien ALLAM



Ancien élève de l'Ecole Nationale Supérieure de Physique et titulaire d'un DEA en Optique, Image et Signal, il est actuellement doctorant au Laboratoire des Signaux et Systèmes. Ses thèmes de recherche actuels portent sur le traitement du Signal et des Images et leurs applications à la poursuite de cibles

François DUFOUR



Né le 9 septembre 1965, est ancien élève de l'ENS de Cachan, agrégé de Sciences Physiques (89). Il est titulaire depuis 1994 d'un doctorat en Sciences de l'Université Paris Sud et occupe un poste de chargé de recherche au CNRS. Ses principaux centres d'intérêt sont le filtrage et la commande stochastiques, les processus markoviens déterministes par morceaux, les chaînes de Markov.

Michel MARITON

Ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan. Agrégé de Physique Appliquée, il a préparé au laboratoire des Signaux et Systèmes une thèse de 3<sup>e</sup> cycle (1984), puis un doctorat ès Sciences (1986) de l'Université Paris Sud. Il est l'auteur d'une quarantaine de publications sur les systèmes stochastiques et la commande hiérarchisée, et d'un ouvrage sur les systèmes à sauts chez Marcel Dekker. Il a été responsable du laboratoire de Traitement des Images et du Signal de Matra CAP Systèmes, puis responsable de Division chez Matra SII avant de prendre tout récemment la direction de la société Instruments S.A.

Pierre BERTRAND



Né le 27 mars 1938, est ingénieur ENSEEH (63), Maître ès Sciences de l'Université Laval, Canada (65) et PhD de l'Institut Polytechnique de New York (69). Actuellement Directeur de Recherche au CNRS, il poursuit depuis de nombreuses années au sein du laboratoire des Signaux et Systèmes des recherches sur les systèmes à sauts.

Dann LANEUVILLE



Né le 26 mars 1964, a été diplômé de l'Ecole Supérieure d'Electricité en 1986. Il est actuellement ingénieur de Recherche chez Matra, initialement dans le Laboratoire de Traitement d'Images et du Signal, puis maintenant dans la division Matra BAE Dynamics. Ces dernières années, il a préparé une thèse au Laboratoire des Signaux et Systèmes sur la poursuite de cibles manoeuvrantes, qui a été soutenue le 18 septembre 1998.

Chun YANG

Né le 5 février 1964 en Chine, a été diplômé en 1984 de la Northeast University of Technology de Shenyang (Chine). Il a ensuite préparé un DEA au Laboratoire d'Automatique de Grenoble en 1986, puis une thèse de sciences à l'Université Paris Sud en 1989 dans le laboratoire des Signaux et Systèmes. Après un séjour post doctoral auprès du Professeur Bar-Shalom de l'Université du Connecticut, il a travaillé pour la Société GNC Corporation (Los-Angeles) avant de s'installer comme ingénieur conseil à Philadelphie.