

Filtrage d'antenne polypériodique et linéaire au sens large pour signaux cyclostationnaires et non circulaires

Polyperiodic and widely linear array filtering for cyclostationary and non circular signals

par Pascal CHEVALIER

Thomson-CSF-Communications, TTC/TSI/LTA,
66 rue du Fossé Blanc 92231 Gennevilliers, France
Tél : {33}01-46-13-26-98, Fax : {33}01-46-13-25-55
E-Mail : pascal.chevalier@fcc.thomson-csf.com

résumé et mots clés

Depuis plusieurs décennies, la problématique classique du filtrage d'antenne optimal considère des signaux stationnaires et consiste à implanter un filtre complexe *linéaire et invariant dans le temps* dont la sortie optimise un critère à l'ordre deux sous d'éventuelles contraintes. En restreignant l'analyse à l'exploitation des statistiques d'ordre deux des observations, l'approche précédente, bien qu'optimale pour des signaux stationnaires, devient sous-optimale pour des signaux non stationnaires pour lesquels les filtres complexes optimaux deviennent *variables dans le temps*, et plus précisément *polypériodiques* pour des observations (quasi)-cyclostationnaires, et, sous certaines conditions de non circularité, *linéaires au sens large*. En se plaçant dans le contexte de l'estimation optimale d'un signal dit utile par filtrage polypériodique d'ordre fini et potentiellement linéaire au sens large des observations, cet article vise à présenter une synthèse des principaux résultats disponibles à ce jour quant à la définition, aux performances, à la mise en œuvre et aux applications de tels filtres en environnement (quasi)-cyclostationnaire et/ou non circulaire, omniprésent en radiocommunications.

Cyclostationnaire, non circulaire, polypériodique, linéaire au sens large, filtrage d'antenne, estimation, radiocommunications, interférences.

abstract and key words

Since several decades, the optimal array filtering problem assumes stationary signals and consists mainly to implement a *linear and time invariant* complex filter whose output optimizes a second order criterion under some possible constraints. Limiting the analysis to the exploitation of the second order statistics of the data, this approach, although optimal for stationary signals, becomes sub-optimal for non stationary signals for which the optimal complex filters become *time variant*, and more precisely *polyperiodic* for (quasi)-cyclostationary signals, and, under some non circularity conditions, *widely linear*. Considering the optimal estimation of a useful signal by using a polyperiodic and potentially widely linear filtering of the data, this paper aims at presenting a synthesis of the main results available about the definition, the performance, the implementations and the applications of such spatio-temporal filters in (quasi)-cyclostationary and/or non circular context, omnipresent in radiocommunications.

Cyclostationary, non circular, polyperiodic, widely linear, array filtering, estimation, radiocommunications, interferences.

1. introduction

Depuis plusieurs décennies, la problématique classique du filtrage d'antenne optimal considère des observations stationnaires et consiste à implanter un filtre complexe, *spatio-temporel* dans le cas général, *linéaire* et *invariant dans le temps*, \mathbf{h} , dont la sortie $y(t) = \mathbf{h}^\dagger \mathbf{x}_{ST}(t)$ optimise un critère à l'ordre deux sous d'éventuelles contraintes [10], où \dagger signifie transposé conjugué et où $\mathbf{x}_{ST}(t)$ est le vecteur des enveloppes complexes des observations spatio-temporelles en sortie des capteurs. En restreignant l'analyse à l'exploitation des statistiques d'ordre deux des observations, l'approche précédente n'est optimale que pour des observations stationnaires et devient sous-optimale pour des observations non stationnaires [3], dont les statistiques dépendent du temps, de manière polypériodique dans le cas d'observations (quasi)-cyclostationnaires [8], et dont l'enveloppe complexe peut devenir non circulaire à l'ordre deux [11]. Plus précisément, pour des observations non stationnaires, les filtres complexes optimaux deviennent *variables dans le temps*, et plus précisément *polypériodiques* pour des observations (quasi)-cyclostationnaires, et, sous certaines conditions de non circularité présentées dans [3] et [12], *linéaires au sens large* [12], c'est-à-dire pondérant indépendamment et de manière linéaire le vecteur observation et son complexe conjugué. Dans ces conditions, la sortie des filtres complexes optimaux prend la forme [3] $y(t) = \mathbf{h}_1(t)^\dagger \mathbf{x}_{ST}(t) + \mathbf{h}_2(t)^\dagger \mathbf{x}_{ST}(t)^*$, où $*$ signifie complexe conjugué et où $\mathbf{h}_1(t)$ et $\mathbf{h}_2(t)$ sont des filtres spatio-temporels complexes variables dans le temps.

Quelques travaux sur les filtres optimaux variables dans le temps ont d'ores et déjà été publiés dans le domaine temporel et pour des signaux (quasi)-cyclostationnaires [8] [16]. D'autre-part, les filtres complexes linéaires au sens large ont été introduits pour la première fois dans [2] mais dans un contexte très restrictif. Leur intérêt pour des signaux (quasi)-cyclostationnaires a été mis en évidence plus récemment [8] mais sans aucune démonstration d'optimalité et sans aucune référence au concept de non circularité. Ce n'est que tout récemment que leur intérêt en contexte non circulaire a été démontré, essentiellement par l'équipe du professeur Picinbono, pour des problèmes d'estimation [12], de détection [1] [14] et de prédiction [13]. Enfin, signalons que l'intérêt de pondérer séparément $\mathbf{x}(t)$ et $\mathbf{x}(t)^*$ en contexte non circulaire n'est pas limité aux filtres linéaires au sens large mais concerne également les filtres complexes non linéaires plus généraux tels que les filtres de Volterra complexes d'ordre p [5].

En se plaçant dans le contexte de l'estimation optimale d'un signal dit utile par filtrage spatio-temporel, polypériodique (d'ordre fini) et/ou linéaire au sens large des observations, cet article vise à présenter une synthèse des principaux résultats disponibles à ce jour quant à la définition, aux performances, à la mise en œuvre et aux applications de tels filtres en environnement (quasi)-cyclostationnaire et/ou non circulaire, omniprésent en radiocommunications.

2. modèle et statistiques des observations

2.1. modèle des signaux reçus par les capteurs

On considère une antenne à N capteurs à bande étroite (BE) et on note $\mathbf{x}(t)$ le vecteur des enveloppes complexes des signaux à la sortie de ces capteurs. On suppose que chacun de ces capteurs reçoit la contribution d'un bruit, supposé centré, stationnaire et spatialement blanc, et de $P + 1$ sources à BE, statistiquement indépendantes et (quasi)-cyclostationnaires. L'une de ces sources est considérée comme source utile ou source d'intérêt pour le récepteur alors que les P autres sources sont des interférences. Sous ces hypothèses, le vecteur $\mathbf{x}(t)$ s'écrit

$$\mathbf{x}(t) = s(t)e^{j(\Delta\omega_s t + \phi_s)} \mathbf{s} + \sum_{p=1}^P m_p(t)e^{j(\Delta\omega_p t + \phi_p)} \mathbf{J}_p + \mathbf{b}_f(t) \quad (1a)$$

$$= s(t)e^{j(\Delta\omega_s t + \phi_s)} \mathbf{s} + \mathbf{b}_T(t) \quad (1b)$$

où $\mathbf{b}_f(t)$ est le vecteur bruit de fond, $s(t)$, $\Delta\omega_s = 2\pi\Delta f_s$, ϕ_s et \mathbf{s} correspondent respectivement à l'enveloppe complexe, supposée centrée et (quasi)-cyclostationnaire, au résidu de porteuse, à la phase et au vecteur directeur du signal utile, $m_p(t)$, $\Delta\omega_p = 2\pi\Delta f_p$, ϕ_p et \mathbf{J}_p correspondent respectivement à l'enveloppe complexe, supposée centrée et (quasi)-cyclostationnaire, au résidu de porteuse, à la phase et au vecteur directeur de l'interférence p et $\mathbf{b}_T(t)$ est le vecteur bruit total, somme des contributions du bruit de fond et des interférences.

2.2. statistiques d'ordre deux des observations

Sous les hypothèses précédentes, en introduisant la convention suivante $u^\varepsilon \triangleq u$ si $\varepsilon = +1$ et $u^\varepsilon \triangleq u^*$, $\varepsilon = -1$, les première et seconde matrice de corrélation du vecteur $\mathbf{x}(t)$, définies par $R_x(t, \tau, \varepsilon) \triangleq E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t-\tau)^\varepsilon]$ lorsque ε vaut respectivement $+1$ et -1 , sont données par

$$R_x(t, \tau, \varepsilon) = \pi_s(t, \tau, \varepsilon) e^{j[(1-\varepsilon)(\Delta\omega_s t + \phi_s) + \varepsilon\Delta\omega_s \tau]} \mathbf{s}\mathbf{s}^\varepsilon \dagger + \sum_{p=1}^P \pi_p(t, \tau, \varepsilon) e^{j[(1-\varepsilon)(\Delta\omega_p t + \phi_p) + \varepsilon\Delta\omega_p \tau]} \mathbf{J}_p \mathbf{J}_p^\dagger + \eta_2(\tau) \delta(1-\varepsilon) \mathbf{I} \quad (2)$$

où $\pi_i(t, \tau, \varepsilon) \triangleq E[m_i(t)m_i(t-\tau)^\varepsilon]$, $i = s$ ou p ($1 \leq p \leq P$), $\eta_2(\tau)$ est la fonction de corrélation de chaque composante du vecteur $\mathbf{b}_f(t)$, \mathbf{I} est la matrice identité et $\delta(\cdot)$ est le symbole de Kronecker. Notons que la contribution du bruit de fond dans

$R_x(t, \tau, -1)$ est nulle à cause de la stationnarité de celui-ci, laquelle engendre sa circularité à l'ordre deux [5] [11].

La (quasi)-cyclostationnarité des sources engendre la (quasi) ou (poly)-périodicité des fonctions de corrélation instantanées $\pi_i(t, \tau, \varepsilon)$. Celles-ci admettent donc une décomposition en série de Fourier et l'on peut écrire

$$\pi_i(t, \tau, \varepsilon) = \sum_{\alpha_{i\varepsilon}} \pi_i^{\alpha_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon) e^{j2\pi\alpha_{i\varepsilon}t} \quad (3)$$

où les quantités $\alpha_{i\varepsilon}$ sont les fréquences cycliques de la source i associées au moment d'ordre deux indicé par ε et où $\pi_i^{\alpha_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon)$ correspond à la fonction de corrélation cyclique de la source i , indicée par ε et définie par

$$\pi_i^{\alpha_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon) = \langle \pi_i(t, \tau, \varepsilon) e^{-j2\pi\alpha_{i\varepsilon}t} \rangle \triangleq \pi_i \gamma_i^{\alpha_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon) \exp(j\psi_i^{\alpha_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon)) \quad (4)$$

où le symbole $\langle \cdot \rangle$ correspond à l'opération de moyennage temporel en la variable t sur un horizon d'observation infini, où $\pi_i \triangleq \pi_i^0(0, +1)$ est la moyenne temporelle de la puissance instantanée de la source i reçue par un capteur omnidirectionnel et où $\gamma_i^{\alpha_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon)$ ($0 \leq \gamma_i^{\alpha_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon) \leq 1$) et $\psi_i^{\alpha_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon)$ sont respectivement le module et la phase du coefficient de corrélation cyclique de la source i , $\pi_i^{\alpha_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon)/\pi_i$, indicé par ε .

En utilisant les expressions (3) et (4), l'expression (2) s'écrit

$$R_x(t, \tau, \varepsilon) = \sum_{\alpha_\varepsilon} R_x^{\alpha_\varepsilon}(\tau, \varepsilon) e^{j2\pi\alpha_\varepsilon t} \quad (6)$$

où la matrice de corrélation cyclique $R_x^{\alpha_\varepsilon}(\tau, \varepsilon)$ s'écrit

$$\begin{aligned} R_x^{\alpha_\varepsilon}(\tau, \varepsilon) &\triangleq \langle R_x(t, \tau, \varepsilon) e^{-j2\pi\alpha_\varepsilon t} \rangle \\ &= \pi_s \gamma_s^{\beta_{s\varepsilon}}(\tau, \varepsilon) \exp(j\varphi_s^{\beta_{s\varepsilon}}(\tau, \varepsilon)) \mathbf{s}\mathbf{s}^{\dagger} + \sum_{p=1}^P \pi_p \gamma_p^{\beta_{p\varepsilon}}(\tau, \varepsilon) \\ &\quad \exp(j\varphi_p^{\beta_{p\varepsilon}}(\tau, \varepsilon)) \mathbf{J}_p \mathbf{J}_p^{\dagger} + \eta_2(\tau) \delta(\alpha_\varepsilon, 1 - \varepsilon) \mathbf{I} \quad (7) \end{aligned}$$

avec les notations et conventions suivantes pour $i = s$ ou $i = p$, ($1 \leq p \leq P$),

$$\beta_{i\varepsilon} \triangleq \alpha_\varepsilon - (1 - \varepsilon) \Delta f_i \quad (8)$$

$$\varphi_i^{\beta_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon) \triangleq \psi_i^{\beta_{i\varepsilon}}(\tau, \varepsilon) + (1 - \varepsilon) \phi_i + \varepsilon \Delta \omega_i \tau \quad (9)$$

$$\delta(\alpha_\varepsilon, 1 - \varepsilon) \triangleq 1 \quad \text{si } [\alpha_\varepsilon = 0 \text{ et } \varepsilon = 1] \quad \text{et } 0 \text{ sinon} \quad (10)$$

2.3. exemples

Les figures 1 et 2 illustrent les variations des deux coefficients $\gamma_i^\alpha(\tau, \varepsilon)$, pour respectivement $\varepsilon = 1$ et $\varepsilon = -1$, en fonction des paramètres τ/T_e et αT_e (T_e est la période d'échantillonnage) pour une modulation BPSK non filtrée, laquelle est non circulaire à l'ordre deux. Pour cette modulation, les coefficients $\gamma_i^\alpha(\tau, \varepsilon)$

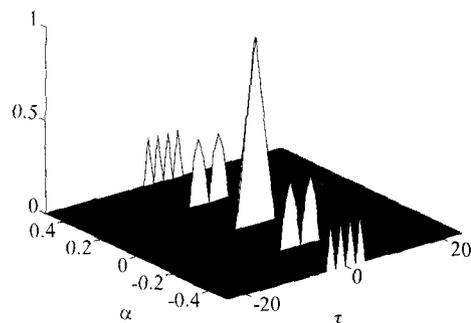


Figure 1. $-\gamma_i^\alpha(\tau, \varepsilon = +1)$.

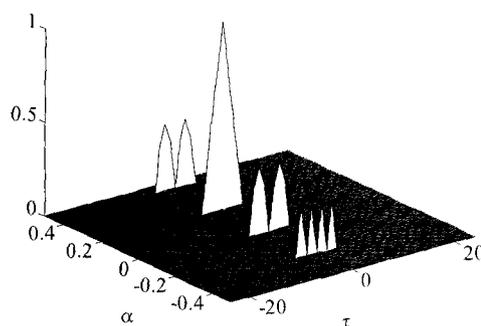


Figure 2. $-\gamma_i^\alpha(\tau, \varepsilon = -1)$.

$\gamma_i^\alpha(\tau, \varepsilon = +1)$ et $\gamma_i^\alpha(\tau, \varepsilon = -1)$ en fonction de τ/T_e et αT_e . Modulation BPSK non filtrée, $T_e = T_i/4$, $\Delta f_i T_e = 0.1$.

présentent de l'énergie pour certaines valeurs de τ lorsque $\beta_{i\varepsilon}$ est multiple de l'inverse de la durée symbole. A titre indicatif, la modulation analogique d'amplitude (AM) et la modulation GMSK sont également non circulaires à l'ordre deux.

3. problématique du filtrage polypériodique d'ordre M optimal

En présence de signaux (quasi)-cyclostationnaires, omniprésents en radiocommunications (modulations numériques), dont les statistiques sont des fonctions polypériodiques du temps, les filtres complexes optimaux $h_1(t)$ et $h_2(t)$ deviennent eux aussi polypériodiques. Dans ces conditions, ces filtres optimaux admettent une décomposition en série (ou somme de séries) de Fourier. En ne conservant, dans l'expression de la sortie $y(t)$, qu'un nombre fini M de termes de ces séries, dans le souci de rendre possible une mise en œuvre pratique de ces filtres, on définit le concept de

filtre spatio-temporel polypériodique d'ordre M , potentiellement linéaire au sens large, par le filtre dont la sortie s'écrit

$$y(t) = \mathbf{h}_1^\dagger \mathbf{x}_{ST}(t) + \sum_{m=2}^M \mathbf{h}_m^\dagger \mathbf{x}_{ST}(t - \Delta_m)^{\zeta_m} \exp(j2\pi\alpha_m t) \quad (11)$$

où $\mathbf{x}_{ST}(t) \triangleq (\mathbf{x}(t)^T, \mathbf{x}(t - T_e)^T, \dots, \mathbf{x}(t - (L-1)T_e)^T)^T$, les filtres $\mathbf{h}_m (1 \leq m \leq M)$, de dimension $(NL \times 1)$, sont des filtres invariants dans le temps, $\zeta_m = \pm 1$, ($2 \leq m \leq M$), avec la convention $\mathbf{x}^1 \triangleq \mathbf{x}$ and $\mathbf{x}^{-1} \triangleq \mathbf{x}^*$, et où le choix des paramètres Δ_m , ζ_m , et des fréquences cycliques $\alpha_m (2 \leq m \leq M)$ doit être optimisé.

Le filtre défini par (11) est dit respectivement *spatial*, *temporel* ou *spatio-temporel* si les $(NL \times 1)$ vecteurs $\mathbf{h}_m (1 \leq m \leq M)$ sont tels que respectivement $L = 1$, $N = 1$ ou ($L \neq 1$ et $N \neq 1$). Le filtre est dit *linéaire* si $\zeta_m = +1 (2 \leq m \leq M)$ et *linéaire au sens large* autrement. Il est dit *invariant dans le temps* si $\alpha_m = 0, (2 \leq m \leq M)$, et *variable dans le temps* autrement. Notons que le filtrage d'antenne linéaire et invariant correspond au cas $M = 1$. Sous les hypothèses précédentes, le problème de l'estimation optimale du signal utile par filtrage polypériodique d'ordre M et potentiellement linéaire au sens large, consiste à trouver les filtres $\mathbf{h}_m (1 \leq m \leq M)$ ainsi que les triplets $(\Delta_m, \zeta_m, \alpha_m), (2 \leq m \leq M)$, de sorte que la sortie $y(t)$ corresponde à la meilleure estimée possible du signal utile, $x_s(t) \triangleq s(t)e^{j(\Delta\omega_s t + \phi_s)}$, au sens d'un certain critère.

4. filtre polypériodique d'ordre M optimal

4.1. critère de performance

Nous introduisons, dans ce paragraphe, un critère de performance visant à quantifier la qualité de restitution du signal utile en sortie d'un filtre spatio-temporel polypériodique d'ordre M . Pour ce faire, on définit les vecteurs $(MNL \times 1)\mathbf{H}$ et $\mathbf{X}(t)$ respectivement par $\mathbf{H} \triangleq (\mathbf{h}_1^T, \mathbf{h}_2^T, \dots, \mathbf{h}_M^T)^T$ et

$$\mathbf{X}(t) \triangleq [\mathbf{x}_{ST}(t)^T, \exp(j2\pi\alpha_2 t)\mathbf{x}_{ST}(t - \Delta_2)^{\zeta_2 T}, \dots, \exp(j2\pi\alpha_M t)\mathbf{x}_{ST}(t - \Delta_M)^{\zeta_M T}]^T.$$

Dans ces conditions, l'expression (11) prend la forme

$$y(t) = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{X}(t) \quad (12)$$

En introduisant les vecteurs $\mathbf{S}(t)$ et $\mathbf{B}_T(t)$, de dimension MNL , définis par le vecteur $\mathbf{X}(t)$ respectivement en absence de bruit total et en absence de signal utile, l'expression (12) s'écrit

$$y(t) = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{S}(t) + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{B}_T(t) \quad (13)$$

Dès lors, si on appelle signal utile en sortie de \mathbf{H} , tous les termes de $y(t)$ proportionnels à $x_s(t)$, et bruit global en sortie de \mathbf{H} tous les termes décorrélés de $x_s(t)$, le concept de rapport signal sur bruit global en sortie de \mathbf{H} , noté $\rho[\mathbf{H}]$, peut être défini sans ambiguïtés. S'il est évident que le terme $\mathbf{H}^\dagger \mathbf{B}_T(t)$ appartient au bruit global, le terme $\mathbf{H}^\dagger \mathbf{S}(t)$ contient à la fois une composante utile et des composantes de bruit global. En appliquant le théorème de projection orthogonale sur le signal utile complexe $x_s(t)$ pour chaque composante du vecteur $\mathbf{S}(t)$, avec le produit scalaire $(\mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t)) \triangleq \langle E[\mathbf{u}(t)\mathbf{v}(t)^*] \rangle$, le vecteur $\mathbf{S}(t)$ s'écrit

$$\mathbf{S}(t) = x_s(t)\mathbf{S} + \mathbf{I}(t) \quad (14)$$

où $\langle E[\mathbf{I}(t)x_s(t)^*] \rangle = 0$ et où \mathbf{S} est un vecteur constant dont les composantes sont les coefficients de $x_s(t)$ apparaissant dans la projection orthogonale des composantes de $\mathbf{S}(t)$ sur $x_s(t)$. Insérant (14) dans (13) et définissant $\mathbf{B}(t) \triangleq \mathbf{I}(t) + \mathbf{B}_T(t)$, il devient évident que le signal utile en sortie de \mathbf{H} correspond au terme $x_s(t)\mathbf{H}^\dagger \mathbf{S}$ alors que le terme $\mathbf{H}^\dagger \mathbf{B}(t)$ est le terme de bruit global. De ces termes, on déduit l'expression de $\rho[\mathbf{H}]$, pris comme critère de performances, donné par

$$\rho[\mathbf{H}] \triangleq \pi_s \left| \mathbf{H}^\dagger \mathbf{S} \right|^2 / \mathbf{H}^\dagger R_B \mathbf{H} \quad (15)$$

où $\pi_s \triangleq \langle E[|x_s(t)|^2] \rangle$ et $R_B \triangleq \langle E[\mathbf{B}(t)\mathbf{B}(t)^\dagger] \rangle$. Il est facile de vérifier que

$$\rho[\mathbf{H}] \triangleq \pi_s / \text{EQM}[\mathbf{H}/\mathbf{S}^\dagger \mathbf{H}] \quad (16)$$

ce qui relie le rapport signal sur bruit global et l'EQM (Erreur Quadratique Moyenne) en sortie de \mathbf{H} , où $\text{EQM}[\mathbf{H}]$ correspond à l'EQM entre $x_s(t)$ et $\mathbf{H}^\dagger \mathbf{X}(t)$.

4.2. filtre polypériodique d'ordre M optimal

On déduit de (15) l'expression du filtre polypériodique d'ordre M optimal donnée par

$$\mathbf{H}_o = \mu_1 R_B^{-1} \mathbf{S} = \mu_2 R_X^{-1} \mathbf{r}_{Xs} \quad (17)$$

où $R_X \triangleq \langle E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}(t)^\dagger] \rangle$, $\mathbf{r}_{Xs} \triangleq \langle E[\mathbf{X}(t)x_s(t)^*] \rangle$ et où μ_1 et μ_2 sont des constantes arbitraires. Utilisant (17) dans (15), le rapport $\rho[\mathbf{H}]$ maximal en sortie de \mathbf{H}_o est donné par

$$\rho_o \triangleq \pi_s \mathbf{S}^\dagger R_B^{-1} \mathbf{S} \quad (18)$$

L'expression (17) montre que les filtres \mathbf{H} optimaux sont proportionnels au filtre de Wiener polypériodique d'ordre M , obtenu pour $\mu_2 = 1$.

5. performances du filtre polypériodique d'ordre M optimal

L'expression analytique du gain en performances, G_o , obtenu en utilisant le filtre de Wiener polypériodique d'ordre M au lieu du filtre de Wiener classique ($M = 1$) est présentée dans les références [3] [4] pour des cas particuliers correspondant à $L = 1$, $M = 2$ et $P = 1$. Ces calculs, conjointement à d'autres plus fouillés, montrent que lorsque le signal utile et le brouilleur ne partagent aucune fréquence cyclique, ρ_o et G_o sont indépendants de la phase différentielle du brouilleur et du signal et deviennent des fonctions croissantes du module des coefficients de corrélation cyclique du signal utile et du brouilleur aux points respectivement $(\Delta_2, \zeta_2, \beta_{s2})$ et $(\Delta_2, \zeta_2, \beta_{12})$, c'est-à-dire des fonctions croissantes des quantités $\gamma_s^{\beta_{s2}}(\Delta_2, \zeta_2)$ et $\gamma^{\beta_{12} \rightarrow s}(\Delta_2, \zeta_2)$, où $\beta_{s2} \triangleq \alpha_2 - (1 - \zeta_2)\Delta f_s$ et $\beta_{12} \triangleq \alpha_2 - (1 - \zeta_2)\Delta f_1$. L'intérêt du filtre de Wiener polypériodique d'ordre M est montré sur la figure 3 qui décrit, pour $P = 1$ et pour $N = 1$ et $N = 2$, les variations de ρ_o en sortie du filtre de Wiener classique ($M = 1$), noté (W), et en sortie du filtre de Wiener polypériodique d'ordre M , noté (WC), en fonction du produit $T_s \times \Delta f_1$, où T_s est la durée symbole du signal utile, supposé modulé numériquement et linéairement. Le signal et le brouilleur sont des signaux BPSK dont le filtre de mise en forme est un 1/2 Nyquist de roll-off égal à 1. Le réseau de capteurs est supposé linéaire équiécarté avec un espacement capteurs d'une demi longueur d'onde. Les signaux ont un angle de site nul et un azimut calculé par rapport à la normale au réseau. Le signal utile a un azimut de 0° avec $\Delta f_s = \phi_s = 0$, un rapport signal sur bruit de fond de 5 dB et une durée symbole $T_s = 6T_e$, où T_e est la période d'échantillonnage. L'azimut du brouilleur est de 5° avec $\phi_1 = 0$, un rapport brouilleur sur bruit de fond de 20 dB et une durée symbole $T_1 = T_s$. Pour tous les filtres $L = 6$ et pour le filtre de Wiener polypériodique d'ordre M , $M = 4$ avec $(\Delta_2, \zeta_2, \alpha_2) = (0, -1, 2\Delta f_1)$, $(\Delta_3, \zeta_3, \alpha_3) = (0, -1, 2\Delta f_1 + 1/T_1)$, $(\Delta_4, \zeta_4, \alpha_4) = (0, -1, 2\Delta f_1 - 1/T_1)$. Ces triplets sont tels que les coefficients de corrélation cyclique du brouilleur, $\gamma_1^{\beta_{1k}}(\Delta_k, \zeta_k)$ ($2 \leq k \leq 4$), sont non nuls. Le filtre de Wiener polypériodique d'ordre $M = 4$ considéré est donc linéaire au sens large.

Les courbes de la figure 3 montrent, pour $N = 1$, un gain en performances du filtre polypériodique par rapport au filtre classique d'autant plus important que l'écart entre les porteuses du signal utile et du brouilleur diminue. En outre, ces courbes montrent que le filtre polypériodique a la capacité de rejeter le brouilleur avec une réception mono-capteur en dépit du fort taux de recouvrement spectral entre le signal et le brouilleur. L'exploitation de la dimension spatiale en plus de la dimension temporelle ($N = 2$) accroît les performances des traitements aussi bien classiques que cycliques mais diminue la différence de performances entre ces deux traitements. En fait ce résultat

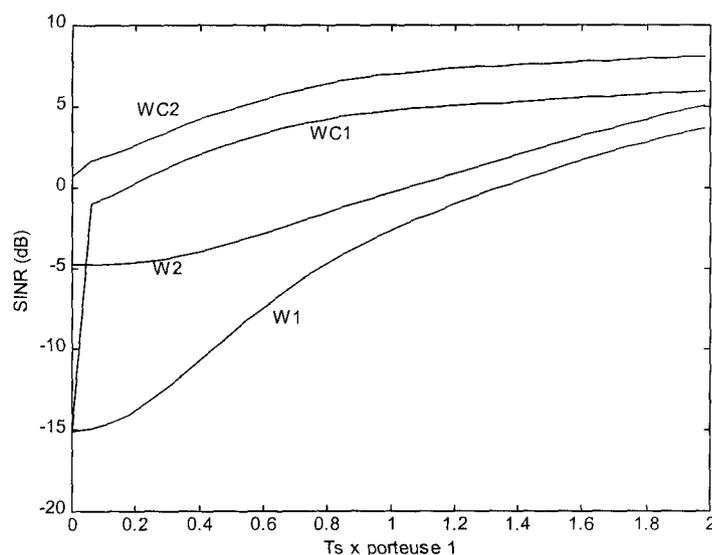


Figure 3. – SINR en sortie des filtres de Wiener (W) et Wiener Cyclique (WC) en fonction de $T_s \times D_{f_1}$ pour $N = 1$ et 2.

montre que le filtrage polypériodique et linéaire au sens large peut être d'un grand secours dans les cas où le traitement spatial est limité (sources proches ou nombre de capteurs très réduit).

6. mises en œuvre et applications du filtre polypériodique d'ordre M optimal

La mise en œuvre du filtre de Wiener polypériodique d'ordre M nécessite la connaissance ou l'estimation a priori du vecteur S , ou, ce qui est équivalent, du vecteur r_{X_S} . Ce vecteur peut être facilement estimé à partir des observations dès lors que le signal utile est connu du récepteur sur une certaine durée. Cela est généralement le cas en radiocommunications où des séquences d'apprentissage, connues du récepteur, sont introduites dans les trames de la forme d'onde pour permettre en particulier la synchronisation de la liaison et pour faciliter la démodulation. Dans ces conditions, la mise en œuvre du filtre de Wiener polypériodique d'ordre M peut s'effectuer à partir de l'utilisation d'un quelconque algorithme adaptatif (gradient ou moindres carrés) visant à minimiser l'EQM entre $x_s(t)$ et $y(t)$ sur la durée de la séquence d'apprentissage. Dans ce contexte, le filtre de Wiener polypériodique d'ordre M peut-être utilisé pour la prise de synchronisation en présence d'interférences (quasi)-cyclostationnaires et/ou non circulaires à l'ordre deux, comme alternative au filtre de Wiener spatial classique [15]. Il peut également servir de filtre de mise en forme du signal utile avant l'étape de démodulation de signaux aussi bien analogiques que numériques. Dans ce dernier cas, bien que le Taux d'Erreurs Binaires (TEB) après démodulation ne soit pas

le critère optimisé par le filtre de Wiener polypériodique d'ordre M , des gains sur le TEB après démodulation sont généralement obtenus lorsque ce filtre est utilisé à la place du filtre de Wiener classique en environnement (quasi)-cyclostationnaire et/ou non circulaire.

Toutefois, lorsqu'une séquence d'apprentissage connue du récepteur n'est pas disponible *a priori*, comme cela est le cas en écoute passive, la mise en œuvre précédemment décrite n'est plus possible et des alternatives doivent être trouvées. Une de ces alternatives est proposée dans [6]. L'objectif est de construire, soit à partir d'une information sur la direction d'arrivée de l'utile (mise en œuvre informée), soit de manière complètement autodidacte, un signal de référence ayant de bonnes propriétés [6], à partir des observations. Dès lors, la mise en œuvre, dans un second temps, du filtre de Wiener polypériodique d'ordre M à partir de cette référence estimée peut être envisagée.

7. conclusion

Une brève synthèse des principaux résultats disponibles à ce jour concernant les filtres spatio-temporels polypériodiques d'ordre M , potentiellement linéaires au sens large, optimaux pour l'estimation d'un signal en présence d'interférences (quasi)-cyclostationnaires et potentiellement non circulaires a été présentée dans ce court article. Les résultats décrits montrent que ces filtres s'avèrent prometteurs pour un certain nombre d'applications tels que la prise de synchronisation en radiocommunications. Toutefois, des travaux complémentaires doivent être menés pour développer les structures polypériodiques d'ordre M optimales pour la démodulation de signaux numériques, lesquelles utilisent explicitement la connaissance de la durée symbole de l'utile. La problématique associée devient alors une problématique de décision et non plus d'estimation. Les récepteurs associés peuvent être appelés récepteurs ou égaliseurs cycliques. Des travaux préliminaires sur ce sujet ont été effectués tout récemment à TCC en réception mono-capteur [9]. D'autres travaux de ce type sont présentés dans [7] pour une réception multi-capteurs. Toutefois, ces travaux appellent d'autres, aussi bien pour les radiocommunications que pour l'écoute passive. L'une des applications de ce type de récepteurs concerne l'augmentation de capacité des réseaux de radiocommunications de type FDMA, pour lesquels une réduction de l'écart entre canaux fréquentiels à performances ou à qualité de liaison constante peut être envisagée par la mise en œuvre de récepteurs polypériodiques et/ou linéaires au sens large mono ou multi-capteurs.

BIBLIOGRAPHIE

[1] P.O. Amblard, P. Duvaut, «Filtrage adapté dans le cas gaussien complexe non circulaire», *Proc. GRETSI*, vol 15, N°4, pp. 141-144, Juan-Les-Pins (France), Sept. 1995.

- [2] W.M. Brown, R.B. Crane, «Conjugate linear filtering», *IEEE Trans. Information Theory*, vol 15, N°4, pp. 462-465, July. 1969.
- [3] P. Chevalier, «Optimal array processing for non stationary signals», *Proc. ICASSP*, pp. 2868-2871, Atlanta (USA), May 1996.
- [4] P. Chevalier, «Optimal time invariant and widely linear spatial filtering for radiocommunications», *Proc. EUSIPCO*, pp. 559-562, Trieste (Italy), Sept. 1996.
- [5] P. Chevalier, P. Duvaut, B. Picinbono, «Le filtrage de Volterra transverse réel et complexe en traitement du signal», *Traitement du Signal*, Numéro spécial non linéaire - non Gaussien, Vol 7, N° 5, pp 451-475, 1991.
- [6] P. Chevalier, A. Maurice, «Blind and informed cyclic array processing for cyclostationary signals», *Proc EUSIPCO*, pp. 1645-1648, Rhodes (Greece), Sept. 1998.
- [7] P. Forster, T. Aste, L. Fety, «Multisensors receivers using a filtered reference : application to GSM», *Proc ICUPC*, Florence (Italie), 1998.
- [8] W.A. Gardner, «Cyclic Wiener filtering : theory and method», *IEEE Trans. on Communications*, vol 41, N°1, pp. 151-163, Jan. 1993.
- [9] G. Latouche, D. Pirez, P. Vila, «MMSE Cyclic Equalization», *Proc. MILCOM*, pp. 150-154, Boston, Oct. 1998.
- [10] R.A. Monzingo, T.W. Miller, «Introduction to adaptive arrays», John Wiley and Sons, New York, 1980.
- [11] B. Picinbono, «On Circularity», *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol 42, N°12, pp. 3473-3482, Dec 1994.
- [12] B. Picinbono, P. Chevalier, «Widely linear estimation with complex data», *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol 43, N°8, pp. 2030-2033, Aug. 1995.
- [13] B. Picinbono, P. Bondon, «Second order statistics of complex signals», *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol 45, N°2, pp. 411-420, Feb. 1997.
- [14] B. Picinbono, P. Chevalier, «Extensions of the minimum variance method», *Signal Processing Elsevier*, Vol 49, pp. 1-9, 1996.
- [15] F. Pipon, P. Chevalier, «Procédé et dispositif permettant à un modem de se synchroniser sur un transmetteur de données numériques par voie hertzienne en présence de brouilleurs», *Brevet 9400634*, 1994.
- [16] J.H. Reed, T.C. Hsia, «The performance of Time-Dependent adaptive filters for interference rejection», *IEEE Trans. Acou. Speech. and Signal Processing*, Vol 38, N°8, pp. 1373-1385, Aug. 1990.

Manuscrit reçu le 3 mars 1999.

L' AUTEUR

Pascal CHEVALIER



Ingénieur diplômé de l'Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ENSTA 85) et Docteur en Sciences de l'université de Paris Sud depuis 91, il est actuellement Ingénieur Expert au sein du service Traitement de Signal de la société Thomson-CSF-Communications et membre du Collège Scientifique et Technique du groupe Thomson-CSF. Il concilie activités industrielles (études, expérimentations, expertises, encadrement, négociations...), enseignement (ESE, EN-

STA, DEA Université de Cergy-Pontoise) et recherche. Ses domaines d'activités concernent le traitement d'antenne (goniométrie et filtrage), qu'il soit informé ou autodidacte, à l'ordre deux ou aux ordres supérieurs à deux, Spatial ou Spatio-temporel, Linéaire ou non linéaire, Invariant dans le Temps ou Variable dans le Temps.