

# Transformée de Radon et filtrage Application à la détection de sillages de mobiles marins

## Radon Transform and Filtering Application to Wakes Detection

par Philippe COURMONTAGNE

Laboratoire MS-GESSY, ISITV  
Université de Toulon et du Var,  
BP 132, 83957 LA GARDE Cedex  
e.mail : colline@isitiv.univ-tln.fr

### *résumé et mots clés*

La détection de sillages de mobiles marins sur des images issues d'imageurs Radar à Synthèse d'Ouverture (RSO) est un problème actuel en traitement d'images. Cette détection s'avère être délicate compte tenu du fait que l'on ne dispose d'aucune information a priori quant à l'orientation et à l'amplitude de la trace du mobile. Pour cette raison, nous proposons une méthode basée sur la transformée de Radon qui à toute droite associe un point. Cette transformée implique le calcul d'images dans un repère en rotation et nécessite donc l'utilisation d'interpolateurs. Or les images RSO sont entachées d'un bruit de granularité, le speckle, qui affecte fortement la lisibilité du signal utile, pour cette raison nous proposons une méthode originale permettant de réaliser conjointement une interpolation et un filtrage de l'image traitée. Nous présentons des résultats après traitement sur des images RSO issues de l'imageur ERS-1 pour valider cette méthode.

Transformée de Radon, Filtrage adapté stochastique, Interpolation d'images, Sillages de mobiles marins.

### *abstract and key words*

Wakes detection on Synthetic Aperture Radar (SAR) images is an actual problem in image processing. This detection can not be made easely, effectively we have no information about the direction and the level of the wakes. For this reason, we propose a method based on the Radon transform wich makes square a straight with a point. This transform needs to compute the interpolation of the treated image. Because SAR images are affected by a granular noise called speckle which can severely degrade their quality, we propose a new interpolation method, that allows filtering the image in the same time. Experimental results on ERS-1 SAR images are given.

Radon transform, Stochastic matched filter, Interpolation, Wakes.

## 1. introduction

J. Radon, mathématicien autrichien, démontra en 1917, la possibilité de reconstruire une fonction d'un espace, à partir de la connaissance de ses intégrations le long d'hyperplans de ce même espace [13]. Cette famille d'intégrations porte depuis le nom de transformée de Radon. J. Radon établit en fait mathématiquement la réversibilité de cette transformée et donc les formules de passage entre l'espace natif d'une fonction et l'espace

de Radon, ou l'espace des projections. Cette transformée peut aisément s'étendre à  $\mathbb{R}^2$ .

Nous nous sommes intéressés à cette transformée en vue d'améliorer la détection de formes longilignes (traces de bateaux) présentes dans des images RSO<sup>1</sup> (Radar à Synthèse d'Ouverture) perturbées par des bruits de speckle et de lignage. Les systèmes RSO génèrent des images par le traitement cohérent des signaux rétrodiffusés, et par conséquent ces images sont hautement sensibles aux effets de speckle, dont la présence limite les observations

1. Notation française de SAR (Synthetic Aperture Radar).

possibles de détails liés à ces images. Dans le plan natif de l'image, la détection est délicate en raison d'une absence de connaissance a priori quant à l'orientation et à l'amplitude de la trace. Il semblerait qu'il soit plus judicieux de l'étudier dans le plan de Radon, d'où l'intérêt d'une telle étude ciblée essentiellement sur le passage direct. Il existe dans la littérature des travaux similaires, notamment ceux proposés par L.M. Murphy [12]. Ce dernier a développé une méthode de détection de formes longilignes présentes sur des images RSO en utilisant la transformée de Radon. L'originalité de notre traitement repose sur le fait que nous tenons compte de la présence du bruit sur ces images.

Nous exposerons dans une première partie, le principe de la transformée de Radon, dans le cas d'un espace à deux dimensions. Le calcul effectif de la transformée de Radon discrète implique numériquement des interpolations de l'image à traiter, afin de l'estimer dans un repère en rotation. Les images traitées étant perturbées par la présence d'un bruit granulaire, nous développerons dans une seconde partie, une méthode réalisant conjointement une interpolation et un filtrage pour le calcul des images dans le repère en rotation. Nous serons alors en mesure, dans une troisième partie, de mettre en oeuvre la transformée de Radon d'images RSO contenant au moins un linéament correspondant à un sillage de navire. Enfin, nous comparerons, dans une quatrième partie, nos résultats avec ceux obtenus par l'utilisation de la transformée de Radon classique, pour laquelle l'interpolateur utilisé est un interpolateur d'ordre 0.

## 2. la transformée de Radon

### 2.1. la transformée de Radon dans $\mathbb{R}^2$ ([7,11])

Nous adopterons pour notation de la transformée de Radon d'une fonction  $f$ , à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , définie dans  $\mathbb{R}^n$  :  $\hat{f} = Rf$ .

Soit un point de  $\mathbb{R}^n$  défini par le vecteur position  $\vec{r}$  de composantes  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , soit  $f$  une fonction à valeur dans  $\mathbb{R}^n$  et soit  $\vec{\xi}$  un vecteur unitaire, définissant un hyperplan selon l'équation  $p = \vec{\xi} \cdot \vec{r}$ .

En utilisant la fonction de Dirac, notée  $\delta$ , la transformée de Radon de  $f$  peut s'écrire :

$$Rf = \hat{f}(p, \vec{\xi}) = \int \dots \int f(\vec{r}) \delta(p - \vec{\xi} \cdot \vec{r}) d^n \vec{r} \quad (1)$$

Il s'agit donc d'une transformation de  $\mathbb{R}^n$  dans lui-même. La transformée de Radon de  $f$  est donc déterminée en intégrant  $f$  sur tous les hyperplans de l'espace. Dans le cas particulier de  $\mathbb{R}^2$ , ces hyperplans sont des droites. En effet, en prenant comme

vecteur unitaire  $\vec{\xi}$  de composantes  $(\cos \theta, \sin \theta)$ , l'équation  $p = \vec{\xi} \cdot \vec{r} = x \cos \theta + y \sin \theta$  définit la droite  $L$  passant par  $P$  de coordonnées  $(x, y) = (p \cos \theta, p \sin \theta)$  et de pente  $-\cotg \theta$ .

Dans ces conditions, la transformée de Radon d'une fonction  $f$  définie sur un domaine  $D$  de  $\mathbb{R}^2$  se note :

$$Rf = \hat{f}(p, \theta) = \int_L f(x, y) ds \quad (2)$$

où  $ds$  représente les variations élémentaires le long de la droite d'intégration  $L$  qui représente une ligne de plan.

Soit le repère cartésien  $\mathcal{R}_\theta(O, p, s)$ , obtenu à partir de  $\mathcal{R}(O, x, y)$  par une rotation de centre  $O$  et d'angle  $\theta$  compris entre 0 et  $\pi$  (cf. figure 1), nous pouvons alors exprimer  $x$  et  $y$  en fonction de  $s, p$  et  $\theta$  :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ s \end{pmatrix}$$

ceci revient donc à effectuer un changement de base, où la matrice de passage serait définie comme suit :

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Considérant la relation (2) et dans ces conditions,  $\hat{f}(p, \theta)$  devient :

$$\hat{f}(p, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(p \cos \theta - s \sin \theta, p \sin \theta + s \cos \theta) ds$$

Si de plus,  $f(x, y) = 0$  pour tout  $s$  vérifiant  $|s| \geq S$ , il vient :

$$\hat{f}(p, \theta) = \int_{-S}^{+S} f(p \cos \theta - s \sin \theta, p \sin \theta + s \cos \theta) ds \quad (3)$$

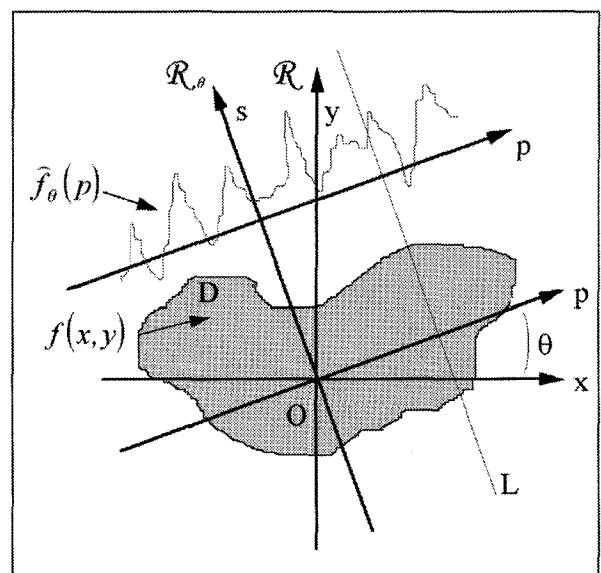


Figure 1. - Représentation de la projection  $\hat{f}_\theta(p)$ .

En utilisant la fonction de Dirac, la transformée de Radon de  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^2$  peut s'écrire :

$$\hat{f}(p, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{r}) \delta(p - x \cos \theta - y \sin \theta) d\vec{r}$$

Cette notation permet d'interpréter la transformée de Radon en terme de convolution par une fente impulsionnelle.

Pour un angle  $\theta$  fixé, la fonction  $\hat{f}(p, \theta)$  que nous noterons aussi  $\hat{f}_\theta(p)$  représente la projetée de  $f$  suivant la droite  $L$ , sur une droite orthogonale à  $L$  (cf. figure 1). Ainsi pour  $\theta$  fixé,  $\hat{f}_\theta(p)$  constitue une transformation de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$ .

## 2.2. la transformée de Radon discrète

Nous allons à présent appliquer ces définitions au cas d'une fonction  $I$ , représentant une image, qui à tout point de coordonnées  $(x, y)$  du repère cartésien  $\mathcal{R}(O, x, y)$  associe une valeur entière décrivant le niveau de gris du pixel. Les images étudiées ont été préalablement numérisées, ce qui nous amène à définir la transformée de Radon discrète.

La transformée de Radon discrète de l'image observée  $I(x, y)$  est :

$$\hat{I}_\theta(p) = \Delta s \sum_{s=-\infty}^{+\infty} I(p \cos \theta - s \sin \theta, p \sin \theta + s \cos \theta)$$

Si de plus, nous avons pour tout  $p$  et  $s$  vérifiant  $|p| \geq P_{\max}$  et  $|s| \geq S_{\max}$  :

$$I(p \cos \theta - s \sin \theta, p \sin \theta + s \cos \theta) = 0$$

nous pouvons réduire l'intervalle d'intégration, il vient :

$$\hat{I}(p_i, \theta_j) = \Delta s \sum_{k=-N}^{+N} I(p_i \cos \theta_j - s_k \sin \theta_j, p_i \sin \theta_j + s_k \cos \theta_j)$$

avec :

$$\begin{cases} N \Delta s = S_{\max} \\ i = 0, 1, \dots, N_p; p_i = i \Delta p; N_p \Delta p = P_{\max} \\ j = 0, 1, \dots, N_\theta; \theta_{N_\theta} = \pi; \theta_0 = 0 \end{cases}$$

Les nouvelles coordonnées  $(p \cos \theta - s \sin \theta, p \sin \theta + s \cos \theta)$  de l'image dans le repère en rotation ne sont pas des valeurs entières et ne correspondent donc pas au maillage natif de l'image (cf. figure 2).

Pour cette raison, le calcul effectif de la transformée de Radon d'une image implique numériquement des interpolations de cette image, afin de pouvoir déterminer avec précision le niveau de gris du pixel de coordonnées  $(p \cos \theta - s \sin \theta, p \sin \theta + s \cos \theta)$ .

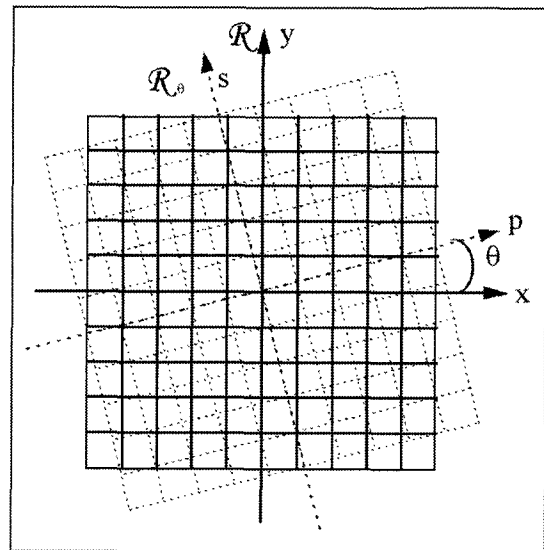


Figure 2. – Image définie dans le repère en rotation.

## 3. interpolation-filtrage d'une image en rotation

Nous désirons réaliser l'interpolation d'une image dont le signal utile est détérioré par la présence de termes perturbateurs. Il est donc nécessaire de tenir compte de la présence de ces perturbations, afin d'estimer au mieux l'image représentative du signal utile dans le repère en rotation. Dans ce but, nous allons proposer une méthode d'interpolation qui permet de réaliser conjointement un filtrage de l'image ([4,5,6]).

### 3.1. principe théorique

En premier lieu, nous allons rappeler succinctement dans ce paragraphe la théorie du filtrage adapté stochastique ([3,8,9]). Puis nous exprimerons les coefficients en série de Fourier de l'image filtrée. De cette façon, pour l'obtenir dans le repère en rotation, nous n'aurons qu'à la reconstruire en utilisant les nouvelles coordonnées des pixels.

Considérons le signal aléatoire, stationnaire, bidimensionnel, noté  $I(x, y)$ , détérioré par la présence de termes perturbateurs. Ce signal est supposé défini sur le carré du plan  $D = [-T; T] \times [-T; T]$ . Nous allons développer  $I(x, y)$  en une série de la forme :

$$I(x, y) = \sum_{i=1}^Q V_i \Psi_i(x, y) \quad \forall (x, y) \in D \quad (4)$$

Dans cette expression, les fonctions  $\Psi_i(x, y)$  représentent les fonctions de base déterministes et linéairement indépendantes, les coefficients  $V_i$  désignent des variables aléatoires, et  $Q$  représente le nombre de fonctions utilisées pour la reconstruction.

Classiquement les variables aléatoires  $V_i$  sont déterminées par :

$$V_i = \iint_D \tilde{I}(x, y) \Phi_i(x, y) dx dy \quad (5)$$

où  $\tilde{I}(x, y)$  désigne le signal aléatoire bidimensionnel avant traitement et où  $\{\Phi_i(x, y)\}$  constitue un système de fonctions déterministes à définir de telle sorte que les variables aléatoires  $V_i$  soient décorrélées.

Il est possible de montrer que la décorrélation des variables aléatoires est assurée lorsque les fonctions  $\Phi_i(x, y)$  sont solutions de l'équation intégrale suivante, pour  $(x, y) \in D$  :

$$\begin{aligned} \iint_D S(x - x', y - y') \Phi_i(x', y') dx' dy' \\ = \lambda_i \iint_D R(x - x', y - y') \Phi_i(x', y') dx' dy' \quad (6) \end{aligned}$$

Remarque : Dans le cas particulier d'un bruit à corrélation microscopique, cette équation intégrale est connue sous le nom d'équation intégrale homogène de seconde espèce de Fredholm. De plus dans ce cas particulier, le filtrage adapté stochastique devient équivalent au développement de Karhunen-Loève.

Dans la relation (6), les noyaux  $S(x - x', y - y')$  et  $R(x - x', y - y')$  représentent, respectivement, la covariance du signal et celle du bruit.

Les fonctions de base  $\Psi_i(x, y)$  sont liées aux fonctions  $\Phi_i(x, y)$  par la relation :

$$\Psi_i(x, y) = \iint_D R(x - x', y - y') \Phi_i(x', y') dx' dy' \quad (7)$$

Nous désirons réaliser l'interpolation d'une image dont le signal utile est détérioré par la présence de termes perturbateurs, les fonctions déterministes  $\Psi_i(x, y)$  choisies doivent donc contribuer en l'amélioration du rapport signal sur bruit. Il est possible de montrer qu'il en est ainsi, lorsque ces fonctions sont déterminées à partir des fonctions propres  $\Phi_i(x, y)$  associées aux valeurs propres  $\lambda_i$  supérieures à un certain seuil, fixé à l'avance et plus grand que 1. De plus, la fonction propre  $\Phi_1(x, y)$  associée à la plus grande des valeurs propres porte le nom de filtre adapté stochastique utilisable en détection.

Dans ces conditions, lorsque nous développons le bruit en série avec  $\Psi_i(x, y)$  pour fonctions de base, les coefficients de décomposition sont des variables aléatoires décorrélées de puissance égale à 1. Et lorsque nous développons le signal, les coefficients de décomposition sont décorrélés de puissance égale à  $\lambda_i$ .

Classiquement, les solutions de l'équation intégrale (6) sont déterminées en considérant l'écriture discrète de cette équation, qui s'apparente alors à un problème aux valeurs propres généralisé.

Il s'agit alors de rechercher les vecteurs propres solutions d'un faisceau de matrices. Malheureusement en raisonnant comme tel, les solutions obtenues sont liées au pas d'échantillonnage natif de l'image et peuvent donc engendrer des problèmes lors de l'interpolation. Pour cette raison, nous n'allons pas considérer l'écriture discrète, mais sa forme continue pour déterminer les fonctions  $\Phi_i(x, y)$ .

Afin de déterminer une approximation des solutions de l'équation intégrale (6), nous allons composer les noyaux et les fonctions propres avec la fonction valeur absolue translatée. Les fonctions ainsi obtenues sont définies sur le carré du plan  $D^p = [-2T; 2T] \times [-2T; 2T]$ . Pour exemple et dans le cas d'une fonction unidimensionnelle  $g(x)$ , une telle opération permet de construire la fonction  $g^p(x) = g(T - |x|)$ , telle que :

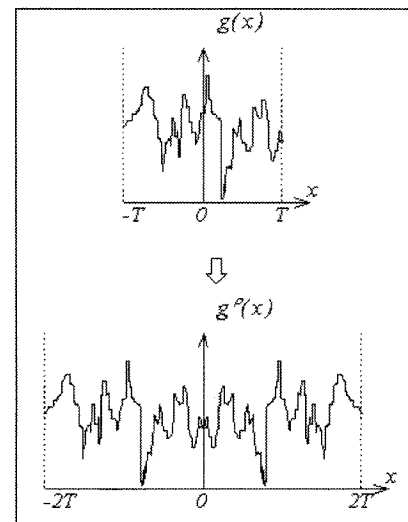


Figure 3. – Composition avec la fonction valeur absolue décalée.

Dans le cas des fonctions présentes dans l'équation intégrale (6), nous obtenons :

$$\begin{cases} S^p(x - x', y - y') = S(|x'| - |x|, |y'| - |y|) \\ R^p(x - x', y - y') = R(|x'| - |x|, |y'| - |y|) \\ \Phi_i^p(x, y) = \Phi_i^p(T - |x|, T - |y|) \end{cases}$$

Dans ces conditions, il est possible de montrer que résoudre l'équation intégrale (6) revient à déterminer les solutions de l'équation intégrale suivante, pour  $(x, y) \in D^p$  :

$$\begin{aligned} \iint_{D^p} S^p(x - x', y - y') \Phi_i^p(x', y') dx' dy' \\ = \lambda_i \iint_{D^p} R^p(x - x', y - y') \Phi_i^p(x', y') dx' dy' \quad (8) \end{aligned}$$

Les fonctions  $S^p(x - x', y - y')$ ,  $R^p(x - x', y - y')$  et  $\Phi_i^p(x', y')$  présentent alors un grand intérêt. En effet, ces fonctions étant paires par rapport à chacune des variables, elles peuvent être décomposées en séries de Fourier, tout en s'affranchissant du phénomène de Gibbs ([1,2]).

Considérons la décomposition en série de Fourier de  $\Phi_i^p(x', y')$  :

$$\Phi_i^p(x', y') = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \alpha_{n,m}^i \cos\left(\frac{\pi n}{2T} x'\right) \cos\left(\frac{\pi m}{2T} y'\right)$$

et notons  $K_{n,m}(x, y)$  et  $L_{n,m}(x, y)$  les coefficients en série de Fourier des noyaux respectivement  $S^p(x - x', y - y')$  et  $R^p(x - x', y - y')$ , ces derniers sont obtenus par résolution de :

$$\begin{cases} K_{n,m}(x, y) = \\ \frac{1}{4T^2} \iint_{D^p} S^p(x - x', y - y') \cos\left(\frac{\pi n}{2T} x'\right) \cos\left(\frac{\pi m}{2T} y'\right) dx' dy' \\ L_{n,m}(x, y) = \\ \frac{1}{4T^2} \iint_{D^p} R^p(x - x', y - y') \cos\left(\frac{\pi n}{2T} x'\right) \cos\left(\frac{\pi m}{2T} y'\right) dx' dy' \end{cases}$$

En remplaçant dans la relation (8) la fonction propre  $\Phi_i^p(x', y')$  par sa décomposition en série de cosinus, et en identifiant dans l'expression ainsi obtenue les coefficients  $K_{n,m}(x, y)$  et  $L_{n,m}(x, y)$ , il vient :

$$\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \alpha_{n,m}^i K_{n,m}(x, y) = \lambda_i \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \alpha_{n,m}^i L_{n,m}(x, y)$$

Multiplions, à présent, les deux membres de cette relation par  $\cos\left(\frac{\pi k}{2T} x\right) \cos\left(\frac{\pi l}{2T} y\right)$ , pour  $(k, l) = 0, 1, \dots, N$ . Nous obtenons après intégration par rapport aux variables  $x$  et  $y$  sur le carré  $D^p$  du plan :

$$\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \alpha_{n,m}^i \Omega_{n,m,k,l}^S = \lambda_i \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \alpha_{n,m}^i \Omega_{n,m,k,l}^R \quad (9)$$

avec :

$$\begin{cases} \Omega_{n,m,k,l}^S = \iint_{D^p} K_{n,m}(x, y) \cos\left(\frac{\pi k}{2T} x\right) \cos\left(\frac{\pi l}{2T} y\right) dx dy \\ \Omega_{n,m,k,l}^R = \iint_{D^p} L_{n,m}(x, y) \cos\left(\frac{\pi k}{2T} x\right) \cos\left(\frac{\pi l}{2T} y\right) dx dy \end{cases}$$

Le calcul des coefficients  $\Omega_{n,m,k,l}^S$  et  $\Omega_{n,m,k,l}^R$  peut être effectué numériquement à l'aide de transformées de Fourier successives.

La résolution du système (9) conduit à la détermination des coefficients en série de cosinus  $\alpha_{n,m}^i$  et des valeurs propres  $\lambda_i$  associées. Les fonctions propres recherchées  $\Phi_i(x, y)$ , pour  $(x, y) \in D$ , sont alors obtenues par la formule de reconstruction :

$$\Phi_i(x, y) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \alpha_{n,m}^i \cos\left(\frac{\pi n}{2T} (T - x)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{2T} (T - y)\right)$$

À présent, nous sommes en mesure de déterminer les fonctions propres  $\Phi_i(x, y)$  et leurs coefficients  $\alpha_{n,m}^i$ , et donc nous allons

modifier la relation (7) en vue de déterminer les coefficients en série de cosinus des fonctions  $\Psi_i(x, y)$ . En adoptant un raisonnement similaire à celui qui nous a conduit à la détermination des coefficients  $\alpha_{n,m}^i$ , nous pouvons aisément montrer :

$$\beta_{k,l}^i = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \Omega_{n,m,k,l}^R \alpha_{n,m}^i$$

avec, pour  $(x, y) \in D$  :

$$\Psi_i(x, y) = \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^N \beta_{k,l}^i \cos\left(\frac{\pi k}{2T} (T - x)\right) \cos\left(\frac{\pi l}{2T} (T - y)\right)$$

Nous allons à présent déterminer les coefficients en série de Fourier de l'image filtrée dans le repère en rotation. En considérant la fonction  $I^p(x, y) = I(T - |x|, T - |y|)$ , il est possible de modifier l'écriture de la relation (4) comme suit :

$$I^p(x, y) = \sum_{i=1}^Q V_i \Psi_i^p(x, y) \quad \forall (x, y) \in D^p$$

La fonction  $I^p(x, y)$  étant symétrique sur tous ces axes pour  $(x, y) \in D^p$ , nous pouvons la développer en série de cosinus :

$$I^p(x, y) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \vartheta_{n,m} \cos\left(\frac{\pi n}{2T} x\right) \cos\left(\frac{\pi m}{2T} y\right)$$

Dans ces conditions, la relation (4) devient équivalente à :

$$\vartheta_{n,m} = \sum_{i=1}^Q V_i \beta_{n,m}^i \quad (10)$$

Intéressons nous, à présent, à la détermination des variables aléatoires décorrélatées  $V_i$ . Nous rappelons que ces dernières sont obtenues par le calcul intégral suivant :

$$V_i = \iint_D \tilde{I}(x, y) \Phi_i(x, y) dx dy$$

Cette relation est équivalente à :

$$V_i = T^2 \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \tilde{\vartheta}_{n,m} \alpha_{n,m}^i \quad (11)$$

où  $\tilde{I}(x, y)$  et  $\tilde{\vartheta}_{n,m}$  représentent respectivement l'image et ses coefficients en série de cosinus avant traitement.

À l'aide des relations (10) et (11), nous obtenons pour l'expression des coefficients en série de cosinus  $\vartheta_{n,m}$  de l'image filtrée :

$$\vartheta_{n,m} = T^2 \sum_{i=1}^Q \left[ \beta_{n,m}^i \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \tilde{\vartheta}_{n,m} \alpha_{n,m}^i \right]$$

où  $Q$  est choisi tel que  $\lambda_Q \geq \text{seuil}$ .

Finalement, pour un angle  $\theta$  donné, l'image interpolée-filtrée sera reconstruite à l'aide de l'expression suivante :

$$I_\theta(x_\theta, y_\theta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \vartheta_{n,m} \cos\left(\frac{\pi n}{2T}(T - x_\theta)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{2T}(T - y_\theta)\right)$$

où  $x_\theta$  et  $y_\theta$  représentent les nouvelles coordonnées des pixels dans le repère en rotation.

### 3.2. traitement par imagettes et autoadaptivité

Nous sommes conscients du fait qu'une image quelconque n'est pas une réalisation d'un processus stationnaire. Bien entendu certaines images peuvent être considérées comme telles. Il en est ainsi pour les images d'état de surface de la mer, pour certaines images satellitaires, de manière générale, pour toutes les images pouvant être assimilées à une texture. Mais en général, une image ne peut être considérée comme la réalisation d'un processus stochastique stationnaire. En revanche après une opération de segmentation, on définit souvent des zones texturées. Ainsi, un ensemble possible d'imagettes extraites d'une zone texturée peut être considérée comme caractéristique d'une texture. Une zone particulière de l'image (une imagette) peut donc être considérée comme une réalisation d'un processus bidimensionnel, stochastique et stationnaire. Les dimensions de ces imagettes doivent bien évidemment être représentatives de la longueur de cohérence de la texture qu'elles décrivent. Pour chaque angle  $\theta$  donné, nous allons ainsi appliquer le traitement proposé sur des imagettes de dimensions  $M \times M$ , un balayage de toute l'image permettant de la traiter dans sa globalité.

Certains pixels présents sur les contours de l'imagette ne pourront être estimés. En effet, dans le repère en rotation  $\mathcal{R}_\theta$  les pixels présents sur les bords ont des coordonnées qui ne dépendent pas de l'imagette native dans le repère  $\mathcal{R}$  (cf. figure 2). Ce dépassement, dû à l'effet de rotation, est maximal pour un angle  $\theta$  de  $\frac{\pi}{4}$ . Il en résulte une imagette après transformation de dimensions  $N \times N$ , tel que  $N = \frac{M}{\sqrt{2}}$ . Afin d'éliminer ces effets de bord, il est nécessaire de découper l'image native de telle sorte que les contours des imagettes se superposent (cf. figure 4) et qu'il n'y ait pas d'espaces vides dans l'image  $I_\theta$  reconstituée.

Notons  $h$  la distance reliant le centre d'une imagette au centre de l'imagette adjacente (en ligne ou en colonne), cette dernière doit être telle que :

$$h = 2 \frac{L}{\cos \theta} - N \sin \theta + 1$$

avec :

$$L = \frac{(N-1)}{2}$$

Dans ces conditions, les imagettes dans le repère  $\mathcal{R}_\theta$  se superposent d'un ruban de longueur  $N - d$  et de largeur  $d$  (cf. figure 4), avec :

$$d = \frac{N \sin \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$$

Afin de s'affranchir du problème posé par les zones de recouvrement, les centres des imagettes adjacentes extraites de l'image native devront être distants de  $h - d \cos \theta$  et nous ne reconstruirons que le carré central, de dimensions  $(N - 2d) \times (N - 2d)$ , des imagettes filtrées. Chacune de ces imagettes est reconstruite avec un nombre  $Q$  de fonctions propres, différent d'une imagette à l'autre. Le choix de ce nombre dépend du rapport signal sur bruit de l'imagette traitée. En effet, il est possible de modifier l'écriture de l'équation intégrale (6), afin de faire intervenir les puissances du signal et du bruit, notées respectivement  $\sigma_S^2$  et  $\sigma_B^2$  :

$$\begin{aligned} \sigma_S^2 \iint_D S_0(x-x', y-y') \Phi_i(x', y') dx' dy' \\ = \lambda_i \sigma_B^2 \iint_D R_0(x-x', y-y') \Phi_i(x', y') dx' dy' \end{aligned}$$

où les noyaux  $S_0(x-x', y-y')$  et  $R_0(x-x', y-y')$  représentent les covariances normalisées respectivement du signal et du bruit.

En rappelant que cette équation intégrale permet l'obtention du filtre adapté stochastique rendant optimal le rapport signal à bruit

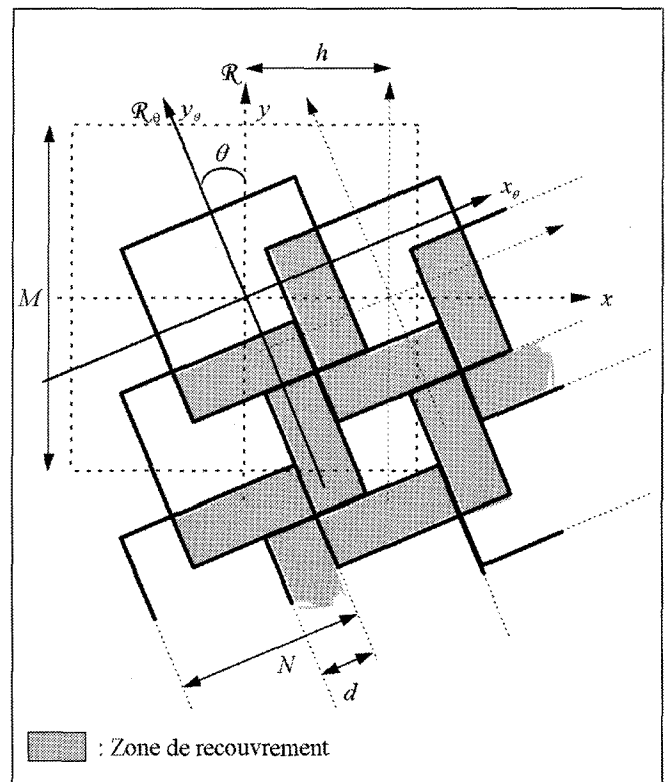


Figure 4. - Principe du découpage en imagettes.

défini par le rapport de deux formes quadratiques positives :

$$K = \frac{\iiint_{D \times D} S(x - x', y - y') \Phi(x, y) \Phi(x', y') dx dx' dy dy'}{\iiint_{D \times D} R(x - x', y - y') \Phi(x, y) \Phi(x', y') dx dx' dy dy'}$$

nous pouvons aisément montrer que le rapport signal sur bruit de la  $i^{\text{ème}}$  composante de l'imagette prend la forme suivante :

$$K_i = \lambda_i \frac{\sigma_S^2}{\sigma_B^2}$$

La puissance du bruit est estimée dans une zone homogène de l'image native, et la puissance du signal est estimée sur l'imagette traitée. Les valeurs propres  $\lambda_i$  ayant été classées par valeur décroissante, le nombre  $Q$  est alors choisi de telle sorte que  $K_Q \geq \text{seuil}$ .

Une imagette présentant un rapport signal sur bruit favorable sera donc traitée avec un plus grand nombre de fonctions propres que dans le cas d'un rapport signal sur bruit défavorable, ceci afin de restituer au mieux le signal utile présent.

Il peut bien évidemment résulter de cette interpolation par imagette un léger effet de mosaïcage de l'image interpolée-filtrée, mais ceci a peu d'impact compte tenu de la suite du traitement (somme sur les colonnes pour générer le plan de Radon).

## 4. expérimentations

Nous nous sommes intéressés à l'utilisation de la transformée de Radon en vue de mettre en valeur des structures particulières présentes sur des images d'états de surface de la mer, issues d'imageurs RSO. Ces structures sont représentées par des formes longilignes qui correspondent à des sillages de mobiles marins. Lorsque pour un angle  $\theta$  donné, l'axe des abscisses du repère  $\mathcal{R}_\theta$  est perpendiculaire à la direction de la forme allongée, la transformée de Radon de l'image provoque l'apparition d'un motif particulier (cf. figure 5, pour un segment de droite positionné horizontalement, avec sur l'axe des ordonnées l'angle  $\theta \in [0, \pi]$ ). Deux motifs apparaîtront si le sillage est décrit par un « V ».

Afin de valider le traitement proposé, nous l'avons appliqué sur une image RSO générée par l'imageur ERS-1, représentant le fjord d'Oslo et sur laquelle est présente une trace de mobile marin se dirigeant du nord vers le sud. Cette image a préalablement été seuillée afin d'atténuer la dynamique des pixels décrivant le navire. Nous pouvons constater qu'elle est fortement détériorée par la présence d'un bruit granulaire multiplicatif, le speckle (le caractère multiplicatif du speckle ayant fait l'objet de nombreuses études, notamment [14]), affectant grandement la lisibilité de la trace.

Cette image est présentée figure 6.

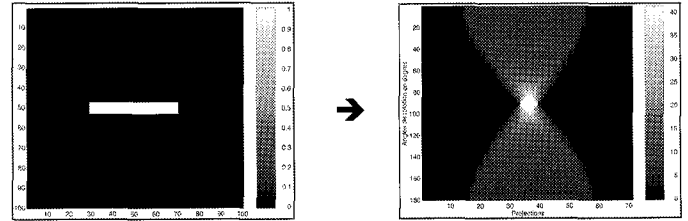


Figure 5. – Transformée de Radon d'un segment de droite.

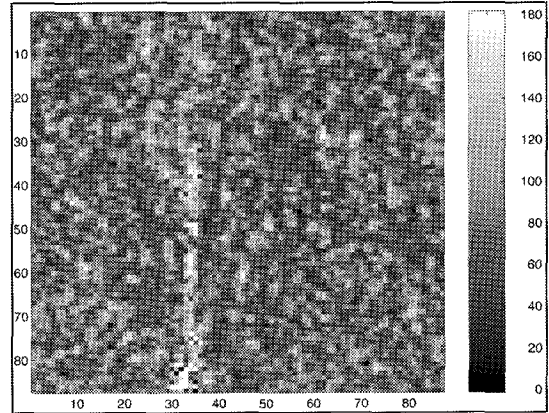


Figure 6. – Image RSO obtenue par l'imageur ERS-1 (87 × 87 pixels)

### 4.1. fonctions d'autocorrélation du signal et du bruit

Nous avons vu que l'interpolation-filtrage d'une image, dont le signal utile est détérioré par la présence de termes perturbateurs, nécessite la connaissance a priori des fonctions d'autocorrélation du signal et du bruit. Nous nous sommes placés dans le cas d'une absence de connaissance sur l'orientation de la trace, pour cette raison nous avons choisi de modéliser la fonction d'autocorrélation du signal de telle sorte qu'aucune direction particulière ne soit privilégiée. Le modèle choisi est présenté figure 7.

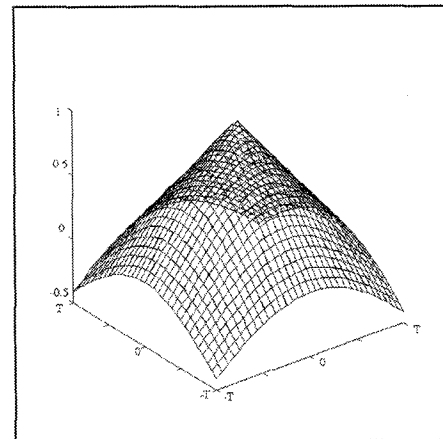


Figure 7. – Fonction d'autocorrélation normalisée du signal.

La fonction d'autocorrélation du bruit est présentée figure 8. Ce modèle a été déterminé numériquement dans une zone homogène de l'image, c'est à dire une zone de l'image ne contenant a priori aucune information sur le signal utile. Ce modèle a été calculé en moyennant plusieurs réalisations.

Cette fonction d'autocorrélation présente un caractère directif, aussi pour chaque angle  $\theta$  donné, nous l'estimerons dans le repère  $\mathcal{R}_\theta$ , et ceci à l'aide d'un interpolateur d'ordre 0 (basé sur la recherche du plus proche voisin).

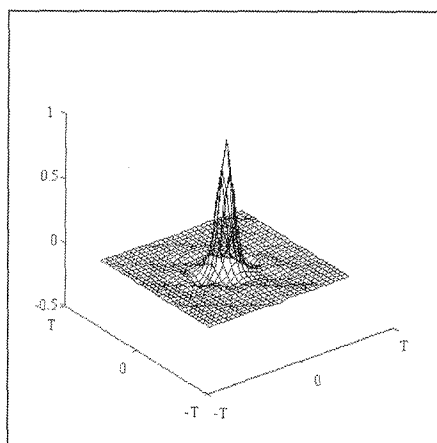


Figure 8. – Fonction d'autocorrélation normalisée du bruit.

## 4.2. plan de Radon et reconstruction

Nous présentons figure 9 l'image obtenue après interpolation-filtrage, pour un angle  $\theta$  de  $25^\circ$ .

Les dimensions des imagettes pour ce traitement sont de  $9 \times 9$  pixels, afin de respecter au mieux la longueur de cohérence du signal et celle du bruit. Le nombre de fonctions propres retenues pour chaque imagette a été choisi de telle sorte que le rapport signal sur bruit des imagettes après traitement soit

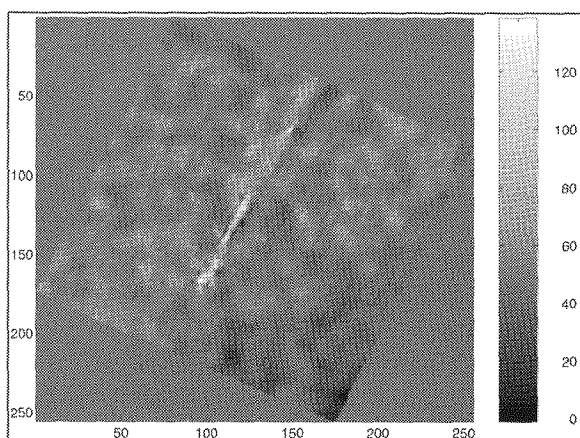


Figure 9. – Image RSO dans le repère  $\mathcal{R}_{25}$  ( $255 \times 255$  pixels).

strictement supérieur à  $0dB$ , garantissant ainsi une puissance du signal supérieure à celle du bruit. Les imagettes ont donc été reconstruites avec un nombre  $Q$  de fonctions propres associées aux valeurs propres vérifiant :

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{\text{après traitement}} = \left. \frac{S}{B} \right|_{\text{avant traitement}} \times \lambda_i \geq 1$$

Ainsi pour l'image traitée, les imagettes ont été reconstruites avec un nombre  $Q$  allant de 1 à 18 selon le rapport signal sur bruit qu'elles présentaient.

Nous constatons que ce traitement a permis de fortement améliorer la lisibilité de la trace, la quasi totalité du bruit ayant été éliminée. Cependant, il reste localement des perturbations de faible amplitude par rapport à la trace. Ces perturbations n'apparaissent plus comme représentatives d'un bruit granulaire, en raison du filtrage. De plus, elles sont structurées suivant les axes de l'image initiale en raison de l'effet de mosaïcage dû à l'interpolation par imagettes.

Nous présentons figure 10 l'image RSO dans le plan de Radon. Sur cette image, il apparaît deux pics significatifs respectivement pour un angle de  $0^\circ$  et de  $180^\circ$ . Ces pics correspondent à la direction de la trace. De plus, nous pouvons observer des structures perturbatrices relativement épaisses constituées de sinusoïdes qui se superposent et qui sont dues à la transformée de Radon des perturbations présentes après l'interpolation-filtrage.

A partir de l'image dans le plan de Radon, il est possible d'utiliser un algorithme de détection, afin de ne conserver que les pics représentatifs de la trace [10]. L'utilisation du filtre adapté stochastique serait ici d'un très grand intérêt, puisqu'il permet l'obtention d'un rapport signal sur bruit après traitement optimal, pour peu que le noyau signal soit représentatif de la covariance de la transformée de Radon d'un segment de droite.

A l'aide du plan de Radon obtenu, nous avons reconstruit l'image dans le plan natif. Cette reconstruction a été faite en appliquant la transformée de Radon inverse discrète utilisant un interpolateur d'ordre 0, à l'image donnée figure 10 préalablement élevée au

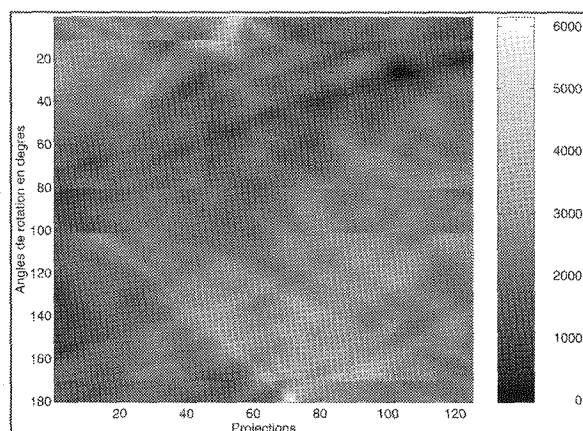


Figure 10. – Plan de Radon - Méthode d'interpolation-filtrage.



carré afin d'augmenter la dynamique des pics représentatifs de la trace par rapport au bruit résiduel. Cette reconstruction a pour finalité de mettre en évidence l'intérêt du traitement proposé en terme de réjection du bruit. L'image obtenue est présentée figure 11, sans seuillage.

Nous pouvons constater que la méthode proposée est efficace puisqu'elle permet de grandement améliorer la lisibilité de la trace. Nous allons à présent comparer ces résultats avec ceux obtenus à l'aide de la transformée de Radon utilisant un interpolateur classique d'ordre 0.

## 5. étude comparative avec la transformée de Radon utilisant un interpolateur classique d'ordre 0

Afin de valider l'apport de la méthode d'interpolation-filtrage sur la transformée de Radon, nous avons réalisé une série de trois tests. Le premier consiste en le calcul de la transformée de Radon par l'utilisation d'un interpolateur classique d'ordre 0. L'image est alors reconstruite et comparée visuellement avec celle obtenue figure 10. Le deuxième test repose dans la comparaison des niveaux de speckle des différentes images obtenues. Enfin, le dernier test nous permet de vérifier la préservation des contours.

### 5.1. transformée de Radon par utilisation d'un interpolateur d'ordre 0

Nous présentons figure 12 l'image RSO dans le plan de Radon. Les différentes phases d'interpolation ont été effectuées à l'aide d'un interpolateur d'ordre 0, le pixel à estimer prend ainsi la valeur de son plus proche voisin dans le plan natif de l'image.

Nous présentons sur la figure 13 l'image reconstruite dans le plan natif à partir du plan de Radon obtenu, ceci en procédant de la même manière que pour obtenir l'image proposée sur la figure 11.

Contrairement à l'image du plan de Radon de la figure 10, il apparaît sur l'image donnée figure 12 une texture perturbatrice qui altère la lisibilité des motifs représentatifs de la trace. Cette texture particulière est due à la présence du speckle sur l'image native. La transformée de Radon d'un point étant une sinusoïde, la texture perturbatrice est ainsi composée de plusieurs sinusoïdes qui se superposent. Pour cette raison, bien que l'image reconstruite permette une meilleure lisibilité de la trace présente figure 5, elle reste néanmoins fortement perturbée contrairement à l'image reconstruite proposée figure 11.

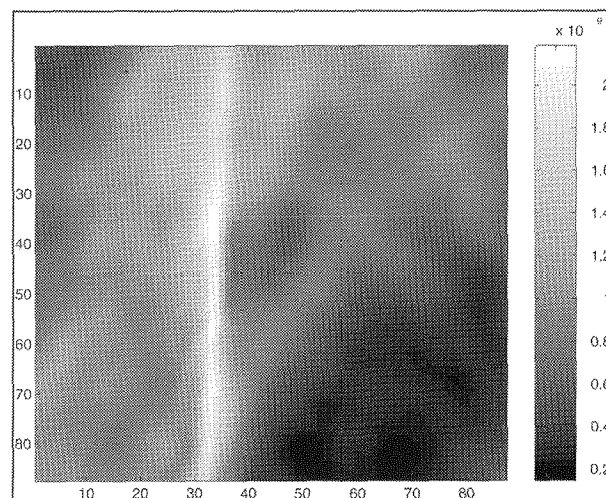


Figure 11. – Image reconstruite (87 × 87 pixels).

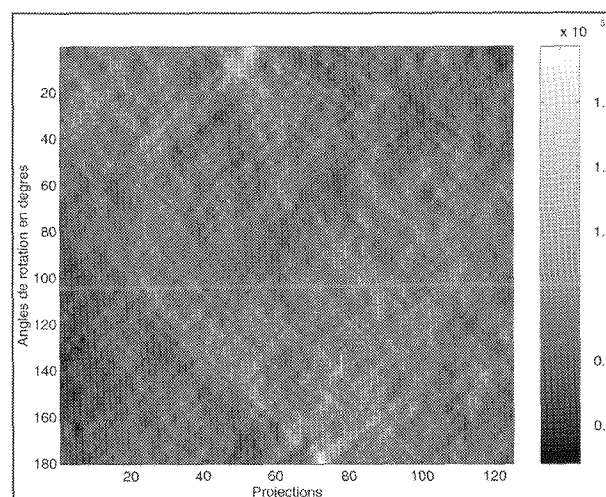


Figure 12. – Plan de Radon - Interpolation d'ordre 0.

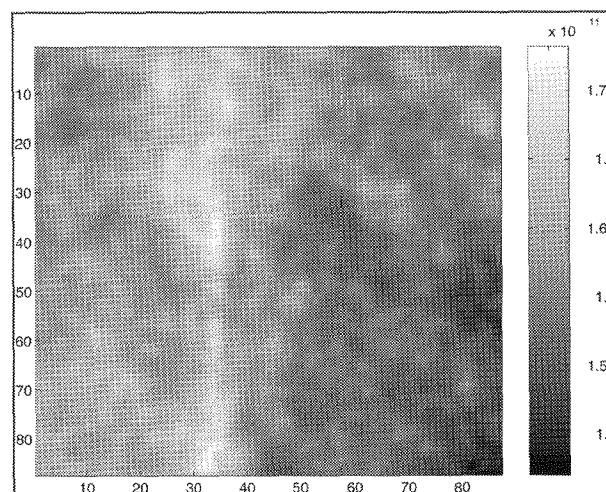


Figure 13. – Image reconstruite (87 × 87 pixels).

### 5.2. niveaux de speckle

Afin d'évaluer les performances de la méthode en terme de réjection du bruit, nous nous sommes intéressés au calcul du niveau de speckle des différentes images. Ce niveau de speckle est évalué par la détermination du coefficient de variation calculé sur plusieurs zones homogènes des images. Soit  $M$  le nombre de zones  $I_i$  prises en compte, nous avons :

$$C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{\sigma_{I_i}}{E\{I_i\}}$$

Les différents coefficients de variation obtenus sont donnés tableau 1.

Tableau 1. – Valeurs des coefficients de variation.

Images	Coefficients de variation
Image native	0.3441
Image dans le repère $\mathcal{R}_{25}$	0.1141
Image reconstruite Méthode d'interpolation-filtrage	0.0382
Image reconstruite Interpolateur d'ordre 0	0.0921

Le meilleur résultat est obtenu par la méthode proposée ce qui conforte les observations faites sur le plan visuel.

### 5.3. préservation des contours

Afin de visualiser les contours des images données figures 4, 10 et 12, nous avons pour chacune d'entre elles déterminé une image représentative des rapports signal sur bruit locaux. En effet, un tel traitement permet de mettre en valeur les contours du signal utile, le rapport signal sur bruit dans une zone homogène étant nettement plus faible que dans une zone contrastée [6]. Nous avons ainsi effectué un traitement par fenêtre glissante ( $5 \times 5$  pixels). Pour chaque image, nous avons évalué numériquement la valeur du rapport signal sur bruit, ces différents rapports locaux ont alors été organisés de façon à constituer une matrice. Les résultats obtenus normés entre 0 et 1 sont présentés dans les figures 14 à 16, sans utilisation de seuils.

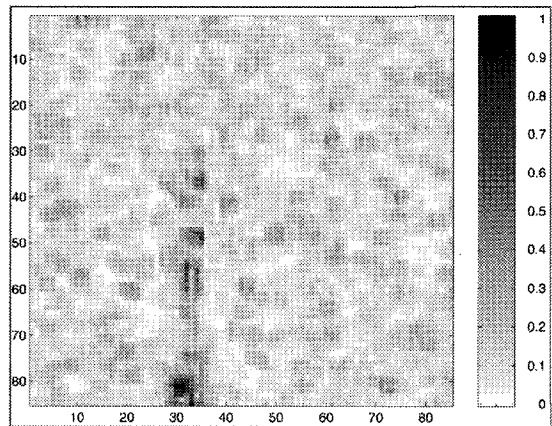


Figure 14. – Image normée des rapports signal sur bruit locaux de la figure 5.

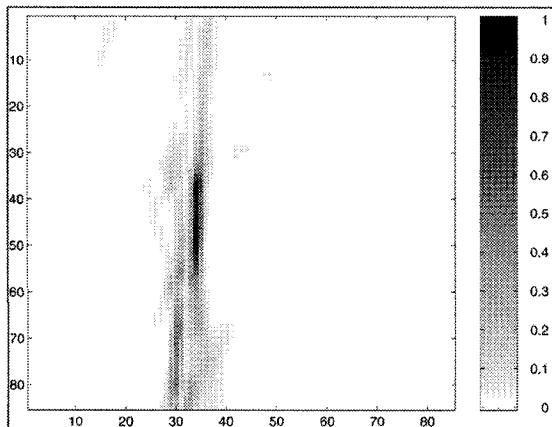


Figure 15. – Image normée des rapports signal sur bruit locaux de la figure 11.

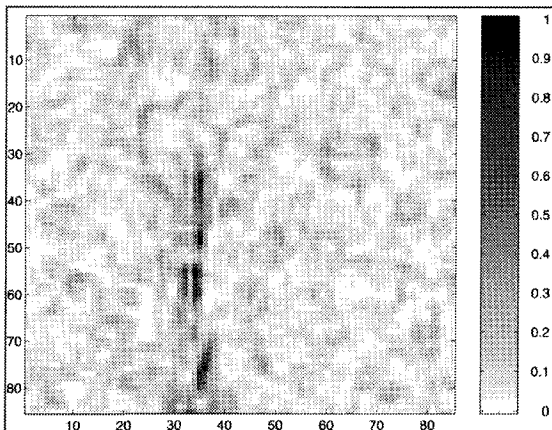


Figure 16. – Image normée des rapports signal sur bruit locaux de la figure 13.

Les contours les plus nets sont obtenus pour l'image reconstruite à partir de la transformée de Radon utilisant la méthode d'interpolation-filtrage (cf. figure 15). En effet, la trace apparaît clairement, alors qu'elle est indiscernable pour l'image native (cf. figure 14), et qu'elle apparaît morcelée pour l'image reconstruite à partir de la transformée de Radon utilisant l'interpolateur d'ordre 0 (cf. figure 16).

## 6. conclusions

Le traitement proposé permet de déterminer numériquement la transformée de Radon d'une image détériorée par la présence de termes perturbateurs, tout en s'affranchissant de ces perturbations. Ce traitement permet de grandement améliorer les résultats obtenus par la transformée de Radon classique et rend possible la détection de sillages de mobiles marins présents sur des images issues d'un imageur RSO, tout en réduisant les probabilités de fausses alarmes, puisque seul le signal utile est pris en compte.

De plus, le choix d'un modèle isotrope pour représenter la fonction d'autocorrélation du signal permet l'utilisation de ce traitement en ne disposant d'aucune connaissance a priori sur l'orientation de la trace.

### Remerciements

Je tiens à remercier les experts qui par leurs remarques pertinentes ont permis d'améliorer la qualité de cet article.

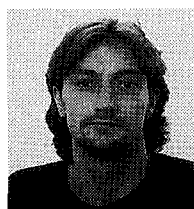
### BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.F. Blinn, *What's the deal with the DCT?*, IEEE Computer Graphics & Applications, pp. 78-83, juillet 1993.
- [2] N. Boccara, *Analyse fonctionnelle - une introduction pour les physiciens*, Ellipses, 1984.
- [3] J.F. Cavassilas, B. Xerri, *Extension de la notion de filtre adapté. Contribution à la détection de signaux courts en présence de termes perturbateurs*, Traitement du Signal, Vol. 10, N°3, pp. 215-221.
- [4] P. Courmontagne, J.F. Cavassilas, *Une nouvelle écriture du développement de Karhunen-Loève, Application à l'interpolation d'images*, Colloque Grets, Grenoble, pp. 455-458, 1997.
- [5] P. Courmontagne, J.F. Cavassilas, *An interpolation-filtering method for noise-corrupted images*, Colloque Digital and Signal Processing, Santorin, Vol. II, pp. 1091-1094, Juillet 1997.
- [6] P. Courmontagne, *Interpolation d'un signal bidimensionnel en présence de termes perturbateurs*, Mémoire de thèse, Laboratoire MS-GESSY, juin 1997.
- [7] S.R. Deans, *The Radon transform and some of its applications*, A Wiley Interscience Publication, John Wiley & Sons, 1983.
- [8] M. Granchamp, J.F. Cavassilas, *Improved multilook tecnics applied to complex SAR images*, ICASSP, avril 1997.
- [9] C. Lévêque, J.F. Cavassilas, *Généralisation du concept de filtrage adapté, application au filtrage d'images SAR d'états de surface de la mer*, quatorzième colloque Grets, vol. 1, pp. 539-543, 1993.
- [10] C. Lévêque, *Une extension du filtre adapté bidimensionnel - Applications aux images radar à ouverture synthétique*, Mémoire de thèse, MS-GESSY, 1994.
- [11] A. Llebaria, *Acquisition et traitement d'images*, Notes de cours, 1<sup>er</sup> volume, Laboratoire d'astronomie spatiale du CNRS, 1993.
- [12] L.M. Murphy, *Linear feature detection and enhancement in noisy images via the Radon transform*, Patter recognition letters, Vol.4, N° 4, pp. 279-284, Septembre 1986.
- [13] J. Radon, *On the determination of functions from their integrals along certain manifolds*, translation of Radon's 1917 paper by R. Lohner, The Radon transform and some of its applications, Annexe A, John Wiley & Sons, 1983.
- [14] M. Tur, K.C. Chin, J.W. Goodman, *When is speckle noise multiplicative?*, Applied optics, Vol.21, N° 7, pp. 1157-1159, Avril 1982.

Manuscrit reçu le 12 mars 1998.

### L' AUTEUR

Philippe COURMONTAGNE



DEA de Propagation, Télécommunication, Télédétection des universités de Nice Sophia-Antipolis et Toulon, Docteur de l'université de Toulon et du Var, spécialité physique en 1997. Chercheur au sein du laboratoire MS-GESSY où il s'intéresse aux problèmes liés au traitement de signaux multidimensionnels (filtrage, détection, problèmes de décomposition des signaux, applications au traitement d'images).