Particle Filtering of RADAR Video Signals for Pointwise Targets

par Jean-Charles NOYER*, Gérard SALUT*

* Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes du CNRS 7 Avenue du Colonel Roche, 31077 Toulouse Cedex 4 Tel : 05 61 33 62 93; Fax : 05 61 33 69 69 E-mail : noyer@laas.fr

résumé et mots clés

Il s'agit de montrer les bénéfices obtenus en traitement de base des signaux radar, par une approche globale des problèmes non-linéaires que pose l'extraction optimale de l'information en présence de :

- cibles non-coopératives fortement manœuvrantes
- faibles rapports signal/bruit.

Ces résultats font suite à ceux consignés dans [12] concernant le post-traitement à la sortie d'un radar classique.

L'outil de résolution commun est une représentation particulaire de l'espace de probabilité par mesures ponctuelles aléatoires, dont la masse et le support sont conditionnés par le signal.

Cette approche est ici développée pour l'extracteur d'un radar de poursuite cohérent, bien qu'elle soit reproductible pour d'autres capteurs.

Quelques résultats de simulation illustrent les performances obtenues à l'aide de cette technique (poursuite précise d'une cible manœuvrante autour de – 10dB).

Résolution particulaire, estimation non-linéaire, filtrage optimal, signaux radar bruts.

abstract and key words

We show here the benefits on radar signal processing, of a general non-linear filtering technique, with :

- non-cooperative manoeuvering targets.
- weak signal/noise ratios.

These results follow those published in [12] concerning post-processing of classical radar outputs.

The common resolution tool is a particle representation of the probability space via random Dirac measures, whose weight and position are signal-conditioned.

Although this approach is developed here for a coherent tracking radar, there are no limitations on the type of radar. Simulation results on particle method's performances are discussed (with weak signal/noise ratio around -10dB).

Particle resolution, non linear estimation, optimal filtering, radar signals.

1. introduction

Bien que la plupart des points durs de la problématique radar aient été identifiés très tôt sur le plan qualitatif, il en va différemment de leur solution quantitative, qui est encore loin d'atteindre l'optimum théorique utilisant toute l'information contenue dans le signal.

Le point fondamental est le caractère aléatoire du mouvement des cibles. L'instationnarité ne permet pas au traitement actuel du signal radar l'intégration cohérente optimale d'un grand nombre de récurrences radar, ce qui est pourtant le seul moyen d'abaisser les seuils de détection pour de faibles échos dans le bruit.

Cette étude a reçu le soutien financier de la Direction des Constructions Navales (STSN/CTSN, Toulon).



En veille autant qu'en poursuite, les éléments cinématiques de cible sont traités de façon quasi-stationnaire, sur une période nécessairement courte, la cible concernée étant rapide et imprévisible. L'allongement de cette période au delà du stationnaire, fait appel à une problématique du type « filtrage dynamique » : la cible est un « processus »à estimer, à partir de mesures partielles bruitées.

Du fait des non-linéarités géométriques et dynamiques, ainsi que du caractère non-gaussien des aléas de pilotage, l'estimation/détection d'une cible manœuvrante dans le bruit est un problème de filtrage optimal non-linéaire de processus stochastique. Le caractère non différentiable du capteur (impulsions brèves localisées dans le temps) est particulièrement justifiable de l'outil particulaire déjà employé en post-traitement radar [12, 21], et dont la convergence est stipulée dans [10, 13].

C'est la raison pour laquelle le contenu du présent article est ainsi constitué : après avoir détaillé la modélisation non-linéaire du problème cible-radar, on rappelle la technique de filtrage non-linéaire qui lui est applicable par la voie particulaire plus amplement détaillée dans [16, 12]. Enfin, on montre par expérimentation simulée les bénéfices considérables d'un traitement non-linéaire global du problème radar-cible, par comparaison aux traitements classiques.

2. modèle non-linéaire du problème radar-cible

Le traitement optimal des mesures radar suppose la prise en compte rigoureuse de tous les étages de la chaîne de réception, qui

font partie du capteur. Nous nous proposons dans ce paragraphe d'en résumer les aspects fonctionnels nécessaires à la bonne interprétation de l'équation des mesures qui en découle.

2.1. chaîne d'acquisition des mesures (traitement du signal continu)

On a schématisé ci-dessus le bloc-diagramme de la chaîne d'acquisition générale d'un radar moderne.

On distingue, dans l'ordre :

- L'amplificateur d'entrée : C'est un amplificateur hyperfréquence de large bande et de bruit aussi faible que possible. Ce bruit physiquement inévitable est assimilable au bruit blanc thermique et s'ajoute au signal utile d'un bout à l'autre de la chaîne. On a représenté ses caractéristiques séparément en haut et en bas de la figure, tout au long de la chaîne d'acquisition des mesures.
- Le mélangeur : Il effectue un décalage de la fréquence porteuse vers une fréquence intermédiaire, par multiplication avec un oscillateur stable. Cette fréquence intermédiaire, bien que non strictement nécessaire au plan des principes théoriques, s'avère utile à la réalisation technologique de l'étape suivante. Il peut y avoir plusieurs étages de fréquence intermédiaire.
- Le filtre adapté : Il a pour but de laisser entrer le moins de bruit blanc possible, tout en respectant la bande spectrale du signal utile, d'où son nom. C'est un traitement optimal du signal continu limité au court terme de la récurrence radar. (L'objet du traitement optimal global est précisément de réduire le bruit plus avant en prenant en compte les récurrences radar à long terme, conjointement aux non-stationnarités et non-linéarités des mouvements de cible, par voie numérique).

- Le démodulateur : Il opère le décalage à zéro de la fréquence intermédiaire, fournissant l'enveloppe utile du signal émis. Cela s'effectue par multiplication avec un oscillateur stable, cohérent ou non suivant le type envisagé de radar. La sortie bivoie délivre les deux composantes en quadrature permettant, si c'est le cas, l'exploitation du Doppler.
- L'échantillonneur numérique : L'échantillonnage numérique a un double impératif. D'une part, il fournit au calculateur des mesures, sous forme numérique, à une période suffisante pour le respect du signal utile. D'autre part, cette période d'échantillonnage est telle que le bruit additif reste blanc (cf paragraphe 2.1.2).

2.1.1. rappel sur le filtre adapté continu

Si l'on reçoit un signal-enveloppe retardé $s_t = h_{t-\tau}$ multiplié par un facteur d'amplitude A, on obtient pour une récurrence radar de longueur T, le corrélateur optimal :

$$C_T(\tau) = \int_0^T y_t h_{t-\tau} dt \tag{1}$$

Comme il est bien connu, $C_T(\tau)$ peut être considéré comme la réponse à l'instant $T = \tau$ d'un filtre linéaire continu par rapport au temps τ , et de réponse impulsionnelle $h_{\tau-t}^* = h_{t-\tau}$, qui constitue le filtre adapté :

$$C_{\tau}(\tau) = \int_0^{\tau} y_t h_{t-\tau} dt \quad 0 \le \tau \le T$$
 (2)

De tels filtres peuvent être réalisés de façon précise par des dispositifs piézo-électriques à ondes de surface [9], lorsque l'on désire les meilleures performances.

Impulsion classique : Soit h_t une brève impulsion rectangulaire de récurrence T et de largeur Δ ($h_t = 1$ pour $t \in]0, \Delta]$ et $h_t = 0$ pour $t \in]\Delta, T]$). Dans ce cas, la réponse du filtre adapté au signal radar retardé A $h_{t-\tau}$ est représentée par :



La fonction de transfert $H^*(\omega)$ correspondant au filtre adapté de réponse impulsionnelle h^* rectangulaire est de type sinus cardinal.

2.1.2. remarque sur la période d'échantillonnage pour l'impulsion classique

Comme on l'a déjà signalé, le filtre adapté continu colore en conséquence le bruit blanc additif présent à son entrée. Il convient d'en tenir compte à sa sortie, en vue de l'échantillonnage numérique.

Si $H^*(\omega)$ est la fonction de transfert du filtre adapté, le spectre du bruit additif présent à la sortie est $|H^*(\omega)|^2 \sigma^2$. Son autocorrélation est évidemment sa transformée de Fourier qui n'est autre que la réponse du corrélateur au signal seul.

Les caractéristiques du bruit résultant, avant échantillonnage sont donc :



Figure 1. – Caractéristiques du bruit à la sortie du filtre adapté exact.

L'autocorrélation du bruit résultant est nulle au-delà du temps Δ . Il suffit donc, dans ce cas de choisir une période d'échantillonnage supérieure ou égale à cette valeur Δ (largeur d'impulsion émise) pour que le bruit présent dans les mesures échantillonnées soit blanc (et de densité spectrale de puissance $\sigma^2 \Delta = r$).

Cela fournit deux valeurs de mesure du signal utile à sa sortie puisque celle-ci est la réponse triangulaire du corrélateur dont le support est deux fois celui de l'impulsion rectangulaire originellement émise. D'après ce qui précède, le rapport signal/bruit n'est autre que celui entre l'énergie efficace de cette impulsion et la densité de puissance spectrale (σ^2), soit :

$$S/B = \frac{E}{\sigma^2} = \frac{H^2}{2r}$$
(3)

Nous ne reviendrons pas sur ce schéma de principe : la chaîne de traitement amont est constituée de la démodulation du signal, du passage par un filtre adapté au signal, et enfin de l'échantillonnage à une cadence telle que le bruit de mesure reste blanc (soit dans le cas d'un signal à enveloppe rectangulaire, un échantillon sur le signal reçu, c'est à dire deux sur le signal en sortie de filtre adapté).

Il va de soi que ce schéma de base se généralise à plus d'échantillons significatifs lorsqu'il y a compression d'impulsion et/ou en présence d'une cible étendue nécessitant une déconvolution.

2.2. modélisation des mesures radiales

En vertu de ce qui précède, tout élément récepteur radar possède une équation de mesure qui s'écrit de façon générale, *après* démodulation, sous la forme d'une amplitude complexe [19] :

$$Y_t = \underbrace{K(\vec{D}_0, \vec{D}_t)}_{\text{Antenne}} \underbrace{K_0 e^{j\varphi_0}}_{\text{K}_0 e^{j\varphi_0}} \underbrace{\frac{1}{D_t^2}}_{\text{Atténuation}}$$

 $\overbrace{\rho e^{j\varphi}}^{\text{Reflexion}} \underbrace{e^{-j\omega_0 \frac{2D_t}{c}}}_{\text{Doppler}} \overbrace{h(t - \frac{2D_t}{c})}^{\text{Ind}} + \nu_t \qquad (4)$

où $\begin{cases} K(\vec{D}_0, \vec{D}_t) : \text{ diagramme angulaire de l'élément} \\ d'antenne \\ \vec{D}_t : \text{ rayon vecteur radar-cible } (D_t = \|\vec{D}_t\|) \\ K_0 e^{j\varphi_0} : \text{ coefficient d'émission} \\ \rho e^{j\varphi} : \text{ coefficient de réflexion} \\ h(t) : \text{ enveloppe après réception adaptée continue} \\ \nu_t : \text{ bruit additif de réception} \end{cases}$

Remarques :

1. On notera que l'effet Doppler se manifeste directement au travers de la distance radiale de la cible D_t . Cette forme est sans doute moins usuelle que celle que l'on a l'habitude de considérer. Elle en constitue cependant l'écriture exacte pour un mobile dont la vitesse n'est pas constante. Dans l'hypothèse où la vitesse radiale est « localement » uniforme, le Doppler se manifeste sous la forme habituelle : $\frac{2D_t}{c} = \frac{2V}{c}t.$

La pulsation Doppler s'écrit alors : $\omega_D = \frac{2V}{c}\omega_0$.

2. Pour une prise en compte de la polarisation, le coefficient de rétrodiffusion complexe $\rho e^{j\varphi}$ devient une matrice de rétrodiffusion de dimension (2 × 2), pour chaque élément récepteur de type (4).

Sous forme de bilan de puissance et non d'amplitude complexe, on retrouve aisément l'équation familière aux radaristes [2, 8] en élevant au carré la norme de 4 :

$$\frac{S}{B} \sim \frac{P_e G_e G_r \sigma'}{D_t^4 N_B} \tag{5}$$

avec, sous les unités convenables :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_e : \text{Puissance \acute{e}mise} \\ G_e : \text{Gain à l'\acute{e}mission} \\ G_r : \text{Gain à la réception} \\ \sigma' : \text{S.E.R.} \\ N_B : \text{Puissance du bruit} \end{array} \right.$$

Le coefficient de réflexion complexe introduit dans l'équation 4 est en fait un coefficient d'amplitude de réflexion. La S.E.R. σ' est donc $\sigma' \equiv \rho^2$.

On notera que le cas important du radar académique (sans porteuse) correspond à la situation particulière : $\omega_0 = \varphi_0 = \varphi = 0$. Par ailleurs, les divers types d'antenne ne se distinguent que par la forme de K, et le nombre d'éléments récepteurs (ex : radars monopulse).

On observe, dans tous les cas, que l'antenne proprement dite se réduit à une collection d'éléments récepteurs. C'est au calcul qu'il incombe d'optimiser le traitement des signaux reçus. La partie analogique de ce traitement, qualifié ici d'acquisition de mesures radar, est un prétraitement qui se limite à optimiser le rapport signal/bruit sur une récurrence radar élémentaire T. Durant ce bref intervalle de temps, toute cible est assimilable au paramètre position-vitesse-angle sans manifester le caractère de processus aléatoire qu'elle possède à plus long terme. C'est précisément ce long terme qui nous intéresse ici :

On sait depuis longtemps que la prise en compte de plusieurs récurrences radar fournit par simple sommation une élévation du rapport signal/bruit proportionnelle au nombre de récurrences si la cible est stationnaire. Malheureusement, toute cible noncoopérative est aléatoire pour l'observateur et se présente a priori comme un processus stochastique. Le bruit source réside dans les aléas imprévisibles de pilotage de la cible; l'évolution résultante se manifeste à travers la dynamique du vol. L'estimation optimale dynamique requiert l'application d'un filtrage global non-linéaire, en raison du caractère fortement non-linéaire de l'équation de mesure radar 4, d'une part, du caractère non-gaussien (aléas poissonniens) d'un pilotage de cible réaliste d'autre part.

C'est l'ensemble de ces problèmes qui conduit à aborder de front l'algorithme particulaire de filtrage non-linéaire, comme le démontrent les applications en simulation présentées ci-après. On y considère le traitement le plus complet (radar cohérent, de type Puse-Doppler). Pour le cas du radar non-cohérent, le lecteur pourra se reporter à [17, 19].

2.3. modélisation des mesures angulaires (monopulse de phase)

Nous présentons ici le traitement particulaire de l'information angulaire et radiale pour un radar monopulse de phase élémentaire. Le modèle d'antenne monopulse choisi est constitué d'un doublet (ou multiplet pour antenne-réseau), comme représenté sur le schéma ci-après :



Chaque antenne élémentaire, appelée « cornet » dans ce qui suit, est supposée ponctuelle et isotrope, sans perte de généralité puisque tout diagramme de directivité s'introduit explicitement dans l'équation 4 sans changement.

La position angulaire de la cible est extraite de la différence de phase entre les signaux reçus par les cornets I et II. On peut montrer [2, 8] que ce déphasage s'exprime simplement, la distance de la cible étant grande vis-à-vis de d:

$$\Delta \varphi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin A = \varphi_I - \varphi_{II} \tag{6}$$

où d est la distance entre les cornets et λ la longueur d'onde du signal émis.

Remarques :

1. Cette relation est établie sous l'hypothèse de cible telle que l'on puisse considérer plane, l'onde reçue par l'antenne (condition de Fraunhofer : $d^2/(\lambda D) \ll 1$).

Ceci est à la base de problèmes bien connus en poursuite radar, comme le phénomène de glint. Ce phénomène se produit notamment lorsque la cible observée est multiponctuelle, et la composition des contributions de chaque point donne une onde qui n'est généralement pas plane.

Le phénomène de glint, constitue en fait l'interface entre le traitement ponctuel présenté ici et l'imagerie radar, qui nécessite de tenir compte de l'aspect multiponctuel de la cible, traité dans un article ultérieur.

2. Précision optimale sur l'estimation angulaire :

Un résultat important donne les précisions optimales (écarttype de l'erreur d'estimation) que l'on doit attendre sur l'estimation de l'azimut dans le cas d'un radar monopulse [2, 8], pour un rapport signal/bruit donné :

$$\sigma_A \simeq \frac{\delta A}{1.6\sqrt{2S/B}} \tag{7}$$

S/B: Rapport signal/bruit (puissance) de la voie somme

où $\delta A = \lambda/2d$: Pouvoir séparateur angulaire d: Distance entre les deux récepteurs

 $\lambda = 2\pi c/\omega_0$: Longueur d'onde du signal émis

On remarque sur l'équation 7 que la précision des mesures dépend non seulement du rapport signal/bruit, ce qui est naturel, mais aussi de la résolution angulaire δA de l'antenne : plus la fréquence ν_0 du signal est élevée, ou plus les cornets récepteurs sont éloignés, meilleure sera la localisation angulaire.

3. Précision optimale sur l'estimation de vitesse radiale : Comme précédemment, on peut montrer [2, 8] que l'erreur d'estimation de la fréquence Doppler par transformée de Fourier sur N_p impulsions successives de durée Δ s'écrirait, pour une vitesse stationnaire :

$$\sigma_{\nu_d} = \frac{1}{T\sqrt{2S/B}}$$

avec $T = N_p \Delta$.

On déduit de cette relation, connue sous le nom de formule de Manasse, l'écart-type d'erreur sur la vitesse radiale :

$$\sigma_{V_D} = \frac{\lambda_0}{2T\sqrt{2S/B}} \tag{8}$$

Nous utilisons par la suite ces expressions pour établir une comparaison avec les radars usuels, qui réalisent une intégration stationnaire sur plusieurs mesures (quelques dizaines de récurrences). Cela permet d'évaluer les gains apportés par la technique particulaire qui intègre implicitement sur une durée équivalente plus longue : ce qui équivaut à avoir un rapport signal/bruit équivalent beaucoup plus fort, donc de meilleures précisions angulaires notamment.

Equation des mesures en monopulse de phase :

L'expression 4 régit la forme de l'onde reçue par le radar. Dans le cas d'une antenne monopulse classique à deux cornets récepteurs, la relation 6 donne le déphasage $\Delta \varphi$ entre les deux récepteurs lorsque la cible est suffisamment éloignée du radar.

Rappelons qu'il est ici supposé, sans perte de généralité, que les deux récepteurs monopulse sont omni-directionnels :

$$K(\dot{D}_0, \dot{D}_t) = 1$$

L'équation de mesure pour les récepteurs I et II est :

$$\begin{cases} Y_t^I = H_t(D_t^I)\sigma + \nu_t^I \\ Y_t^{II} = H_t(D_t^{II})e^{-j\Delta\varphi} \sigma + \nu_t^{II} \end{cases}$$
(9)

 $\sigma = \rho e^{j\varphi} = \sigma_1 + j\sigma_2 : \text{coefficient de réflexion} \\ \text{complexe de cible}$

avec
$$\left| \begin{array}{l} H_t(D_t^n)_{n=I,II} = \frac{1}{(D_t^n)^2} h(t - 2\frac{D_t^n}{c}) e^{-2j\frac{D_t^n}{c}\omega_0} \\ \nu_t^I, \nu_t^{II} : \text{ bruits blancs gaussiens indépendants} \\ \text{ complexes} \end{array} \right|$$

$$\begin{vmatrix} E[\mathcal{R}e(\nu_t^I)^2] = E[\mathcal{I}m(\nu_t^I)^2] = E[\mathcal{R}e(\nu_t^{II})^2] \\ = E[\mathcal{I}m(\nu_t^{II})^2] = \frac{r}{2} \end{vmatrix}$$

L'expression 9 donne l'équation de mesure complète dans le cas monopulse, en sortie de filtre adapté (le terme $H_t(D_t)$ permet notamment de rendre compte de l'effet Doppler). Nous devons maintenant écrire ce que devient une telle équation après échantillonnage. On a montré que, pour des raisons de blancheur du bruit de mesure, il convient d'échantillonner à une période égale à l'impulsion rectangulaire émise : nous obtenons alors deux points sur le signal complexe en sortie de filtre adapté.

Ces équations se réécrivent sous forme matricielle, et en utilisant abusivement la même notation que dans 9 :

$$\begin{cases} Y_{t}^{I} = \begin{pmatrix} (Y_{t}^{1,Re})^{I} \\ (Y_{t}^{1,Im})^{I} \\ (Y_{t}^{2,Re})^{I} \\ (Y_{t}^{2,Im})^{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \\ H_{31} & H_{32} \\ H_{41} & H_{42} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \end{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} (\nu_{t}^{1,Re})^{I} \\ (\nu_{t}^{1,Im})^{I} \\ (\nu_{t}^{2,Re})^{I} \\ (\nu_{t}^{2,Re})^{II} \\ (Y_{t}^{2,Re})^{II} \\ (Y_{t}^{2,Re})^{II} \\ (Y_{t}^{2,Re})^{II} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \\ H_{31} & H_{32} \\ H_{41} & H_{42} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ (D_{t}=D_{t}^{II}) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} (\nu_{t}^{1,Re})^{II} \\ (\nu_{t}^{1,Re})^{II} \\ (\nu_{t}^{1,Im})^{II} \\ (\nu_{t}^{2,Re})^{II} \\ (\nu_{t}^{2,Re})^{II} \\ (\nu_{t}^{2,Re})^{II} \end{pmatrix} \qquad (\text{Récepteur II}) \quad (10)$$

où

$$e^{-j\Delta\varphi} = \begin{pmatrix} \cos(\Delta\varphi) & \sin(\Delta\varphi) \\ -\sin(\Delta\varphi) & \cos(\Delta\varphi) \end{pmatrix}$$
 est une matrice de rotation

et

$$\begin{cases} H_{11} = H_{22} = \frac{h^1}{D_t^2} \cos(\frac{2D_t}{c}\omega_0) \\ H_{21} = -H_{12} = \frac{h^1}{D_t^2} \sin(\frac{2D_t}{c}\omega_0) \\ H_{31} = H_{42} = \frac{h^2}{D_t^2} \cos(\frac{2D_t}{c}\omega_0) \\ H_{41} = -H_{32} = \frac{h^2}{D_t^2} \sin(\frac{2D_t}{c}\omega_0) \end{cases}$$

avec h^1 et h^2 , deux échantillons de l'enveloppe du signal en sortie de filtre adapté : ce qui explique que le vecteur de mesure pour chaque cornet récepteur est de dimension 4.

2.4. modèle de cible dynamique associé

A titre d'exemple simplifié, nous utilisons un modèle markovien de Singer bidimensionnel, modifié pour tenir compte des frottements aérodynamiques et de la saturation des commandes de pilotage. Notons que cela implique une non-linéarité supplémentaire puisque les mesures font intervenir les coordonnées polaires, alors que ce modèle de dynamique s'écrit en repère galiléen (x, y), pour être indépendant du radar.

La cible est repérée de la manière suivante :



Le modèle dynamique est de la forme :



où



Nous avons choisi k_1 de sorte que le domaine de vitesses accessibles sur chaque coordonnée est réaliste.

On notera que l'adoption d'un modèle aussi académique que celui de Singer n'a pour d'autres raisons que les facilités comparatives qu'il permet, notamment avec [12]. Des modèles plus réalistes de dynamique du vol s'introduisent sans changement notable, comme il a été précédemment montré [18] pour des missiles à navigation proportionnelle, par exemple.

2.5. position du problème

On peut résumer le problème de poursuite de cibles manœuvrantes par un radar monopulse, sous la forme suivante (dynamique/ observation) :

$$\begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} \mathsf{Dynamique} \\ \left\{ \begin{array}{l} \dot{a}_{x}^{t} = w_{1}^{t} + \pi_{1}^{t} \\ \dot{v}_{x}^{t} = \frac{k_{1}a_{x}^{t} - V_{x}^{t}}{k_{2}} \\ \dot{v}_{x}^{t} = V_{x}^{t} \\ \dot{a}_{y}^{t} = w_{2}^{t} + \pi_{2}^{t} \\ \dot{a}_{y}^{t} = w_{2}^{t} + \pi_{2}^{t} \\ \dot{v}_{y}^{t} = \frac{k_{1}a_{y}^{t} - V_{y}^{t}}{k_{2}} \\ \dot{v}_{y}^{t} = V_{y}^{t} \\ \dot{\varphi}_{z} \\ \dot{\varphi}_{t} = V_{y}^{t} \\ \dot{\sigma} = w_{3}^{t} \\ \end{array} \right\} \\ \\ \mathsf{Mesure} \quad \begin{cases} Y_{t}^{I} = H_{t}(D_{t}^{I})\sigma + \nu_{t}^{I} \\ \vdots \\ Y_{t}^{N_{c}} = H_{t}(D_{t}^{N_{c}})e^{-j\Delta\varphi(N_{c}-1)}\sigma + \nu_{t}^{N_{c}} \\ \end{array} \end{cases}$$
(11)

avec

- (w₁^t,w₂^t) deux bruits blancs gaussiens de moyenne nulle et de même variance.
- (π_1^t, π_2^t) deux bruits blancs gaussiens-poissoniens.
- w_3^t : bruit blanc gaussien $\mathcal{N}_{(0,s)}$.
- N_c : nombre de récepteurs élémentaires (2 dans le cas du monopulse).

mise en œuvre particulaire du filtrage non-linéaire

On rappelle dans ce paragraphe, de manière aussi rapide que possible, les principes de filtrage non-linéaire particulaire déjà décrit dans [12].

3.1. estimation dynamique des processus de Markov

D'un point de vue général, l'estimation dynamique consiste à évaluer, de manière récursive, un processus $\{X\}_t$ à partir de son observation bruitée $\{Y\}_t$.

L'estimée de X, notée \hat{X} , correspond à la moyenne conditionnelle qui est optimale au sens du minimum de variance (de l'erreur d'estimation). On parle de filtrage lorsque l'on s'intéresse à la valeur courante X_t . Les aspects prédiction et lissage sont des extensions du filtrage.

On s'intéresse ici au problème de filtrage à temps discret de processus de Markov. Soit $X \in \mathbb{R}^m$ $(m \ge 1)$, un processus markovien (vecteur d'état) défini sur un espace de probabilité, et $Y \in \mathbb{R}^p$ un processus d'observation de X. Nous noterons par la suite,

 $\underline{t} \stackrel{\triangle}{=} \{0, \dots, t\} \text{ et } Y_{\underline{t}} \stackrel{\triangle}{=} \{Y_0, Y_1, \dots, Y_t\}.$

L'estimateur optimal \hat{X}_t (au sens de l'erreur quadratique moyenne) de X_t , connaissant $Y_{\underline{t}}$, peut s'écrire :

$$\widehat{X}_{t} \stackrel{\Delta}{=} E(X_{t} \mid Y_{\underline{t}}) = \int_{X_{t}} X_{t} \ p(X_{t} \mid Y_{\underline{t}}) \ dX_{t}$$
$$= \int_{X_{\underline{t}}} X_{t} \ p(X_{\underline{t}} \mid Y_{\underline{t}}) dX_{\underline{t}} \qquad (12)$$

On remarque que la construction de l'estimateur repose sur la connaissance de la densité de probabilité du vecteur d'état $p(X_t|Y_t)$, conditionnelle aux observations.

En raison de la nature dynamique du problème, il est nécessaire de mettre en œuvre une formulation récursive pour évaluer à chaque instant cette densité de probabilité.

On peut réécrire $p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}})$ grâce à la règle de Bayes :

$$p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}}) = \frac{p(Y_{\underline{t}}|X_{\underline{t}})}{p(Y_{\underline{t}})}p(X_{\underline{t}})$$
(13)



En itérant cette décomposition, on obtient pour des processus de Markov :

$$p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}}) = \frac{\prod_{\tau=1}^{t} p(X_{\tau}|X_{\tau-1}) \prod_{\tau=0}^{t} p(Y_{\tau}|X_{\tau}) \ p(X_{0})}{\int_{X_{\underline{t}}} \prod_{\tau=1}^{t} p(X_{\tau}|X_{\tau-1}) \prod_{\tau=0}^{t} p(Y_{\tau}|X_{\tau}) \ p(X_{0}) \ dX_{\underline{t}}}$$
(14)

On remarque ci-dessus, que la solution du problème d'estimation des processus markoviens repose sur la connaissance de deux densités de probabilité :

$$\begin{cases} p(X_{\tau} \mid X_{\tau-1}) & \text{Loi de transition} \\ p(Y_{\tau} \mid X_{\tau}) & \text{Loi d'observation} \end{cases}$$

Dans le cas présent, ces densités correspondent aux équations de dynamique :

$$\begin{cases} X_t = F(X_{t-1}, \pi_t) \\ Y_t = H(X_t) + \nu_t \end{cases}$$
(15)

où F est une fonction mesurable de \mathbb{R}^m x \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^m , π_t un bruit indépendant à valeurs dans \mathbb{R}^n , H_t une fonction mesurable de \mathbb{R}^m dans \mathbb{R}^p et $\nu_t \in \mathbb{R}^p$ un bruit blanc de moyenne nulle et de variance σ_t^2 .

3.2. solution particulaire (a priori) du filtrage

D'un point de vue pratique, il n'y a pas de solution en dimension finie des équations du filtrage non-linéaire. L'idée principale de l'approche particulaire [10, 12, 13, 21] repose sur une approximation de type Monte-Carlo : cette technique donne une solution, qui n'est limitée que par le nombre N fini de particules, et dont on montre la convergence uniforme lorsque N croît. Elle repose sur une représentation de l'espace d'état par N mesures de Dirac dont les supports X_t^i et les poids p_t^i sont conditionnés par les mesures. Nous parlons de méthode « particulaire » en raison de l'aspect dynamique de cette discrétisation de l'espace de probabilité. Les méthodes à « grille fixe » sont en fait des cas particuliers de la méthode particulaire, pour lesquelles les particules sont immobiles.

Nous explicitons maintenant la manière dont ces particules doivent évoluer dans l'espace de probabilité, et comment on évalue leur pondération.

Ces deux étapes reposent sur deux transformations : l'évolution est donnée par la loi de transition et la pondération par la loi d'observation. On peut résumer la technique particulaire en quatre points :

- 1. **Initialisation :** Les particules X_0^i sont tout d'abord initialisées en fonction de l'information dont on dispose a priori sur le vecteur d'état, c'est-à-dire qu'elles sont tirées selon la loi a priori $p(\pi_0)$ et leurs poids p_0^i sont égaux à $\frac{1}{N}$ (où N est le nombre de particules).
- 2. Evolution : Les particules $(X_{t-1}^i)_{i=\{1,...,N\}}$ de l'espace d'état évoluent selon le flot du système, au moyen de N tirages aléatoires π_t^i selon la loi $p(\pi_t)$:

$$X_t^i = F(X_{t-1}^i, \pi_t^i)$$
 pour $i = \{1, \dots, N\}$ (16)

3. **Pondération :** On corrige ensuite séquentiellement, grâce à la règle de Bayes, la pondération normalisée p_t^i de chaque particule à partir des observations jusqu'à l'instant t:

$$p_t^i = p_{t-1}^i \frac{p(Y_t | X_t^i)}{\sum_{j=1}^N p(Y_t | X_t^j)}$$
(17)

4. Estimation : L'estimateur particulaire s'écrit comme l'approximation au sens faible :

$$\widehat{X}_t = \sum_{i=1}^N p_t^i X_t^i \tag{18}$$

Pour un traitement dynamique, on itère à chaque instant les parties 2, 3 et 4.

On peut schématiquement représenter l'évolution du réseau particulaire de la manière suivante :



Remarques :

• L'aspect récursif, primordial en filtrage, est aussi à la base des étapes évolution et pondération de la méthode particulaire.

 Dans le cas d'un bruit de mesure gaussien additif (moyenne nulle, variance σ²_t), on peut expliciter le point 3 :

$$p_t^{i} = p_{t-1}^{i} \frac{\exp\left(\frac{1}{2\sigma_t^2} \|Y_t - H_t(X_t^{i})\|^2\right)}{\sum_{j=1}^{N} \exp\left(\frac{1}{2\sigma_t^2} \|Y_t - H_t(X_t^{j})\|^2\right)}$$

Soit, en développant p_{t-1}^i :

$$p_t^i = \frac{\exp\left(\sum_{l=0}^t \frac{1}{2\sigma_l^2} \|Y_l - H_l(X_l^i)\|^2\right)}{\sum_{j=1}^N \exp\left(\sum_{l=0}^t \frac{1}{2\sigma_l^2} \|Y_l - H_l(X_l^j)\|^2\right)}$$
(19)

• Notion de Régularisation : Le problème de l'algorithme précédent, que nous appelons « a priori », vient du comportement dégénérescent des pondérations : lorsque le temps s'écoule, la différence entre chaque poids s'accentue jusqu'au point où la masse totale se condense sur une seule particule. Ceci est loin de l'optimalité puisque les N - 1 particules restantes sont inutilisables (leur poids est nul, et leur contribution à l'estimateur de X est inexistante).

Une alternative à ce problème se trouve dans l'utilisation d'un oubli du passé lointain, qui régularise les pondérations. On peut alors réécrire les poids $p_t^{\alpha,i}$ régularisés, pour un facteur d'oubli de type exponentiel ($0 < \alpha \le 1$):

$$p_t^{\alpha,i} = \frac{\exp\left(\sum_{l=0}^t \alpha^{t-l} \frac{1}{2\sigma_l^2} \|Y_l - H_l(X_l^i)\|^2\right)}{\sum_{j=1}^N \exp\left(\sum_{l=0}^t \alpha^{t-l} \frac{1}{2\sigma_l^2} \|Y_l - H_l(X_l^j)\|^2\right)}$$
(20)

ou une mémoire limitée de type fenêtre :

$$p_t^{T,i} = \frac{\exp\left(\sum_{l=t-T}^t \frac{1}{2\sigma_l^2} \|Y_l - H_l(X_l^i)\|^2\right)}{\sum_{j=1}^N \exp\left(\sum_{l=t-T}^t \frac{1}{2\sigma_l^2} \|Y_l - H_l(X_l^j)\|^2\right)}$$
(21)

Il va de soi, dans chacun des cas, que cette régularisation doit être asymptotiquement évanescente lorsque croît le nombre Nde particules. La convergence de la procédure est détaillée dans [10, 13].

3.3. algorithme *n*-conditionnel

L'algorithme particulaire a priori avec oubli donne de bons résultats avec des processus stables. Lorsque l'on a affaire à des processus instables, les particules ont tendance à s'éloigner les unes des autres, et acquérir ainsi un poids négligeable : elles sont à nouveau mal utilisées.

L'algorithme n-conditionnel présenté ci-après, constitue une solution à ce problème. Il consiste à conditionner le tirage aléatoire des particules aux n dernières mesures : on est ainsi assuré que les particules restent dans un voisinage du processus à estimer, en raison des propriétés d'observabilité/détectabilité [13].

Pour introduire l'algorithme *n*-conditionnel, on met en évidence une autre décomposition de $p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}})$ $([t] \stackrel{\triangle}{=} \{t - n + 1, \dots, t\})$, à partir de la règle de Bayes :

$$p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}}) = \frac{p(Y_{[t]}|X_{\underline{t}}, Y_{\underline{t}-n})p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}-n})}{p(Y_{[t]}|Y_{\underline{t}-n})} = \frac{p(Y_{[t]}|X_{\underline{t}}, Y_{\underline{t}-n})p(X_{[t]}|Y_{\underline{t}-n}, X_{\underline{t}-n})}{p(Y_{[t]}|Y_{\underline{t}-n})} p(X_{\underline{t}-n}|Y_{\underline{t}-n})$$
(22)

En appliquant à nouveau la règle de Bayes sur le premier terme du numérateur de l'équation 22, et en utilisant les propriétés des processus de Markov :

$$\begin{split} p(Y_{[t]}|X_{\underline{t}},Y_{\underline{t-n}}) &= p(Y_{[t]}|X_{[t]},X_{\underline{t-n}},Y_{\underline{t-n}}) \\ &= \frac{p(X_{[t]}|X_{\underline{t-n}},Y_{[t]},Y_{\underline{t-n}})p(Y_{[t]}|X_{\underline{t-n}},Y_{\underline{t-n}})}{p(X_{[t]}|X_{\underline{t-n}},Y_{\underline{t-n}})} \\ &= \frac{p(X_{[t]}|Y_{[t]},X_{t-n})p(Y_{[t]}|X_{t-n})}{p(X_{[t]}|X_{t-n},Y_{\underline{t-n}})} \end{split}$$

On injecte ensuite cette expression dans l'équation 22 :

$$p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}}) = \frac{p(X_{[t]}|Y_{[t]}, X_{t-n})p(Y_{[t]}|X_{t-n})}{p(Y_{[t]}|Y_{\underline{t-n}})} p(X_{\underline{t-n}}|Y_{\underline{t-n}})$$
(23)

On itère cette décomposition (en posant t = nT) :

$$p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}}) = \frac{\prod_{\tau=0}^{T-1} p(Y_{[(\tau+1)n]}|X_{\tau n}) \prod_{\tau=0}^{T} p(X_{[(\tau+1)n]}|Y_{[(\tau+1)n]}, X_{\tau n})}{\int_{X_{\underline{t}}} \prod_{\tau=0}^{T-1} p(Y_{[(\tau+1)n]}|X_{\tau n}) \prod_{\tau=0}^{T} p(X_{[(\tau+1)n]}|Y_{[(\tau+1)n]}, X_{\tau n}) \, dX_{\underline{t}}}$$
(24)

Dans cette équation, l'évolution des particules ne se fait plus au travers de la densité de probabilité de transition $p(X_t|X_{t-1})$, comme dans le cas précédent de l'algorithme a priori, mais via une nouvelle loi de transition $p(X_{[(\tau+1)n]}|Y_{[(\tau+1)n]}, X_{\tau n})$, conditionnelle au signal reçu.

En général, on n'est pas en mesure de calculer explicitement cette nouvelle loi, sauf pour quelques cas particuliers. On utilise un substitut particulaire qui permet d'éviter ce problème, et dont on montre la convergence [10].

On peut en résumer la mise en œuvre de la manière suivante :

1. Initialisation : Identique au cas a priori.

2. Evolution/Sélection :

- (a) Chaque particule (Xⁱ_{t-n})_{i=1,...,N} donne naissance à M pseudo-particules X^{i,j}_{t-n} (j = 1,...,M) qui ont initialement la même position dans l'espace d'état que Xⁱ_{t-n} et dont les poids p^{i,j}_{t-n} sont égaux à ¹/_M.
- (b) Ces *M* pseudo-particules avancent de *n* pas selon la dynamique du système, en tirant *M* bruits de dynamique $\pi_{[t]}^{i,j}$.
- (c) Les poids normalisés p_t^{i,j} associés à ces M particules, qui utilisent les mesures des instants t n + 1 à t, s'écrivent grâce à la loi de Bayes :

$$p_t^{i,j} = \frac{p(Y_{[t]} | \pi_{[t]}^{i,j}, X_{t-n}^i)}{\sum_{j=1}^{M} p(Y_{[t]} | \pi_{[t]}^{i,j}, X_{t-n}^i)}$$
(25)

(d) On tire aléatoirement une de ces M particules, selon les poids normalisés p^{i,j} (et en supprimant les M-1 particules restantes). On affecte alors la particule sélectionnée X^{i,j}_t à la particule i :

$$X_t^i = X_t^{i,j}$$

3. **Pondération :** On calcule de manière récursive et pour chaque particule le poids normalisé :

$$p_{t}^{i} = p_{t-n}^{i} \frac{\sum_{j=1}^{M} p(Y_{[t]} | \pi_{[t]}^{i,j}, X_{t-n}^{i})}{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} p(Y_{[t]} | \pi_{[t]}^{i,j}, X_{t-n}^{i})}$$
(26)

Estimation : Identique au cas a priori.

Remarque : Comme dans le cas précédent, afin de prévenir un comportement dégénérescent dans le temps des pondérations des particules, on doit adjoindre aux pondérations l'oubli du passé lointain (fenêtre, exponentiel, ...).

Nous avons ici simplement présenté l'algorithme particulaire pour des processus stables et instables. On pourra trouver les preuves de convergence de ces algorithmes dans [10].

3.4. extension de l'algorithme : technique de redistribution

Indépendamment de la stabilité des trajectoires, on remarque aisément que les pondérations p_t^i des particules sont d'autant plus petites que celles-ci s'éloignent du processus à estimer et sont peu vraisemblables. Si le poids relatif de ces particules est très faible, elles n'ont qu'une contribution minime dans la construction de l'estimateur : elles sont donc en d'autres termes sous-utilisées dans la loi des grands nombres qui gouverne l'algorithme. Même si la convergence est assurée pour N grand, il est utile d'accélérer la convergence en les redistribuant, en même nombre, mais de façon plus conforme aux pondérations probabilistes obtenues.

Pour cela, on redistribue périodiquement les particules *i* suivant les pondérations conditionnelles obtenues, leurs poids sont alors réinitialisés à $\frac{1}{N}$. Les supports les plus « vraisemblables » ayant plus de chances d'attirer les particules, ils en reçoivent généralement plusieurs. Dans les régions les moins vraisemblables, les particules ne sont pas redistribuées et meurent.

résultats de simulation

4.1. conditions opératoires

Nous présentons ici les résultats numériques obtenus en poursuite bidimensionnelle pour le filtre particulaire. Nous avons pris comme caractéristiques du radar de poursuite :

Fréquence du signal porteur : 1 GHz
Forme de l'impulsion : Rectangulaire
Largeur d'impulsion : 0.125 μs
Période de répétition des impulsions : 200 μs
Fréquence d'échantillonnage : 8 MHz

Nous nous intéressons à la poursuite d'une cible pouvant effectuer des manœuvres dans les deux directions (radiale et angulaire) pour un radar ayant une porteuse de l'ordre du GHz. Le choix volontairement académique du GHz est ici arbitraire. Il est de peu d'importance si l'on se soucie d'exprimer l'écartement du doublet récepteur en unités de longueur d'onde.

Les rapports signaux/bruit présentés par la suite, sont calculés à partir de la définition usuelle [8], à savoir le rapport de la puissance crête du signal en moyenne fréquence, sur la puissance moyenne du bruit moyenne fréquence. Il s'agit ici toutefois du rapport signal/bruit *élémentaire* par impulsion, avant tout traitement ultérieur (sommation, intégration).

Pour l'algorithme particulaire, nous travaillons ici avec 50 000 particules. Un seuil fixe le déclenchement de la période de redistribution, et donne une période moyenne d'environ 30 ms.

4.2. conditions de comparaison avec les techniques « usuelles »

Les performances de l'algorithme particulaire sont comparées à une idéalisation des techniques « usuelles » de traitement du signal radar qui sépraent la fonction extraction de celle du filtrage.

Les techniques habituelles d'extraction de distance radiale, comme la technique de double porte [8] qui consiste à équilibrer l'énergie du signal reçu sur une fenêtre d'une certaine largeur, nécessitent une intégration parfaite de plusieurs récurrences, c'est-à-dire la stationnarité de la cible pendant l'intégration. Dès que cette hypothèse n'est plus vérifiée, la qualité de l'estimation se dégrade. Pour éviter ce phénomène, on essaye habituellement de compenser le mouvement, en tenant compte des éléments dynamiques estimés au coup précédent, cela repousse alors le problème sur la stationnarité de la vitesse, etc ...

Nous comparons ici le filtre particulaire au filtre de Kalman étendu sur le modèle de Singer modifié, avec des observations directes en coordonnées polaires (distance,azimut), dont les écarts-types sont calculés à partir des relations obtenues dans les paragraphes précédents, pour une rafale de 10 impulsions conforme à un radar de poursuite (C.T.S.N., Toulon). A noter, que ces relations sont établies en supposant que l'on sait compenser parfaitement le mouvement sur la durée d'intégration choisie (ici 10 récurrences) : elles donnent alors l'écart-type optimal d'estimation, pour un rapport signal/bruit donné, et donc toute technique, y compris le particulaire, est régie par ces relations.

Pour être cohérent avec les traitements habituels, nous ne choisissons d'initialiser le filtre de Kalman sur les données « équivalentes », que si la probabilité de détection est supérieure à 50% (pour 10 récurrences intégrées, avec une probabilité de fausse alarme de 10^{-3} , ce qui donne un rapport signal/bruit (en sortie de voie Σ) élémentaire minimal de 1.1dB. Cette valeur fixe donc le seuil de détection, pour la probabilité de fausse alarme choisie. Lorsque le rapport S/B est inférieur à ce seuil, cela signifie que les techniques « usuelles » n'ont pas détecté la cible.

4.3. trajectoire de ralliement avec aléas de pilotage (1 GHz, Monopulse)

On étudie ici le comportement de l'algorithme particulaire face aux aléas de commande de pilotage. Notons que, pour l'orientation nominale, la composante y correspond à peu près à la distance radiale, et la composante x à l'azimut lorsque la cible est suffisamment éloignée de l'antenne. Nous étudions le cas le plus délicat où deux sauts se produisent de manière simultanée sur les deux composantes (x, y).

Nous avons pris pour cela les caractéristiques radar :

Fréquence du signal porteur : $\nu = 1 \text{ GHz}$ Distance entre les deux cornets récepteurs : $d = 40 \lambda/2$ $(\lambda = c/\nu, \text{ longueur d'onde du signal émis})$ Rapport signal/bruit initial : -14dB à 15 km

De même, les caractéristiques cinématiques initiales sont :

Commandes de pilotage : $a_x = 0$, $a_y = -20$ Vitesses : $V_x = 0$, $V_y = -360$ m/s Position : x = 0, y = 15000 m

Les aléas poissoniens de pilotage sont supposés de période moyenne 10 secondes, dans la construction du filtre particulaire.

A l'instant t = 6 secondes, la cible effectue un changement de commande de pilotage sur les deux composantes, pour passer de $(a_x = 0, a_y = -20)$ à $(a_x = 1, a_y = -10)$.

Le rapport signal/bruit est initialement -14dB à 15 km, et après diminution de la vitesse du mobile devient -7.2dB à 10 km.

Les courbes 2, 3, 4 présentent l'estimation des commandes de pilotage en (x, y), de la norme du coefficient de rétrodiffusion, de l'azimut, ainsi que les erreurs d'estimation de la vitesse radiale, de l'azimut et de la distance radiale pour le filtre particulaire.

On remarque par contre l'absence d'estimation par filtrage de Kalman étendu, car le faible rapport signal/bruit ne suffit pas à dépasser, même en fin de simulation, le seuil de détection qui dans le cas monopulse (gain de 3dB) est égal à -1.9dB.

L'estimation des composantes radiales est peu perturbée et l'on constate sur la figure 2 que les changements de consigne de pilotage sur la partie radiale (soit à peu près la composante y) sont détectés de façon quasi-instantanée. Ce comportement vient du fait que la partie radiale est directement liée à l'effet Doppler induit par le mouvement de cible. Lorsque la cible change de vitesse radiale, le filtre détecte quasi-instantanément le changement de rotation de phase. La composante angulaire (\simeq composante x) est par contre estimée avec un certain retard, en raison de la difficulté intrinsèque de la reconstitution de la différence de phase entre les deux récepteurs.

Les écarts-types d'erreur d'estimation angulaire particulaire/ techniques « usuelles » sont synthétisées ci-dessous :

	Entre	Entre
	10 s et 20 s	18 s et 20 s
	(-10/-7.2dB)	(-7.8/-7.2dB)
Particulaire (σ_A)	0.7 mrad	0.4 mrad
« Techniques usuelles » (σ_A)		



Figure 4. - Erreur d'Azimut, Erreur de Distance Radiale.

De même, les écarts-types d'erreur d'estimation sur la vitesse radiale sont :

	Entre	Entre
	10 s et 20 s	18 s et 20 s
	(-10/-7.2dB)	(-7.8/-7.2dB)
Particulaire (σ_{V_D})	0.11 m/s	0.11 m/s
« Techniques usuelles » (σ_{V_D})		

L'algorithme estime également le coefficient de réflexion complexe, dont la norme au carré donne directement la SER. On remarque de même que l'estimation de ce coefficient (qui est ici pris égal à 1) s'effectue avec une précision de 2 à 3%.

On remarque que la méthode particulaire, par la prise en compte du modèle de dynamique en amont, permet d'intégrer un plus grand nombre de récurrences : il résulte une précision accrue sur l'estimation des éléments dynamiques, et surtout une limite de détection à plus faible rapport S/B.

En effet, l'algorithme particulaire délivre une estimation du vecteur d'état dès -14dB (Cf courbes), alors que les techniques usuelles basées sur l'intégration d'une rafale de 10 impulsions (radar de poursuite), suivi d'un filtrage de Kalman Etendu, ne la détectent qu'aux environs de -1.9dB.

Visualisation des densités de probabilité en position (X,Y) :

Les courbes 5, 6, 7, suivantes présentent la densité de probabilité du filtrage en fonction des erreurs sur l'estimation des coordonnées cartésiennes x et y.

Les deux premières sont obtenues dans la partie transitoire du filtre (environ 7 secondes de signal avec un rapport signal/bruit égal à -10.8dB à 12 480 km), l'une à l'instant suivant une redistribution et l'autre à l'instant précédant la redistribution suivante.

La dernière correspond au régime établi du filtre, où l'estimation angulaire est meilleure (environ 14 secondes de signal avec un rapport signal/bruit de -6.9dB à 9960 m).

On remarque immédiatement dans les deux premières courbes (5, 6) la présence de 3 modes dans la distribution de probabilité des particules : le filtre ne peut attribuer avec certitude la position de la cible à l'un de ces deux modes (c'est ce que l'on remarque sur la figure 5, où les deux modes sont quasiment équiprobables).

Sur la courbe 6, les mesures se sont accumulées, ce qui permet de lever progressivement l'ambiguïté puisque l'on remarque que l'un des deux modes a tendance à s'atténuer au profit de l'autre. Ce comportement multimodal n'est pas lié aux propriétés physiques du radar (la véritable ambiguïté sur les lobes d'antenne est plus éloignée), mais au comportement du filtre en régime transitoire.

Ce phénomène transitoire disparaît au fil du traitement nonlinéaire.

C'est ce que l'on observe sur la courbe 7, où l'on est revenu à un comportement unimodal de la densité de probabilité, et l'intégration sur x et y de cette courbe donne l'erreur d'estimation de la distance radiale et de l'azimut.



Figure 5



Figure 6



Figure 7

4.4. quantification du signal reçu(1 GHz, Monopulse)

Nous présentons ici les résultats obtenus pour un signal de mesure volontairement quantifié et non plus à haute définition comme cela était le cas dans la simulation précédente. Nous choisissons en effet de coder les mesures sur 12 bits, en supposant que le signal est contenu dans une plage de -20dB à 0dB.

Les caractéristiques du radar sont les mêmes que dans la simulation précédente.

La thématique choisie est celle précédemment étudiée, la cible effectuant un changement de commande de pilotage de manière simultanée sur les deux composantes.

Les courbes 8, 9, 10 représentent l'estimation des commandes de pilotage en X, Y, de la norme du coefficient de rétrodiffusion, ainsi que l'erreur d'estimation de la vitesse radiale, de l'azimut et de la distance radiale, pour le filtre particulaire. Comme précédemment, il n'apparait aucune comparaison avec les techniques usuelles, car à ces rapports S/B la cible n'a pas été détectée.

A titre de comparaison, nous présentons les erreurs d'estimation sur l'azimut, avec et sans quantification :

	Entre	Entre
	10 s et 20 s	18 s et 20 s
	(-10/-7.2 dB)	(-7.8/-7.2dB)
Particulaire sans quantification	0.7 mrad	0.4 mrad
Particulaire avec quantification	0.9 mrad	0.6 mrad

De même, les écarts-types d'erreur d'estimation sur la vitesse radiale sont :

	Entre	Entre
	10 s et 20 s	18 s et 20 s
	(-10/-7.2dB)	(-7.8/-7.2dB)
Particulaire sans quantification	0.11 m/s	0.11 m/s
Particulaire avec quantification	0.11 m/s	0.11 m/s

On remarque sur les deux tableaux précédents que la perte de précision est faible, pour la quantification choisie de 12 bits. Par contre, on perturbe légèrement les régimes transitoires : le filtre particulaire traîne un peu plus pour estimer la nouvelle commande de pilotage (fig. 8).

4.5. antenne Réseau (1 GHz, 10 éléments)

Nous présentons ici les résultats d'estimation de dynamique, sur la même trajectoire de cible que précédemment, pour une antenne réseau constituée de 10 éléments supposés ponctuels et isotropes. L'extension des relations du cas monopulse idéalisé au cas de l'antenne réseau se fait de manière naturelle : l'ensemble des relations établies précédemment restent valables en tenant compte du fait que l'on passe de 2 à 10 récepteurs.

Par ailleurs, les caractéristiques du radar sont les suivantes :

Fréquence du signal porteur : $\nu = 1$ GHz Nombre de récepteurs : 10 Distance entre les récepteurs : $d = 4.5\lambda/2$ $(\lambda = c/\nu, longueur d'onde du signal émis)$ Rapport signal/bruit initial : -14dB à 15km

Les courbes 11, 12, 13 représentent l'estimation des commandes de pilotage en X, Y, de la norme du coefficient de rétrodiffusion, ainsi que l'erreur d'estimation de la vitesse radiale, de l'azimut et de la distance radiale, pour le filtre particulaire et les techniques usuelles (intégration cohérente, suivi d'un filtre de Kalman Etendu), lorsque celles-ci ont détecté la cible (au dessus de -8.9dB).

Nous présentons ci-dessous les écarts-types d'erreur d'estimation angulaire pour le particulaire d'une part, et les techniques classiques basées sur l'intégration cohérente sur 10 récurrences d'autre part.

Pour pouvoir appliquer la relation 7, on doit tenir compte du fait que la résolution angulaire en réseau est ici $\simeq 40$ mrad, au lieu de 25 mrad dans les cas précédents. Par ailleurs, le passage de 2 à 10 récepteurs, conduit à une augmentation résultante (après remise en phase de chaque récepteur) de 7 dB du rapport signal/bruit.

On notera, au total, que le traitement vectoriel de l'algorithme particulaire bénéficie davantage du réseau que la technique usuelle.

Les écarts-types d'erreur d'estimation angulaire particulaire/techniques usuelles sont synthétisées ci-dessous (fig. 13) :

	Entre	Entre
	4 s et 10 s	18 s et 20 s
	(-12.2/-10dB)	(-7.8/-7.2dB)
Particulaire (σ_A)	0.6 mrad	0.1 mrad
Kalman Etendu (σ_A)		0.3 mrad

De même, les écarts-types d'erreur d'estimation sur la vitesse radiale sont (fig. 12) :

	Entre	Entre
	4s et 10s	18s et 20s
	(-12.2/-10dB)	(-7.8/-7.2dB)
Particulaire (σ_{V_D})	0.1 m/s	0.08 m/s
Kalman Etendu (σ_{V_D})		2.1 m/s

Ces deux tableaux permettent de mettre à nouveau en évidence le double apport de la méthode particulaire, qui améliore tout d'abord l'estimation des éléments de cibles dans des proportions



Figure 10. - Erreur d'Azimut, Erreur de Distance Radiale.



Figure 11. - Commande de Pilotage, Norme du Coeff. de Rétrodiffusion.



Figure 12. - Erreur de Vitesse Radiale, Azimut.



Zimut (mrad)

(-14**d**B)

Particulaire

Kalman Etendu

(-7.2d8)

(-7.2018)

Temps (s)

Temps (s)

Figure 13. - Erreur d'Azimut, Erreur de Distance Radiale.

significatives, et qui repousse ensuite les limites de détection (implicites) vers de plus faibles rapports S/B.

Ces deux points sont cruciaux pour la prédiction de but futur à des fins de conduite de tir, car cette méthode permet une défense plus tôt, avec une probabilité de réussite plus élevée. Elle permet aussi la détection de cibles furtives de faibles SER et/ou d'accroitre la portée effective du radar considéré. Sur ce dernier point, une évaluation spécifique figure dans [17, 20].

4.6. antenne Réseau (3 GHz, 10 éléments) en situation d'ambiauïté Doppler

Nous nous plaçons dans le même cas que précédemment, avec cependant des caractéristiques du radar différentes :

Fréquence du signal porteur : $\nu = 3$ GHz Nombre de cornets : 10 Distance entre deux cornets successifs : $d = 8\lambda/2$ $(\lambda = c/\nu, \text{ longueur d'onde du signal émis})$ Rapport signal/bruit initial : -14dB à $\simeq 15$ km

La cible décrit la même trajectoire que précédemment, et le rapport signal/bruit demeure identique.

Les aléas de pilotage supposés sont à une période moyenne de 10 secondes.

L'augmentation de la fréquence du signal porteur a pour conséquence d'engendrer une oscillation Doppler, avec le déplacement de la cible, de 7.2 kHz. Il y a donc un rapport 0.7 entre la fréquence de récurrence radar et l'oscillation Doppler, ce qui fait usuellement apparaître des ambiguïtés vitesses dès que ce rapport est inférieur à 2 (théorème de Nyquist). Le traitement dynamique global que réalise le filtrage particulaire lève automatiquement l'ambiguïté Doppler, car le couplage entre effet Doppler et défilement de position sont pris en compte dans la formulation du problème. Ceci est à comparer aux techniques usuelles où le Doppler est mesuré indépendamment par analyse de Fourier, ce qui nécessite de lever l'ambiguïté par un traitement additionnel (sous-optimal).

Les figures 14, 15, 16 représentent l'estimation par le filtre particulaire et le filtre de Kalman Etendu des commandes de pilotage, coefficient de rétrodiffusion, azimut et des erreurs de vitesse radiale, distance radiale et azimut.

Les écarts-types d'erreur d'estimation angulaire particulaire/techniques usuelles sont (fig. 15) :

	Entre 4s et 10s (-12.2/-10dB)	Entre 18s et 20s (-7.8/-7.2dB)
Particulaire (σ_A)	0.2 mrad	0.1 mrad
Kalman Etendu (σ_A)		0.2 mrad

De même, les écarts-types d'erreur d'estimation sur la vitesse radiale sont (fig. 16) :

	Entre 4s et 10s (-12.2/-10dB)	Entre 18s et 20s (-7.8/-7.2dB)
Particulaire (σ_{V_D})	0.09 m/s	0.07 m/s
Kalman Etendu (σ_{V_D})		2 m/s

Remarque : La prise en compte du modèle de dynamique, permet à la méthode particulaire de lever directement l'ambiguïté vitesse. On peut montrer le même phénomène sur l'ambiguïté distance, car l'information de variation de rapport S/B au cours du temps, contenue dans le modèle, permet de lever cette ambiguïté. Dans la situation de poursuite examinée ici, cet aspect n'est pas traité en raison des portées en cause.

5. conclusion

Les résultats présentés dans cet article font suite à ceux déjà publiés [12], et présentent une étude plus approfondie de l'aspect non-linéaire du capteur radar.

En effet, les données traitées dans cet article sont issues directement de l'échantillonneur/convertisseur. On remarque clairement l'apport d'un outil non-linéaire performant pour aborder le problème du traitement des données « brutes » radar, par comparaison aves les techniques usuelles fondées sur un découpage extraction/filtrage par des hypothèses stationnaires. La seule contrainte réside ici dans le nombre élevé de particules nécessaire à la bonne reconstitution de l'estimé optimal (50 000 dans la présente étude). Mais l'aspect massivement parallèle de la méthode particulaire permet la mise en œuvre numérique sous forme de filtre temps réel [26]. Il faut noter que la nature de la méthode permet l'utilisation de modèles de dynamique de vol plus élaborés ou plus spécifiques [17, 20], sans augmentation de coût de calcul. Le modèle de Singer n'a été retenu dans ce travail qu'à des fins comparatives.

Les auteurs tiennent à remercier J. Bendel, B. Lachêse et G. Maynard de Lavalette du CTSN (Toulon) pour le support financier de cette étude, ainsi que A. Fraysse (DIGISTAR), et G. Rigal (DIGILOG/STERIA) qui en ont assuré la maîtrise d'œuvre.



Figure 14. – Commande de Pilotage, Norme du Coeff. de Rétrodiffusion.



Figure 15. – Erreur de Vitesse Radiale, Azimut.



Figure 16. - Erreur d'Azimut, Erreur de Distance Radiale.

BIBLIOGRAPHIE

- Bar-Shalom Y., « Tracking and data association » Mathematics in Science and Engineering. Academic Press, 1988.
- [2] Barton D.K., « Modern radar system analysis ». Artech House, 1988.
- [3] Bennis O., T. Huillet, A. Monin, Salut G., « Modélisation, estimation, décision optimales pour l'élaboration des éléments but à partir de l'écoute passive SONAR ». Contrat DCAN-CAPCA n° C-84.48.801.287, 1986.
- [4] Blom H., Bar-Shalom Y., "The interacting multiple model algorithm for systems with markovian switching coefficients". IEEE Trans. Automatic Control, Aout 1988, Vol. 33, pp. 780-783.
- [5] Bozzo C., « Le filtrage optimal et ses applications aux problèmes de poursuite ». Librairies LAVOISIER, Tome III, 1983.
- [6] Bucy R., « Non linear filtering ». IEEE Trans. Automatic Control vol. 10, 1965.
- [7] Carpentier R., « RADARS. Bases Modernes ». Ed. Masson, 1981.
- [8] Darricau J., « Physique et Théorie du RADAR ». Ed. Sodipe, 1994.
- [9] Dieulesaint E., ROYER D., « Ondes élastiques dans les solides : application au traitement du signal ». Ed. Masson et Cie, 1974.
- [10] Del Moral P., « Résolution particulaire des problèmes d'estimation et d'optimisation non-linéaires ». Thèse de l'Université Paul Sabatier, Juin 1994.
- [11] Del Moral P., Noyer J-C., Rigal G., Salut G., « Traitement particulaire du signal RADAR : détection, estimation et reconnaissance de cibles aériennes ». Rapport LAAS, Janvier 1993, n° 92495.
- [12] Del Moral P., Noyer J-C., Rigal G., Salut G., «Résolution particulaire et traitement non-linéaire du signal : applications Radar/Sonar ». Traitement du Signal, 1995, vol. 12, n° 4, pp. 287-301.
- [13] Del Moral P., Salut G., « Filtrage non-linéaire : résolution particulaire à la Monte-Carlo ». C.R.A.S. Paris, t. 320, Série I, 1995, p. 1147-1152
- [14] Kalman R., Bucy R., « New results in linear filtering and prediction theory ».
 J. Bas. Eng. ASME, 1961, Vol. 83 pp. 95-108

- [15] Le Chevalier F., « Principes de traitement des signaux radar et sonar ». Collection technique et scientifique des télécommunications. Ed. Masson, 1989.
- [16] Noyer J-C., « Résolution particulaire en filtrage non-linéaire ». Mémoire DEA 1991/92 Physique Théorique, préparé au LAAS sous la direction de G. Salut, soutenu auprès de l'Université d'Aix-Marseille II, juin 1992.
- [17] Noyer J-C., « Traitement non-linéaire du signal Radar par filtrage particulaire ». Thèse de l'Université Paul Sabatier, Décembre 1996.
- [18] Noyer J-C., Salut G., « Poursuite radar de cibles à navigation proportionnelle par filtrage non-linéaire particulaire ». 15^e Colloque GRETSI (Juan-Les-Pins), Septembre 1995, 18-22.
- [19] Noyer J-C., Salut G., « Tenue de situation : exploitation du signal RADAR ». Etude D.C.A.N. n° A.94.77.717, Rapport LAAS n° 94497. Rapport intermédiaire, Octobre 1994 n° 1.
- [20] Noyer J-C., Salut G., « Tenue de situation : exploitation du signal RADAR ». Etude D.C.A.N. n° A.94.77.717, Rapport LAAS n° 96220. Rapport intermédiaire n° 4, Juin 1996.
- [21] Rigal G., « Filtrage non-linéaire, résolution particulaire et applications au traitement du signal ». Thèse de l'Université Paul Sabatier, Juillet 1993.
- [22] Singer R.A., Behnke K.W., « Real-time tracking filter evaluation and selection for tactical applications ». IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Janvier 1971, Vol. AES-7, n° 1, pp. 100-110.
- [23] Thorp J.S., « Optimal tracking of maneuvering targets ». IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, Nov. 1972, Vol. 9 pp. 800-810.
- [24] Van Trees H.L., « Detection, Estimation and Modulation Theory. Part III ». Ed. John Wiley and Sons, 1968.
- [25] Wang T.C., Varshney P.K., « A tracking algorithm for maneuvering targets ». IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, Juillet 1993, Vol. 29 pp. 910-924.
- [26] Brevet DIGILOG/STERIA déposé le 8 juin 1994, sous le n° 94 07274

Manuscrit reçu le 23 avril 1996.

LES AUTEURS

Jean-Charles NOYER



Né à Talence en 1970. Après des études de Physique à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, il obtint le DEA de Physique Théorique de l'Université d'Aix-Marseille II en 1992. Sa thèse sur le traitement particulaire du signal RADAR, auprès de l'Université Paul Sabatier, a été préparée au Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes.

Gérard SALUT



Né en 1947 à Toulouse, où il présenta sa thèse de Doctorat d'Etat à l'Université Paul Sabatier en 1976. Il reçut la médaille de bronze en 1977, après quoi il séjourna au « Electronic Research Laboratory » de l'Université de Berkeley. Il est actuellement Directeur de Recherche au Laboratoire d'-Analyse et d'Architecture des Systèmes du CNRS à Toulouse. Ses principaux thèmes de recherche concernent l'estimation non-linéaire et l'identification, avec une mention spécifique à la résolution particulaire des problèmes de filtrage et d'optimisation.