# Temps–fréquence pour l'identification des caractéristiques dynamiques d'un pylône de téléphérique

# Time–Frequency for the Dynamical Characteristics Estimation of a Ropeway Tower

#### par Linilson R. PADOVESE\*, Nadine MARTIN\*\*, Jean-Michel TERRIEZ\*\*\*

\*Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Cidade Universitaria Cx. P. 8174, 01065–970, Sao Paulo, Brasil \*\*Centre d'Etude des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques ENSIEG, B.P. 46, F-38402 Saint Martin d'Hères cedex \*\*\*Laboratoire Sols, Solides, Structures, Université Joseph Fourier, Domaine Universitaire, B.P. 53X, F-38041 Grenoble cedex

#### résumé et mots clés

Des essais ont été réalisés sur les pylônes compression d'une ligne de téléphérique monocâble. L'objectif principal de cette étude est la validation d'un modèle théorique par comparaison des fréquences propres calculées et des fréquences estimées issues d'une analyse de signaux expérimentaux. La nature non-stationnaire des signaux nous a conduit à l'utilisation de méthodes temps-fréquence. La comparaison des résultats obtenus par différentes techniques — le spectrogramme, Capon et Lagunas glissant, AR glissant, ARCAP et LAGCAP glissant — a convergé vers le choix approprié de la méthode hybride d'analyse temps-fréquence ARCAP. Cette technique couple un estimateur AR pour l'estimation des fréquences à un estimateur de Capon pour l'estimation de la puissance associée à chaque fréquence. Les résultats temps-fréquence sont ensuite interprétés et comparés avec les résultats des simulations numériques issues du modèle théorique.

Mécanique, Système dynamique, Non stationnaire, Temps-fréquence.

#### abstract and key words

Experiments have been carried out on hold-town towers of monocable ropeways. The main object of the study concerns the validation of a theoretical model comparing calculated natural frequencies with estimated frequencies from measured signals. Non-stationarity of the signals has lead us to time-frequency methods. The comparison of results from different technics — spectrogram, gliding Capon and Lagunas, gliding AR, gliding ARCAP and LAGCAP — has converged to the suitable choice of the hybrid time-frequency method, called ARCAP. This method joins up an AR estimation of the frequencies and a Capon estimation of the associated power. Afterwards, time-frequency results are read and compared to the results of numerical simulations coming from the theoretical model.

Mechanical, Dynamical system, Non stationary, Time-frequency.

# 1. introduction

Dans les lignes des téléphériques monocâble, le câble assure une double fonction de support et de traction des véhicules. Le câble circule sur des batteries de galets, liées par des traverses articulées appelées balanciers (cf. figure 1–a), qui sont supportés par le fût des pylônes. Dans le cas où le câble passe au-dessous des galets, cet ensemble s'appelle balancier et pylône compression.

La liaison du véhicule avec le câble est assurée par un dispositif appelé pince. Le profil de celle-ci est dissymétrique par rapport à l'axe du câble (cf. figure 1-b).

Dans le mouvement de la ligne, le contact pince-galets cause des chocs et des vibrations dans le balancier, le pylône et le véhicule.



Figure 1. – a) Schéma d'un balancier compression de 8 galets. b) Schéma du profil d'une pince

Ce phénomène est à l'origine de sérieux problèmes de fatigue des matériaux.

Actuellement, dans la conception des installations de remontées mécaniques, ces effets dynamiques ne sont pas pris en compte. Ce travail de recherche a été réalisé pour apporter une contribution à l'évaluation des sollicitations auxquelles sont soumis les véhicules et pylônes. Les résultats procurent aux bureaux d'études des outils d'aide à la conception.

Dans ce contexte, un modèle dynamique de l'ensemble balanciervéhicule-pylône a été développé [1], [7]. Le modèle théorique prend en compte les caractéristiques dynamiques d'un balancier symétrique de 16 galets. Ce modèle forme un système discret de 15 degrés de liberté définis par les angles de chaque traverse par rapport à la position d'équilibre. Les balanciers de 4 et 8 galets en sont des cas particuliers. L'influence de l'inertie et du poids du véhicule sur le balancier, ainsi que, éventuellement, les caractéristiques dynamiques du pylône ont été également prises en compte.

Basé sur ce modèle, un logiciel a été développé afin de calculer les fréquences propres du balancier et étudier l'influence de certains paramètres du système par rapport à ces fréquences. Afin de valider ce modèle théorique, des essais expérimentaux ont été réalisés sur un site industriel [1]. Les données expérimentales obtenues ont permis l'estimation des fréquences propres du système. Ces essais sont décrits dans le chapitre 1 de cet article.

Du fait de la nature du comportement dynamique du système, les signaux mesurés par des capteurs de vibrations sont non stationnaires. Il faut donc, pour augmenter la quantité d'information, prendre en compte la dépendance temporelle dans la description des propriétés structurelles. Dans le chapitre 2 de cet article, nous exposons brièvement les méthodes temps-fréquences utilisées en insistant sur les éléments de comparaison des performances de chacune d'elle. Les images temps-fréquence sont ensuite interprétées dans le cadre de cette application. Le chapitre 3 interprète les résultats expérimentaux en les comparant avec les résultats des simulations numériques du modèle théorique. Enfin, les conclusions de cette analyse temps-fréquence par rapport au modèle théorique sont explicitées.

# description des essais expérimentaux

Ces mesures ont été réalisées sur des pylônes de type compression de 8 galets. Deux types d'essais ont été réalisés : essais de lâcher de pylône et essais de mesure d'accélération de la tête de suspente.

## 2.1. description des essais de lâcher de pylône

Un câble a été attaché du pied du pylône, au ras du sol, à l'extrémité du balancier. Quatre accéléromètres ont ainsi été installés :

 – en quelques points du pylône avec une direction principale de mesure perpendiculaire au fût du pylône et dans le plan de celui-ci (accéléromètre 1 de la figure 2),

 sur la potence avec une direction principale perpendiculaire à la potence et toujours dans le plan du pylône (accéléromètre 2 de la figure 2),

 sur le balancier avec une direction principale perpendiculaire à la traverse et dans le plan du balancier (accéléromètre 3 et 4 de la figure 2).



Figure 2. – Configuration des accéléromètres utilisés dans l'essai de lâcher de pylône : a) ensemble pylône-balanciers, b) détail au niveau d'un balancier.

La figure 2 montre une des configurations des accéléromètres.

Un câble est attaché du bas du pied du pylône, au ras du sol, jusqu'à l'autre bout, sur l'extrémité de la potence. Au moyen d'un dispositif de traction et de lâcher du câble, une tension était appliquée au câble causant ainsi une déformation du système pylône-balancier. Après le lâcher, les accélérations étaient mesurées par les accéléromètres.

#### 2.2. mesures des accélérations de la tête de suspente dans les conditions normales de fonctionnement

L'accélération de la tête de suspente du véhicule a été mesurée pendant le passage du véhicule sous un balancier compression dans les conditions normales d'utilisation de la ligne (cf. figure 3).

Ces mesures ont été réalisées pour trois pylônes compression avec des vitesses nominales de 5, 4 et 3 m/s, tant du côté montée que du côté descente, et avec 3 formes différentes de pince. Les balanciers de ces trois pylônes ont les mêmes caractéristiques géométriques.



Figure 3. – Position de l'accélérométre dans l'essai de mesure de l'accélération de la tête de suspente.

# analyse temps – fréquence des signaux mesurés

Dans le premier type d'essai, l'essai de lâcher de pylône, le but était d'essayer de déterminer les fréquences propres du pylône et surtout du balancier. En supposant le système linéaire, la composition spectrale du signal mesuré doit être une combinaison de fréquences modulées en amplitude. La modulation de l'amplitude est due à l'amortissement du système pylône-balancier.

Dans le deuxième type d'essai, la mesure de l'accélération de la tête de suspente, nous avons cherché à identifier, dans le domaine spectral, le comportement dynamique du système dans les conditions normales d'utilisation et, surtout, l'influence du véhicule. Le passage de celui–ci sous le balancier cause des chocs successifs entre pince et galets.

Ces deux types de signaux sont non stationnaires. La connaissance de l'évolution des événements relativement localisés dans le temps, surtout dans le deuxième type d'essai, peut apporter des informations importantes.

Les techniques temps-fréquence sont bien adaptées à ce type d'étude. La première partie a consisté à traiter des signaux issus de ces deux types d'essai afin de choisir la méthode appropriée pour réaliser ensuite une étude systématique. Les méthodes testées ont été les suivantes :

- le spectrogramme;

- la méthode de Capon glissant, méthode du minimum de variance;

- la méthode de Lagunas glissant, méthode de Capon normalisée;

- le modèle autorégressif (AR) glissant, représentation des spectres et représentation des pôles;

- les méthodes hybrides, le modèle AR ou la méthode de Lagunas pour l'estimation fréquentielle, sont couplées à l'estimateur de Capon pour l'estimation d'amplitude, ARCAP et LAGCAP.

Bien que du point de vue de la validation du modèle théorique l'intérêt majeur soit dans la caractérisation fréquentielle des signaux, l'estimation des amplitudes des composantes est discutée sans pour autant argumenter l'estimation de l'amortissement sous toutes ses possibilités. L'objectif de cet article n'étant pas de détailler les algorithmes, on se référera à [14], [5] et [13] pour des descriptifs et des références plus précises sur chacun d'eux.

Dans le premier paragraphe sont seulement présentées brièvement les méthodes temps-fréquence utilisées en insistant sur la résolution fréquentielle, la résolution temporelle et le suivi en amplitude. Ces derniers éléments sont les critères que nous avons utilisés pour l'interprétation des résultats. Lorsque l'expression analytique d'un de ces éléments fait défaut, par exemple la résolution fréquentielle de Capon, nous nous sommes limités à une comparaison visuelle des courbes. Dans un deuxième paragraphe, la démarche employée lors de l'analyse temps-fréquence est décrite pour un des signaux, un signal de lâcher de pylône. Le choix des méthodes et des paramètres ainsi que l'interprétation des images temps-fréquence sont exposés par rapport à la méthode choisie.

## 3.1. méthodologie temps – fréquence

#### 3.1.1. le spectrogramme

Le spectrogramme consiste à analyser à l'aide de la transformée de Fourier le signal sur des segments de durée  $\Delta T_{fou}$ :

$$\rho_{fou}[n,\nu) = \Big|\sum_{u=-\infty}^{+\infty} x(u) h^*(u-n) e^{-2i\pi\nu u t_e}\Big|^2$$

avec :

-x(n) signal à analyser de période d'échantillonnage  $t_e$ ,

 $-\rho_{fou}[n,v)$  la représentation conjointe en temps et fréquence estimée par le module carré d'une transformée de Fourier à court terme du signal x(n),

-h(n) la fenêtre de pondération de durée  $\Delta T_{fou}$ , fonction de  $L_2(\mathcal{R})$ .

Chaque segment est pondéré par une fenêtre de pondération h(n). Pour cette fenêtre, nous avons choisi la fonction de Kaiser–Bessel d'ordre 4 [8] qui est issue d'une minimisation de la largeur du lobe principal pour un niveau de lobes secondaires donné. Cette fenêtre tire avantage, par rapport à d'autres fenêtres au lobe principal équivalent, d'un niveau de lobes secondaires éloignés plus faible.

La résolution temporelle de l'analyse est directement fixée par le choix de la durée  $\Delta T_{fou}$  de la fenêtre ce qui implique une résolution fréquentielle  $\Delta B_{fou}$  donnée par :

$$\Delta B_{fou} = \frac{B_{stat}}{\Delta T_{fou}}$$

avec  $B_{stat}$  la bande statistique de la fenêtre [8].

Pour la fenêtre de Kaiser–Bessel d'ordre 4,  $B_{stat}$  vaut 2.05 bin fréquentiel (le bin fréquentiel est l'inverse de la durée de la fenêtre d'analyse).

#### 3.1.2. méthodes du minimum de variance

Les méthodes basées sur le minimum de variance n'imposent pas de modèle au signal. A chaque fréquence, un filtre est appliqué sur les données; ce filtre est estimé en minimisant à l'ordre 2 la réponse due aux fréquences en dehors de la bande du filtre. La forme de ce filtre est ainsi ajustée à chaque fréquence par rapport au signal. Ce type de filtrage est optimal par rapport à une analyse de Fourier pour laquelle les filtres d'analyse sont identiques quel que soit le signal.

#### 3.1.2.1. méthode de Capon

L'estimateur du minimum de variance ou estimateur de Capon est un estimateur de puissance défini en discret par [9], [3] :

$$P_{cap}[n,\nu) = \boldsymbol{a}[n,\nu)^{H} \boldsymbol{R}_{x}[n] \boldsymbol{a}[n,\nu) = \frac{1}{\boldsymbol{Z}_{\nu}^{H} \cdot \boldsymbol{R}_{x}[n]^{-1} \cdot \boldsymbol{Z}_{\nu}}$$

avec

-  $P_{cap}[n,\nu)$  la puissance de sortie du filtre de Capon excité par le signal discret x[n] échantillonné à la période  $t_e,$ 

 $-a[n,\nu) = (a_0,\ldots,a_p)$  la réponse impulsionnelle du filtre de Capon à la date n et à la fréquence  $\nu$ ,

 $-\mathbf{R}_{x}[n] = E\{\mathbf{x}[n] \ \mathbf{x}^{T}[n]\} \text{ la matrice d'autocorrélation du signal} x[n] \text{ de dimension } (p+1) * (p+1), \\ -\mathbf{x}^{T}[n] = (x(n-p), ..., x(n)),$ 

$$-\mathbf{Z}_{\nu}^{T} = (1, \exp(2i\pi\nu t_e), \dots, \exp(2i\pi\nu t_e p)),$$

-(p+1) le nombre de coefficients du filtre,

– l'exposant  ${}^{H}$  pour conjugué transposé et l'exposant  ${}^{T}$  pour transposé.

Aucune fenêtre n'est appliquée sur les segments puisque le principe de la méthode revient à appliquer une fenêtre dont les lobes secondaires sont minimisés par rapport au signal.

La résolution fréquentielle est, étant donnée la conception de l'estimateur de Capon, variable suivant la fréquence et le signal. Une possibilité d'évaluer cette résolution serait de la définir, à chaque fréquence, comme la largeur de bande équivalente du filtre de Capon. Cette définition est semblable à celle de Fourier où la résolution fréquentielle est définie par la bande équivalente de la fenêtre appliquée sur les données. De même que Lagunas pour la normalisation de l'estimateur de Capon [9], nous pouvons choisir, comme définition de la largeur de bande équivalente, la bande passante équivalente au bruit [17] :

$$\Delta B_{cap}[n,\nu) = \frac{\boldsymbol{a}(n,\nu)^{H}\boldsymbol{a}(n,\nu)}{t_{e} A_{\max}}$$

avec

 $-\Delta B_{cap}[n,\nu)$  la résolution fréquentielle de la méthode de Capon à la date n et à la fréquence  $\nu$  pour le signal x[n],

 $-A_{\max}[n,\nu)$  l'amplitude maximale de la fonction de transfert du filtre de Capon à la date *n* et à la fréquence  $\nu$ .

Sachant que

$$\boldsymbol{a}[n,\nu) = \frac{\boldsymbol{R}_x[n]^{-1} \boldsymbol{Z}_\nu}{\boldsymbol{Z}_\nu^H \boldsymbol{R}_x[n]^{-1} \boldsymbol{Z}_\nu}$$
[9]

nous obtenons :

$$\Delta B_{cap}[n,\nu) = \frac{\mathbf{Z}_{\nu}^{H} \mathbf{R}_{x}[n]^{-2} \mathbf{Z}_{\nu}}{t_{e} A_{\max}(n,\nu) |\mathbf{Z}_{\nu}^{H} \mathbf{R}_{x}[n]^{-1} \mathbf{Z}_{\nu}|^{2}}$$

Cette résolution dépend de la fréquence par l'intermédiaire de  $\mathbf{Z}_{\nu}$  et du signal à l'ordre 2 par sa matrice de corrélation.

L'observation de la fonction de transfert de Capon montre que cette définition n'est pas toujours adaptée à la mesure de la résolution fréquentielle à cause du comportement libre des filtres de Capon en dehors des bandes du signal où agit la contrainte de Capon. L'estimation de la résolution par une mesure de surface sous la fonction de transfert, telle que la formule précédente, peut fournir des valeurs aberrantes étant donné que le filtre de Capon n'est pas à bande étroite sur toutes les fréquences. Une étude approfondie de la résolution de Capon n'étant pas l'objet de cet article [19], nous nous bornerons ici à des comparaisons visuelles de résolutions spectrales.

La dépendance du filtre de Capon par rapport au signal explique l'amélioration de résolution par rapport à un estimateur de Fourier simultanément dans les domaines temporels et fréquentiels. Afin de s'affranchir de la représentation couleur, des coupes spectrales des différentes représentations temps-fréquence seront visualisées à une date donnée. La résolution fréquentielle est fortement dépendante de l'ordre du filtre, un filtre long temporellement étant plus résolutif en fréquence. On retrouve à nouveau l'éternel compromis - résolution fréquentielle et suivi de stationnarité - mais à des ordres de grandeurs différents par rapport à Fourier.

#### 3.1.2.2. méthode de Lagunas

La méthode de Lagunas ou minimum de variance normalisée est une extension de la méthode de Capon, estimateur de puissance, à un estimateur de densité spectrale de puissance. Cette extension est obtenue en normalisant la puissance de Capon par la bande équivalente du filtre sous l'hypothèse d'un filtre à bande étroite. Lagunas avait proposé d'élever la matrice de corrélation à une certaine puissance, ce qui conduisait à une amélioration non pas de la résolution, mais de la convergence (les pics s'affinent mais sont toujours centrés sur la même fréquence), d'où :

$$\rho_{lag}[n,\nu) = \frac{P_{cap}[n,\nu]}{a[n,\nu)^{H} a[n,\nu)} = \frac{Z_{\nu}^{H} R_{x}[n]^{-q+1} Z_{\nu}}{Z_{\nu}^{H} R_{x}[n]^{-q} Z_{\nu}}$$
avec

–  $\rho_{lag}[n,\nu)$  la représentation conjointe en temps et fréquence estimée par la méthode de Lagunas généralisée,

-q l'exposant à choisir par l'utilisateur : q = 0 périodogramme non moyenné, q = 1 Capon, q = 2 Lagunas, q > 2 Lagunas généralisé.

L'exposant q ne doit pas être fixé à une valeur très grande, il est rare d'avoir des résultats intéressants pour des exposants supérieurs à 4. A ces valeurs, la méthode de Lagunas généralisée n'arrive pas à suivre tous les pics. Ce comportement s'explique en établissant un lien avec la théorie des valeurs propres [9].

Considérons l'expression du minimum de variance normalisé par la bande équivalente du filtre, soit la méthode de Lagunas (q = 1):

avec

$$\rho_{lag}[n,\nu) = \frac{P_{cap}(n,\nu)}{\boldsymbol{a}[n,\nu)^{H} \, \boldsymbol{a}[n,\nu)}$$
$$P_{cap}[n,\nu) = \boldsymbol{a}[n,\nu)^{H} \, \boldsymbol{R}_{x}[n] \, \boldsymbol{a}[n,\nu)$$

Après quelques manipulations mathématiques, nous obtenons l'équation aux valeurs propres :

$$\boldsymbol{R}_{x}[n] \boldsymbol{a}[n, \nu) = 
ho_{lag}[n, \nu) \boldsymbol{a}[n, \nu)$$

 $-\rho_{lag}[n,\nu)$  contient toutes les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{R}_{x}[n]$ ; – à chaque fréquence n de valeur propre  $\rho_{lag}[n, \nu)$  est associé un vecteur propre égal à la réponse impulsionnelle  $a[n, \nu)$  du filtre.

Les valeurs propres les plus faibles représentent le bruit alors que les valeurs propres les plus grandes pourront être associées à des fréquences présentes dans le signal. Dans la méthode de Lagunas généralisée, une augmentation de la matrice de corrélation à une puissance q a pour effet d'élever les valeurs propres à la même puissance, soit d'augmenter le contraste entre les différentes valeurs propres. Très rapidement, l'échantillonnage en fréquence est en général insuffisant pour visualiser les différentes valeurs propres.

Le lien qui vient d'être fait avec la théorie des valeurs propres indique que les méthodes basées sur une normalisation de la méthode de Capon sont essentiellement des méthodes d'estimation de fréquences puisque le calcul de  $\rho_{lag}[n, \nu)$  revient à un calcul de valeurs propres. Les valeurs des maxima des pics ne peuvent pas être reliées aux puissances associées à chaque fréquence présente dans le signal. Pour estimer ces puissances, il faut réintroduire la méthode de Capon et non sa version normalisée (cf. 3.1.4).

#### 3.1.3. modèle AR

Une méthode AR glissante [14], [2], [13], [5] est définie en fréquence par :  $\rho_{AR}[n,\upsilon) = \frac{\sigma^2}{|\alpha^H Z_v|^2}$ 

avec

 $-\rho_{AR}[n,\nu)$  la représentation conjointe en temps et en fréquence estimée par un modèle AR glissant,

 $-\sigma^2$  la puissance de l'innovation du modèle AR,  $-\alpha^T = (\alpha_1, \ldots, \alpha_m)$  les coefficients du modèle AR,  $-\mathbf{Z}_{\nu}^{T} = (1, \exp(2i\pi\nu t_{e}), \dots, \exp(2i\pi\nu t_{e}m)),$ -m l'ordre du modèle AR.

La méthode utilisée est une méthode de covariance. Il n'est pas possible de chiffrer exactement la résolution fréquentielle qui dépend du rapport signal sur bruit. Néanmoins, une expression analytique approchée mesure la séparation fréquentielle minimale de deux sinusoïdes d'égale puissance noyées dans du bruit blanc pour des points d'autocorrélation connus [11] :

$$\Delta B_{ar} = rac{1,03}{t_e \ m \ [snr \ (m+1)]^{0,31}}$$

avec

 $-\Delta B_{ar}$  la résolution fréquentielle de la méthode AR en Hz,

-snr le rapport signal sur bruit d'une seule sinusoïde en linéaire. Dans une application sur signaux réels, il est clair que le rapport

signal sur bruit n'est pas connu. Il est toutefois intéressant, tout en restant prudent sur les conclusions, de calculer la résolution par cette formule en évaluant a priori le rapport signal sur bruit.

Le modèle AR a, par rapport à l'estimateur de Capon, une résolution temporelle équivalente alors que la résolution fréquentielle est supérieure. L'estimateur du minimum de variance est une moyenne des spectres AR de tous les ordres inférieurs à l'ordre considéré [13]. Pour obtenir une résolution de Capon compétitive avec celle de l'estimateur AR, il faut augmenter la longueur de la réponse impulsionnelle du filtre de Capon, soit l'ordre. Cette augmentation de l'ordre nécessite une augmentation du support temporel d'analyse pour conserver une estimation statistique correcte de la matrice de covariance, soit une dégradation de la résolution temporelle. La résolution fréquentielle de l'estimateur de Lagunas est empiriquement équivalente à celle du modèle AR. Il est important de noter la différence entre le choix de l'ordre des méthodes du minimum de variance (MV - Capon ou Lagunas) et de l'estimateur AR. Dans les deux cas, cet ordre représente la longueur de la réponse impulsionnelle du filtre appliqué sur les données (à un point près pour l'AR). Par contre, l'ordre AR est lié au nombre de degrés de libertés du système tandis que l'ordre MV est lié à la largeur fréquentielle du filtre. Ainsi, il n'est pas nécessaire d'augmenter l'ordre AR quand le nombre de degrés de liberté du système est atteint tandis qu' un ordre MV plus élevé garantit une résolution fréquentielle plus importante. Cette résolution est tout-de-même limitée par la résolution temporelle d'une part, mais surtout par l'apparition de lobes dans la fonction de transfert. Cette distinction rejoint la différence théorique fondamentale entre les deux méthodes : l'information spectrale est contenue dans le filtre pour l'estimateur AR – notion de modèle – et à la sortie du filtre pour le minimum de variance – notion de filtrage adapté au signal.

La troisième dimension de l'image temps-fréquence estimée par un modèle AR représente la variation des modules des pôles. L'estimation des fréquences par la position des pôles est moins biaisée que l'estimation des fréquences par la position des maxima des pics de la densité spectrale de puissance AR [12]. Cette dernière estimation est de plus entachée d'un biais dû à l'échantillonnage en fréquence de la densité spectrale, qui n'existe pas dans l'estimation des pôles. Pour ces raisons, nous préférerons l'estimation des fréquences par les pôles bien que nous ne soyons pas dans un cas critique d'analyse.

Les variations des modules des pôles déterminent l'amortissement de chaque sinusoïde. En effet, si nous faisons l'hypothèse de sommes de sinusoïdes amorties qui semblent tout à fait adaptées à notre cas :

$$x(n) = \sum_{k=1}^{m} \beta_k e^{\alpha_k n t e} e^{i(2\pi\nu_k n t_e + \theta_k)}$$

avec  $\beta_k$  l'amplitude,  $\alpha_k$  le taux d'amortissement,  $\nu_k$  la fréquence et  $\theta_k$  la phase.

Cette équation peut aussi s'écrire :  $x(n) = \sum_{k=1}^{m} h_k z_k^n$ 

avec

 $-h_k = \beta_k e^{i\theta_k}$  une amplitude complexe,  $-z_k = e^{\alpha_k t_e} e^{i2\pi\nu_k t_e}.$ 

Pour estimer les paramètres de ce modèle, Prony eut l'idée de séparer l'estimation des  $h_k$  et des  $z_k$ . Il a montré [5] que les  $z_k$  sont solutions d'une équation aux différences linéaire sur le signal x[n].

Soit: 
$$p_k = z_k = e^{\alpha_k t_e} e^{i2\pi\nu_k t_e}$$
 d'où:  $\alpha_k = \frac{\log |p_k|}{t_e}$ 

Le logarithme des modules des pôles représentent directement les variations de l'amortissement de chaque résonance. La première étape de Prony, estimation des fréquences et des amortissements, n'est autre que l'application d'un modèle AR. La méthode de Prony se distingue ensuite d'un modèle AR de part le modèle de base, somme de sinusoïdes amorties, qui permet de calculer l'amplitude et la phase. Appliquer la méthode de Prony n'ajouterait rien à l'estimation des amortissements et des fréquences, ce dernier étant notre objectif principal. Nous nous sommes limités à des observations visuelles de l'amortissement sans introduire de comparaison chiffrée à cause du problème physique sous-jacent. Le modèle mécanique théorique à été développé jusqu'à présent pour estimer les fréquences propres du système. L'estimation de l'amortissement nécessite des travaux ultérieurs sur le modèle théorique ainsi que des essais expérimentaux plus adaptés à la mesure de ce paramètre.

#### 3.1.4. méthodes hybrides LAGCAP et ARCAP

Dans le cas particulier de l'estimation de sinusoïdes, la méthode du minimum de variance estime une quantité linéairement proportionnelle à la puissance de chaque sinusoïde tandis que l'estimateur AR est proportionnel au carré de la puissance. L'aire sous chaque pic AR est par contre proportionnelle à la puissance [5], [13]. Des expérimentations sur des signaux réels, en particulier sur des signaux de cavitation [15], [16], sur des réponses impulsionnelles de salles de concert en acoustique de salles [18] et sur des signaux de vibration [6], [10], ont de plus montré l'intérêt de l'estimateur du minimum de variance quant au suivi de puissance. Les méthodes hybrides ARCAP et LAGCAP [14], [4], [6] réalisent un couplage entre une méthode à haute résolution fréquentielle (AR ou Lagunas) et la méthode de Capon dont l'estimation est proportionnelle à la puissance. Nous obtenons alors une représentation purement paramétrique. A chaque date d'abscisse n du plan temps-fréquence sont représentés des points d'ordonnée  $\nu_i$ et de puissance  $P_i$  définis par :

- pour la méthode ARCAP :  $\nu_i = \frac{arg(p_i)}{2\pi t_e}$  i = 1 à m, avec  $p_i$  pôles AR à la date n;

$$P_i = P_{cap}[n, \nu_i)$$

– pour la méthode LAGCAP :  $\nu_i$  telle que  $\rho_{lag}[n, \nu_i)$  soit maximale,

$$P_i = P_{cap}[n, \nu_i).$$

## 3.2. analyse temps – fréquence des signaux de lâcher du pylône

Les signaux issus des essais de lâcher de pylône ont été échantillonnés à 64 Hz sur une durée de 8 s (512 points) et filtrés passe-bas à 30 Hz. La démarche temps-fréquence a été entièrement décrite pour un seul signal, le signal intitulé « accéléromètre 2 » présenté sur la figure 4. Le même raisonnement s'applique aux autres signaux.

#### 3.2.1. analyse par le spectrogramme

Une analyse temps-fréquence démarre obligatoirement par une analyse de Fourier, analyse robuste et sans information a priori sur le signal. Nous avons considéré trois cas d'analyse liés à la largeur de la fenêtre :

 $-\Delta T_{fou} = 1$  s (64 points): Une résolution temporelle mini-



Figure 4. – Forme d'onde temporelle du signal de l'accéléromètre 2 issu des essais de lâcher de pylône (8s – 512 points),  $F_e = 64$  hz, filtrage passse-bas à 30 Hz.

male pour la méthode permet de déceler la forte diminution d'amplitude présente vers 2 secondes. Cette variation d'amplitude est très visible sur la forme d'onde du signal (cf. figure 4). Mais la résolution fréquentielle,  $\Delta B_{fou} = 2$  Hz, est nettement insuffisante pour une bande d'analyse du signal de 32 Hz. Seule une faible variation d'amplitude est observée sur chaque composante.

 $-\Delta T_{fou} = 2$  s (128 points) : En dégradant la résolution temporelle, la résolution fréquentielle,  $\Delta B_{fou} = 1$  Hz, s'améliore mais les évolutions de l'amplitude sont pratiquement perdues. Le diagramme temps-fréquence est visualisé sur la figure 6-a.

 $-\Delta T_{fou} = 4$  s (256 points) : En dégradant encore la résolution temporelle à une valeur qui n'est d'ailleurs plus acceptable, la résolution fréquentielle,  $\Delta B_{fou} = 0.5$  Hz, est correcte. Mais, il n'y a plus aucune possibilité de suivi de non-stationnarité autant en amplitude comme en fréquence étant donné la longueur temporelle de la fenêtre d'analyse.

La largeur de fenêtre de durée 2 s représente donc le meilleur compromis pour le spectrogramme entre la résolution temporelle et la résolution fréquentielle.

## 3.2.2. analyse par les méthodes du minimum de variance

Suite à cette première interprétation, d'autres analyses s'imposaient. La méthode de Capon a été appliquée sur le signal de lâcher de pylône sur un segment temporel glissant de 0.86 s (55 points) avec un ordre de 22 (filtre à 23 coefficients). Cet ordre expérimentalement optimal est obtenu à partir de la comparaison de différents essais moyennant le compromis résolution fréquentielle et résolution temporelle imposé par la méthode (cf. 3–1–2–1) et surtout tenant compte de la première interprétation issue des trois spectrogrammes précédents. L'image temps-fréquence de Capon (cf. figure 6-b) est intéressante puisqu'elle fusionne les deux cas extrêmes de l'analyse de Fourier avec une résolution temporelle un peu supérieure (0.86 s au lieu de 1s). Une observation visuelle des images tempsfréquence sous-tend une résolution fréquentielle optimale par rapport à celle de l'analyse de Fourier ainsi que des fluctuations de puissance plus faibles.

Il n'existe actuellement pas d'expression analytique de la résolution fréquentielle de Capon. La figure 5 visualise une fonction de transfert de Capon du signal de lâcher de pylône de l'accéléromètre 2 à la date 1 seconde et à la fréquence 7.3 Hz. Ce filtre, qui n'est pas à bande étroite autour de la fréquence d'intérêt, ici 7.3 Hz, n'est même pas maximum à cette fréquence. Ce cas particulier illustre la difficulté à chiffrer la résolution fréquentielle de Capon qui dépend du filtre mais aussi directement du signal bien que le filtre soit dépendant du signal (cf 3-1-2-1). Pour cette raison, nous nous sommes limités à une comparaison visuelle des résolutions dans le cas de Capon [19].

L'objectif étant une nouvelle amélioration de la résolution fréquentielle, nous avons ensuite appliqué la méthode de Lagunas généralisée glissant [9]. Appliqué au signal de lâcher de pylône, la méthode de Lagunas (q = 2) apporte une amélioration sensible de la résolution fréquentielle dès l'ordre 12 (cf. figure 6–c) alors que la méthode de Capon nécessite un ordre d'au moins 18. Une augmentation du coefficient q à la valeur 3 diminue encore la largeur fréquentielle associée à chaque pic. Dans ce dernier cas, à cause de la finesse des pics, il est nécessaire d'augmenter l'échantillonnage fréquentiel pour améliorer la représentation. Nous sommes passés de 128 points en fréquence pour la méthode de Capon et de Lagunas à 1024 points pour la méthode généralisée. Comme il l'a été précisé précédemment (cf. 3–1–2–2), pour q = 4, la méthode de Lagunas généralisée n'arrive pas à suivre tous les pics.



Figure 5. Coupe spectrale de la représentation temps-fréquence de Capon et de la fonction de transfert de Capon du signal de l'accéléromètre 2 issu des essais de lâcher de pylône à la date 1s et à la fréquence 7.3 Hz.

#### Temps-fréquence pour l'identification



Figure 6. – Images temps-fréquence - spectogramme et méthodes du minimum de variance- du signal de l'accéléromètre 2 issu des essais de lâcher de pylône  $F_e = 64$  Hz.

a) spectogramme  $\Delta T_{\text{fou}} = 2 \text{ s}$  (128 points);

b) Capon glissant ordre 22, mémoire temporelle 0.86 s (55points)

c) Lagunas glissant ordre 12, q=2, mémoire temporelle 0.86 s (55points)

#### 3.2.3. analyse par le modèle AR

Quelle que soit la méthode utilisée, les résultats précédents sont cohérents sur la nature du signal étudié : deux composantes à bande étroite. Dans ce contexte, une méthode basée sur un modèle AR semble parfaitement adaptée. La détermination préliminaire de l'ordre de chaque modèle est basée sur le nombre de pics considérés comme significatifs dans la transformée de Fourier. La longueur de la fenêtre d'analyse a été choisie entre 3 et 4 fois l'ordre. Basés sur ses deux estimations, des essais ont été réalisés avec différents ordres autour de cette valeur estimée. L'ordre final a été fixé après une comparaison des évolutions des différentes estimations sachant qu'autour de cet ordre final, la signature temps-fréquence doit peu évoluer. Ainsi, l'ordre m du modèle a été fixé à 8 étant donné le nombre de fréquences à estimer et le rapport signal sur bruit apparemment faible. Le segment temporel glissant est de 0.86 s (55 points). Sur la figure 7-a est représentée  $\rho_{AR}[n,\nu)$  du signal de lâcher de pylône.

La résolution fréquentielle a été calculée à partir de l'expression approchée rappelée en 3–1–3 bien que les hypothèses indiquées ne soient pas vérifiées puisque, à chaque date, deux sinusoïdes sont présentes mais avec des amplitudes différentes. Etant donné la forme d'onde du signal et les conditions d'expérimentations, le bruit a été considéré comme faible. Dans ce contexte, le tableau 1 dresse les valeurs de la résolution fréquentielle de l'estimateur AR pour différentes valeurs du rapport signal sur bruit, valeurs plutôt élevées. Ces résultats sont à comparer avec ceux de Fourier rappelés dans le tableau 2.

rapport signal sur bruit	$\Delta B_{ar}$	$\Delta T_{ar}$
20 db	1 Hz	0.86 s
25 db	0.7 Hz	(55 points)
30 db	0.12 Hz	

Tableau 1 : Résolution fréquentielle et temporelle de l'estimateur AR dans le cas de deux sinusoïdes d'égale puissance en fonction du rapport signal sur bruit et pour les conditions d'expérimentation et d'analyse - Fe = 64Hz - p = 8

$\Delta B_{fou}$	$\Delta T_{fou}$
2 Hz	1 s (64 points)
1 Hz	2 s (128 points)
0.5 Hz	4 s (256 points)

Tableau 2 : Résolution fréquentielle et temporelle de l'estimateur de Fourier avec la fenêtre de Kaiser-Bessel d'ordre 4 quel que soit le rapport signal sur bruit.

L'observation simultanée des deux tableaux confirme les améliorations apportées par la méthode AR par rapport à l'analyse de Fourier. Dans tous les cas, la résolution temporelle obtenue par l'estimateur AR est bien supérieure à celle de Fourier tout en préservant une haute résolution fréquentielle à 20 db et une très

### Temps-fréquence pour l'identification



Figure 7. – Images temps-fréquences - modèle AR et méthodes hybrides - du signal de l'accéléromètre 2 issu des essais de lâcher de pylône  $F_e = 64$  Hz a) AR glissant ordre 8, mémoire temporelle 0.86 s (55points), représentations des spectres. b) AR glissant ordre 8, mémoire temporelle 0.86 s (55 points), représentation des pôles AR (fréquences et modules variant de 0.95 à 1); c) ARCAS glissant ordre 8, mémoire temporelle 0.86 s (55points).

haute résolution fréquentielle pour des rapports signal sur bruit supérieurs. La figure 8 illustre la comparaison des différents estimateurs au niveau de la résolution fréquentielle. Cette comparaison est sans surprise par rapport aux propriétés connues rappelées dans le paragraphe 3–1. Ces coupes montrent clairement la position intermédiaire de Capon entre Fourier d'une part, et le modèle AR et la méthode de Lagunas, d'autre part.

La figure 7-b représente le suivi des pôles AR dans le plan tempsfréquence. Le logarithme des modules des pôles représente directement les variations de l'amortissement de chaque résonance. Pour pouvoir visualiser ces variations, il est nécessaire de caler la totalité de la palette couleur sur l'intervalle (0.95, 1). L'évolution de l'amortissement est nettement visible sur cette représentation. Étant donné les objectifs fixés dans le cadre de cette étude, l'évaluation chiffrée de cet amortissement n'a pas été effectuée.

#### 3.2.4. analyse par les méthodes hybrides LAGCAP et ARCAP

Concernant le choix des paramètres des méthodes, les remarques des paragraphes précédents s'appliquent totalement. En adaptant







Figure 8. Coupe spectrale, à une date fixée, de quatre représentations tempsfréquence du signal de l'accéléromètre 2 issu des essais de lâcher de pylône  $F_e = 64$  Hz.

a) coupe du spectogramme à t = 1 s (64 points),  $\Delta T_{\text{fou}} = 2$  s (128 points); b) coupe de Capon glissant à t = 0.96 s (62 points), ordre 22, mémoire 0.86 s, (55 points); c) coupe de Lagunas glissant à t = 0.96 s (62 points), ordre 12, mémoire 0.86 s, (55 points); d) coupe de AR glissant à t = 0.96 s (62 points) ordre 8, mémoire 0.86 s (55 points).

localement la palette sur les deux zones d'intérêt, figure 7–c, le suivi d'amplitude est relativement satisfaisant par rapport à la forme d'onde du signal. Bien entendu, on ne peut pas appliquer directement une méthode hybride sans avoir pris la précaution de vérifier le contenu spectral en dehors des fréquences d'intérêt. Il est important que, sur chaque segment d'analyse, le signal soit à bande étroite, ce qui est tout à fait le cas dans cette application.

#### 3.2.5. signature temps-fréquence

Suite à ces analyses, trois méthodes ont des conclusions semblables sur la signature temps-fréquence du signal de lâcher de pylône :

- la méthode LAGCAP,

- la méthode ARCAP,

– le suivi de pôles du modèle AR avec une visualisation fine des variations des modules des pôles proches du cercle unité.

Ces images temps-fréquence permettent de considérer le signal de lâcher de pylône étudié particulièrement dans ce paragraphe (accéléromètre 2) comme deux résonances d'amplitudes décroissantes :

 $-\nu_1 = 7$  Hz sur un support temporel de 0 à  $t_1 = 3.9$  s,  $-\nu_2 = 16$  Hz sur un support temporel de 0 à  $t_2 = 1.6$  s,

Dans le cas où les variations fréquentielles de ces résonances sur les supports temporels précités ne seraient pas significatives, il serait intéressant d'extraire de l'image temps-fréquence deux courbes à une dimension de variation de la puissance associée à chaque résonance sur les supports temporels d'existence.

Soit:  $P_{\nu_i}(t)$  sur [0, ti] pour i = 1, 2

Ces deux courbes à une dimension affranchiraient du problème de visualisation des images temps-fréquence. Ce type de représentation, envisagé sur d'autres applications, n'a pas été réalisé pour cette application axée sur l'estimation fréquentielle.

Il n'existe pas actuellement de résultats théoriques comparatifs de l'estimation des amortissements par la méthode de Prony (module des pôles AR) ou par la méthode de Capon. Des travaux sont en cours. Dans le contexte de cette application et pour pouvoir prolonger cette étude par une analyse plus systématique de l'ensemble des signaux, seule la méthode ARCAP a été retenue. Sur la figure 9 est présenté un ensemble de résultats de la méthode ARCAP pour des signaux mesurés lors des essais de lâcher de pylône. L'interprétation de ces images par rapport à la mécanique est développée dans le paragraphe 4–1.

# 3.3. analyse temps–fréquence des signaux d'accélération de la tête de suspente

Les signaux issus des essais de l'accélération de la tête de suspente ont été échantillonnés à 128 Hz sur une durée de 2 s (256 points) pour les vitesses 5 et 4 m/s et sur une durée de 2.5 s (325 points) pour la vitesse 3 m/s. Une étude semblable à l'étude précédente a été menée. Bien que les signaux soient plus complexes, la philosophie de l'analyse reste la même et nous ne l'avons pas détaillée. Il faut noter que le choix de la méthode ARCAP est essentiellement dû à ces signaux d'accélération qui nécessitent une haute résolution fréquentielle. Nous présentons sur la figure 10 les résultats de la méthode ARCAP pour certains de ces signaux. De même que pour les signaux de lâcher de pylône, l'interprétation par rapport à la mécanique est développée dans le paragraphe 4–2.

# 4. interprétation des résultats

## 4.1. interprétation des essais de lâcher de pylône

L'objectif principal de cette étude étant de valider le modèle théorique, les fréquences propres de ce modèle ont été calculées, puis comparées à celles estimées par l'analyse spectrale.

Étant donné que pour le calcul théorique de ces fréquences propres, certains paramètres du système physique n'ont pas pu être mesurés (par exemple, la tension du câble de support, l'angle d'incidence en amont et en aval du pylône), des analyses de sensibilités des fréquences propres à ces paramètres ont été réalisées.

La comparaison des résultats de ces analyses avec les signatures temps-fréquence va nous apporter des éléments permettant de valider le modèle.

Sur la figure 9 sont présentés les résultats obtenus par l'analyse des signaux des essais de lâcher de pylône avec la méthode temps-fréquence ARCAP.

Les deux premières images temps-fréquence révèlent la structure spectrale des signaux obtenus par les accéléromètres 6 et 1 placés sur le pylône (cf. figure 2). L'information contenue dans ces signaux ne peut être liée qu'aux fréquences propres du pylône. Aucune information concernant le balancier ne peut être présente puisque les modes propres du balancier sont des modes de rotation sur le fût du pylône.

Par contre, sur les quatre dernières images qui présentent la structure spectrale des signaux obtenus par les accéléromètres placés sur le balancier (cf. figure 2), il faut s'attendre à trouver au moins les fréquences propres du balancier et du pylône, et peutêtre celles du câble. Cette raison explique la structure plus riche de ces quatre dernières images.

Par exemple, en regardant les deux images temps-fréquence du pylône, une fréquence nette est estimée à 7 Hz environ. Cette fréquence est aussi présente dans les quatre images tempsfréquence du balancier.



#### accéléromètres sur le pylône

Figure 9. – Images temps-fréquence ARCAP des signaux issus des essais de lâcher de pylône - En dessous de chaque graphique sont précisés l'ordre et la mémoire temporelle d'analyse en points.  $F_e = 64$  Hz. Pour l'échelle de couleur, la puissance est croissante de la gauche vers la droite. Un seuil de 0.8 a été appliqué sur les pôles AR.



temps

Figure 10. – Images temps-fréquences ARCAP des signaux issus des mesures de l'accélération de la tête de suspente. En dessous de chaque graphique sont précisés l'ordre et la mémoire temporelle d'analyse en points.  $F_e = 128$  Hz. Pour l'échelle de couleur, la puissance est croissante de la gauche vers la droite. Un seuil de 0.8 a été appliqué sur les pôles AR.

En basse fréquence, entre 3 et 5 Hz, les signaux mesurés sur le balancier ont une structure spectrale irrégulière rendant difficile la définition de fréquences nettes. Cette irrégularité est probablement lié à la dynamique du câble ou à une variation de la rigidité du balancier, au début du mouvement quand les amplitudes d'oscillation sont plus importantes.

Le tableau 3 résume les fréquences estimées par l'estimateur ARCAP ajouté des fréquences propres théoriques du balancier. Ces fréquences propres ont été calculées par un logiciel développé à partir du modèle théorique en considérant l'attache balancier sur le pylône comme rigide [1], [7].

Ces résultats théoriques ont été ajustés aux résultats expérimentaux à partir des analyses de la sensibilité de plusieurs paramètres, en particulier, la tension du câble et l'angle d'incidence du câble sur le balancier. Les valeurs exactes de ces paramètres n'ont pu être obtenues directement dans les essais réalisés.

	fréquences propres						
pylône expérimental			7,3 Hz			17 Hz	
balancier expérimental	4 Hz 5 Hz	6 Hz		10.5 Hz	16.3 Hz		22 Hz
balancier théorique	4.6 Hz			10.7 Hz	15.6 Hz		23 Hz

#### Tableau 3 :

 $1^{\rm ère}$  ligne : fréquences estimées pour les signaux des accéléromètres placés sur le pylône;

 $2^{\grave{e}me}$  ligne : fréquences estimées seulement pour les signaux des accéléromètres placés sur le balancier;

3<sup>ème</sup> ligne : fréquences propres calculées du balancier (seulement les quatre premières sont indiquées, les trois dernières fréquences propres théoriques 26.3 Hz, 29.8 Hz, et 32.2 Hz n'ont pas été retrouvées au cours de ces essais).

Ce tableau 3 indique une fréquence estimée de 6 Hz qui n'apparaît pas dans les fréquences calculées. En plus, cette fréquence se retrouve sur d'autres signaux mesurés avec des balanciers symétriques de 8 galets sur la même ligne de téléphérique. Son interprétation est hasardeuse avec les donnés actuelles. Il se peut qu'elle soit associée aux vibrations du pylône.

Le modèle théorique d'un balancier à 8 galets a 7 degrés de libertés. A partir de ce modèle sont calculées 7 fréquences propres. A partir des signaux obtenus au cours des essais expérimentaux, 3 ou 4 fréquences seulement sont estimées. Cette différence est due aux conditions expérimentales. Avec d'autres stratégies ou d'autres conditions expérimentales, la totalité des fréquences propres pourraient être estimés. En particulier, dans un essai de détermination des fréquences propres d'un système, le type d'excitation utilisée conditionne l'énergie fournie à chaque fréquence propre de celui-ci. Selon l'excitation, plus ou moins de fréquences résonneront avec plus ou moins d'intensité. Cette constatation est vérifiée par les résultats des essais réalisés. En regardant le tableau 3, le nombre théorique total des fréquences propres du balancier -- soit sept correspondant aux sept degrés de liberté -- n'a pas été déterminé. En outre, la dynamique du câble peut, elle aussi, contribuer à la composition spectrale des signaux mesurés.

## 4.2. interprétation des essais de l'accélération de la tête de suspente

La figure 10 présente les structures spectrales des signaux obtenus dans les essais de mesures des accélérations de la tête de suspente avec différentes vitesses de la ligne : 5 m/s, 4 m/s et 3 m/s. Bien que des mesures aient été faites sur trois pylônes distincts de la ligne, à ces trois vitesses et avec trois formes différentes de pinces, nous présentons seulement 6 représentations, classées par vitesse, où le choix des pylônes et de la forme de la pince a été réalisé de manière aléatoire.

L'observation de la figure 10 fait apparaître des similitudes spectrales fortes par classe de vitesse. Dans les trois paramètres qui, en principe, devraient influer sur la composition spectrale des signaux, la vitesse est le paramètre le plus important. Les autres paramètres, le type du pylône et la forme de la pince, ont une importance beaucoup plus faible.

Les structures spectrales sont, de manière générale, des raies spectrales stables dans le temps. Une analyse plus détaillée montre que les écarts entre les fréquences, pour une vitesse donnée, sont presque les mêmes. Plus la vitesse est faible, plus ces écarts fréquentiels sont faibles.

Pour illustrer plus clairement cette propriété, le tableau 4 présente les écarts fréquentiels entre les fréquences estimées pour des signaux mesurés à différentes vitesses de la ligne. Dans ce tableau ont été listés pour chaque vitesse nominale les fréquences estimées (à droite) et les écarts entre ces fréquences (à gauche). Ces écarts entre les fréquences, pour chaque vitesse, sont très proches et de moyenne dépendant de la vitesse. Ce résultat est vérifié pour des pylônes et des formes de pince différentes [1]. Ainsi, les structures spectrales de ces écarts fréquentiels doivent être probablement liées à la fréquence de passage de la pince sous les galets des balanciers, la distance entre ces galets étant presque toujours les mêmes pour les balanciers qui équipent les divers pylônes.

Ces écarts entre fréquences peuvent ainsi estimer la vitesse réelle de la ligne. La moyenne des écarts de fréquence, pour chaque vitesse nominale, multipliée par la distance entre deux galets fournit une estimation de : 4.7 m/s pour la vitesse nominale de 5 m/s; 4.3 m/s pour la vitesse nominale de 4 m/s et 2.5 m/s pour la vitesse nominale de 3 m/s.

Le passage du véhicule devrait entraîner des modulations des fréquences propres du balancier et de ses amplitudes. En comparant les résultats avec les fréquences propres calculées à partir d'un modèle théorique de l'ensemble balancier-véhicule [1], [7], l'interprétation fine de ces résultats expérimentaux est limitée par les performances de l'estimateur temps-fréquence.

<u>5 m/s</u>		4 m/s		3 m/s	
$\Delta f$	f (Hz)	$\Delta f$	f (Hz)	$\Delta f$	f (Hz)
	16		14		10
8,5		7	l.	4	
	24,5		21		14
7,5		7,7		2,5	
	32		28,7		16,5
8		7,3		3,5	
	40	ļ	36		20
7,3		7		4,5	
	47,3		43		24,5
				4,5	
					29
				5	
					34
				4,5	
					38,5
				8,8	
	1				47,3

Tableau 4 : Écarts entre les fréquences expérimentales en fonction de la vitesse de la ligne.

En effet, le passage de la pince sous le balancier engendre des chocs à des intervalles presque réguliers. Les distances entre galets dans une situation statique sont presque constantes et le mouvement dynamique ne modifie pas de façon significative cette distance.

Dans le cas simple d'un système à un degré de liberté amorti, excité par une succession de chocs, la réponse globale sera la réponse libre à un choc convoluée par un peigne de Dirac. La transformée de Fourier de ce signal sera la transformée de Fourier de la réponse libre à un choc, échantillonnée à un pas en fréquence égal à l'inverse de l'intervalle entre deux chocs.

Or, dans les signaux mesurés, la situation est analogue. Des simulations réalisées avec des systèmes à quatre degrés de liberté amortis ont confirmé cette analogie.

Pour avoir la composition spectrale réelle de ces signaux, il faudrait obtenir la densité spectrale de puissance du segment de signal mesuré pendant le passage du véhicule entre deux galets, soit entre deux chocs. A 5 m/s, cet intervalle dure 0.12 s, soit en fréquence 8.33 Hz. Avec un échantillonnage de 128 Hz, cet intervalle est numérisé sur 15 points.

Étant donné le nombre de composantes spectrales du signal, environ 5 à cette vitesse, une analyse par une méthode AR nécessite un ordre d'au minimum 12. Dans le cas d'un signal correctement échantillonné, et non sur-échantillonné, le segment temporel d'estimation de la matrice de covariance doit, alors, valoir au minimum 3 fois cette longueur, soit 36 points et 0.28 s. Cet intervalle est largement supérieur à la valeur de 0.12 s (15 points) imposée par la structure du balancier et la vitesse de la ligne. De plus, les analyses ont nécessité un modèle autorégressif d'ordre 16 et un segment temporel d'estimation de 50 points, soit 0.39 s. Cette durée représente au moins 3 intervalles entre chocs.

Dans ce cas précis, les limites d'une analyse AR sont largement dépassées. Pour une vitesse de la ligne plus faible, l'intervalle entre deux chocs est plus grand. Une vitesse de 3 m/s implique un intervalle entre chocs de 0.20 s, soit 26 points. Cette situation est encore au-dessus des limites d'une analyse AR. Ajouté à cela, l'analyse a montré qu'à cette vitesse, il était préférable d'appliquer un modèle AR avec un ordre légèrement supérieur, ordre de 18, et un segment temporel de 60 points, soit 0.47 s. Ce dernier point aggrave la situation.

Pour arriver à obtenir des informations sur la dynamique du système pour ce deuxième type d'essais, il faut pouvoir analyser le signal sur un segment de signal inférieur à la durée de passage du véhicule entre deux galets, soit entre deux chocs.

# 5. conclusion

L'objectif principal de cette étude est la validation d'un modèle théorique par comparaison des fréquences propres calculées et des fréquences estimées issues d'une analyse de signaux expérimentaux. La nature non-stationnaire des signaux nous a conduit à l'utilisation de méthodes temps-fréquence.

L'analyse temps-fréquence des signaux issus des essais de réponse libre de pylône a été exploitée en vue d'extraire les caractéristiques dynamiques du système. Après avoir décrit la démarche d'analyse, la méthode AR et les méthodes hybrides ARCAP et LAGCAP ont, dans le contexte de cette application, rassemblé les propriétés suivantes :

- une haute résolution fréquentielle,

- une bonne résolution temporelle permettant l'identification de modulations en fréquences,

- l'identification de la contribution énergétique de chaque composante fréquentielle du signal.

Cette dernière caractéristique indique, dans des essais de réponse libre, des possibilités de détermination de l'amortissement associé à chaque fréquence propre du système.

La comparaison des fréquences propres issues des calculs et des signaux expérimentaux semble indiquer que la correspondance est satisfaisante en tenant compte des incertitudes sur certains paramètres du système. Cette observation montre que ces derniers paramètres (tension du câble, angle d'incidence du câble de chaque côté du balancier, etc.) devront être contrôlés lors de ce type d'essais.

Dans l'analyse des signaux issus des essais de mesure de l'accélération de la tête de suspente, il a été montré que la résolution temporelle de la méthode AR n'était pas suffisante pour analyser le signal sur une fenêtre temporelle de taille égale ou inférieure à l'intervalle parcouru entre deux galets du balancier. Ce problème n'est pas vraiment lié à la qualité des méthodes d'analyse, mais plutôt à la nature du phénomène : les informations contenues dans les signaux sont tronquées en segments temporels beaucoup trop faibles.

Une perspective possible pour l'amélioration de la finesse temporelle d'analyse pourrait être l'analyse fine du signal, pré-filtré autour d'une bande fréquentielle caractéristique. La réduction du nombre de composantes fréquentielles induira une diminution de l'ordre du filtre AR d'analyse soit une augmentation de la résolution temporelle. Cette solution nécessitera des précautions : un pré-filtrage de données n'est pas sans conséquence sur l'analyse AR consécutive [10]. Devant ces observations, il semble que, parallèlement à cet effort d'analyse de ces signaux, il faut changer la stratégie de mesure sur les installations industrielles dans les conditions normales de fonctionnement.

#### **BIBLIOGRAPHIE**

- Padovese L.R., « Etude des phénomènes dynamiques dans les pylônes compression des téléphériques monocâble », *Thèse de l'Université Joseph Fourier*, Grenoble, 1992.
- [2] Martin N., « An AR spectral analysis of non stationary signal », Signal Processing, 1986, Vol. 10, n°1, pp. 61–74.
- [3] Lacoss R.T., « Data adaptative spectral analysis methods », *Geophysics*, 1971, Vol. 36, pp. 661–675.
- [4] Dubesset M., Berriani B., Lacoume J.L., Martin N., Cliet C., « Analysis and modeling of seismic signals over short time windows », 57th Annual International Meeting, SEG, New-Orleans, 1987.
- [5] Marple S.L., Digital Spectral Analysis, Prentice-Hall, New-Jersey, 1987.
- [6] Bondant L., Mars J., Martin N., « Analyse de signaux non stationnaires par des méthodes Temps–Fréquence », *Ier CFA*, Lyon, 1990, p. 725–728.
- [7] Padovese L.R., Terriez J.M., Martin N., « Etude des phénomènes dynamiques dans les pylônes compression des téléphériques monocâble », vol 48, n°4, Décembre 1995.
- [8] Harris J.H., « On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier », *Proceedings of the IEEE*, vol. 66, n°1, January 1978.
- [9] Lagunas M.A., Santamaria M.E., Gasull A., A. Moreno, « Maximum Likelihood Filters in Spectral Estimation Problems », *Signal Processing*, 1986, vol. 10, pp. 19–34.
- [10] Bondant L., « Méthodologie d'analyse temps-fréquence des signaux vibratoires de machines tournantes », *Thèse de Doctorat de l'INPG*, 10 Janvier 1991.
- [11] Marple S.L., « Frequency Resolution of Fourier and Maximum Entropy Spectral Estimates », *Geophysics*, September 1982, Vol. 47, pp. 1303–1307.
- [12] Lacoume J.L., Gharbi M., Latombe C., Nicolas J.L., « Close Frequency Resolution By Maximum Entropy Spectral Estimators », *IEEE Trans. on* Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-32, n°5, October 1984.
- [13] Kay S.M., « Modern Spectral Estimation », *Prentice Hall*, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1987.

- [14] Basseville M, Flandrin P., Martin N., Eds « Signaux non stationnaires. Analyse temps-fréquence et segmentation », *Traitement du Signal*, Supplément au Vol. 9, n°1, 1992.
- [15] Martin N., Mars J., Lorenzino P., « Etude temps-fréquence de signaux de cavitation », *Rapport CEPHAG*, n°6–92.
- [16] Martin N., Lorenzino P., « Détection de contours par opérations morphologiques binaires sur signaux de cavitation », *Rapport CEPHAG* n°2–93.
- [17] Max J., Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques, *Masson*, 1981.
- [18] Martin N., Mars J., Martin J., Chorier C., «A Capon's Time-Octave Representation. Application in Room Acoustics », *IEEE Trans. in Signal Processing*.
- [19] Martin N., Durnerin M., "Spectral Analysis by Minimum Variance Estimator. Caporis Filter analysis and new Normalization" Soumis à IEEE Trans. on Signal Processing.

#### Manuscrit reçu le 20 Décembre 1995.

#### LES AUTEURS

#### Linilson PADOVESE



Docteur-Ingénieur, UJF, Grenoble en 1992. Depuis, professeur à l'EPUSP à Sao Paulo. Domaines de recherche : application du traitement du signal à la mécanique, analyse des vibrations, identification des systèmes, segmentation du signal, représentation temps-fréquence, réseaux neuronaux appliqués à la détection et diagnostic dans la surveillance des machines.

#### Nadine MARTIN



Docteur-Ingénieur en 1984 à l'INP de Grenoble, habilitée à diriger des recherches en 1994, Nadine Martin est chargée de recherche au Centre d'Etude des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques depuis 1985. Son domaine de recherche privilégié est l'analyse de signaux non-stationnaires par des techniques temps-fréquence, en particulier par les méthodes AR et les méthodes du minimum de variance. Ses travaux actuels portent toujours sur l'analyse mais aussi sur l'interprétation d'une image temps-fréquence par la

recherche de descripteurs pertinents à l'aide de techniques de reconnaissances de formes et de morphologie mathématique adaptéees au temps-fréquence. Parallèlement, la méthodologie est confrontée à la réalité par l'analyse de signaux réels dans divers domaines (en acoustique, en mécanique, en sismique...).

#### Jean-Michel TERRIEZ



Jean-Michel Terriez est Professeur à l'Université Joseph Fourier de Grenoble, au laboratoire Sols, Solides, Structures (URA 1511). Après avoir été consacrés à la modélisation du comportement visco-plastique des aciers inoxydables, ses travaux sont orientés vers la simulation du comportement des strucutres : sécurité et fiabilité des systèmes de transport par câbles et comportement thermo-mécanique des assemblages multimatériaux de la micro-électronique.