

Applications de l'analyse en ondelettes en tomographie ultrasonore

Applications of Wavelets Analysis in Ultrasonic Tomography

par P. LASAYGUES*, J.-P. LEFEBVRE**

* Société ALCTRA 60, Bd Henri Barbusse, 93100 Montreuil/Bois

** Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique CNRS, 31, chemin J. Aiguier, 13402 Marseille Cedex 20

Résumé

Le présent travail s'inscrit dans le cadre d'une action de recherche sur la Tomographie Ultrasonore en Reflexion.

Il porte principalement sur l'application de l'analyse en ondelettes au contrôle non destructif des matériaux par ultrasons.

Comme outil de traitement, l'analyse temps-échelle est très adaptée à la détection et à la discrimination de défauts ou d'artefacts parasites lors de phase de prétraitement des données ainsi qu'au filtrage lors de la phase de reconstruction d'images.

Mots clés : Ondelettes, CND, Ultrasons, Fissure, Tomographie.

Abstract

This paper is related to the problem of tomographic detection of crack. It is concerned with an application of a Wavelet analysis in Ultrasonic Non Destructive Testing of materials.

As tool of signal processing, a time-scale method appears to be very well suited for flaw and/or artefact and discrimination and for filtering in the image reconstruction process.

Key words : Wavelets, NDT, Ultrasonics, Crack, Tomography.

1. Introduction

La transformation en ondelettes originelle, explicitée par J. Morlet et A. Grossman [1] pour l'analyse des signaux géophysiques est une application qui à une fonction d'une variables fait correspondre une fonction de deux variables. A un signal $S(t)$, on associe la suite de coefficients (la barre désignant le complexe conjugué) :

$$\xi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} g\left(\frac{t-b}{a}\right) \overline{S(t)} dt \quad (1)$$

où (a, b) sont respectivement des paramètres de dilatation/compression et de translation et où g est l'ondelette analysante (devant satisfaire un certain nombre de conditions d'admissibilité). Il existe un nombre illimité d'ondelettes analysantes; la plus connue étant celle de J. Morlet.

On distingue essentiellement deux types de transformations en ondelettes.

La première consiste à prendre comme espace des valeurs de (a, b) , l'ensemble $R^+ \times R$. Ce type d'analyse permet à partir de la collection de coefficients, de construire une représentation

bidimensionnelle, du même type que les représentations temps-fréquence [2] et qu'on nomme sous le terme générique d'analyse temps-échelle, l'échelle étant définie comme le paramètre a .

La deuxième, l'analyse en ondelettes orthogonales, consiste à prendre comme espace des valeurs de (a, b) , un réseau discret, les couples de la forme $(a, b) = (2^j; k2^j)$ où $(j, k) \in Z^2$.

Cette décomposition proposée par Y. Meyer [3] est une transformation qui conserve le nombre de degrés de liberté N d'un signal échantillonné sur N points mais qui ne permet de représenter le signal que sur un nombre limité d'échelles ($p = \log_2 N$ échelles) et pour d'autant moins de coefficients que l'échelle est grande (j petit), rendant les diagrammes temps-échelles moins explicites que l'analyse en continu.

En ce qui nous concerne, nous nous sommes intéressés à "l'analyse surabondante en échelles". Ce que nous appelons "analyse surabondante" est plus une extension des définitions de l'analyse orthogonale en introduisant des échelles intermédiaires entre les voies entières et de petites modifications sur l'ondelette analysante, qu'une analyse surabondante au sens strict telle que la définit, par exemple, V. Perrier [4].

Les méthodes d'imagerie ultrasonore pour le Contrôle Non Destructif (CND) des matériaux, telles que l'échographie, au-

torisent l'introduction des techniques temps-fréquences ou temps-échelles aussi bien au niveau du traitement du signal (pré-traitement des données avant reconstruction de l'image [5]) qu'au niveau de la construction et du traitement de l'image elle-même. C'est ce que se propose de montrer cet article sur le cas particulier de la tomographie ultrasonore en réflexion.

La tomographie ultrasonore en réflexion [6] emprunte à l'échographie sa physique et son électronique et à la tomographie par rayon X une bonne part de sa procédure de construction (entièrement numérique) de l'image. On peut la considérer comme une technique particulière d'imagerie par synthèse d'ouverture. Son résultat est une résolution isotrope, égale à la résolution axiale des transducteurs, donc d'autant meilleure que ceux-ci sont large bande [7][8].

Pour les milieux diffusants tels que les matériaux à grains (fontes,...) ou à fibres (composites), les travaux actuels visent soit à éliminer le bruit de réverbération qui peut masquer l'existence de défauts importants du type interface (décollement entre couches,...), soit au contraire, à analyser ce bruit pour en extraire une information sur le matériau (atténuation locale). Dans certains cas, on cherche simplement à discriminer un signal provenant d'une réflexion (défaut plan, fissure,...) d'un signal provenant d'une diffusion (défaut ponctuel) [9]. On rejoint alors les problèmes de caractérisation de cibles en radar ou en sonar (couleur des "points brillants"). L'analyse temps-fréquence joue déjà un rôle important dans ce domaine, l'analyse en ondelettes doit conduire à des résultats comparables.

Le but du présent article est d'illustrer à travers trois exemples, les fortes potentialités de l'analyse en ondelettes pour des problèmes d'imagerie ultrasonore.

Après une rapide présentation de la méthode de décomposition retenue, nous proposons deux premiers exemples portant sur le pré-traitement des signaux. Le premier traitement permet de modifier les échogrammes avant leur "injection" dans l'algorithme de reconstruction (élimination d'échos gênants), le second ayant pour objectif une aide spécifique au diagnostic de la nature d'un écho (discrimination de signatures). Enfin la troisième application touche directement le processus de reconstruction d'image en corrigeant certains artefacts dus à l'algorithme (filtre de reconstruction).

2. Analyse surabondante en échelles

Plutôt que procéder à une analyse classique continue en échelles, nous avons préféré choisir une analyse dite surabondante, directement dérivée d'une décomposition en ondelettes orthogonales. L'intérêt d'une telle décomposition est que, restreintes à la grille dyadique, c'est-à-dire pour $a = j$ et $b = k2^{-j}$ (j, k entiers), les ondelettes utilisées sont orthogonales les unes aux autres, ce qui peut s'avérer utile pour certaines applications. Nous exposons ici

la méthode mise en oeuvre, basée sur une extension de l'analyse orthogonale avec une ondelette de Jaffard.

2.1. DÉCOMPOSITION EN ONDELETTES ORTHOGONALES (avec l'ondelette de Jaffard)

Par définition, les coefficients d'ondelettes de l'analyse orthogonale d'une fonction de L^2 , notée $S(t)$, sont $C_{j,k} = \xi_{a,b}$ pour $a = 2^{-j}$, $b = k2^{-j}U_t$, U_t étant une unité de temps, et pour $g(t) = \Psi(t)$ ondelette-mère de l'analyse orthogonale considérée :

$$c'est\text{-à-dire} \quad C_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} S(t)\bar{\Psi}_{j,k}(t) dt \quad (2)$$

$$\text{avec } \Psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}g\left(\frac{t-b}{a}\right) = 2^{j/2}\Psi[2^j(t - k2^{-j}U_t)]$$

Les fonctions $\psi_{j,k}$ doivent former une famille de fonctions orthonormales, vérifiant les propriétés suivantes :

- $\Psi_{j,k}(t)$ est une fonction de $L^2(\mathbb{R})$;
- $\hat{\Psi}_{j,k}(\nu)$, sa transformée de Fourier, est à support compact;
- $\Psi_{j,k}(t)$ est à support "physiquement compact", c'est-à-dire :

$$20 \log \left| \frac{\Psi_{j,k}(t)}{\text{Max}(\Psi_{j,k}(t))} \right| \leq -A \text{ dB}$$

en dehors d'un intervalle "pas très grand". A , exprimé en décibels, est un coefficient laissé au libre choix de l'utilisateur.

L'ondelette analysante $\Psi(t)$ que nous avons choisie (figure 1), est celle de S. Jaffard [10]. Son spectre est maximum pour $\frac{2}{3}U_f$ (U_f étant une unité fréquentielle de référence, en pratique la fréquence d'échantillonnage F_e des signaux), a une bande couvrant dans l'absolu 2 octaves $\left(\frac{1}{3}U_f, \frac{4}{3}U_f\right)$ (soit une largeur de bande égale à U_f) et 1 octave $\left(\frac{1}{2}U_f, U_f\right)$ à -3 dB (soit une largeur de bande à -3 dB égale à $U_f/2$). Dans le domaine temporel, elle est réelle et inférieure à 10^{-3} en dehors d'un intervalle de longueur $13U_t$ (où $U_t = (U_f)^{-1}$ est l'unité temporelle de référence liée à l'unité fréquentielle de référence choisie), centré sur $\frac{1}{2}U_t$ et symétrique par rapport à $\frac{1}{2}U_t$.

A cette ondelette mère, on associe donc la famille d'ondelettes $\psi_{j,k}$ définie par :

$$\Psi_{j,k}(t) = \sqrt{2^j}\psi\left[2^j\left(t - \frac{k}{2^j}U_t\right)\right] \quad (3)$$

L'ondelette $\Psi_{j,k}(t)$ est essentiellement concentrée autour de $t = 2^{-j}\left(k + \frac{1}{2}\right)U_t$, avec une largeur de bande de $13 \times 2^{-j}U_t$.

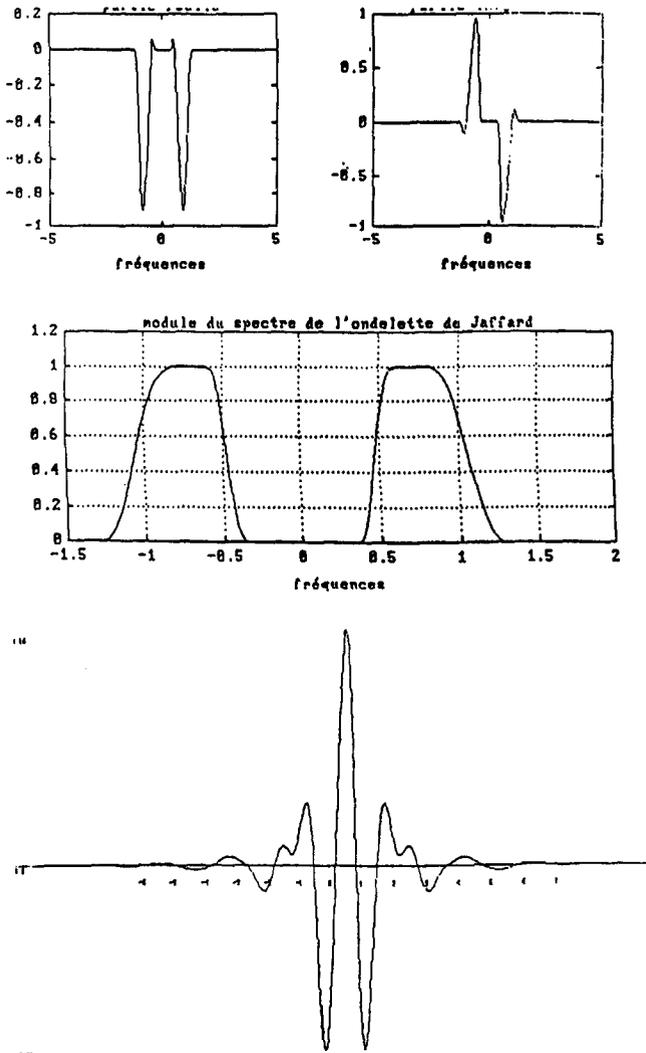


Figure 1. – Ondelette analysante de S. Jaffard $\psi(t)$.

Son spectre est maximum à la fréquence $\nu_j^0 = \frac{2^{j+1}}{3} U_f$ et a pour support l'intervalle $\left[\frac{2^j}{3}, \frac{2^{j+2}}{3} \right] U_f$, de largeur totale $2^j U_f$.

Elle engendre ainsi une analyse qui présente une certaine localisation à la fois en temps et en fréquence relative (filtrage à $\frac{\Delta f}{f}$ constant).

Un des problèmes est le choix de la plage de variation des paramètres de dilatation-compression j et de translation k . Soit un signal $S(t)$ régulièrement échantillonné, comportant N points. On montre [11] que si on choisit comme unité de référence fréquentielle U_f la fréquence d'échantillonnage F_e du signal S , les seules voies¹ de travail utiles sont les voies $j \leq 0$ et par conséquent, nous n'effectuons finalement que des dilatations

1. Nous parlons de "voie" pour identifier l'échelle relative au paramètre j .

de l'ondelette analysante. Par ailleurs, nous considérons que les signaux sont suffisamment sur-échantillonnés pour que le spectre du signal soit quasiment nul au-delà de $\frac{F_e}{3}$, de sorte que la voie $j = 0$ est nulle et n'a donc pas non plus besoin d'être calculée.

Les coefficients d'ondelettes associés à une fonction $S(t)$ sont définis comme les projections de $S(t)$ sur la base orthogonale formée par la famille de fonctions $\Psi_{j,k}$.

Nous pouvons aussi les interpréter comme l'intercorrélation entre le signal $S(t)$ et l'ondelette centrée à la voie j , prise aux points

$$t_{j,k} = \frac{k}{2^j} U_t \quad [11] :$$

$$C_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi}_{j,k}(t) S(t) dt = [S^* \Psi_{j,0}^\#] \left(\frac{k}{2^j} U_t \right) = X_j \left(\frac{k}{2^j} U_t \right) \quad (4)$$

en notant $\Psi^\#(t) = \overline{\Psi}(-t)$ et $X_j(t) = (S^* \Psi_{j,0}^\#)(t)$

Remarque : l'intercorrélation $X_j(t)$ entre le signal $S(t)$ et l'ondelette $\Psi_{j,0}$ peut aussi être considérée comme la filtrée de $S(t)$ par le filtre adapté à l'ondelette $\Psi_{j,0}(t)$, c'est-à-dire le filtre dont le gain complexe $\overline{\Psi}_{j,0}$ conjugué de la transformée de Fourier de l'ondelette centrée à la voie j , et que nous nommons, ici, de manière abusive "filtre-ondelette" à la voie j .

2.2. "ANALYSE SURABONDANTE" D'UN SIGNAL (avec l'ondelette de Jaffard)

Nous procédons à l'extension des définitions des précédents paragraphes au cas de voies non entières. En particulier, nous étendons la définition de $X_j(t)$ de $j \in Z$ à $g \in R$ (en pratique à $j \in Q$) :

$$X_\gamma(t) = 2^{\gamma/2} \int_{-\infty}^{\infty} S(t') \Phi^\#(2^\gamma(t-t')) dt' \quad (\gamma, t') \in R^2 \quad (5)$$

que nous écrivons encore :

$$X_\gamma(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t') \Phi_{\gamma,0}(t' - t) dt' \quad (6)$$

avec $\Phi_{\gamma,0}(t) = 2^{\gamma/2} \Phi(2^\gamma t)$, Φ étant l'ondelette analytique associée à l'ondelette mère de Jaffard Ψ qui, elle, ne l'est pas (annexe).

Dans le plan fréquentiel, nous retrouvons une expression similaire au cas discret :

$$\widehat{X}_\gamma(v) = \widehat{S}(v) \overline{\Phi}_{\gamma,0}(v) \quad \text{avec} \quad \overline{\Phi}_{\gamma,0}(v) = 2^{-\gamma/2} \overline{\Phi} \left(\frac{v}{2^\gamma} \right) \quad (7)$$

L'analyse surabondante que nous choisissons, consiste à représenter $X_\gamma(t)$.

Remarque : Sur la grille dyadique, c'est-à-dire si $\gamma = j$ et $t = \frac{k}{2^j} U_t$ (j, k entiers), les coefficients de l'analyse surabondante sont exactement ceux de l'analyse discrète : $X_\gamma(t) = C_{j,k}$

On n'a fait que calculer des voies entre les voies entières et l'analyse orthogonale peut à tout moment être extraite de l'analyse surabondante : il suffit de ne représenter que les points de la grille dyadique. Les logiciels seront conçus en ce sens.

Pour un signal S échantillonné sur $N = 2^p$ points, nous choisissons en pratique, comme unité temporelle la période d'échantillonnage T_e et comme plages de variation :

- en $t : [0, (2^p - 1)T_e]$ avec un incrément de T_e , soit 2^p points.
- en $\gamma :]0 - p[$, avec un incrément de 2^{-q} si on décide d'avoir 2^{q-1} voies intermédiaires entre chaque voie entière, soit $p2^q$ voies en tout.

Nous sommes donc passés de 2^p valeurs à $p2^{(p+q)}$ valeurs.

Remarque : Si $q = 0$ nous n'avons plus de voies intermédiaires et nous retombons sur l'analyse orthogonale.

3. Application à l'imagerie ultrasonore

Nous présentons une application de l'analyse en ondelettes à un domaine particulier de l'imagerie ultrasonore : la tomographie ultrasonore en réflexion.

3.1. LA TOMOGRAPHIE ULTRASONORE EN RÉFLEXION

Cette technique, exposée plus en détail en [6], consiste à effectuer des échographies à large bande et faible directivité, sous incidences variées régulièrement réparties sur $[0, \pi]$ de l'objet dont on veut réaliser une image. L'objet en question peut être une structure biologique dans le cas des applications médicales ou un défaut dans le cas du contrôle non destructif.

Pour pouvoir linéariser le problème direct et inverse de diffusion (monodiffusion), le milieu inspecté doit provoquer une faible perturbation du champ acoustique. Dans ce cas, et sous certaines conditions asymptotiques (excitation en ondes planes, mesures en champ lointain), on montre, pour des structures à faible contraste par rapport à un environnement homogène de célérité du son c_0 , que l'amplitude $A(\vec{p}, t)$ des échos de rétrodiffusion sous incidence d'émission-réception \vec{p} et à l'instant t est liée à la réflectivité (r, \vec{x}) du milieu par la relation :

$$A(\vec{p}, t) = \frac{c_0}{2} \check{r} \left(\vec{p}, \frac{c_0 t}{2} \right) \quad (8)$$

où $\check{r}(\vec{p}, t) = \int_{R^2} r(\vec{x}) \delta(\xi - \vec{p} \cdot \vec{x}) d^2 x$ est la projection de $r(\vec{x})$ sur la droite d'équation $\vec{p} \cdot \vec{x} = \xi$ ou Transformée de Radon de $r(\vec{x})$.

Physiquement, cela signifie que le transducteur utilisé ayant une faible directivité, les événements recueillis à un instant t résultent d'une réflexion sur l'ensemble des structures situées à la distance

$\frac{c_0 t}{2}$ (correspondant à un aller-retour de l'onde) dans la direction \vec{n}_0 où l'on effectue le tir, d'où la projection.

Dans l'espace de Fourier, la relation s'écrit :

$$\hat{A}(\vec{p}, \omega) = \hat{r}(\vec{K}), \quad \vec{K} = 2 \frac{\omega}{c_0} \vec{p} \quad (9)$$

$$\text{avec } \hat{A}(\vec{p}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\vec{p}, t) e^{-i\omega t} dt$$

$$\text{et } \hat{r}(\vec{K}) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\vec{x}) e^{-i\vec{K} \cdot \vec{x}} d^2 x$$

c'est-à-dire qu'une acquisition à large bande $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ dans la direction \vec{n}_0 réalise une « coupe » du spectre de Fourier de r selon le segment $\left[\frac{2\omega_{\min}}{c_0}, \frac{2\omega_{\max}}{c_0} \right]$ porté par \vec{p} .

Ainsi, une rotation du système d'émission-réception autour de l'objet (ou une rotation de l'objet sur lui-même) sur $[0, \pi]$ donnera accès à une « couronne » du spectre de Fourier de l'objet. La resynthèse de ce dernier est donc un problème d'inversion de Fourier, et on montre qu'un algorithme simple de reconstruction est celui de la « sommation des rétroprojections des projections filtrées » :

$$r(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\pi d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} |\chi| \tilde{r}_\varphi(\chi) e^{i\chi[x \cos \varphi + y \sin \varphi]} d\chi \quad (10)$$

où $\varphi = (O\vec{x}, \vec{p})$ définit l'axe de « tir » \vec{p} et $\tilde{r}_\varphi(\chi) \equiv \hat{r}(\vec{K})|_{\vec{K}=\chi\vec{p}} \equiv \hat{A}(\vec{p}, \omega)|_{\omega=c_0\chi/2}$ est la transformée de Fourier de la projection acquise sous l'incidence φ .

L'algorithme de reconstruction peut s'écrire sous la forme :

$$r(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \Pi_\varphi(x, y) d\varphi \quad (11)$$

avec $\Pi_\varphi(x, y) = P_\varphi(x \cos \varphi + y \sin \varphi) = P_\varphi(\vec{p} \cdot \vec{x})$ rétroprojections ou épandage de $P_\varphi(\xi)$ orthogonalement à \vec{p} et $P_\varphi(\xi) = TF^{-1} [|\chi| \tilde{r}_\varphi(\chi)]$ filtrée par le filtre de gain $|\chi|$ de la projection acquise $\check{r}_\varphi(\xi) \equiv \tilde{r}_\varphi(\chi)$.

Ces résultats obtenus pour des objets de faible contraste dans un environnement homogène (typiquement des structures biologiques) peuvent être étendus à des objets mono-diffuseurs dans un environnement non homogène (typiquement une fissure dans une pièce) [12].

Les images de la figure n° 2 ont été obtenues par ce procédé sur un bloc d'acier ferritique avec revêtement d'acier austénitique (une fissure débouchant en son centre à l'interface entre les deux aciers) immergée dans une cuve d'inspection ultrasonore.

Les images ont été déterminées à partir de 267 acquisitions² de part et d'autre de l'incidence normale sur l'interface eau/acier

² En réalité, nous en voulions 360 mais compte tenu de l'angle critique des ondes de compression, nous n'en avons enregistrées que 267.

ferritique. Chaque projection contient 256 échantillons et correspond au traitement de 10 tirs sur la pièce pour un même angle. Le traitement est un simple cumul statistique.

Les images reconstruites sont des matrices de 255×255 pixels. Elles correspondent à une zone bien précise à l'intérieur de la pièce. C'est-à-dire que ne sont pris en compte que les échos renvoyés par l'interface ferritique/austénitique et l'interface de sortie. L'échelle des gris attribués aux pixels est un simple codage de l'enveloppe des projections filtrées et les images ne sont pas quantitatives mais simplement qualitatives. La valeur des pixels n'est en effet qu'une estimation de la réflectivité et ne possède pas de signification physique directement accessible.

Nous avons mené deux expériences de base : l'une en pointant sur une zone de l'interface ferritique/austénitique où débouche une fissure et l'autre dans une région sans fissure.

Sur les images de la zone saine (figure 2-a), on distingue assez nettement l'interface pourtant très peu contrasté, entre les deux aciers (ferritique et austénitique).

L'image de la zone fissurée, prise du côté ferritique (figure 2-b), c'est-à-dire du côté isotrope, révèle la présence d'une fissure par un point brillant (diffraction par l'extrémité de la fissure).

Mais ce qui prédomine sur les deux images (grosse tache allongée verticale à droite) est un artefact dû à l'écho de sortie, très intense, de la pièce. Cet écho est environ 1000 fois plus fort que les échos utiles (échos d'interface entre aciers, échos de fissure).

Comme le gain du récepteur est réglé à son maximum de manière à pouvoir analyser correctement les signaux utiles qui sont faibles, cet écho parasite donne un signal très fort qui est écrêté et distordu par la chaîne, produisant sur les images un phénomène de bavure important.

On se propose d'éliminer automatiquement ces signaux parasites après les avoir discriminés des signaux utiles dans le plan temps-échelle.

3.2. RÉJECTION D'UN SIGNAL DE TYPE SIGNAL DE SATURATION

Dans ce paragraphe, nous allons utiliser l'analyse en ondelettes pour bâtir un dispositif de réjection (ou du moins d'atténuation) automatique des signaux d'interface de sortie contenus dans les échogrammes. Ce réjecteur, basé sur la détection par ondelettes de non-linéarités de distorsion, permet d'éliminer automatiquement ces signaux « parasites ». Il est basé sur une modification du contenu de l'analyse en échelles par distorsion non linéaire des signaux forts (apparition de composantes à des échelles où les signaux normaux n'en produisent pas) et sur la notion de cône d'influence.

3.2.1. Notion de cône d'influence

Sur la représentation bidimensionnelle de l'analyse surabondante d'une impulsion de « Dirac » avec l'ondelette de Jaffard (figure

n° 3), nous voyons apparaître une sorte de cône dont la base se situe à la plus haute voie de la décomposition. Ce cône est interprété comme la zone d'influence du signal à l'instant t , sur les voies γ . C'est à partir de ce cône d'influence que nous allons bâtir notre réjecteur automatique de signaux.

Analyse³ d'une impulsion de Dirac

Soit le signal $S(t) = \delta(t - t_0)$ et sa transformée de Fourier $\hat{S}(v) = e^{2i\pi vt_0}$. Le signal de sortie du « filtre-ondelette » pour la voie j correspond à l'intercorrélation entre le signal et l'ondelette centrée pour cette voie :

$$X_j(t) = (S * \Psi_{j,0}^\#)(t) = (\delta_{t_0} * \Psi_{j,0}^\#)(t) \quad (12)$$

$$X_j(t) = \Psi_{j,0}^\#(t - t_0) = \bar{\Psi}_{j,0}(t - t_0) = \Psi_{j,0}(t_0 - t) \quad (13)$$

puisque Ψ est réelle

or les ondelettes $\Psi_{j,0}(t)$ sont centrées sur $t_{j0} = \frac{2^{-j}}{2}U_t$ et ont pour demi-largeur $2^{-j}(T/2)$ où T est la demi-largeur de l'ondelette analysante, grandeur que nous préciserons plus loin.

Donc les fonctions $X_j(t)$ sont centrées sur $t = t_0 - \frac{2^{-j}}{2}U_t$ et ont pour demi-largeur $2^{-j}(T/2)$.

Nous pouvons alors définir la zone d'influence du Dirac à la voie j de décomposition par l'intervalle suivant :

$$\left[t_0 - \frac{2^{-j}}{2}U_t - 2^{-j}(T/2), t_0 - \frac{2^{-j}}{2}U_t + 2^{-j}(T/2) \right] \quad (14)$$

Analyse d'un signal localisé en temps

Soit $S(t)$ un signal localisé en temps, c'est-à-dire commençant au temps t^1 et finissant au temps t^2 . Si nous notons $[\tau_j^1, \tau_j^2]$ sa zone d'influence sur la voie j , que nous définissons comme la zone sur laquelle il peut introduire une composante X_j non nulle, nous avons :

$$[\tau_j^1, \tau_j^2] = \left[t^1 - \frac{2^{-j}}{2}U_t - 2^{-j} \left(\frac{T}{2} \right), t^2 - \frac{2^{-j}}{2}U_t + 2^{-j} \left(\frac{T}{2} \right) \right] \quad (15)$$

Inversement, un signal sur la voie j , localisé sur un intervalle $[\tau_j^1, \tau_j^2]$ ne peut que provenir d'un signal initial localisé sur l'intervalle $[t^1, t^2]$ tel que :

$$\begin{cases} t^1 = \tau_j^1 + \frac{2^{-j}}{2}U_t + 2^{-j} \left(\frac{T}{2} \right) \\ t^2 = \tau_j^2 + \frac{2^{-j}}{2}U_t - 2^{-j} \left(\frac{T}{2} \right) \end{cases} \quad (16)$$

³ Nous détaillons le cas discret mais le passage à l'analyse surabondante est immédiat.

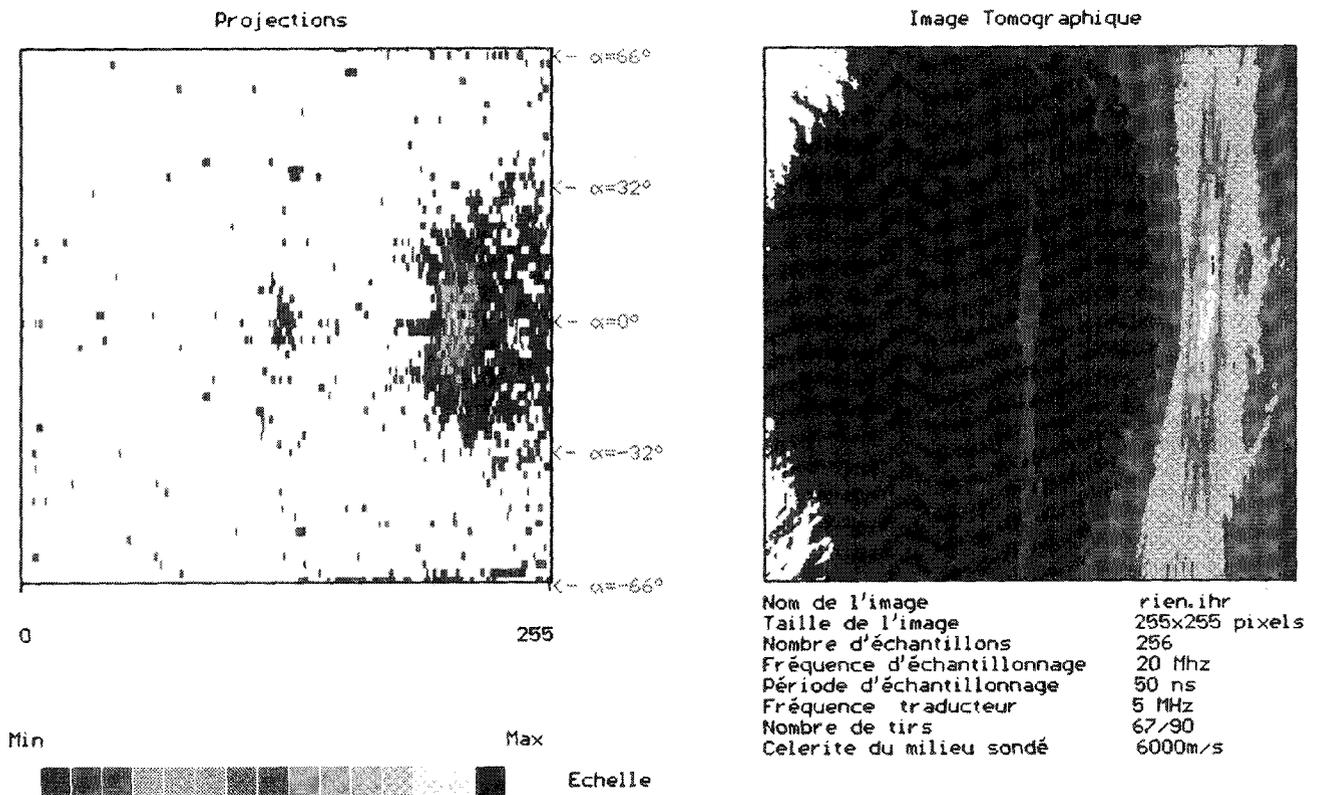


Figure 2a. – Ensemble complet des projections filtrées et image d'une zone saine vue du côté ferritique.

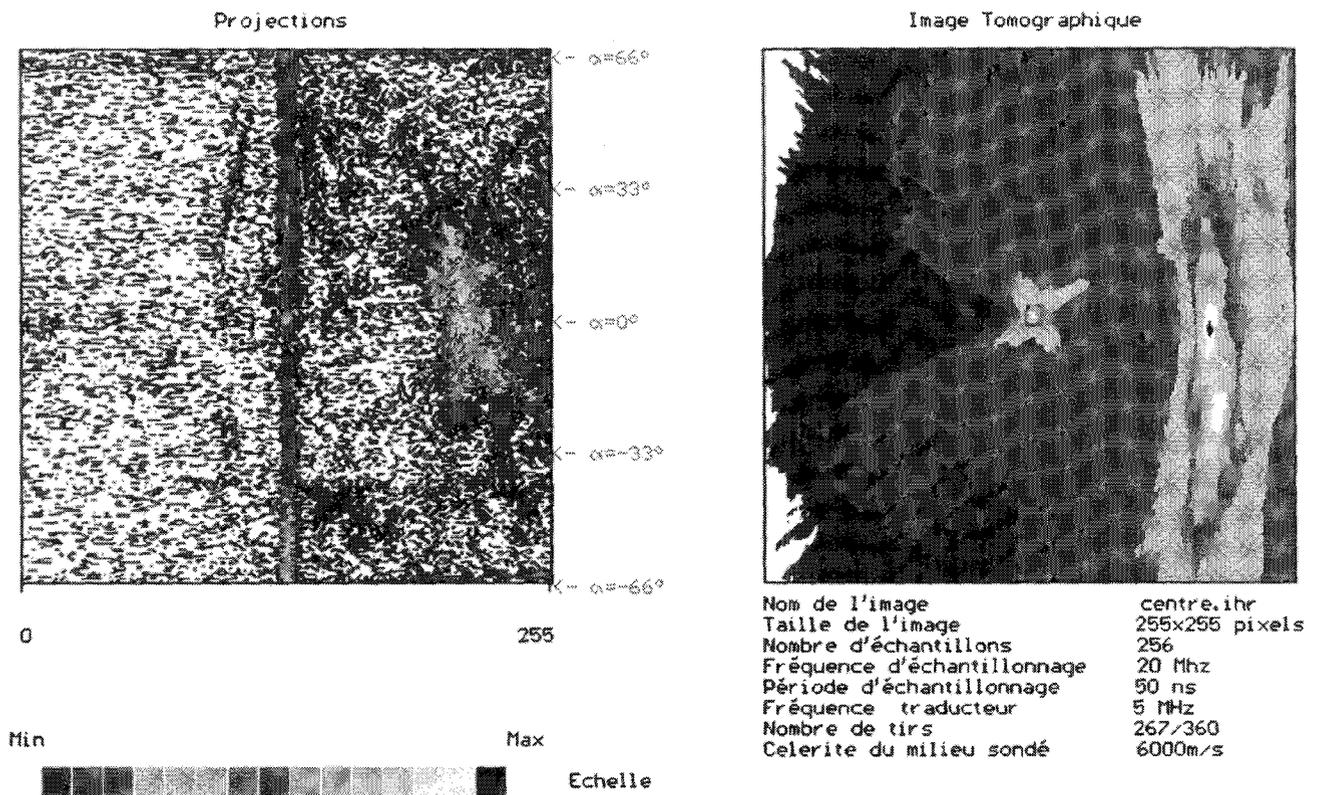


Figure 2b. – Ensemble complet des projections filtrées et image d'une zone fissurée vue du côté ferritique.

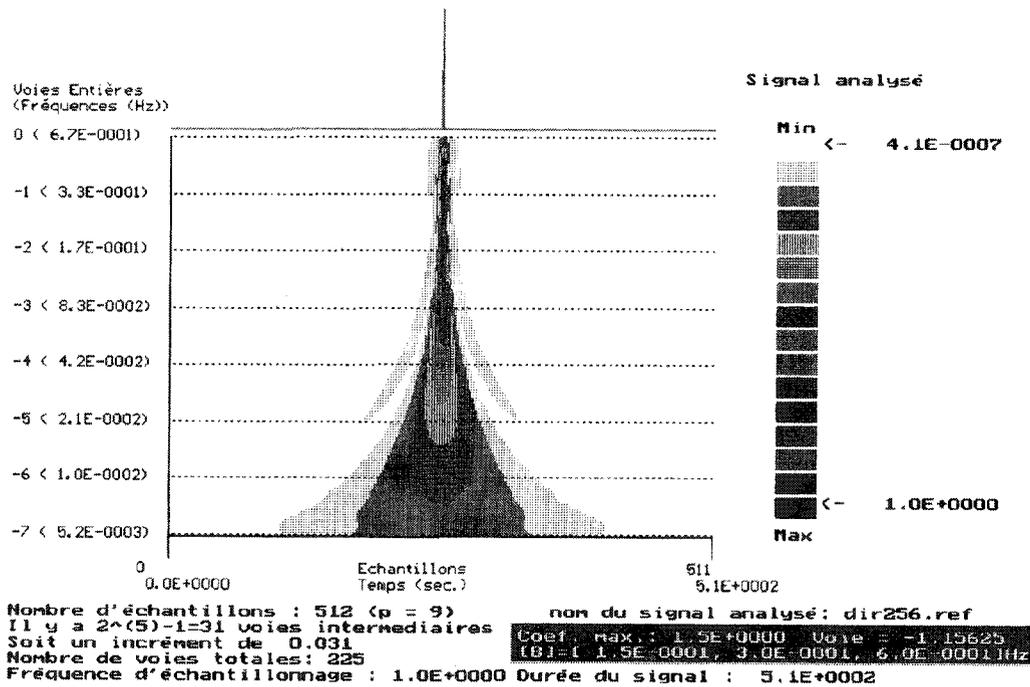


Figure 3. – Analyse surabondante d'une «impulsion de Dirac» $\delta(t - t_0)$

Comme il faut que $t^1 \leq t^2$, il faut que :

$$\tau_j^1 + \frac{2^{-j}}{2}U_t + 2^{-j} \left(\frac{T}{2} \right) \leq \tau_j^2 + \frac{2^{-j}}{2}U_t - 2^{-j} \left(\frac{T}{2} \right) \quad (17)$$

c'est-à-dire que $[\tau_j^2 - \tau_j^1] \leq 2^{-j}T$.

Si nous traduisons ces expressions en termes de numéros d'échantillons, il suffit de poser $t = nU_t$, où n est le numéro de l'échantillon correspondant à t et $\frac{T}{2} = M_0U_t$; nous avons :

$$\begin{cases} n^1 = m_j^1 + 2^{-j} \left(\frac{1}{2} + M_0 \right) \\ n^2 = m_j^2 - 2^{-j} \left(-\frac{1}{2} + M_0 \right) \end{cases} \quad (18)$$

où n^1 et n^2 (respectivement m_j^1 et m_j^2) sont les numéros d'échantillons correspondant aux temps t^1 et t^2 (respectivement τ_j^1 et τ_j^2).

Réjection d'un signal localisé en temps

Si l'on est amené à constater (comme cela sera le cas par la suite) qu'un signal jugé parasite engendre à partir d'une certaine voie j un signal notable, confiné dans un certain intervalle $[\tau_j^1, \tau_j^2]$, alors que les signaux jugés utiles ne génèrent plus, eux, sur cette voie, qu'un signal nul ou très faible, une manière simple et automatique de rejeter le signal parasite est de supprimer tous les événements qui se produisent dans l'intervalle $[t^1, t^2]$ dont la zone d'influence à la voie j est l'intervalle $[\tau_j^1, \tau_j^2]$.

En pratique, la notion de présence ou non d'un signal parasite à la voie j ne pourra être que relative. Nous avons choisi un critère de seuil relatif, c'est-à-dire que l'intervalle $[\tau_j^1, \tau_j^2]$ à partir duquel est défini l'intervalle de réjection $[t^1, t^2]$ est celui sur lequel :

$$\frac{|X_j(t)|}{\text{Max}|X_j(t)|} > \text{Seuil} \quad (19)$$

alors que les signaux utiles engendrent à la voie j des signaux X_j tels que $\frac{|X_j(t)|}{\text{Max}|X_j(t)|} < \text{Seuil}$.

Ce seuil est estimé sur le module du signal de sortie du « filtre-ondelette » sur la voie j choisie pour effectuer la réjection.

Choix de la voie de réjection

On choisira la voie pour laquelle la discrimination signal utile/signal parasite est la meilleure selon le critère précédemment défini, c'est-à-dire celle pour laquelle $\text{Max}(|X_j(t)|)_{\text{parasite}} / \text{Max}(|X_j(t)|)_{\text{utile}}$ est maximum. Tout ceci suppose évidemment qu'au moins une des voies de l'analyse en ondelettes renforce le contraste signal utile / signal parasite (sinon la réjection se ferait plus facilement, avec ce critère, sur le signal brut).

Valeur de $\frac{T}{2}$

Dans le paragraphe 2.1, nous avons mis en évidence la longueur de l'intervalle en dehors duquel l'ondelette est inférieure à $5 \cdot 10^{-4}$.

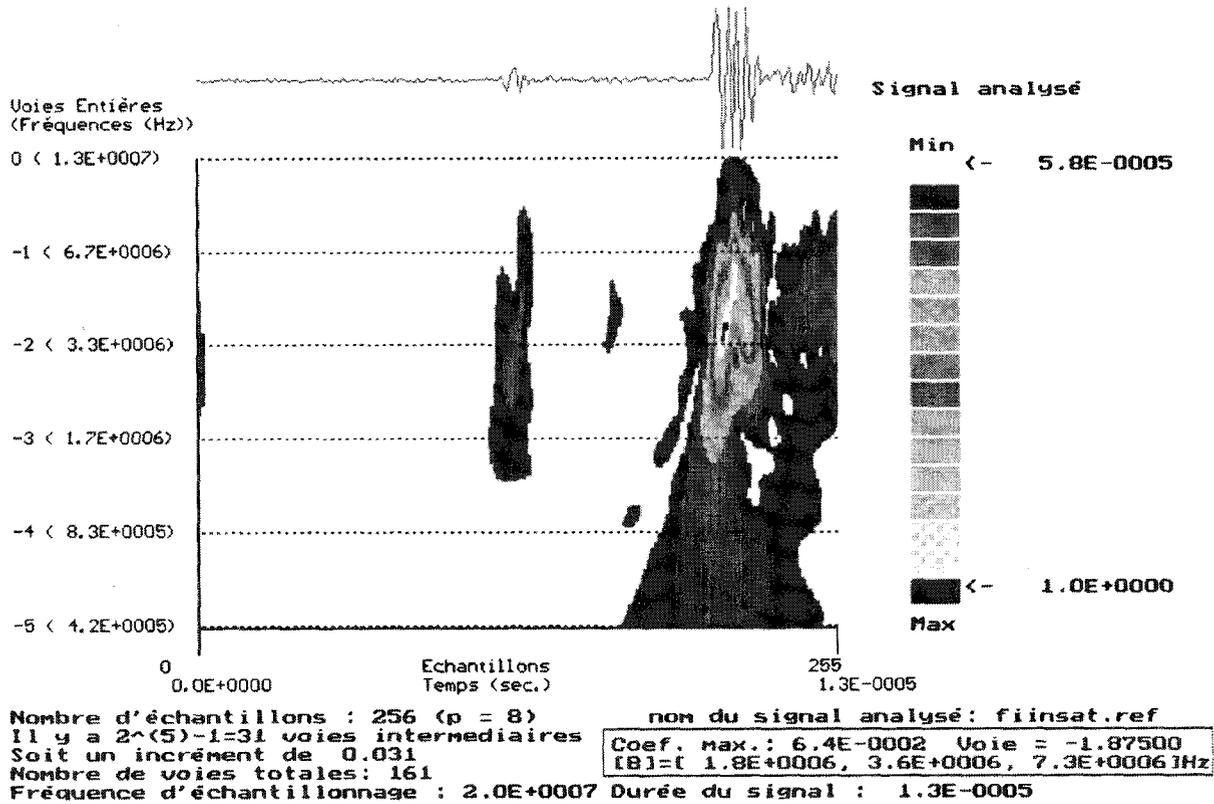


Figure 4. – Analyse surabondante d'un échogramme de la zone fissurée (la partie droite du signal correspond à l'écho d'interface de sortie de la pièce).

Cette longueur de $13 U_t$, (soit une demi-largeur $\frac{T}{2} = 6,5 U_t$) ne correspond pas à la largeur pratique de l'ondelette quand, et c'est le cas pour nous, on utilise des échantillonneurs à faible nombre de bits. Nous avons choisi $\frac{T}{2} = 3 U_t$, intervalle correspondant, en gros, aux deuxièmes passages par zéro de l'ondelette de Jaffard et en dehors duquel l'ondelette est inférieure en module à 3 % de son maximum, ce qui correspond à ± 4 niveaux élémentaires pour une quantification sur 8 bits c'est-à-dire sur ± 128 niveaux (on considère qu'un signal inférieur à ± 4 niveaux élémentaires est du bruit).

3.2.2. Elimination d'un signal de saturation

Nous venons de voir que n'importe quel signal « localisé en temps » admettait un cône d'influence sur sa décomposition en ondelettes. Prenons le cas d'un échogramme obtenu en sondant la pièce échantillon à incidence normale dans une zone voisine de la fissure. Nous voyons (figure 4) qu'il est composé de deux signaux. Le premier, le plus petit, est l'écho d'interface fissurée entre les deux aciers. C'est celui qui nous intéresse. Le second, beaucoup plus important, est le signal parasite correspondant à l'interface entre la pièce et l'eau. Nous avons vu les effets que ces échos produisent sur les images. Le signal utile n'étant observable que si le gain de l'amplificateur est réglé à son maximum (10^3), l'écho pièce/eau, très intense, est fortement distordu et écrêté.

Pour dégager de cet échogramme uniquement le signal utile, nous allons éliminer l'écho de sortie de pièce en utilisant son cône d'influence.

Nous avons constaté que ces signaux se distinguaient de leurs homologues non distordus par la persistance de composantes à des échelles $j \leq J$ (c'est-à-dire, comme nous faisons que des dilatations à des échelles $|j| \geq |J|$) où ces derniers n'en produisent plus. Nous avons expliqué ce phénomène par un repliement de spectre des harmoniques créées par la saturation, les signaux de départ étant échantillonnés quasiment à la limite du repliement par l'oscilloscope numérique (fréquence maximum de l'ordre de $F_e/3$).

– Si l'analyse du signal saturé est complète sur la voie J , c'est-à-dire si nous voyons bien le début τ_j^1 et la fin τ_j^2 de sa zone d'influence sur cette voie, nous rejetterons sur le signal de départ tout ce qui passe entre t^1 et t^2 conformément à l'égalité 14 (après avoir vérifié le test $t^1 < t^2$).

– Si son analyse déborde vers les $t > 0$ sur la voie J (on voit bien le début mais pas la fin de la zone d'influence), nous nous contentons de rejeter tout ce qui se passe pour $t > t^1$.

Sur la figure 5 sont représentés un échogramme, son analyse en ondelettes (étude discrète, ondelette de Jaffard, unité fréquentielle égale à la fréquence d'échantillonnage), le cône d'influence de la partie saturée ainsi que le signal après traitement.

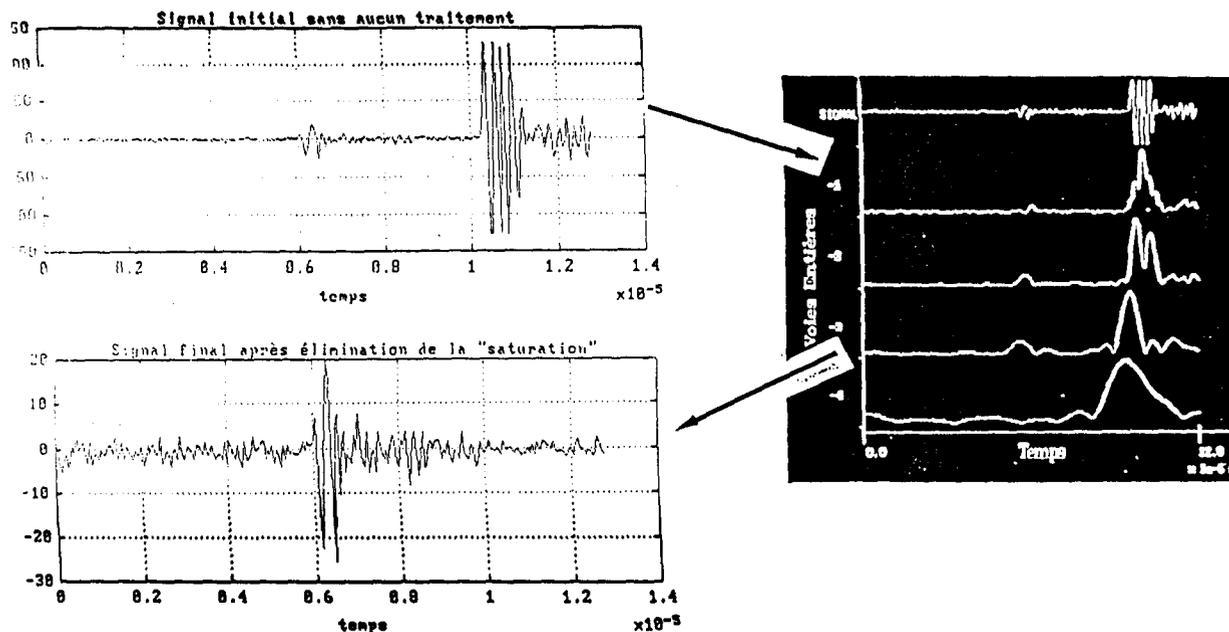


Figure 5. – Réjection d'un signal de saturation.

Sur l'analyse en ondelettes orthogonales du signal, nous observons que sur la voie $j = -4$, la partie saturée persiste seule. Sur l'analyse surabondante, nous pouvons même voir que le signal utile disparaît bien avant la voie -4 . En choisissant $3U_t = 3(F_e)^{-1}$ comme demi-largeur pratique de l'ondelette analysante et le seuil $3 \cdot 10^{-2}$ qui lui correspond, nous construisons le cône d'influence de la saturation. Une fois ce cône établi, il suffit d'éliminer le signal entre les temps t^1 et t^2 (ou à partir de t^1) et de le remplacer soit par zéro (élimination totale) soit, si on veut éviter d'introduire des discontinuités, par un bruit numérique dont les caractéristiques sont celles du bruit déjà existant. La figure 5, montre le résultat fourni par la seconde méthode.

Après cette première étape, nous avons ensuite traité toutes les projections du fichier d'acquisitions correspondant à l'image de la figure 2-b, en automatisant l'algorithme.

Sur la figure 6, nous présentons l'image de la zone fissurée après élimination des échos forts lorsque nous remplaçons par des zéros à partir de t^1 .

Le gain amené par le réjecteur de parasites peut être apprécié en comparant l'image obtenue avec l'image initiale (figure 2-b) : les structures parasites ont quasiment disparu.

Le réjecteur de signaux qui ont subi une forte distorsion avant échantillonnage n'a rien de trivial. Une fois la voie de travail et le seuil choisis (fonctions du signal de départ, du type de non-linéarité et de l'échantillonneur), il est entièrement automatique. L'élimination de signaux dans une certaine porte nécessiterait la connaissance *a priori* des positions relatives des signaux parasites et des signaux utiles, ce qui est rarement le cas.

Une méthode basée sur l'élimination simple de signaux d'amplitude plus importante que celle des signaux utiles n'est pas,

non plus, pour notre application, efficace : dans bien des cas, après amplification, écrêtage et échantillonnage, signaux utiles et signaux parasites ont la même amplitude.

3.3. DISCRIMINATION DE SIGNATURES

La discrimination entre des signaux provenant d'une réflexion (interface, grande dimension devant la longueur d'onde) et ceux provenant d'une diffusion (inclusions, petite dimension devant la longueur d'onde) est un des problèmes fréquemment rencontrés en CND.

On montre que les signaux de réflexion sur des interfaces sont des copies (plus ou moins altérées par les irrégularités de surface), du signal émis par le traducteur et que les signaux de diffusion par des petites (devant la longueur d'onde) inclusions sont des copies de la dérivée seconde de ce même signal [13]. On peut également montrer qu'un écho de tête de fissure est en gros une copie de la dérivée première d'un écho d'interface [9][11]. Ainsi un écho d'inclusion est sensiblement la dérivée d'un écho de tête de fissure et lui-même la dérivée d'un écho d'interface [14]. D'où une méthode de discrimination de signaux de fissure [15] [16] qui consiste à apprécier si un signal échographique est proche d'un écho de diffusion (défaut ponctuel, faible nocivité) ou de son intégrale (bord de fissure, forte nocivité). L'application suivante porte à la fois sur l'aspect traitement du signal et sur l'aspect modélisation.

3.3.1. Application à une fissure sous revêtement

Nous nous sommes intéressé à la détection de la fissure contenue dans la pièce échantillon que nous avons précédemment testée.

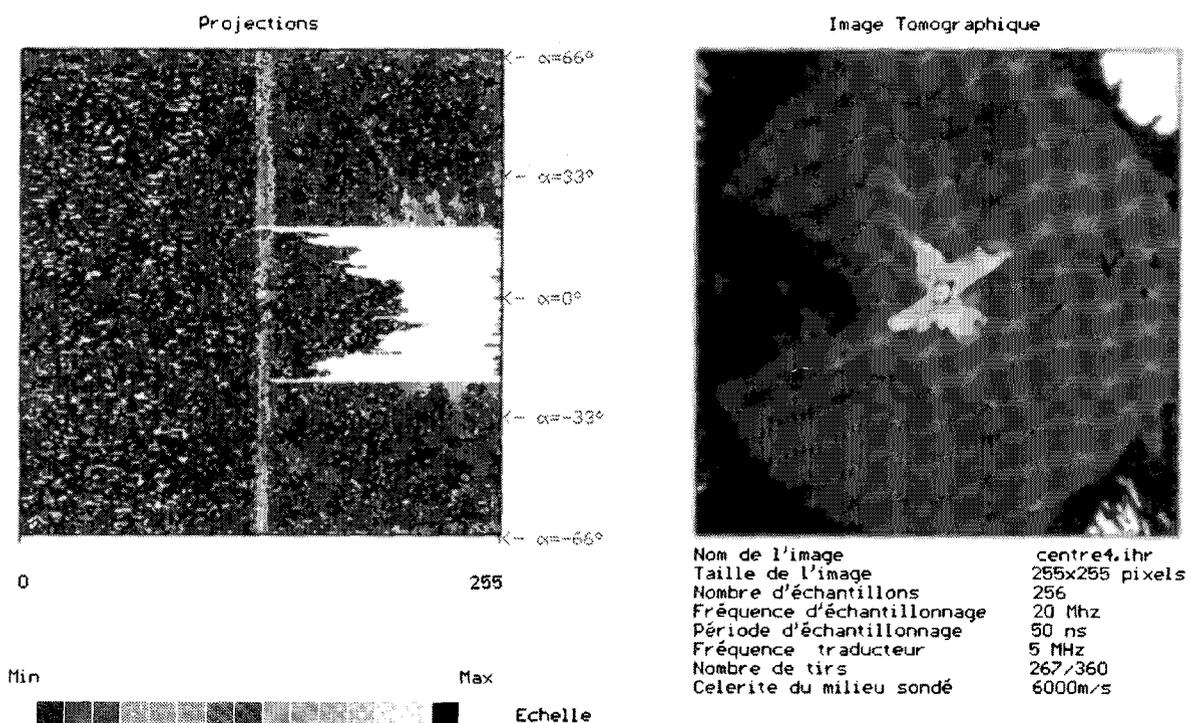


Figure 6. – Ensemble complet des projections filtrées et image d'une zone fissurée vue du côté ferritique après réjection des signaux de saturation (élimination à partir du temps t^1)

La fissure présente la particularité de déboucher à l'interface entre les deux aciers (c'est alors qu'elle est la plus nocive) perpendiculairement à elle, de sorte qu'en inspection normale l'écho de tête de fissure est confondu avec celui de l'interface et donc complètement masqué. Le problème n'est alors pas de discriminer un écho de fissure d'un écho d'interface, mais un écho d'interface fissurée d'un écho d'interface saine.

Pour résoudre ce problème, nous avons utilisé l'analyse en ondelettes qui s'avère être un outil bien adapté.

Sur la figure 7 on différencie bien l'écho obtenu sur l'interface en zone saine de celui obtenu en zone fissurée. Pour des commodités de visualisation, nous avons juxtaposé les deux signaux sur un même fichier (le signal de l'interface saine est le premier des deux).

On remarque de fortes différences entre les deux décompositions, notamment pour les voies hautes fréquences. On constate que pour la voie d'analyse $j = -0.5$ l'écho d'interface saine « disparaît » et que pour la voie $j = -1.5$ la décomposition de l'écho sur l'interface fissurée se dédouble très nettement (aspect de fourche).

L'analyse en ondelettes apparaît donc comme un bon moyen de discriminer deux signatures. Cependant, si nous pouvons détecter ainsi la présence d'un défaut, nous ne sommes pas capables de préciser à la vue d'une seule décomposition, sa nature et ses dimensions. Il faut envisager une seconde approche.

Pour le premier point, l'idée de créer un modèle d'écho d'interface, un modèle d'écho de fissure et un modèle d'écho d'inter-

face fissurée et de comparer l'ensemble aux différents signaux observés apparaît comme une solution raisonnable. C'est ce que s'est attaché à démontrer P. Lasaygues dans sa thèse [9] dont on peut trouver un bref résumé dans [11] et [16]. Cet aspect purement acoustique du travail n'est pas ici développé.

Pour le dimensionnement du défaut, le raisonnement sur les seuls échogrammes semble très difficile voire impossible même en ayant recours à l'analyse en ondelettes (tout au moins sous cette forme là). L'imagerie est une étape supplémentaire nécessaire bien qu'encore imparfaite et souvent insuffisante.

3.3.2. Modélisation d'un signal de fissure et d'interface fissurée

Si nous modélisons une fissure par un parallélépipède rectangulaire, d'épaisseur non négligeable devant la longueur d'onde, parfaitement réfléchissant (condition de Dirichlet extérieure) et semi-infini, on montre qu'on peut raisonnablement approcher sa réponse impulsionnelle en rétrodiffusion à grande distance par la dérivée d'un « Dirac ». Le signal récupéré, convolution de cette réponse impulsionnelle par la réponse impulsionnelle de la chaîne, définie comme la réponse à un réflecteur plan normal, sera donc la dérivée de cette dernière, c'est à dire la dérivée d'un écho d'interface à la normale [9].

En faisant l'hypothèse apparemment réaliste de monodiffusion (échocs de très faible énergie), le problème de diffraction est

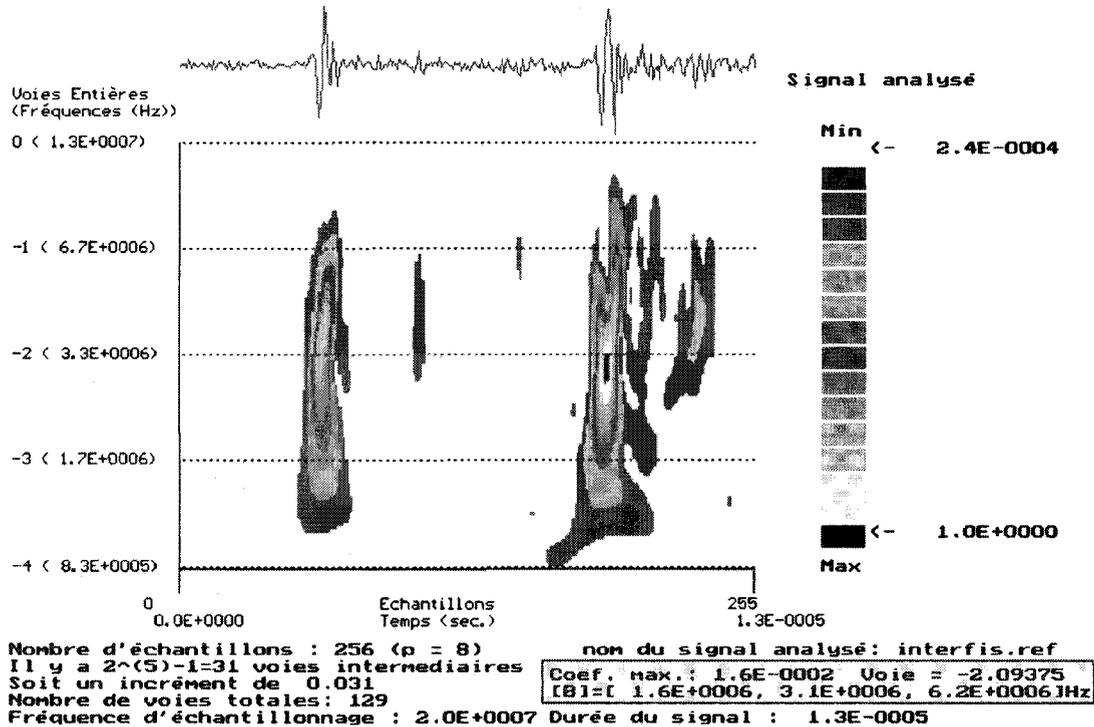


Figure 7. – Détection de fissure par analyse en ondelettes. A gauche : sondage en zone saine. A droite : sondage en zone fissurée (on remarque la fourche caractéristique de l'interface fissurée)

linéarisé et on obtient la réponse en diffraction de l'interface fissurée par simple sommation des réponses de l'interface et de la fissure.

Nous avons modélisé un signal d'interface fissurée en sommant le signal d'interface entre les deux aciers de la pièce et la dérivée première de la réponse impulsionnelle en émission- réception du transducteur de fréquence centrale 5 MHz. Cette réponse est obtenue à partir de l'échogramme en incidence normale d'une plaque de laiton immergée dans l'eau.

Le calage et la validation de cette modélisation se font plus aisément sur les analyses en ondelettes que sur les signaux purement temporels. Ces derniers sont en effet extrêmement sensibles aux erreurs de positionnement dans le temps des événements (phénomènes d'interférences) contrairement aux analyses en ondelettes qui permettent un ajustement progressif des paramètres tout en possédant, en fin de processus, un pouvoir analytique au moins aussi fin.

Sur les figures n° 8, nous présentons l'analyse en ondelettes de l'échogramme et de la modélisation de l'interface fissurée.

Nous avons effectué les analyses entre les voies $j = -4$ et $j = 0$ (non compris), correspondant à la bande fréquentielle des transducteurs, et nous avons décidé d'avoir $2^5 - 1$ voies intermédiaires entre chaque voie entière. L'unité de référence fréquentielle est la fréquence d'échantillonnage des signaux soit 20 MHz.

La comparaison des analyses en ondelettes des échogrammes réels et simulés, révèle une bonne concordance théorie/expérience pour la signature de l'interface en zone fissurée. La modélisation proposée semble être satisfaisante en ce sens qu'elle est à la fois simple et efficace.

L'emploi de l'analyse en ondelettes comme outil de discrimination d'une part et comme moyen de valider des modèles numériques d'autre part, apparaît donc comme un choix correct.

Nous avons vu que l'analyse en ondelettes pouvait être de quelque utilité pour analyser des signaux échographiques et comme pré-traitement des signaux avant leur assemblage pour former une image. Nous allons maintenant montrer son utilité pour le processus de formation d'image lui-même.

3.4. FILTRE DE RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE

Les trois principales étapes de l'algorithme que nous avons choisi pour la reconstruction des images tomographiques (algorithme de reconstruction par sommation des rétroprojections filtrées [17]) peuvent être résumées de la manière suivante :

- 1) on filtre les projections (c'est-à-dire les échogrammes);
- 2) on prend l'enveloppe des projections filtrées;
- 3) on construit l'image en épandant (rétroprojetant) et en sommant chacune des projections filtrées.

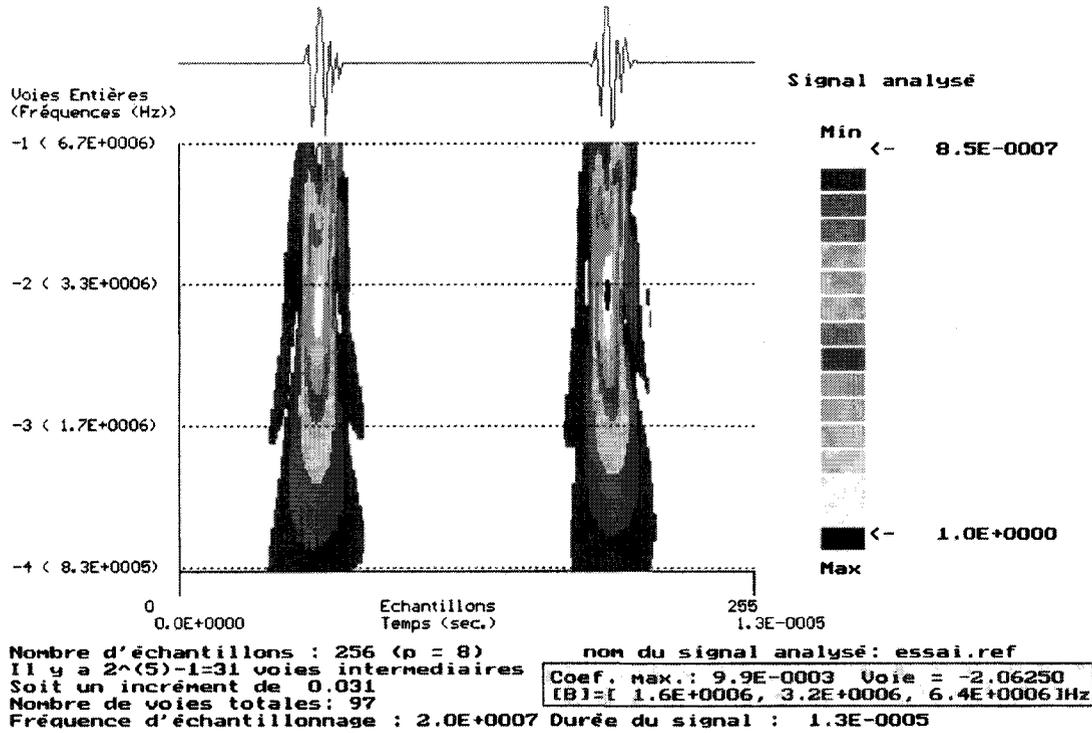


Figure 8. – Echogramme d'interface fissurée et analyse en ondelette. A gauche : expérience; à droite : modélisation

Dans ce dernier paragraphe, nous souhaitons revenir sur la première étape, le filtrage des projections. Rappelons que ce filtre résulte du passage, dans le plan de Fourier spatial du repère cylindrique lié aux acquisitions au repère cartésien lié aux images. Il n'exprime rien d'autre que le Jacobien de la transformation dans le plan de Fourier spatial [19]. Son gain théorique $|\chi|$ rend la reconstruction par filtrage - épandage rigoureuse. Sa conséquence pratique est une nette amélioration de la résolution par renforcement des hautes fréquences spatiales. Dans un premier temps, nous rappelons les propriétés du filtre discret utilisé jusque là en imagerie tomographique. Dans un second temps, à partir des travaux de M. Holschneider [18] liant la transformée inverse de Radon et la transformée inverse bidimensionnelle en ondelettes, nous remplaçons, dans l'algorithme de reconstruction d'image, le filtre classique par une ondelette particulière.

3.4.1. Etude du filtre discret

Le filtre de gain $|\chi| = [(K_x)^2 + (K_y)^2]^{1/2}$ (dans le plan de Fourier Spatial (K_x, K_y) conjugué de (x, y)) utilisé dans l'algorithme, appelé « filtre rampe », n'existe pas au sens strict des fonctions, mais seulement au sens des distributions. La fonction g définie sur R par $g(v) = |v|$ n'appartient pas à l'espace des fonctions continues absolument intégrables et n'admet donc pas de transformée de Fourier.

Si nous désignons par F la fonction décrivant ce filtre dans l'espace de Fourier, la bande de fréquences étant limitée par

l'échantillonnage, nous pouvons le définir :

$$\begin{cases} F(\chi) = |\chi| & \text{si } |\chi| < \frac{\chi_e}{2} \\ F(\chi) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (20)$$

où χ_e est fonction de la fréquence d'échantillonnage F_e respectant la condition de Shannon.

D'un point de vue numérique, soit $S^e(t)$ une projection pour un angle θ donné et $\hat{S}(v)$ sa transformée de Fourier, alors la projection filtrée s'écrit simplement :

$$P_\phi^B(v) = 2 \sum_{m=0}^{N-1} m \hat{S}\left(v - \frac{m}{T_e}\right) \quad (21)$$

L'allure du filtre théorique ainsi que sa transformée de Fourier inverse

$$\begin{aligned} f(\eta) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\chi_e}{2}}^{\frac{\chi_e}{2}} |\chi| e^{i\eta\chi} d\chi \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\chi_e}{\eta} \sin \frac{\chi_e \eta}{2} - \frac{4}{\eta^2} \sin^2 \frac{\chi_e \eta}{4} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

sont données sur la figure 9 pour $\chi_e = 50$.

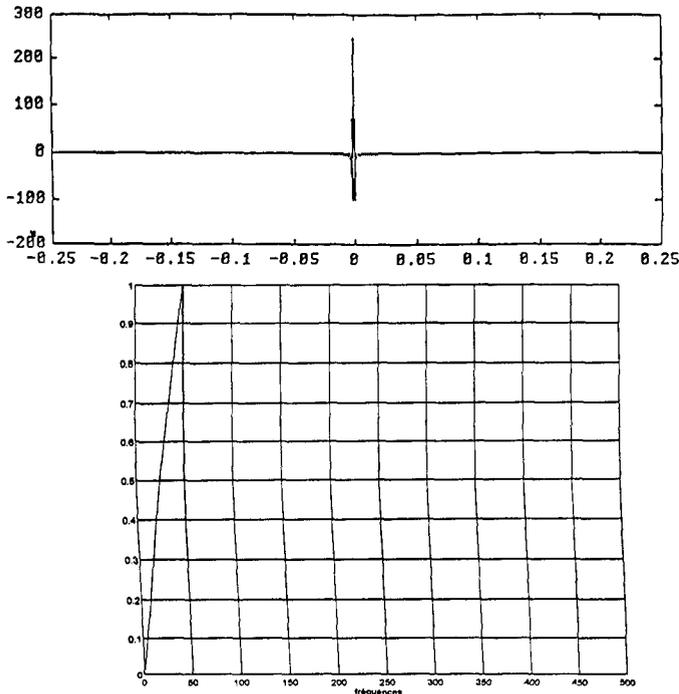


Figure 9. – Filtre de reconstruction théorique tronqué à $\chi_e = 50$.

3.4.2. Etude d'un filtre "ondelette"

Le filtre précédent est donc une version tronquée du filtre théorique. Il présente l'inconvénient de couper brutalement les signaux au-delà de la fréquence de coupure $\frac{\chi_e}{2}$, provoquant une certaine dégradation des images (phénomène classique de Gibbs). On atténue en général le phénomène en adoucissant la coupure à l'aide de fenêtres de lissage (Hamming, Hanning,...). On présente ici une autre possibilité en remplaçant l'ensemble filtre théorique + fenêtre de lissage par une ondelette.

Une justification théorique du procédé peut être trouvée dans les travaux de M. Holschneider [18] qui montre que la Transformée de Radon - opération qui à un objet fait correspondre l'ensemble continu de ses projections - peut être considérée comme une analyse en ondelette continue 2D radiale-azimutale particulière : on a simplement affaire à une ondelette- mère égale à un Dirac portée par l'axe de projection. Cette ondelette-mère est très particulière : elle est parfaitement localisée en azimut (et ses versions comprimées, dilatées identiques à elle-même) et non localisée radialement. Elle satisfait néanmoins les axiomes de bases des ondelettes continues. La transformation inverse (c'est-à-dire la reconstruction à partir des projections) peut être vue comme un problème de resynthèse. On sait que cette resynthèse peut être faite avec une autre ondelette que l'ondelette d'analyse. Nous avons choisi comme ondelette de resynthèse une extension 2D radiale de l'ondelette-mère suivante :

$$f(\eta) = \frac{\alpha^3(\alpha^2 - \eta^2)}{(\alpha^2 + \eta^2)^2} \Leftrightarrow F(\chi) \cong g(\chi) = |\chi|e^{-\alpha|\chi|} \quad (23)$$

pour $\alpha|\chi| \ll 1$ et pour $\alpha \in R^+$, où η et χ sont les variables conjuguées par la transformation de Fourier.

Cette ondelette est donc une version filtrée BF (filtre de gain quasiment $e^{-\alpha|\chi|}$) du filtre de reconstruction théorique $|\chi|$. Elle a été choisie dans le but de ne pas trop s'écarter du filtre initial, dans le même esprit que les fenêtres adoucissantes habituellement utilisées.

Avec ce filtre, nous avons traité toutes les projections relatives à l'image de référence (figure 2) pour laquelle le filtre utilisé était le filtre classique. La reconstruction utilisant le filtre « ondelette » est présentée sur la figure 11. Le résultat est particulièrement intéressant. D'une part, cette image, comme celle de référence, révèle bien la présence de la fissure par un point brillant. D'autre part, nous distinguons nettement l'interface entre les deux aciers aussi bien sur l'image avec défaut que sur l'image sans défaut, alors que l'interface était quasiment invisible sur l'image de référence avec défaut. Ce filtre se révèle donc plus « analytique ».

Parmi les points remarquables, nous notons également, par rapport à l'image initiale, une diminution de l'écho d'interface de sortie, sans aller jusqu'à la suppression du phénomène de bavure. Nous avons alors associé ce traitement à celui opéré sur les signaux de saturation.

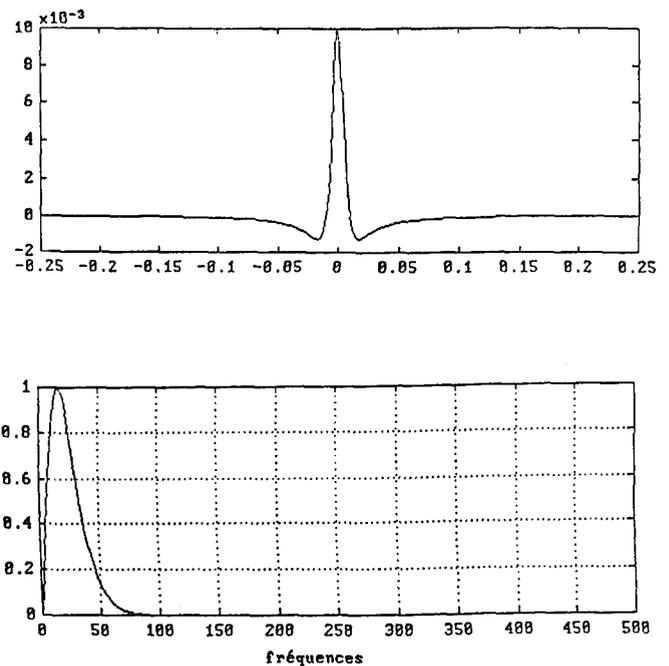


Figure 10. – Filtre « ondelette » $\left(f(\eta) = \frac{\alpha^3(\alpha^2 - \eta^2)}{(\alpha^2 + \eta^2)^2} \Leftrightarrow g(\chi) = |\chi|e^{-\alpha|\chi|} \right)$
pour $\alpha = 0,01$

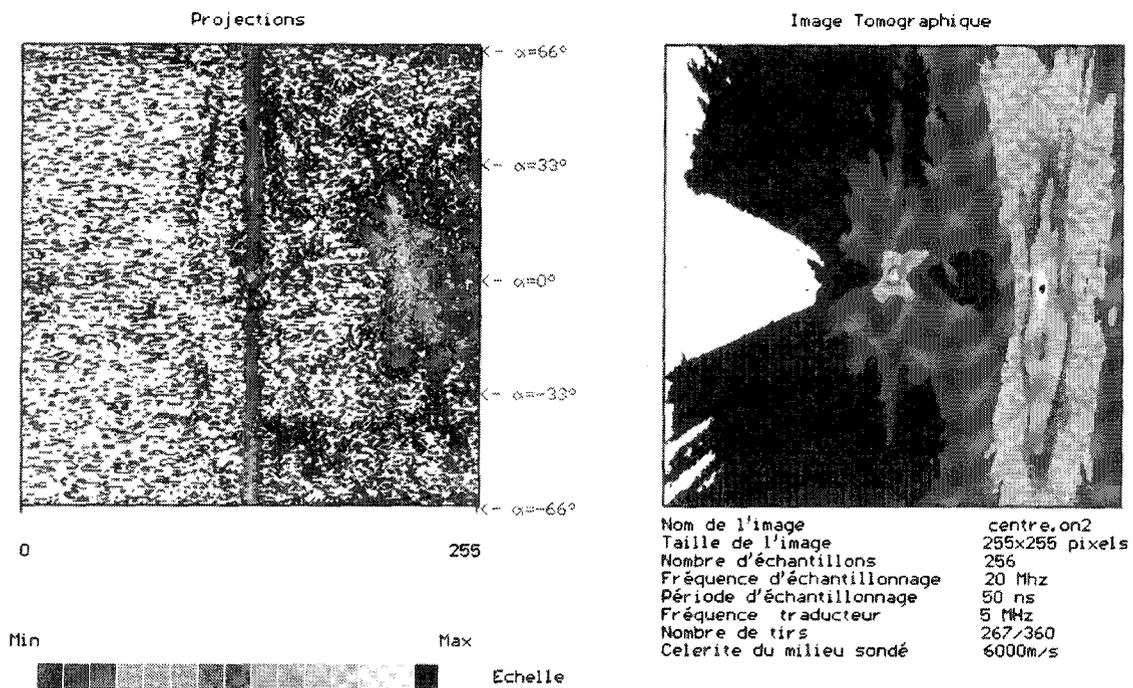


Figure 11. – Ensemble complet des projections filtrées et image de la zone fissurée (filtre «ondelette» pour $\alpha = 0,01$)

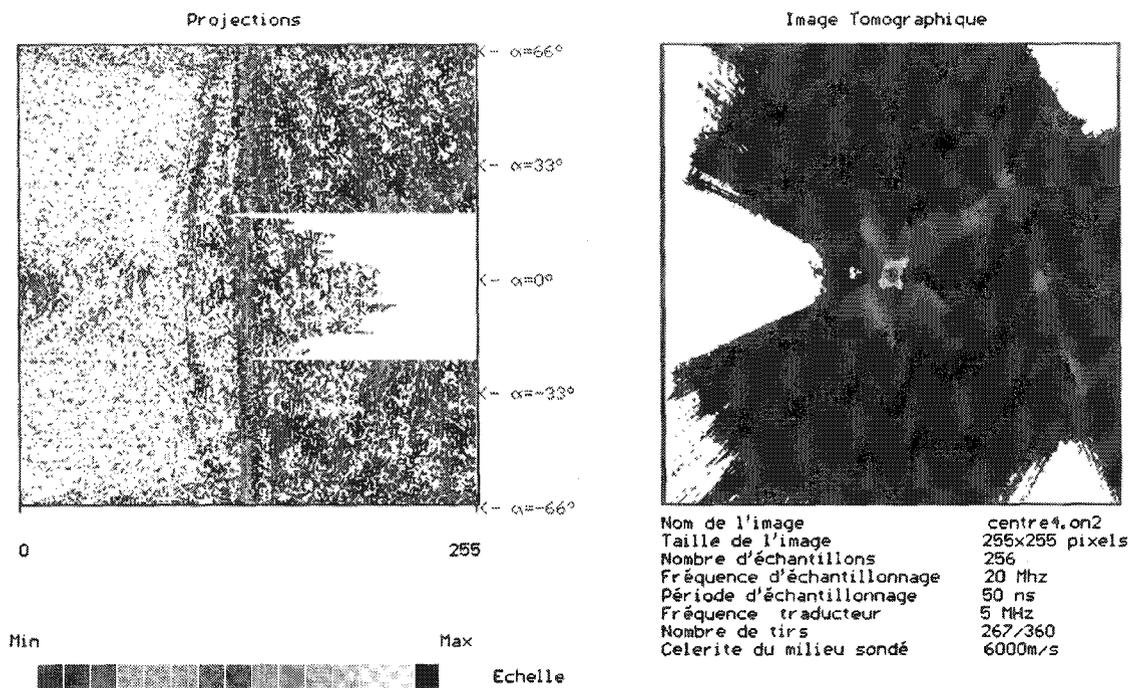


Figure 12. – Ensemble complet des projections filtrées et image de la zone fissurée (Elimination des signaux de saturation et filtre «ondelette» pour $\alpha = 0,01$)

Les étapes sont les suivantes : pour toutes les projections, nous éliminons successivement les signaux de sortie par l'algorithme de réjection automatique à partir du temps t^1 (repéré pour chaque signaux) puis nous les filtrons et les redressons. Enfin, nous les

épançons à toute l'image. Le résultat final est présenté sur la figure 12. Nous n'avons rien perdu comme information utile, ni le point brillant, ni l'interface entre les deux aciers que nous

distinguons encore mieux et nous n'avons pratiquement plus de trace de l'interface acier austénitique/eau.

Remarques :

a) Nous avons essayé d'autres valeurs de $\alpha(0, 1; 0, 001, \dots)$ mais les images étaient tantôt bruitées (α trop faible, adoucissement insuffisant), tantôt trop altérées (α trop fort, adoucissement excessif).

b) Nous avons également essayé l'ondelette de Jaffard, utilisée pour l'analyse surabondante, correspondant aux voies $j = -1$, $j = -2$ et $j = -3$ mais les résultats n'ont pas été concluants : la qualité des images n'était pas améliorée, voire dégradée. Il ne faut probablement pas trop s'écarter du filtre théorique.

c) Tous les traitements des signaux avant leur « injection » dans l'algorithme de reconstruction ne constituent pas une surcharge numérique trop importante.

4. Conclusion

Nous avons mis au point un algorithme rapide (utilisation de procédures de FFT) et efficace (résultats précis) d'analyse en ondelettes. L'algorithme s'appuie initialement sur la décomposition en ondelettes orthogonales proposée par Y. Meyer. L'ondelette analysante choisie est celle de S Jaffard construite d'une manière analytique dans le plan fréquentiel. Nous avons ensuite étendu l'analyse discrète à une analyse surabondante en échelles pour faciliter la lecture des représentations temps-échelles.

Nous avons appliqué ces techniques au contrôle non destructif des matériaux par échographie. Nous avons éliminé, dans un premier temps, des signaux de saturation qui produisent des parasites importants sur les images reconstruites. Dans un second temps, nous avons réussi à discriminer des signaux d'interface fissurée de signaux d'interface saine. Nous avons enfin montré l'intérêt de l'analyse en ondelettes pour la reconstruction même d'images.

L'analyse en ondelettes est un excellent outil de comparaison de signaux. On peut l'utiliser aussi bien pour la validation de modèles que pour la discrimination de signatures, c'est-à-dire dans notre cas concret, pour la détection de fissures par échographie.

Remerciements : Les auteurs remercient Bernard Nouailhas de Direction des Etudes et Recherches d'EDF pour avoir aimablement mis à leur disposition la pièce de contrôle sur laquelle ont été obtenus la totalité des signaux et images présentés dans l'article.

BIBLIOGRAPHIE

[1] A. GROSSMAN, J. MORLET, Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of constant Shape, *SIAM J. Maths. Anal.* 15 (4) 1984.
 [2] P. FLANDRIN, J.P. SESSAREGO, Méthodes Temps-Fréquence en Acoustique, *1er Congrès Français d'Acoustique*, in *J. Phys.*, colloque C2, Suppl. n° 2, 51, 1990 pp 707-716.
 [3] Y. MEYER, *Ondelettes et Algorithmes concourants* Ed Hermann.

[4] V. PERRIER, G. BASDEVANT, La décomposition en ondelettes périodiques, un outil pour l'analyse des champs inhomogènes; théorie et algorithme, *La recherche Aérospatiale* 89 (3) 53-67, 1989.
 [5] P. LASAYGUES, *Prétraitement des signaux en échographie ultrasonore* Rapport de stage de DEA d'Acoustique et Dynamique des Vibrations, Université d'Aix Marseille II, 1989.
 [6] J.P. LEFEBVRE, La Tomographie ultrasonore en réflexion, *J. Acoustique*, (1) 123-128, 1988.
 [7] S. MENSAH, *Tomographie ultrasonore en réflexion. Application à l'imagerie médicale* Thèse de l'Université d'Aix Marseille II, 1990.
 [8] P. RECOTILLET, *Tomographie ultrasonore en réflexion. Application au contrôle non destructif des matériaux* Thèse de l'Université d'Aix Marseille II, 1992.
 [9] P. LASAYGUES, *Etude de l'écho d'une fissure. Traitement de signaux par analyse en ondelettes en contrôle non destructif* Thèse de l'Université d'Aix Marseille II, 1992.
 [10] S. JAFFARD, Algorithme de transformation en ondelettes, *Rapport de l'Ecole Polytechnique ENPC*, 1987.
 [11] P. LASAYGUES, Traitement du signal par transformation en ondelettes : Application au contrôle non destructif par ultrasons, *Publications du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille CNRS* 137, 1991.
 [12] J.P. LEFEBVRE, Progress in linear inverse scattering : NDE application of Ultrasonic Reflection Tomography in *H.D. Bui et al. (Ed) «Inverse Problems in Engineering Mechanics»* A.A Balkema Publishers, 371-375, 1994.
 [13] P.M. MORSE, K.U. INGARD, *Theoretical acoustics* 1968 Mc Mraw-Hill Book company NY.
 [14] A. LHEMERY, *Emission et réception des ondes ultrasonores transitoires après diffusion sur une cible de forme quelconque dans un milieu fluide* Thèse de l'Université du Maine Ecole centrale de Paris, 1990.
 [15] D. DE VADDER, M.DOSSO, Caractérisation ultrasonore des bords de fissure par traitement numérique du signal. *Proc. 3rd Europ. Conf. Nondestructive Testing*, I (5) 362-374, 1984.
 [16] J.-P. LEFEBVRE, P. LASAYGUES, Application de l'analyse en ondelettes à la détection de fissures par échographie ultrasonore, *2ème Congrès Français d'Acoustique* in *Jour. de Physique IV*, Coll. C1 (2) 637-640 1992.
 [17] S.R. DEANS, The Radon Transform and some of its Applications, *John Wiley and Sons*, NY, 1983.
 [18] M. HOLSCHNEIDER, Inverse Radon transform through inverse wavelet transform, *Inverse problems* (7) 853-861, 1991.
 [19] J.-P. LEFEBVRE, La Tomographie d'Impédance Acoustique, *Traitement du Signal*, Vol 2, (2) 103-110, 1985.

5. Annexe : "Ondelette analytique" associée à l'ondelette de Jaffard

L'ondelette de Jaffard (qui est réelle) est construite par parité dans le plan fréquentiel. Il est plus commode pour les calculs de ne considérer que les fréquences positives en travaillant avec l'ondelette analytique, notée $\phi_{\gamma,0}(t)$, associée à l'ondelette de Jaffard $\Psi_{\gamma,0}(t)$. Elle est définie par la transformée de Fourier inverse de :

$$\widehat{\Phi}_{\gamma,0}(v) = \begin{cases} 2\widehat{\Psi}_{\gamma,0}(v) & \text{pour } v \geq 0 \\ 0 & \text{pour } v < 0 \end{cases} \quad (\text{A-1})$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\gamma,0}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Phi}_{\gamma,0}(v) e^{2i\pi vt} dv \\ &= 2 \int_0^{\infty} \hat{\Psi}_{\gamma,0}(v) e^{2i\pi vt} dv \quad (\text{A-2}) \end{aligned}$$

Ce sont ces ondelettes que nous utilisons pour effectuer l'analyse surabondante des signaux. Les spectres des ondelettes de base $\Psi_{\gamma,0}(t)$ s'écrivent :

$$\hat{\Psi}_{\gamma,0}(v) = \frac{1}{\sqrt{2\gamma U_f}} \exp\left(\frac{-2i\pi v}{2(2\gamma U_f)}\right) \sqrt{\Gamma\left(\frac{v}{2\gamma U_f}\right)} \quad (\text{A-3})$$

Γ est une fonction construite par morceaux définissant le support de l'ondelette analysante. Alors les ondelettes $\phi_{\gamma,0}(t)$ auront comme expression :

$$\begin{aligned} \Phi_{\gamma,0}(\tau) &= \\ &= \frac{2}{\sqrt{2\gamma U_f}} \int_0^{\infty} \sqrt{\Gamma\left(\frac{v}{2\gamma U_f}\right)} \exp\left[2i\pi v \left(t - \frac{1}{2(2\gamma U_f)}\right)\right] dv \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

qui se décompose en une partie réelle et une partie imaginaire :

$$\Phi_{\gamma,0}(t) = (\text{Re}\Phi_{\gamma,0}(t) + i \text{Im}\Phi_{\gamma,0}(t)) \quad (\text{A-5})$$

avec

$$\begin{cases} \text{Re}\Phi_{\gamma,0}(t) \\ = \frac{2}{\sqrt{2\gamma U_f}} \int_0^{\infty} \sqrt{\Gamma\left(\frac{v}{2\gamma U_f}\right)} \cos\left[2\pi v \left(t - \frac{1}{2(2\gamma U_f)}\right)\right] dv \\ \text{Im}\Phi_{\gamma,0}(t) \\ = \frac{2}{\sqrt{2\gamma U_f}} \int_0^{\infty} \sqrt{\Gamma\left(\frac{v}{2\gamma U_f}\right)} \sin\left[2\pi v \left(t - \frac{1}{2(2\gamma U_f)}\right)\right] dv \end{cases} \quad (\text{A-6})$$

Ainsi lorsque nous calculons les coefficients $X_{\gamma}(t)$, nous écrivons :

$$X_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t') (\text{Re}\Phi_{\gamma,0}(t' - t) + i \text{Im}\Phi_{\gamma,0}(t' - t)) dt' \quad (\text{A-7})$$

Manuscrit reçu le 20 janvier 1994.

LES AUTEURS

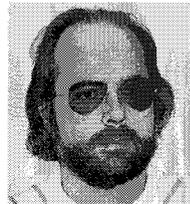
Philippe LASAYGUES



Philippe Lasaygues est Docteur en Mécanique de l'Université d'Aix-Marseille II. Il a soutenu sa thèse (spécialité Acoustique) en 1992 pour des travaux effectués au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille. Actuellement, il est Attaché de Direction Scientifique au sein de la Société ALCTRA. Ses activités sont comprises dans les travaux de recherche et développement de la société, sur des projets internes et externes (contrats industriels). L'axe principal de ses interventions se situe au niveau du contrôle non

destructif et de la caractérisation de matériaux par moyens propagatifs, du traitement de l'information, de l'étude de procédés et produits nouveaux.

Jean-Pierre LEFEBVRE



Jean-Pierre Lefebvre est ingénieur ENSP, Docteur d'Etat. Il est actuellement Directeur de Recherche au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique du CNRS-Marseille. Son domaine d'activité est le sondage acoustique, appliqué à l'imagerie et au contrôle des matériaux. Ses travaux actuels portent principalement sur le Tomographie Ultrasonore et ses prolongements possibles vers des diagnostics quantitatifs en imagerie médicale comme en contrôle non destructif des matériaux.