

Fusion de données

Adaptabilité et combinaison possibiliste : application à la vision multi-caméras

Adaptability and Possibilistic Combination : Application to Multi-Cameras Vision

par **S. DEVEUGHELE, B. DUBUISSON**

URA CNRS 817 Heudiasyc, Université de Technologie de Compiègne,
Centre de Recherches de Royallieu, B.P. 649, 60206 Compiègne Cedex, France.
E-mail : deveughele@hds.univ-compiegne.fr

Résumé

Cet article présente le problème de la combinaison d'informations incertaines à travers le cadre de la théorie des possibilités. Trois comportements de combinaison existent suivant que les informations disponibles sont en conflit ou non : la conjonction, le compromis et la disjonction. Bien que cette classification soit séduisante, elle n'est pas satisfaisante car trop grossière; en effet, le passage soudain d'un mode de combinaison à un autre engendre des discontinuités dans le calcul des distributions résultantes. Cela n'est pas souhaitable; pour surmonter ce problème, Dubois et Prade ont proposé quatre règles de combinaison adaptative. Leur mode d'agrégation s'adapte automatiquement à la quantité de conflit présente entre les différentes données. La plus élaborée de ces quatre règles permet de combiner de la conjonction à la disjonction. Nous présentons une étude comportementale de cette règle et nous l'appliquons à un problème de vision artificielle. Enfin, nous établissons quelques propriétés concernant sa sensibilité face à des mesures aberrantes; en particulier, nous mettons en évidence un phénomène d'hystérésis, c'est-à-dire une mémoire des conflits passés.

Mots clés : Combinaison d'informations incertaines – Théorie des possibilités – Ensembles flous – Comportement adaptatif – Sensibilité aux mesures aberrantes – Vision artificielle.

Abstract

This paper presents the problem of uncertain information combination through the framework of possibility theory. Three aggregation behaviours exist according to available information are in conflict or not : conjunction, trade-off and disjunction. Although this classification is attractive, it is not satisfying because it is too coarse; indeed, the sudden change from a combination mode to another one creates some discontinuities for the computation of resulting distributions. This is not desirable; to overcome this problem, Dubois and Prade have exhibited four adaptive combination rules. Their combination mode adapts itself to the amount of conflict existing between different data. The most elaborate of these four rules allows to combine from conjunction to disjunction. We present a behavioural study of this rule and we apply it to a problem of computer vision. Finally, we establish some properties concerning its sensitivity to corrupt values; in particular, we highlight an hysteresis phenomenon, that is a memory of past conflicts.

Key words : Uncertain information combination – Possibility theory – Fuzzy sets – Adaptive behaviour – Sensitivity to corrupt values – Computer vision.

1. Introduction

La complexité croissante des procédés industriels a multiplié le nombre des capteurs installés; leur fonction de perception est capitale car ils permettent d'évaluer l'état dans lequel le système se trouve. La gestion de multiples sources d'information n'est alors pas chose aisée en général. En effet, les capteurs sont des organes de perception imparfaits et les informations qu'ils fournissent sont toujours entachées d'imprécision et d'incertitude, voire de contradiction. Une idée naturelle est alors de combiner un certain nombre de ces données afin d'affiner l'estimation du paramètre mesuré.

Il est des disciplines où de l'information conflictuelle apparaît assez spontanément : les phénomènes d'occultation en vision artificielle créent de tels conflits, il en est de même en diagnostic lors d'une défaillance d'un système. S'il est effectivement sensé de combiner de l'information, encore faut-il le faire de façon judicieuse. L'idée que défend cet article est que le mode de combinaison doit être adapté à la quantité de conflit présente entre les diverses données. En effet, il est irrationnel d'appliquer un mode de combinaison figé alors que les mesures recueillies peuvent être en concordance ou en discordance.

Le problème de la combinaison d'informations sera abordé à travers le cadre de la théorie des possibilités; la première partie de cet article rappelle quelques notions de cette discipline et

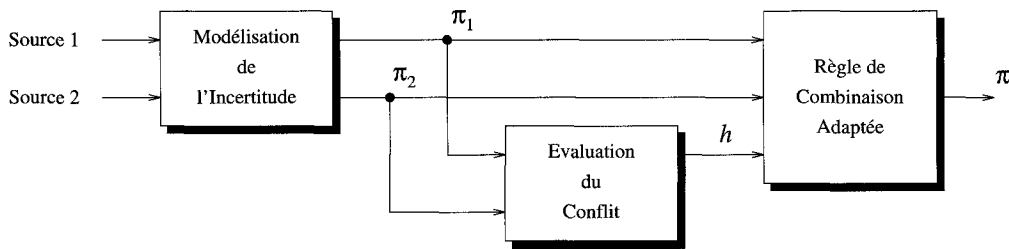


Figure 1. – Synoptique d'un processus de combinaison adaptative.

présente une règle de combinaison adaptative. Cette règle est ensuite appliquée à un problème de vision artificielle. Enfin, une dernière partie illustre la sensibilité de cette règle face à des mesures aberrantes.

2. Théorie des possibilités et combinaison adaptative

La prise en compte de l'incertitude et de l'imprécision inhérentes au processus d'acquisition requiert le choix d'un cadre de travail, celui-ci doit permettre la modélisation et le traitement de telles informations. Les probabilités demeurent, sans conteste, le cadre le plus largement investi. Cependant, d'autres cadres théoriques existent; citons, par exemple, le calcul d'erreurs [7] couramment employé en physique ou en métrologie. On peut encore signaler la théorie des croyances introduite par Shafer [8]. En ce qui nous concerne, le travail présenté s'inscrit dans la théorie des possibilités [9] qui entretient un lien très étroit avec la théorie des ensembles flous.

La *théorie des possibilités* repose sur le concept de mesure de possibilité, nous allons brièvement rappeler les axiomes de ce cadre mathématique. Notons auparavant Ω le référentiel et $\mathcal{P}(\Omega)$ l'ensemble des parties de Ω . On dit qu'une fonction Π est une *mesure de possibilité* ssi :

1. $\Pi : \begin{cases} \mathcal{P}(\Omega) & \longrightarrow & [0, 1] \\ A & \longmapsto & \Pi(A) \end{cases}$
2. $\Pi(\Omega) = 1$ et $\Pi(\emptyset) = 0$
3. on a la propriété fondamentale : $\forall A, B \in \mathcal{P}(\Omega)$
 $\Pi(A \cup B) = \max(\Pi(A), \Pi(B))$

De façon similaire aux mesures de probabilité, il est intéressant d'introduire la notion de *distribution de possibilité*. On notera qu'une distribution de possibilité peut être assimilée à un *ensemble flou normalisé*. Par ailleurs, toute mesure de possibilité Π peut se calculer de façon unique à l'aide d'une distribution de possibilité π :

$$\pi : \begin{cases} \Omega & \longrightarrow & [0, 1] \\ \omega & \longmapsto & \pi(\omega) \end{cases} \quad \text{telle que} \quad \sup_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) = 1 \quad (1)$$

L'équivalent probabiliste de la condition (1) correspond à la contrainte de normalisation d'une densité de probabilité

$\int_{\omega \in \Omega} p(\omega) d\omega = 1$. Le calcul d'une mesure de possibilité se fait alors de la façon suivante :

$$\Pi(A) = \sup_{\omega \in A} \pi(\omega) \quad (2)$$

Pour plus de détails concernant les ensembles flous et la théorie des possibilités, le lecteur pourra se référer à [5, 9, 10]. Les lignes qui suivent abordent le problème de la combinaison d'informations incertaines et imprécises à travers le cadre de la théorie des possibilités. La littérature distingue classiquement trois grands modes d'agrégation [10, p. 30-32] :

La conjonction : regroupe les opérateurs de t-norme (intersection floue), cette attitude de combinaison doit être utilisée lorsque les mesures sont consonantes (cohérentes), c'est-à-dire sans conflit,

Le compromis : regroupe l'opérateur médiane et certaines moyennes, il doit être utilisé lorsque les mesures sont en conflit partiel,

La disjonction : regroupe les opérateurs de t-conorme (union floue), elle doit être utilisée lorsque les mesures sont dissonantes, c'est-à-dire en conflit sévère.

En introduction, nous soulignons l'inopportunité de fusionner de l'information dans un mode figé : tant que les observations s'accordent, il est légitime de les combiner dans un mode conjonctif ou de compromis afin d'en extraire de l'information plus pertinente. Il ne peut plus en être de même si un conflit sérieux apparaît, mieux vaut alors être prudent et agréger dans un mode disjonctif. Par exemple, si deux mesures d'un même paramètre s'avèrent complètement différentes, il n'est pas judicieux d'en faire une moyenne, mieux vaut dire que l'une ou l'autre est vraie, quitte à ce qu'une tierce mesure vienne confirmer l'une et infirmer l'autre. Bien que la classification en trois attitudes soit séduisante, elle n'est pas satisfaisante car trop grossière; en effet, le passage soudain d'un mode de combinaison à un autre engendre des discontinuités dans le calcul des distributions résultantes. Cela n'est pas souhaitable et cette constatation a naturellement motivé notre intérêt vers des *règles de combinaison auto-adaptative*.

Très récemment, Dubois et Prade [6] ont introduit, dans la littérature, quatre règles de ce type dont la particularité est de posséder un mode d'agrégation qui s'adapte automatiquement à la quantité de conflit présente entre les diverses sources d'information (voir Figure 1). Nous avons réalisé une étude comportementale de ces règles [1] et notre choix s'est finalement reporté sur la plus

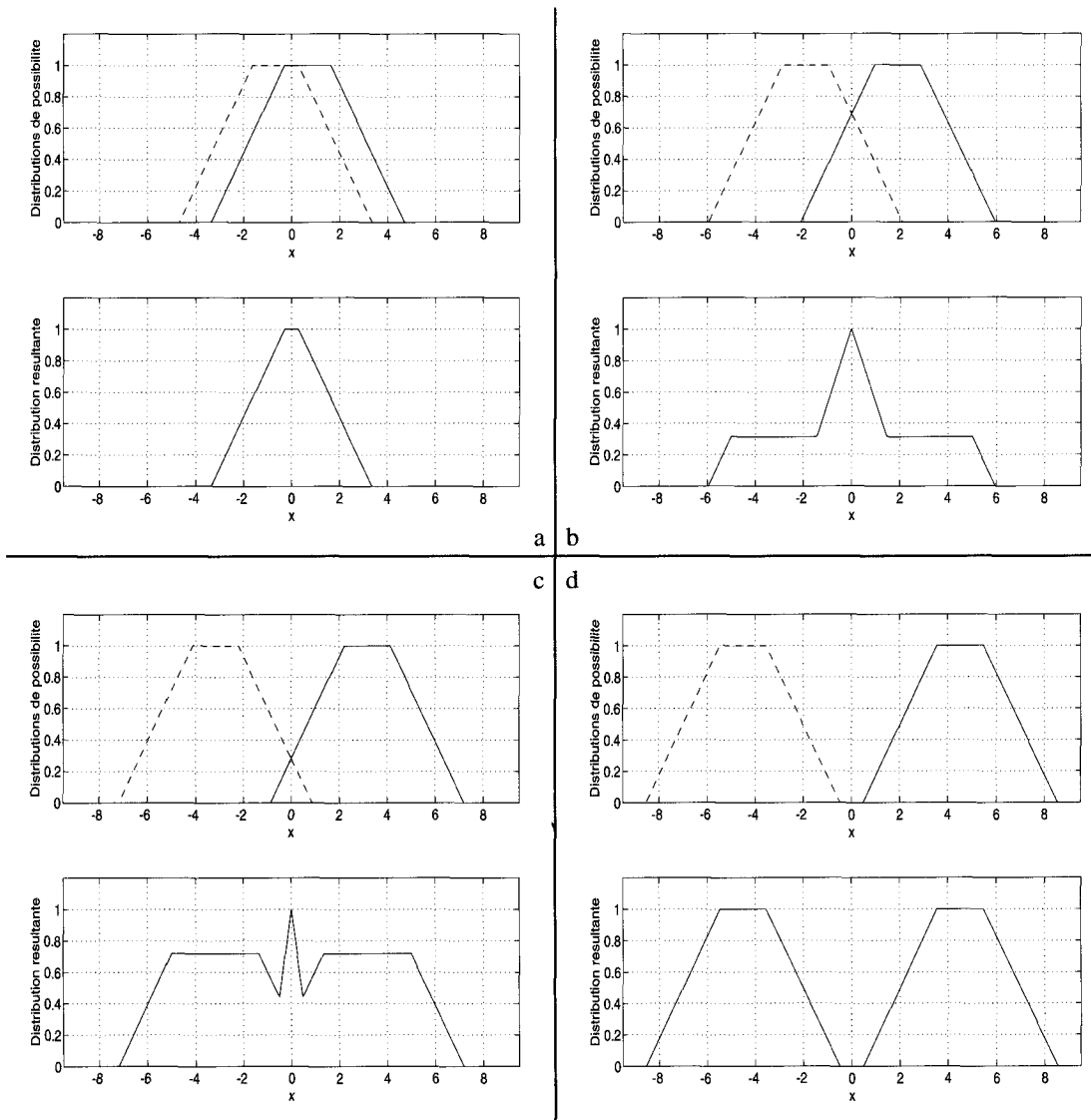


Figure 2. – De la conjonction à la disjonction

a. Fusion dans un mode conjonctif ($h = 1$)

b. Fusion dans un mode de compromis ($h = 0.7$)

c. Fusion dans un mode de compromis ($h = 0.3$)

d. Fusion dans un mode disjonctif ($h = 0$)

élaborée des quatre. Notons π_1, π_2 les deux distributions (c'est-à-dire les deux mesures) à combiner, π la distribution résultante et $*$ la règle étudiée :

$$\begin{aligned} \pi(\omega) &= \pi_1(\omega) * \pi_2(\omega) \\ &= \max \left[\frac{\pi_{\wedge}(\omega)}{h(\pi_1, \pi_2)}, \min [\max(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega)), 1 - h(\pi_1, \pi_2)] \right] \end{aligned} \quad (3)$$

avec $\pi_{\wedge}(\omega) = \min(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega))$, et $h(\pi_1, \pi_2) = \sup_{\omega \in \Omega} \pi_{\wedge}(\omega)$. Le terme $h(\pi_1, \pi_2)$ est appelé *hauteur d'intersection*, cette valeur fournit une estimation de l'importance du recouvrement entre les deux distributions π_1 et π_2 . Par conséquent, h est bien un *indice de conflit* et dans notre cas : $h = 0$ signifie qu'il y a un conflit total entre les deux mesures, alors que $h = 1$ signifie que le conflit est faible ou nul.

Le comportement de combinaison de cette règle peut s'illustrer en séparant de façon progressive deux distributions possibilistes identiques, on simule ainsi le passage graduel du mode conjonctif vers le mode disjonctif (voir Figures 2.a à 2.d). On note que l'effet de la combinaison est renforcé à l'endroit où les deux mesures s'accordent, même de façon partielle. Plus le conflit devient sérieux, plus le comportement de combinaison devient prudent, puisque la confiance se transfère graduellement sur les supports des deux mesures d'origine.

- $1/h(\pi_1, \pi_2)$ est un terme de renormalisation nécessaire lorsque $\pi_{\wedge}(\omega)$ devient une distribution sous-normale ($\sup_{\omega \in \Omega} \pi_{\wedge}(\omega) < 1$). Cela peut se produire lorsque les mesures se trouvent dans une situation de conjonction ou de compromis.

- $1 - h(\pi_1, \pi_2)$ fournit une estimation de la *quantité de conflit* entre les deux mesures. C'est un degré de possibilité uniforme sur tout le référentiel Ω .
- $\min [\max(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega)), 1 - h(\pi_1, \pi_2)]$ limite l'influence de la quantité de conflit $1 - h(\pi_1, \pi_2)$ aux supports de π_1 et π_2 .

L'expression analytique (3) obéit à une certaine logique de construction [6] : soit les deux sources sont fiables et on renormalise, soit elles ne le sont pas (avec un degré de possibilité égal à la quantité de conflit) et l'utilisation du maximum suppose alors qu'une des deux sources est fiable.

3. Une application en vision artificielle

Dans cette section sont présentés les résultats d'une simulation; le problème consiste à localiser un point dans le plan à l'aide de plusieurs caméras. L'originalité de cette expérience est que le problème étudié est entièrement traité dans un cadre possibiliste. Voici une brève description du cadre expérimental : un plan P , repéré par un référentiel $\mathcal{R}(O, X, Y, Z)$, contient un polygone en forme de flèche (voir Figure 3). C'est l'extrémité $M = [5 \ 5 \ 0]^T$ de ce polygone que nous nous proposons de localiser; en utilisant plusieurs caméras, on espère retrouver les coordonnées connues de sa position théorique par rapport à \mathcal{R} .

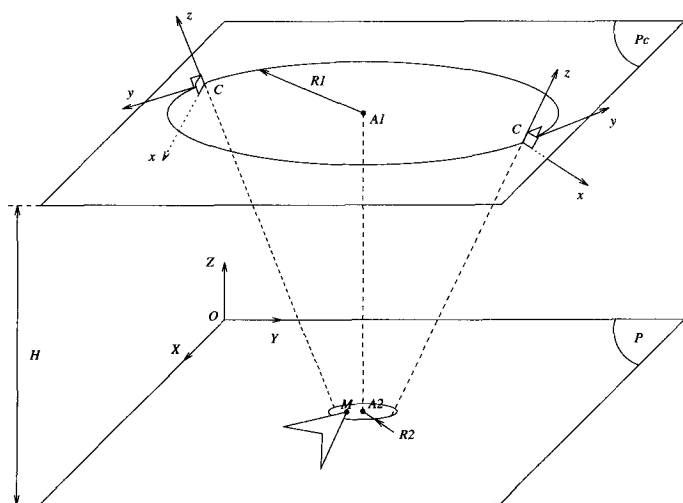


Figure 3. – Cadre expérimental.

A chaque caméra est associé un référentiel $\mathcal{R}_c(C, x, y, z)$, permettant de situer sa position et son orientation dans l'espace. Afin de rendre l'expérience plus réaliste, nous n'avons pas centré le support circulaire au-dessus du point M , c'est-à-dire que le point A_1 n'appartient pas à la verticale passant par M . D'autre part, les caméras ne convergent pas en un point mais sur un cercle de centre A_2 et de rayon R_2 , A_2 étant le projeté orthogonal de A_1 sur le plan P ; en effet, la convergence de plusieurs caméras en un seul

point est une contrainte totalement irréalisable en pratique. Pour la suite, les points cités seront indicés par le référentiel auquel se rapportent leurs coordonnées.

Les huit caméras sont supposées être complètement identiques et utilisent le modèle classique de sténopé, c'est-à-dire que le point M de la scène est projeté en un point m sur le plan image de la caméra à travers un centre optique. La transformation géométrique correspondante traduit donc le passage de $M_{\mathcal{R}}$ à $m_{\mathcal{R}_c}$, elle recouvre deux transformations analytiques de base : un changement de repère suivi d'une projection perspective. Nous ne détaillerons pas ici la modélisation du dispositif d'observation et les équations associées; le lecteur intéressé pourra se référer à [1, p. 91–106] ou [3].

3.1. MODÉLISATION DES ERREURS

Les caméras n'étant pas des instruments de mesure parfaits, il convient de prendre en compte et de modéliser leur imprécision. La Figure 4 détaille la façon dont nous allons procéder : l'extrémité $M_{\mathcal{R}}$ du polygone est donc projetée en un point $m_{\mathcal{R}_c}$ dans le plan image de chaque caméra. Cette projection étant idéale, nous allons considérer le point $m'_{\mathcal{R}_c}$, une version "bruitée" de $m_{\mathcal{R}_c}$ (voir Figure 5.b). Ce nouveau point est tiré suivant une loi uniforme bidimensionnelle indépendante centrée sur le point idéal $m_{\mathcal{R}_c}$. L'imprécision inhérente à la mesure est alors prise en compte en associant à $m'_{\mathcal{R}_c}$ une distribution de possibilité bidimensionnelle non-interactive de forme trapézoïdale (voir Figures 5.c et 5.d).

$$\pi_{m'_{\mathcal{R}_c}}(x, y) = \pi_{xy}(x, y) = \min(\pi_x(x), \pi_y(y)) \quad (4)$$

3.2. PROPAGATION DE L'INCERTITUDE

Faisons le point à cette étape : la Figure 4 montre que du point $M_{\mathcal{R}}$ de la scène, on est passé à son projeté $m_{\mathcal{R}_c}$ puis à sa version bruitée $m'_{\mathcal{R}_c}$ à laquelle a été associée une distribution de possibilité $\pi_{m'_{\mathcal{R}_c}}$. Ces opérations ont été effectuées pour les huit caméras, on a donc à cet instant huit distributions $\pi_{m'_{\mathcal{R}_c}}$ associées aux huit points $m'_{\mathcal{R}_c}$. Notre objectif est maintenant de combiner ces huit distributions; il faut tout d'abord les recaler, c'est-à-dire les exprimer dans un repère commun, le référentiel \mathcal{R} constitue un choix assez naturel. Pour cela, il est nécessaire de reprojeter les points $m'_{\mathcal{R}_c}$ dans \mathcal{R} afin de reconstruire les huit points $M'_{\mathcal{R}}$, versions bruitées de $M_{\mathcal{R}}$, et d'en déduire leur distribution de possibilité $\pi_{M'_{\mathcal{R}}}$. Dans notre expérience, la reconstruction est possible car les deux plans parallèles P et P_c sont espacés d'une hauteur H connue (voir Figure 3); la transformation "sténopé" S devient alors inversible.

Il reste maintenant, pour les huit points reconstruits $M'_{\mathcal{R}}$, à calculer leur distribution de possibilité $\pi_{M'_{\mathcal{R}}}$ exprimée dans le repère du monde \mathcal{R} . On utilise alors le principe d'extension de Zadeh [5, p. 39–40]; on rappelle que cet outil permet de propager de l'imprécision à travers des relations déterministes. Puisque la

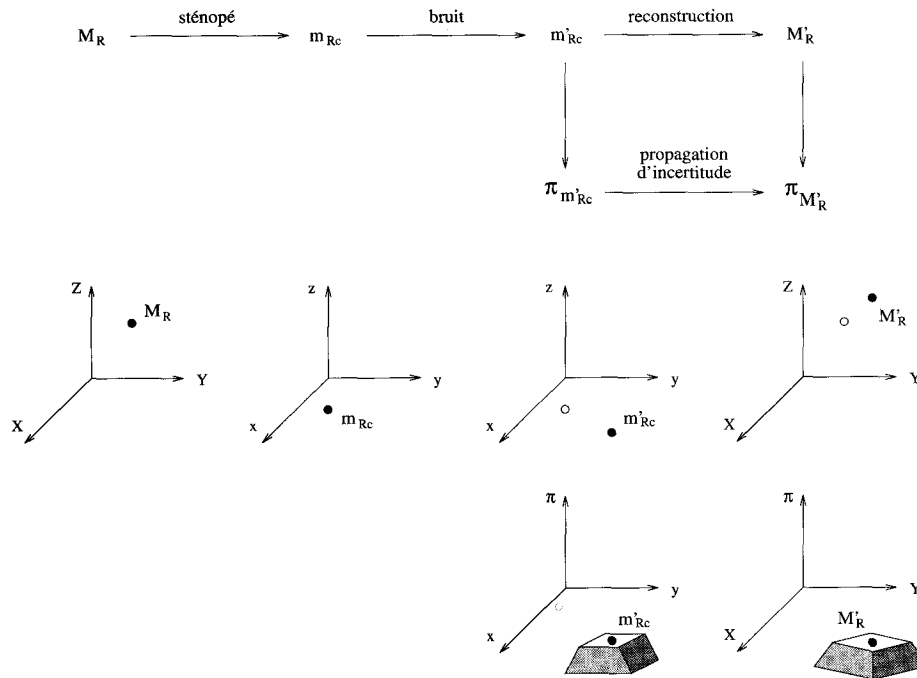


Figure 4. – Les différentes opérations intervenant dans le processus complet de l'expérience : projection, bruit, reconstruction et propagation d'incertitude
En haut : la représentation symbolique
En bas : les opérations équivalentes exprimées dans les repères adéquats.

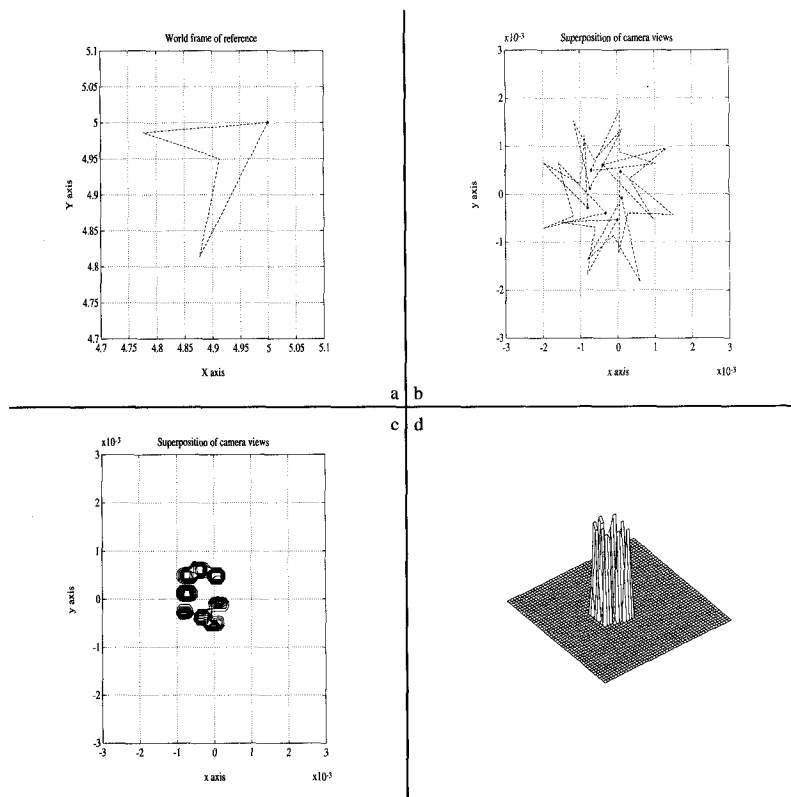


Figure 5. – a. Position théorique de la flèche représentée dans le repère du monde \mathcal{R} . b. Superposition des huit images bruitées dans le repère des caméras. c. Superposition des huit distributions de possibilité relatives au point bruité $m'_{\mathcal{R}c}$. d. Idem c. — vue en 3D

transformation S est ici bijective, le principe d'extension s'écrit alors :

$$\pi_{M'_{\mathcal{R}}}(X, Y) = \sup_{(x,y)=S(X,Y)} \pi_{m'_{\mathcal{R}_c}}(x, y) = \pi_{m'_{\mathcal{R}_c}}(x, y) \quad (5)$$

3.3. RÉSULTATS ET COMMENTAIRES

Les huit distributions sont combinées de façon incrémentale, on pourrait encore qualifier cette stratégie de combinaison en série ou en cascade (voir Figure 6). Le principe consiste à fusionner la $k^{\text{ième}}$ mesure avec le résultat de la combinaison précédente, le résultat obtenu est ensuite fusionné avec la $(k + 1)^{\text{ième}}$ mesure et ainsi de suite.

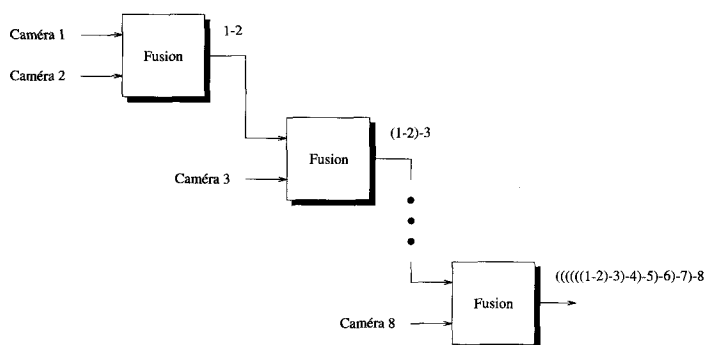


Figure 6. – Les huit distributions de possibilité sont combinées de façon incrémentale.

Sur les Figures 7.a à 7.d, la colonne de gauche représente la distribution de possibilité résultante obtenue avec la $k^{\text{ième}}$ caméra, la colonne de droite montre les mêmes résultats découpés en courbes de niveau. Ces courbes indiquent les valeurs possibles concernant la localisation du point M , compte tenu des mesures déjà considérées; nous rappelons que toutes ces courbes se rapportent au repère du monde \mathcal{R} .

Nous ne détaillerons pas ici les constantes numériques utilisées pour la simulation (voir [1, p. 100–101]). Avec des conditions d'expérimentation réalistes, une précision de localisation de 0.5mm a pu être obtenue; la méthode de "defuzzification" utilisée est celle du centre de gravité.

4. Sensibilité à des mesures aberrantes

Dans cette dernière partie, nous allons examiner comment la règle de combinaison adaptative réagit à l'apparition de valeurs aberrantes. Il est des situations où de l'information disjonctive peut apparaître; de tels conflits sont fréquents en vision artificielle. Par exemple, lorsqu'on observe une scène, certains objets peuvent partiellement ou totalement en masquer d'autres; on appelle

cela des *phénomènes d'occultation*. Maintenant, si l'on change de point de vue, la situation, visible ou non, des objets va généralement être modifiée (voir Figure 8). Par conséquent, si le paramètre étudié est la longueur d'une arête d'un objet, les valeurs recueillies vont présenter une grande variation et risquent de perturber sérieusement tout processus d'estimation qui ne serait pas capable de prendre en compte de l'information de nature conflictuelle.

L'exemple proposé montre donc qu'il est possible de rencontrer des conflits d'informations malgré le caractère statique du paramètre et sans que la fiabilité des capteurs puisse être mise en cause. L'expérience qui suit illustre le comportement de la règle de Dubois et Prade soumise à une séquence de valeurs très bruitées. Nous avons généré un signal $\omega(t)$ représentant une séquence de mesures produite par un capteur. Ce signal se compose d'une référence (ici $\omega_{\text{ref}} = 2$) à laquelle nous avons rajouté un bruit uniforme pour être plus réaliste, on a ainsi : $\forall t$

$$\omega_{\text{ref}} - \Delta\omega \leq \omega(t) \leq \omega_{\text{ref}} + \Delta\omega \quad \text{avec} \quad \Delta\omega = 0.1$$

De plus, cette séquence a été modifiée en injectant une valeur aberrante (ici $\omega_{\text{aberr}} = 2.6$) toutes les cinq observations (voir Figure 9). Ces valeurs peuvent être dues à des phénomènes d'occultation comme nous l'évoquions précédemment.

4.1. RÉSULTATS ET COMMENTAIRES

Les Figures 10.a à 10.d illustrent le résultat de la combinaison avant, pendant et après l'occurrence de la première valeur aberrante (observation n°5). Pour chaque figure, le graphique du haut montre l'ancienne distribution résultante (trait pointillé) et la nouvelle observation (trait continu). Le graphique du bas montre le résultat de la combinaison, la distribution résultante devenant alors l'ancienne distribution pour la combinaison suivante. La distribution de possibilité associée à chaque nouvelle observation est construite de la façon suivante : le noyau $\{\omega \in \Omega \mid \pi(\omega) = 1\}$ vaut 1 et le support $\{\omega \in \Omega \mid \pi(\omega) > 0\}$ vaut 2, ces constantes numériques peuvent être suggérées par les données du constructeur.

- Sur les Figures 10.a et 10.b, la situation est normale et la règle combine dans un mode de compromis proche de la conjonction car le recouvrement des deux courbes est significatif.
- Sur la Figure 10.c, l'apparition de l'observation aberrante crée un conflit total. La règle détecte ce conflit et combine de façon disjonctive en appliquant l'opérateur de disjonction *max*. Cette attitude est prudente et souhaitable en cas de conflit sévère; on notera la bimodalité de la distribution résultante.
- Sur la Figure 10.d, la nouvelle observation confirme le mode "normal" de la distribution résultante précédente. On s'aperçoit alors que, dans le résultat de la combinaison, le mode "aberrant" a complètement disparu.

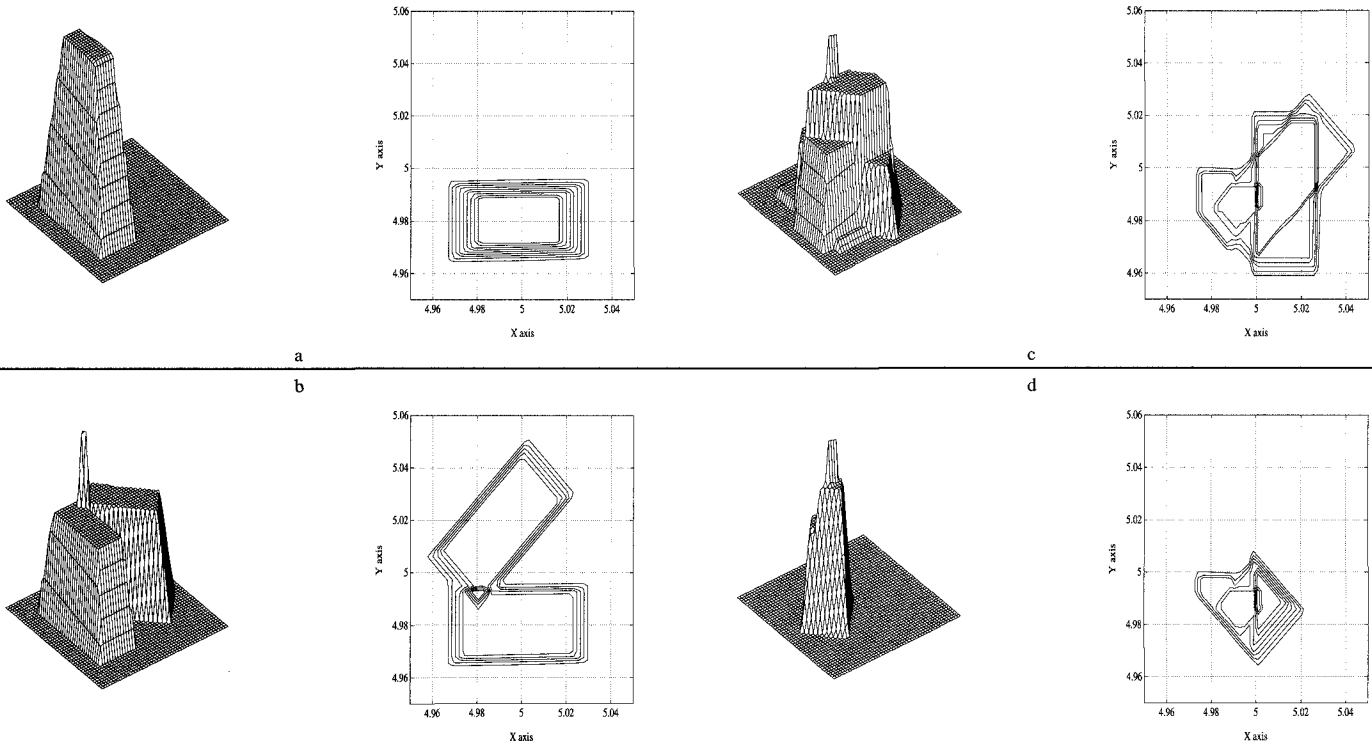


Figure 7. – Les distributions résultantes obtenues :
 a. Caméra 1.
 b. Combinaison des caméras 1 * 2.

Figure 7. – Les distributions résultantes obtenues :
 c. Combinaison des caméras (((((1 * 2) * 3) * 4) * 5) * 6) * 7
 d. Combinaison des caméras ((((((1 * 2) * 3) * 4) * 5) * 6) * 7) * 8.

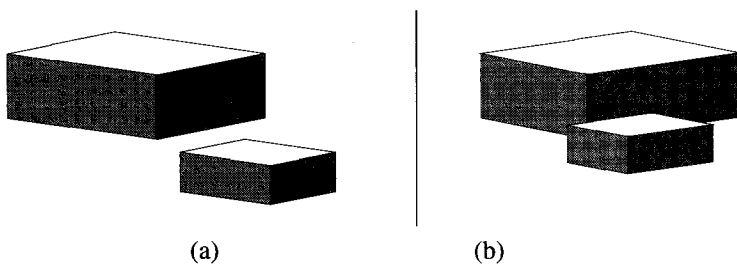


Figure 8. – Apparition d'information disjonctive
 a. L'arête verticale en gras est entièrement visible du premier point de vue.
 b. L'arête verticale en gras est partiellement visible du second point de vue

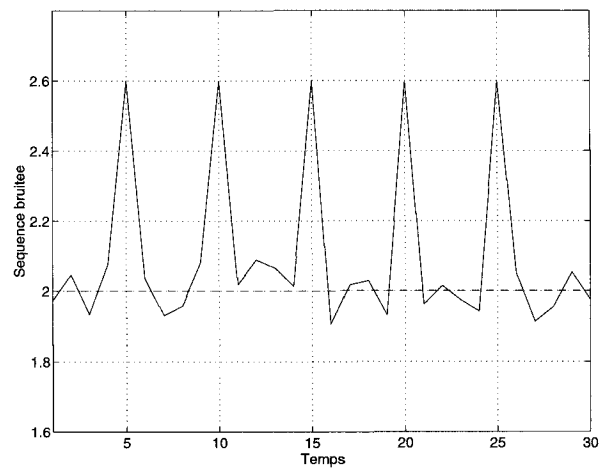


Figure 9. – La séquence bruitée avec des valeurs aberrantes toutes les cinq observations.

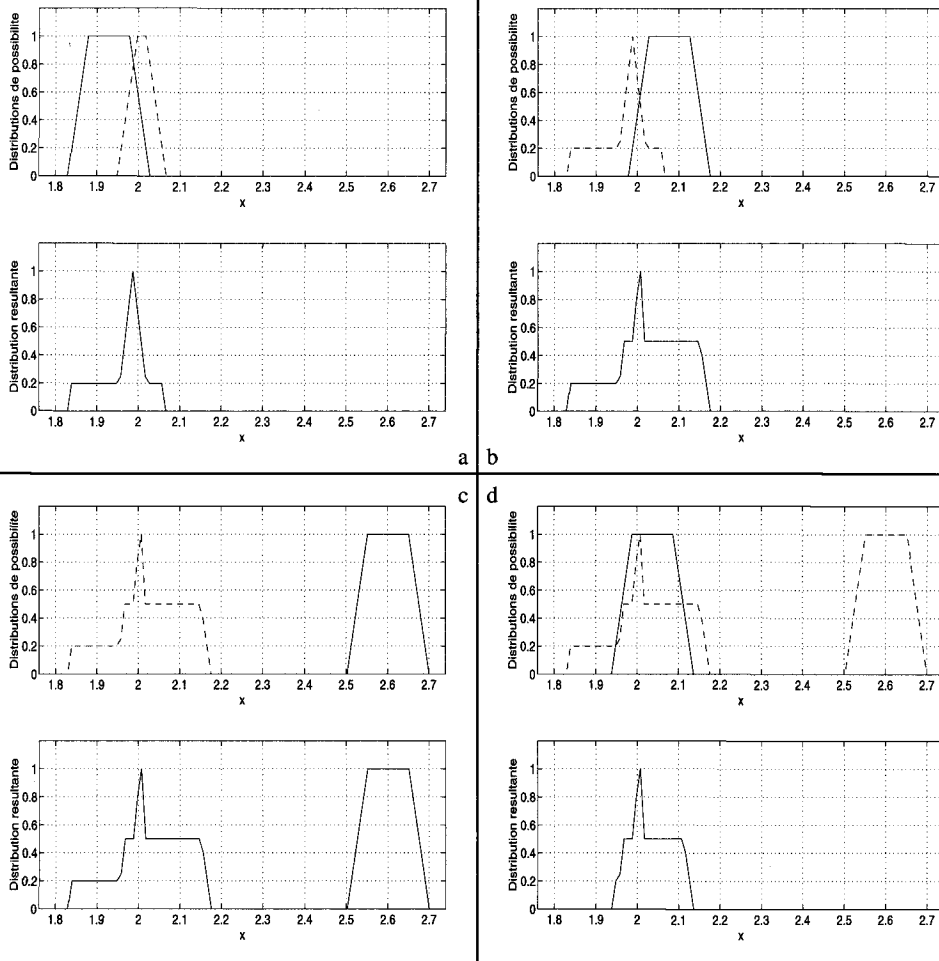


Figure 10. – Concernant l'apparition de la première valeur aberrante (observation n°5)
 a. Deux pas avant l'occurrence de la valeur aberrante.
 b. Avant l'occurrence de la valeur aberrante.
 c. Occurrence de la valeur aberrante.
 d. Après l'occurrence de la valeur aberrante.

4.2. UN PHÉNOMÈNE D'HYSTÉRÉSIS

Dans cet exemple, la règle s'est immédiatement refocalisée sur les "bonnes" valeurs et cela s'est produit sans aucune inertie ou retard. Il ne faut surtout pas croire que la disparition du mode "aberrant" est systématique, tout dépend de la nouvelle mesure qui peut confirmer complètement, partiellement ou pas du tout le mode "normal" de la distribution bimodale. Nous allons illustrer les trois scénarios possibles et montrer que, dans le processus de combinaison, il existe un *phénomène d'hystérésis*, c'est-à-dire une mémoire du conflit.

Considérons deux distributions π_1 (trait pointillé) et π_2 (trait continu) en conflit total, on a alors $h_{1*2} = h(\pi_1, \pi_2) = 0$. Elles sont donc combinées de façon disjonctive avec l'opérateur *max* (voir Figure 11.a). Arrive maintenant une troisième distribution π_3 , les trois scénarios sont alors les suivants :

Premier scénario : π_3 confirme largement π_1 ($h_{1*3} = 1$), alors la trace de π_2 disparaît complètement (voir Figure 11.b).

Deuxième scénario : π_3 confirme partiellement π_1 ($0 < h_{1*3} < 1$), alors π_2 est tronquée à la hauteur $(1 - h_{1*3})$ (voir Figure 11.c). Le terme $(1 - h_{1*3})$ représente la quantité de conflit entre π_1 et π_3 .

Troisième scénario : π_3 ne confirme pas du tout π_1 ($h_{1*3} = 0$), alors π_3 devient un troisième mode possible pour la distribution résultante (voir Figure 11.d).

Nous allons donner une preuve mathématique de ce phénomène; nous adoptons les notations suivantes pour alléger l'écriture :

\wedge désigne l'opérateur *min*,
 \vee désigne l'opérateur *max* et
 $h_{i*j} = \sup_{\omega \in \Omega} \min(\pi_i(\omega), \pi_j(\omega))$

La règle de combinaison possibiliste s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \pi_{i*j} &= \pi_i * \pi_j \\ &= \left[\frac{\pi_i \wedge \pi_j}{h_{i*j}} \right] \vee [(\pi_i \vee \pi_j) \wedge (1 - h_{i*j})] \end{aligned}$$

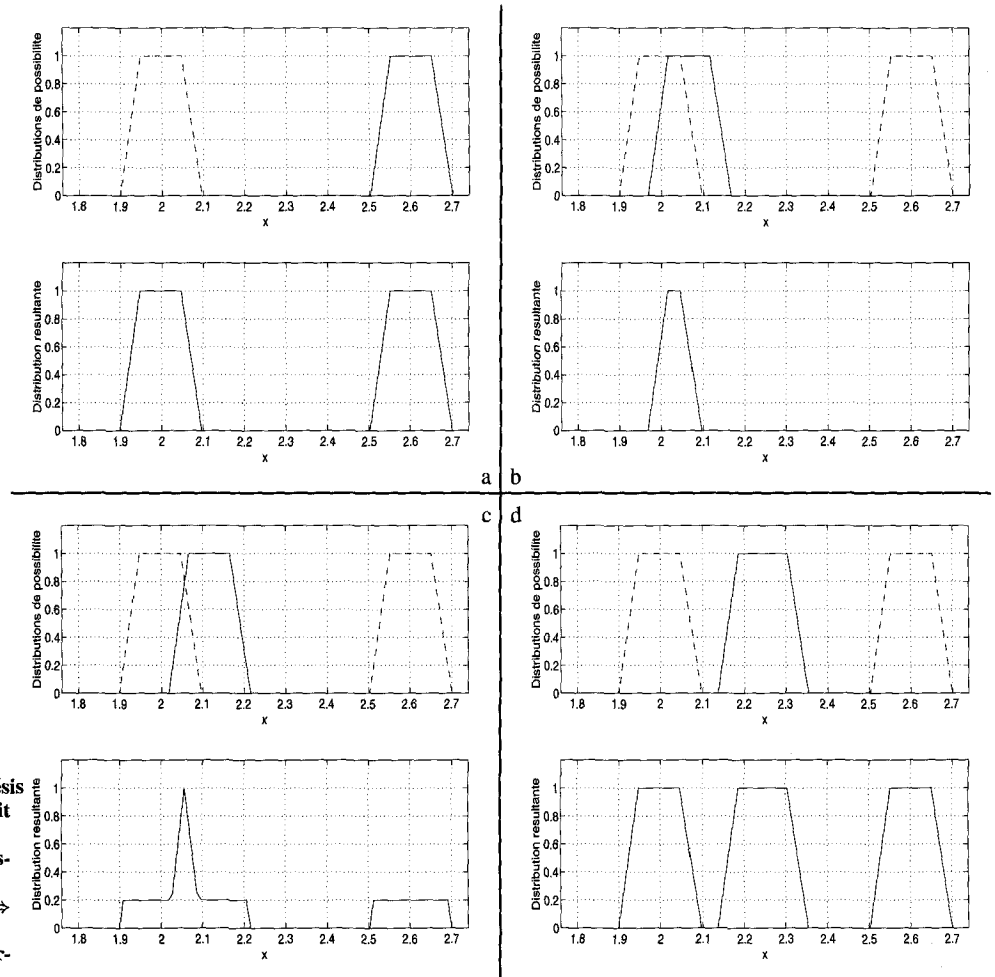


Figure 11. – Illustration du phénomène d’hystérésis
a. Une situation conflictuelle entre π_1 (trait pointillé) et π_2 (trait continu).
b. Scénario 1 : π_3 confirme largement $\pi_1 \Rightarrow$ disparition de π_2 .
c. Scénario 2 : π_3 confirme partiellement $\pi_1 \Rightarrow$ troncature de π_2 .
d. Scénario 3 : π_3 ne confirme pas $\pi_1 \Rightarrow$ conservation de π_2 .

Proposition : Si $\pi_1 \wedge \pi_2 = 0$ et $\pi_2 \wedge \pi_3 = 0$ alors

$$\pi_{(1*2)*3} = \pi_{1*3} \vee [\pi_2 \wedge (1 - h_{1*3})] \quad (6)$$

Preuve : Puisque, par hypothèse, les distributions π_1 et π_2 sont en conflit total, la règle de combinaison fournit la distribution résultante suivante :

$$\pi_{1*2} = \pi_1 * \pi_2 = \pi_1 \vee \pi_2$$

La troisième mesure π_3 arrive, la distribution résultante s’écrit alors :

$$\pi_{(1*2)*3} = \left[\frac{\pi_{1*2} \wedge \pi_3}{h_{(1*2)*3}} \right] \vee [(\pi_{1*2} \vee \pi_3) \wedge (1 - h_{(1*2)*3})] \quad (7)$$

Examinons chaque terme de la formule (7) :

$$\begin{aligned} \bullet \pi_{1*2} \wedge \pi_3 &= (\pi_1 \vee \pi_2) \wedge \pi_3 \\ &= (\pi_1 \wedge \pi_3) \vee (\pi_2 \wedge \pi_3) \quad \text{or} \quad \pi_2 \wedge \pi_3 = 0 \\ &= \pi_1 \wedge \pi_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet h_{(1*2)*3} &= \sup_{\omega \in \Omega} (\pi_{1*2} \wedge \pi_3) \\ &= \sup_{\omega \in \Omega} (\pi_1 \wedge \pi_3) \\ &= h_{1*3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (\pi_{1*2} \vee \pi_3) \wedge (1 - h_{(1*2)*3}) &= (\pi_1 \vee \pi_2 \vee \pi_3) \wedge (1 - h_{1*3}) \\ &= [(\pi_1 \vee \pi_3) \vee \pi_2] \wedge (1 - h_{1*3}) \\ &= [(\pi_1 \vee \pi_3) \wedge (1 - h_{1*3})] \\ &\quad \vee [\pi_2 \wedge (1 - h_{1*3})] \end{aligned}$$

En substituant ces trois résultats dans l’équation (7), on obtient :

$$\begin{aligned} \pi_{(1*2)*3} &= \left[\frac{\pi_1 \wedge \pi_3}{h_{1*3}} \right] \vee [(\pi_1 \vee \pi_3) \wedge (1 - h_{1*3})] \\ &\quad \vee [\pi_2 \wedge (1 - h_{1*3})] \\ &= \pi_{1*3} \vee [\pi_2 \wedge (1 - h_{1*3})] \end{aligned}$$

Comme nous l’avions précédemment pressenti, il existe bel et bien un phénomène d’hystérésis, le mode “aberrant” π_2 ne disparaît pas systématiquement, il est tronqué à la hauteur de la quantité

de conflit $(1 - h_{1*3})$. En utilisant la notation $*$, le résultat obtenu s'écrit :

$$(\pi_1 * \pi_2) * \pi_3 = (\pi_1 * \pi_3) \vee [\pi_2 \wedge (1 - h_{1*3})]$$

Outre le fait de fournir une preuve mathématique du phénomène observé, l'équation (6) suggère un calcul plus simple de la distribution finale $\pi_{(1*2)*3}$, il suffit de procéder de la façon suivante :

1. tester si l'on se trouve dans ce cas particulier
2. calculer uniquement la combinaison entre π_1 et π_3 : $\pi_1 * \pi_3$
3. tronquer le mode aberrant π_2 à la hauteur $(1 - h_{1*3})$
4. réaliser l'union des deux termes précédents

Le test à effectuer est simple puisqu'il suffit de détecter s'il y a intersection ou non des supports, ce qui est trivial dans le cas monodimensionnel.

5. Conclusion

La règle avec laquelle nous avons travaillé possède un mode de combinaison qui s'adapte automatiquement à la quantité de conflit présente entre les différentes mesures. Son mode de combinaison s'étend de la conjonction à la disjonction; une étude comportementale a permis d'illustrer son attitude d'agrégation. Nous l'avons appliquée à un problème de localisation en vision artificielle. Enfin, nous avons analysé la sensibilité de cette règle face à des mesures aberrantes et mis en évidence un phénomène d'hystérésis, c'est-à-dire une mémoire des conflits passés. Cette règle d'agrégation a fait l'objet d'autres études : une comparaison qualitative avec une version simplifiée du filtre de Kalman [2]. Nous avons également analysé l'influence d'une décomposition de chaque distribution avant combinaison et proposé une version "échantillonnée" de la règle adaptative [4]; cette approche pourrait constituer un premier pas pour le calcul de la règle dans des espaces de dimension élevée.

LES AUTEURS

S. DEVEUGHELE



Stéphane Deveughèle est né en 1964. Il est, depuis 1988, ingénieur en informatique scientifique de l'Université de Technologie de Compiègne (UTC). Il a obtenu, en 1993, le titre de Docteur de l'UTC en Contrôle des Systèmes pour ses travaux concernant la combinaison d'informations incertaines dans le cadre de la théorie des possibilités et des ensembles flous. Ses domaines d'application sont les suivants : diagnostic, reconnaissance statistiques de formes, traitement d'images, vision artificielle,.... Stéphane Deveughèle travaille actuellement sur le projet Esprit EMS, au sein du groupe Lyonnaise des Eaux (Laboratoire d'Informatique Avancée de Compiègne); il utilise des techniques d'apprentissage non-supervisé (cartes auto-organisatrices de Kohonen) appliquées aux problèmes de la surveillance de la qualité des rivières.

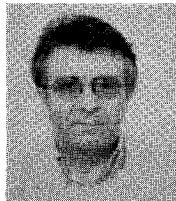
On l'a vu, certaines disciplines sont créatrices d'informations incohérentes; s'intéresser à une gestion rationnelle de telles données n'est donc pas qu'un simple jeu de l'esprit. A ce titre, les règles de combinaison adaptative jouent un rôle important et méritent qu'on leur prête attention. La théorie des possibilités se révèle un cadre approprié pour construire ce type de règles et analyser leur comportement d'agrégation.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] S. Deveughèle. *Etude d'une Méthode de Combinaison Adaptative d'Informations Incertaines dans un Cadre Possibiliste*. Ph.D. thesis, Université de Technologie de Compiègne, Compiègne, France, December 1993. In french.
- [2] S. Deveughèle and B. Dubuisson. Handling sudden state transitions. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, volume 4, pages 680-686, Le Touquet, France, October 1993.
- [3] S. Deveughèle and B. Dubuisson. Using possibility theory in perception : An application in artificial vision. In *Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volume 2, pages 821-826, San Francisco, CA, March 1993. IEEE.
- [4] S. Deveughèle and B. Dubuisson. Adaptive aggregation : Decomposing before combining. In *Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Yokohama, Japan, March 1995. IEEE. In press.
- [5] D. Dubois and H. Prade. *Théorie des Possibilités : Applications à la Représentation des Connaissances en Informatique*. Masson, Paris, 1985.
- [6] D. Dubois and H. Prade. Combination of fuzzy information in the framework of possibility theory. In M.A. Abidi and R.C. Gonzalez, editors, *Data Fusion in Robotics and Machine Intelligence*, pages 481-505. Academic Press, Inc., Boston, 1992.
- [7] R.E. Moore. Methods and applications of interval analysis. *SIAM Studies on Applied Mathematics*, 2, 1979. Philadelphia.
- [8] G. Shafer. *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1976.
- [9] L.A. Zadeh. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1 :3-28, 1978.
- [10] H.J. Zimmermann. *Fuzzy Sets Theory and its Applications*. Kluwer Academic Publishers, Boston, second edition, 1991.

Manuscrit reçu le 18 mai 1994.

B. DUBUISSON



Bernard Dubuisson est ingénieur de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Docteur d'Etat de l'Université de Lyon 1. Il est actuellement Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne dans le laboratoire associé au CNRS Heuristique et Diagnostic des Systèmes Complexes. Son domaine d'intérêt en recherche est le diagnostic de systèmes où il développe des méthodes basées sur la reconnaissance des formes (statistiques, floues, approches neuromimétiques, fusion d'informations,...). Bernard Dubuisson est aussi actuellement Directeur scientifique adjoint du département Sciences pour l'Ingénieur au CNRS.