Estimation dynamique de la forme d'une antenne linéaire remorquée

A Dynamic Model for Estimating the Shape of a Towed Array

par Jean-Pierre LE CADRE
IRISA/CNRS
Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex.

Résumé

Les antennes linéaires remorquées souples constituent un élément important de nombreux systèmes sonars basse-fréquence. Toutefois, ces antennes présentent des déformations d'autant plus importantes qu'elles sont longues. Ces déformations peuvent dégrader sensiblement les performances des traitements d'antenne. Aussi importe-t-il de les estimer. L'approche, qui est considérée ici, repose sur l'utilisation de capteurs non-acoustiques (cap, etc.) et sur un modèle dynamique spatio-temporel de ces déformations [7, 8].

Mots clés : antennes linéaires remorquées, mécanique des fluides, équation d'état, modèles dynamique spatio-temporel, équations aux dérivées partielles.

Abstract

Thin, flexible towed arrays of hydrophones play an important role in sonar and seisic exploration. As arrays become longer there is an increased tendency for the array shape to deviate from linearity. To avoid such degradations, estimates of the array shape are obtained by the use of non-acoustic sensors (depth, heading, etc.). This approach, considered here, relies on a spatio-temporal of the array shape describing the dynamical behavior of a towed array.

Key words : *linear towed arrays, fluid mechanic, state space equation, spatio-temporal dynamical model, partial differential equation.*

1. Introduction

Les problèmes de calibration d'antennes rencontrés dans le domaine ASM (acoustique sous-marine) ont des origines très diverses. Comme pour les autres domaines (radar, radiocom,...) une des origines est constituée des différences dans les caractéristiques physiques des capteurs de l'antenne. Il peut y avoir ainsi des variations de gains et/ou de phases des capteurs. Ces variations peuvent être dues soit à des problèmes de fabrication de ces capteurs (étalonnage), soit à des conditions d'utilisation différentes. Il n'est, évidemment, possible de remédier à la première cause que dans des limites bien précises (tolérance sur les gains et les phases). La deuxième cause est liée à la constitution physique du capteur, c'est-à-dire la façon dont ses caractéristiques physiques varient en fonction des paramètres physiques d'utilisation (ex. : immersion, température, vibrations,...). Toute modélisation de ces perturbations dépend donc étroitement de la constitution physique des capteurs et est donc hors de notre propos.

Un autre type de problèmes est lié à la déformation des antennes. La recherche de performances élevées (pouvoir séparateur, gain d'antenne) conduit à considérer des antennes constituées d'un grand nombre de capteurs et dont la dimension (exprimée en longueurs d'onde) devient importante.

Comme pour de nombreux supports physiques (ex. : acoustique aérienne, électromagnétisme, etc.) l'atténuation du son est plus faible pour les basses fréquences. Ceci conduit à considérer des antennes dont la dimension devient grande devant celle du bâtiment porteur de l'antenne. L'antenne est alors (nécessairement) linéaire et remorquée. Cette antenne souple se déforme au cours du temps en fonction de nombreux paramètres physiques liés à la constitution interne de l'antenne (rigidité, caractéristiques de la peau, viscosité du liquide de remplissage, etc.), et aux caractéristiques de remorquage (mouvements de plateforme du bâtiment porteur, longueur et caractéristiques du cablage de remorquage, vitesse de remorquage, immersion de l'antenne, etc.). L'étude expérimentale de ces déformations peut être effectuée grâce à l'utilisation d'un signal de référence (ex. : expérimentations "IFP" faites par le CEPHAG [1]), en utilisant une fonctionnelle de contraste [2] ou encore des capteurs de cap et/ou d'immersion.

Les méthodes d'estimation des déformées d'antenne sont le plus souvent instantanées. Il est cependant vraisemblable que ces méthodes pourraient être grandement améliorées en incorporant à l'algorithme d'estimation (des déformées d'antenne) un modèle dynamique de ces déformations. Il s'agit sans doute là d'un vaste sujet de recherche et nous bornerons cette publication à un exposé **essentiellement bibliographique** d'un modèle dynamique spatio-temporel des déformations.

2. Un modèle dynamique des déformations de l'antenne

Le comportement dynamique d'une antenne remorquée a été étudié par Kennedy et est décrit, généralement, par une équation aux dérivées partielles connue sous le nom d'équation de Paidoussis [3], [4], [5]. La modélisation dynamique de l'antenne développée dans [6], [7] est reprise ici avec des notations identiques et dont le présent exposé ne constitue qu'un résumé. Insistons sur le fait que toutes les idées développées ici sont intégralement tirées de [7] et [8].

L'équation de Paidoussis prend la forme ci-dessous [3,4] :

$$m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + M\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{U\partial}{\partial x}\right]^2 y - \frac{\partial}{\partial x}\left\{\left[\frac{1}{2}c_t\left(\frac{L-x}{d}\right) + \frac{1}{2}c_t'\right] MU^2\frac{\partial y}{\partial x}\right\}$$
$$+\frac{1}{2\pi}c_n\frac{MU}{d}\left[\frac{\partial y}{\partial t} + U\frac{\partial y}{\partial x}\right] = 0 \tag{1}$$

avec [9] :

y	$=$	$y(t,x)$ déplacement transverse
M	:	la masse par unité de longueur de l'antenne
m	:	la masse (virtuelle) par unité de longueur du fluide de remplissage de l'antenne
d	:	diamètre de l'antenne
U	:	la vitesse de remorquage le long de l'axe des x
L	:	la longueur d'antenne
C_t	:	le coefficient tangentiel de traînée du cylindre
C_n	:	le coefficient normal de traînée du cylindre
et		
C_t'	:	le coefficient de traînée du point de remorquage

Les variables sans dimension ci-dessous sont communément employées :

$$\tau = t\frac{U}{L}, \beta = \frac{M}{M+m}, \varepsilon = L/d, \xi = \frac{x}{L} \text{ et } \eta \triangleq \eta(\tau,\xi) = \frac{y(t,x)}{L} \tag{2}$$

L'équation de Paidoussis devient alors l'équation aux dérivées partielles ci-dessous :

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial\tau^2} + 2\beta\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi\partial\tau} + (a+b\xi)\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2} + c\frac{\partial\eta}{\partial\xi} + e\frac{\partial\eta}{\partial t} = 0$$

avec :

$$\begin{aligned} a &= \beta\left(1 - 2c_t\varepsilon - 2c_t'\right) \\ b &= 2\beta c_t\varepsilon \\ c &= 2\left(c_t + c_n/\pi\right)\varepsilon\beta \\ \text{et} \quad e &= \tfrac{2}{\pi}\beta c_n\varepsilon \end{aligned} \tag{3}$$

Pour les applications considérées ici on a $L >> d$ et donc $\varepsilon^{-1} << 1$. Kennedy considère alors un développement linéaire de la perturbation en fonction de ε^{-1}, i.e. :

$$\eta(\tau,\xi) \triangleq \eta_0(\tau,\xi) + \varepsilon^{-1}\left(\frac{\partial\eta(\tau,\xi)}{\partial\varepsilon^{-1}}/\varepsilon^{-1} = 0\right)$$

L'équation de Paidoussis devient alors :

$$c_t(\xi-1)\frac{\partial^2\eta_0}{\partial\xi^2} + \left(c_t + \frac{c_n}{\tau}\right)\frac{\partial\eta_0}{\partial\xi} + \frac{c_n}{\pi}\frac{\partial\eta_0}{\partial\tau} = 0 \tag{4}$$

Cette équation est connue sous le nom de "SDP (Small Diameter Paidoussis) equation". En supposant que le terme du second ordre $\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}$ est petit (i.e. l'accélération dans la direction de remorquage), l'équation de Paidoussis devient une simple équation du premier degré :

$$(c_t + c_n/\pi)\frac{\partial\eta}{\partial\xi} + \frac{c_n}{\pi}\frac{\partial\eta}{\partial\tau} = 0 \tag{5}$$

Les solutions de cette équation sont de la forme ci-dessous :

$$\eta(\tau,\xi) = f\left(\xi - \tilde{\rho}\tau\right)$$

où f est une fonction quelconque de classe C_1 et $\tilde{\rho}$ est défini par :

$$\tilde{\rho} = \frac{\pi c_t + c_n}{c_n} \tag{6}$$

Ceci signifie que les perturbations se propagent le long de l'antenne avec une vitesse $\tilde{\rho}\cdot U$. Kennedy fait observer que, pour de nombreux cas, $\tilde{\rho}$ est proche de 1 ce qui signifie que la vitesse de propagation des perturbations est proche de U; ce que semblent confirmer des expérimentations récentes [10]. On trouvera un exemple de représentation spatio-temporelle de ce modèle de déformation dans [8].

3. Discrétisation de l'équation dynamique de la forme de l'antenne et applications

Il est maintenant possible d'utiliser l'équation SDP pour obtenir un modèle markovien de la forme de l'antenne. Plus précisément, Gray, Bitmead et Anderson [8] utilisent une discrétisation "Eulérienne" de l'équation SDP. Pour celà, les auteurs [7], [8] définissent :

$$\eta_{k,m} \triangleq \eta\left(kh_\tau, mh_\xi\right) k, m$$

h_τ et h_ξ intervalles de discrétisation
et
$\eta(\tau,\xi)$ solution de SDP,

alors, les approximations Eulériennes des dérivées partielles de η sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial \tau} &\simeq \frac{\eta_{k+1,m} - \eta_{k,m}}{h_\tau} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \xi} &\simeq \frac{\eta_{k,m} - \eta_{k,m-1}}{h_\xi} \end{aligned}$$

et

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \simeq \frac{1}{h_\xi^2} \{\eta_{k,m} - 2\eta_{k,m-1} + \eta_{k,m-2}\} \tag{7}$$

La discrétisation de l'équation SDP conduit à l'équation (linéaire) de la dynamique de l'état ci-dessous :

$$\eta_{k+1} = F \cdot \eta_k + \mathbf{U}_k$$

où η_k est le vecteur d'état des déplacements transversaux i.e. :

$$\eta_k^t \triangleq (\eta_{k1}, \eta_{k2}, \cdots, \eta_{kn}) \tag{8}$$

La matrice de transition F de l'état prend la forme ci-dessous :

$$F = (1-\rho)Id + \rho Z + \rho D \left(Id - 2Z + Z^2\right)$$

où :

$$\begin{aligned} \rho &= \tilde{\rho} \frac{h_t}{h_\xi} \\ D &= \text{diag } \{\delta_1, \delta_2, \cdots, \delta_n\} \\ \text{et } \delta_i &= \frac{(1 - ih_\xi)(\tilde{\rho} - 1)}{\tilde{\rho} \cdot h_\xi} \end{aligned}$$

et enfin Z est la matrice de décalage, i.e. :

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & & & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{9}$$

D'après la définition de la discrétisation, le vecteur d'entrée $\mathbf{U}_k$ prend la forme ci-dessous :

$$\mathbf{U}_k^t = [\rho (1 + \delta_1) \eta_{k,0} + \rho \delta_1 (\eta_{k,0} - \eta_{k,-1}), -\rho \delta_2 \eta_{k,0}, 0, \cdots, 0] \tag{10}$$

Il est aussi possible d'approximer une excitation inconnue du point de remorquage par un bruit blanc w de variance donnée. Dans ce cas, $\mathbf{U}_k$ prend la forme ci-dessous :

$$\mathbf{U}_k^t = (w, 0, \cdots, 0) \tag{11}$$

La représentation de l'état du système (8) doit être complétée de l'équation de mesure. Les sorties des capteurs de cap (et/ou d'immersion) doivent donc être reliées à l'état du système. Ainsi la sortie non bruitée de ces capteurs sera la pente de l'antenne aux points $p_1 h_\xi, p_2 h_\xi, \cdots, p_k h_\xi$. La sortie non bruitée du p_j-ième capteur s_j est reliée au vecteur d'état par l'approximation ci-dessous [8] :

$$\begin{aligned} (s_k)_j &= \frac{\partial \eta}{\partial \xi} / \xi = p_j h_\xi, \tau = kh_\tau \\ &\simeq \frac{1}{h_\xi} \left(\eta_{kp_j} - \eta k_{p_{j-1}}\right) \end{aligned}$$

donc la matrice de mesure H prend la forme ci-dessous :

$$H_{mj} = \frac{1}{h_\xi} \left(\delta_{mp_j} - \delta_{mp_{j-1}}\right) \tag{12}$$

Ceci fournit un cadre pour estimer la forme de l'antenne grâce aux capteurs de cap (compas) grâce au filtrage de Kalman [8]. Le lecteur interessé consultera les références [7], [8] qui sont à l'origine de ce résumé.

BIBLIOGRAPHIE

[1] *Problèmes de calibration dans le domaine ASM*, (ce numéro), P. Gounon et al, *Calibration d'une antenne linéaire par une source coopérante*, (ce numéro), P. Gounon, B. Faure et S. Bourenanne.

[2] *Classification des méthodes de calibration et d'autocalibration d'antenne*, (ce numéro), A.Marsal et al.

[3] M.P. PAIDOUSSIS, Dynamics of flexible slender cylinder in axial flow, Part I, Theory, *J. of Fluid Mechanics*, 26, 1966, p. 717–736.

[4] M.P. PAIDOUSSIS, Dynamics of flexible cylinders in axial flow, Part II, Experiment, *J. of Fluid Mechanics*, 26, 1966, p. 737–751.

[5] A.P. DOWLING, The dynamics of towed flexible cylinders, Part I. Neutrally buoyant elements, *J. of Fluid Mechanics*, 187, 1988, p. 507–532.

[6] R.R. BITMEAD and B.D.O. ANDERSON, *Kalman filtering approaches for position estimation of towed arrays operating in damped water pulley mode*, Inter. Report, April 1984, Department of Systems Engineering, Australian National University, Canberra, Australia.

[7] D.A. GRAY, B.D.O. ANDERSON and R.R. BITMEAD, Models for the application of Kalman filtering to the estimation of the shape of a towed array, *Proc. NATO Advanced Study Institute on Underwater Acoustic Data Processing*, Kingston, Ontario, Canada, 18–29 july 1988.

[8] D.A. GRAY, B.D.O. ANDERSON and R.R. BITMEAD, Towed array shape estimation using Kalman filters- Theoretical Models,*IEEE J. of Oceanic Eng.*, Vol.18, number 4, pp 543-557, Oct. 1993.

[9] R.M. KENNEDY, *Low frequency transverse motion response of cable-towed array systems*, Report 93231-TMV-8-79, 1979, Naval Underwater Systems Center, New London, USA.

[10] D.C. MINER, Flexible solution seismeic streamer control and positioning, *Sea Technology*, august 1990, p. 39–42.