

## Extension de la notion de filtre adapté. Contribution à la détection de signaux courts en présence de termes perturbateurs

---

### *A Matched Filter Extension. Application in Short Signals Detection Degraded by Noise*

---



**Jean-François CAVASSILAS**

Laboratoire GESSY  
Université de Toulon et du Var  
BP 132, 83957 La Garde

Professeur de Physique à la Faculté des Sciences de Toulon est directeur du laboratoire GESSY où il dirige une équipe de jeunes chercheurs. Ses travaux sont orientés d'une part vers le traitement du signal en acoustique sous-marine (trajectographie passive, étude de la réverbération de surface, identification de signaux sonar) et d'autre part vers le traitement d'images (filtrage et reconnaissance de formes appliquées aux images S.A.R.).

---



**Bernard XERRI**

Laboratoire GESSY  
Université de Toulon et du Var  
BP 132, 83957 La Garde

DEA d'optique et traitement des Images de Marseille, Docteur es sciences physiques en 1990, Maître de Conférence à l'Institut des Sciences de l'Ingénieur de Toulon et du Var (Université de Toulon). Évolue au sein du laboratoire GESSY où il s'intéresse aux problèmes liés à l'acoustique sous-marine (trajectographie passive).

---

### RÉSUMÉ

---

Cet article propose l'étude d'un filtre adapté pour des signaux qualifiés de courts, considérés comme une réalisation d'une fonction aléatoire en milieu bruité. Il débouche sur la proposition d'un détecteur dont les performances sont comparées à celles d'un détecteur d'enveloppe classique. Les probabilités de détection et de fausse alarme présentées montrent la supériorité du nouveau détecteur dont les performances restent de qualité pour un rapport signal à bruit de  $-20$  dB.

### MOTS CLÉS

Signaux courts, quotient de Rayleigh, filtre adapté, rapport de vraisemblance, valeur propre.

---

### ABSTRACT

---

*This paper aims at proposing a matched filter for signals which are considered as short and as a realisation of a random function, corrupted by a noise. We compare the proposed filter performances to the classical envelop detector one's. The presented « false alarm » and detection probabilities show how better is the proposed detector whose performances quality is always satisfying even for  $-20$  dB signal to noise ratio.*

### KEY WORDS

*Short signal, Rayleigh's quotient, matched filter, likelihood ratio, eigen value.*

---

## 1. Introduction

Les signaux qualifiés de courts sont des signaux dont le produit (BT), de la longueur de leur support temporel par la largeur de leur bande fréquentielle effective, est considéré comme petit. Les termes perturbateurs sont en revanche assimilés à des processus aléatoires, stationnaires, ergodiques, décrits par des propriétés statistiques qui ne dépendent pas du choix de l'origine des temps.

La technique la plus utilisée, pour la détection de signaux courts en présence d'un bruit est celle du filtrage adapté.

Cette technique nécessite malheureusement une connaissance a priori de la structure du signal court. Comme le signal expérimental, ne se conforme pas toujours exactement au modèle qui en est fait, on constate souvent une chute des performances réelles par rapport aux performances théoriques. Les fluctuations possibles par rapport à ce modèle théorique du signal utile, doivent être prises en considération afin d'accorder au filtre davantage de flexibilité. Nous considérerons que le signal court est une réalisation d'une fonction aléatoire dont nous préciserons les qualités et nous montrerons qu'il est alors loisible de définir un filtre optimal dont les vertus sont analogues à celles du filtre adapté.

## 2. Extension de la notion de filtre adapté

Soit  $S(t)$ , un signal déterministe parfaitement connu, nul en dehors de l'intervalle  $[0, T]$ . Soit  $B(t)$  un bruit, stationnaire, ergodique dont la fonction d'autocorrélation est notée  $G_B(t)$ . Le filtrage adapté consiste à définir sur  $[0, T]$  une fonction  $A(t)$  de telle sorte que le rapport signal à bruit  $K$  soit maximum :

$$(1) \quad K = \frac{\left[ \int_0^T S(t) A(t) dt \right]^2}{E \left\{ \left[ \int_0^T A(t) B(t) dt \right]^2 \right\}}$$

$A(t)$  est définie à une constante multiplicative près. C'est pourquoi après normalisation de  $A(t)$  le numérateur de  $K$  s'interprète comme le carré de la projection de  $S$  sur  $A$ . De même, le dénominateur de  $K$ , comme la moyenne quadratique des projections des diverses réalisations du bruit. Tester l'action de  $A(t)$  sur un signal quelconque  $U(t)$  revient à calculer :  $\int_0^T U(r) A(r-t) dr$ . Cette action est celle d'un filtrage à mémoire finie.

L'optimisation du rapport  $K$  suppose une parfaite connaissance du modèle  $S(t)$  du signal utile [1], [2], [5]. Lorsque ce n'est pas le cas, il est quelquefois possible de remplacer le signal déterministe  $S(t)$  par le signal aléatoire  $\{S(t, L)\}$  où  $L$  est un vecteur aléatoire de densité de probabilité  $p(\ell)$  supposée connue et définie dans  $D$ .  $S(t, \ell)$  est donc un signal de structure connue, nul en dehors de l'intervalle  $(0, T)$ . Il est alors naturel de modifier l'écriture (1) pour la

remplacer par :

$$(2) \quad K = \frac{E \left\{ \left[ \int_0^T S(t, L) A(t) dt \right]^2 \right\}}{E \left\{ \left[ \int_0^T A(t) B(t) dt \right]^2 \right\}}$$

Le numérateur de l'expression (2) s'écrit :

$$\iint_{T \times T} A(t) E_L \{ S(t, L) S(t', L) \} A(t') dt dt'$$

où l'espérance mathématique  $E_L \{ S(t, L) S(t', L) \}$  est égale à  $\int_D p(\ell) S(t, \ell) S(t', \ell) d\ell$ .

En général, l'espérance mathématique ainsi calculée est une fonction notée  $G_S(t, t')$  des deux paramètres  $t$  et  $t'$ . Nous allons porter notre attention sur le cas d'intérêt où  $G_S$  s'interprète comme une fonction d'autocorrélation de l'argument  $(t' - t)$ . Examinons ce cas de façon détaillée.

$\{S\}$  est une fonction aléatoire dont les diverses réalisations sont notées  $S^i(t - r)$  où  $i$  et  $r$  sont des réalisations des variables aléatoires  $I$  et  $R$  indépendantes :

$$p(\ell) = p(i, r) = p_R(r) p_I(i)$$

$I$  est considérée comme une variable aléatoire discrète prenant des valeurs entières en nombre fini. Nous aurons alors successivement, en posant  $G_S(t, t') = E_L \{ S(t, L) S(t', L) \}$  :

$$(3) \quad G_S(t, t') = \int_{r \in D} \sum_i S^i(t - r) S^i(t' - r) p_I(i) p_R(r) dr,$$

$$G_S(t, t') = \sum_i p_I(i) \left[ \int_{r \in D} S^i(t - r) S^i(t' - r) p_R(r) dr \right].$$

Lorsque  $p_I$  et  $p_R$  sont uniformes, le calcul montre que  $G_S$  est proportionnel à  $\sum_i G_{S^i}$ .

Calculons en effet l'intégrale :

$$\int_{r \in D} S^i(t - r) S^i(t' - r) p_R(r) dr.$$

Les instants  $t$  et  $t'$  appartiennent à l'intervalle  $(0, T)$ . Supposons  $t' > t$ . Nous remarquons que  $S(t) = 0$  si  $r \geq t$  et que  $S(t' - r) = 0$  si  $r \leq -(T - t')$ . L'intégrale peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\int_{r' - T}^t p_R(r) S^i(t - r) S^i(t' - r) dr.$$

Si  $p_I(r)$  est uniforme dans le domaine  $D$  incluant  $(-T, T)$ , l'intégrale est proportionnelle à :

$$\int_{r' - T}^t S^i(t - r) S^i(t' - r) dr.$$

En posant  $u = t - r$  et  $d = t' - r$ , on constate que cette dernière est proportionnelle à

$$G_{S^i} = \int_0^T S^i(t-r) S^i(t'-r) dr,$$

qui est la fonction d'autocorrélation de  $S^i$ .

Dans ce cas l'optimisation de (2) revient à l'optimisation de la quantité :

$$(4) \quad K_1 = \frac{\iint_{T \times T} A(t) G_S(t'-t) A(t') dt dt'}{\iint_{T \times T} A(t) G_B(t'-t) A(t') dt dt'}$$

où  $G_S$  est directement proportionnelle à  $\sum_i G_{S^i}(t' - t)$ .

Il est remarquable de constater la similitude d'écriture du numérateur et du dénominateur de  $K_1$ . L'expression de  $K_1$  ne fait pas intervenir la connaissance du signal, mais celle d'une fonction d'autocorrélation qui est une quantité plus facilement accessible à l'expérience.

### 3. Méthode numérique pour le calcul du filtre optimal

#### 3.1. NOTATIONS

Afin d'optimiser le rapport  $K_1$ , nous discrétisons les différents signaux en introduisant les instants  $t_1, t_2, \dots, t_N$  répartis sur  $[0, T]$ .

Posons

$$A = \begin{bmatrix} A(t_1) \\ A(t_2) \\ \vdots \\ A(t_N) \end{bmatrix}.$$

Dans le cas discret, l'équivalent du rapport signal sur bruit s'écrit sous la forme du rapport de deux formes quadratiques définies positives :

$$K_1 = \frac{\sum_{k,l} A_k G_S(t_k - t_l) A_l}{\sum_{\lambda,\mu} A_\lambda G_B(t_\lambda - t_\mu) A_\mu}.$$

Posons  $\Gamma$  la matrice symétrique dont les éléments sont  $G_S(t_k - t_l)$  et  $R$  la matrice symétrique d'éléments  $G_B(t_\lambda - t_\mu)$ . Le rapport  $K_1$  s'écrit alors :

$$(5) \quad K_1 = \frac{A' \Gamma A}{A' R A}.$$

#### 3.2. SOLUTION DE L'OPTIMISATION. INTERPRÉTATION DU RAPPORT SIGNAL À BRUIT ET DÉCOMPOSITION DU SIGNAL UTILE AINSI QUE DU BRUIT

Nous constatons que  $K_1$  est un quotient de Rayleigh généralisé. L'optimisation de ce quotient est une question classique [3], [4].

$K_1$  sera le plus grand possible si  $A$  est le vecteur propre associé à la plus grande des valeurs propres de la matrice  $C = R^{-1} \Gamma$ . Nous admettons que  $C$  possède  $N$  valeurs propres distinctes ; les vecteurs propres constituent une base notée  $X_0, X_1, \dots, X_{N-1}$ . Les vecteurs  $Y_j = R X_j$  constituent également une base et sont vecteurs propres de la matrice  $C'$ .

Si  $i \neq j$ , les vecteurs  $X_i$  et  $Y_j$  sont orthogonaux. Dans la suite des calculs les vecteurs  $X_i$  sont choisis de telle sorte que  $X_i' R X_i = 1$ .

Ces résultats permettent de montrer que la plus grande des valeurs propres représente le rapport signal à bruit optimal.

Supposons que dans l'expression  $\frac{A' \Gamma A}{A' R A}$  on remplace  $A$  par  $X_0$  ; nous aurons alors :

$$K_1 = \frac{X_0' \Gamma X_0}{X_0' R X_0} = \frac{X_0' (\lambda_0 R X_0)}{X_0' R X_0} = \lambda_0.$$

Montrons également l'intérêt d'une décomposition du bruit sur la base des vecteurs  $Y_i$ .

Posons  $B = \sum b_i Y_i$  et déterminons les  $b_i$ . Nous avons successivement :

$$X_i' B = X_i' \sum b_j Y_j = \sum b_j X_i' Y_j = b_i X_i' Y_i = b_i X_i' R X_i = b_i.$$

$$E\{|b_i|^2\} = E\{X_i' B B' X_i\} = X_i' E\{B B'\} X_i = X_i' R X_i = 1.$$

$$E\{b_i b_j\} = E\{X_i' B B' X_j\} = X_i' R X_j = 0.$$

Ainsi, si nous décomposons le bruit suivant les vecteurs  $Y_i = R X_i$ , les coefficients  $b_i$  de la décomposition sont des variables décorrélatées de puissance égale à un.

La décomposition du signal utile sur cette même base conduit à poser  $S = \sum s_i Y_i$  ; nous avons successivement :

$$X_i' S = X_i' \sum s_j Y_j = \sum s_j X_i' Y_j = s_i X_i' Y_i = s_i X_i' R X_i = s_i.$$

$$E\{|s_i|^2\} = E\{X_i' S S' X_i\} = X_i' \Gamma X_i = \lambda_i.$$

$$E\{s_i s_j\} = E\{X_i' S S' X_j\} = X_i' \Gamma X_j = X_i' \lambda_j R X_j = 0.$$

Les coefficients de la décomposition du signal suivant les vecteurs  $Y_i$  sont des variables décorrélatées de puissance égale à  $\lambda_i$ .

## 4. Tentative de regroupement des informations issues des différents filtres $X_0, X_1, \dots, X_{N-1}$

### 4.1. REMARQUES

La quantité à optimiser est  $K_1 = \frac{A' \Gamma A}{A' R A}$ ; nous pouvons la réécrire :

$$K_1 = \frac{\sigma_S^2 A' \Gamma_0 A}{\sigma_B^2 A' R_0 A},$$

où  $\Gamma_0$  et  $R_0$  représentent respectivement les matrices de variance-covariance normalisées du signal  $\{S\}$  et du bruit  $\{B\}$ . La quantité  $\sigma_S^2/\sigma_B^2$  est le rapport signal sur bruit avant traitement. Le traitement sera jugé satisfaisant si l'on choisit  $A$  de façon que  $\frac{A' \Gamma_0 A}{A' R_0 A}$  soit supérieur à un.

Appelons  $\mu_i$  les différentes valeurs propres de la matrice  $R_0^{-1} \Gamma_0$ .

Nous avons montré que le meilleur est  $X_0$  auquel cas  $K_1 = \mu_0 \frac{\sigma_S^2}{\sigma_B^2}$ . Il existe généralement d'autres fonctions

$X_i$  dont les valeurs propres associées sont supérieures à 1. Ces filtres contribuent donc eux aussi à un accroissement du rapport signal sur bruit. Il est donc tentant de regrouper leurs activités pour en extraire une information synthétique.

Le rapport  $K_1$  fait intervenir la matrice  $\Gamma$ ; on sait qu'il existe une infinité de signaux stochastiques ayant même moments d'ordre deux. Pour guider notre cheminement, nous supposons que le signal utile est un bruit gaussien centré, stationnaire de matrice de covariance  $\Gamma$  et que le bruit est aussi gaussien de matrice  $R$ .

### 4.2. EXPRESSION DU RAPPORT DE VRAISEMBLANCE

Dans la base des vecteurs  $Y_i$ , la matrice de covariance du bruit est la matrice identité

$$R = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix}.$$

En supposant le bruit indépendant du signal, la matrice de covariance du signal utile additionné au bruit est :

$$D = \begin{bmatrix} 1 + \mu_0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \mu_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 + \mu_{N-1} \end{bmatrix}.$$

Appelons  $Z$  le vecteur dont les composantes  $z_i$  correspondent au filtrage du signal additionné au bruit par les

différents vecteurs  $X_i$ . Un test d'hypothèses conduit à comparer les deux lois suivantes :

$$\frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{|D|}} \exp\left(-\frac{1}{2} Z' D^{-1} Z\right)$$

et 
$$\frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} Z' Z\right).$$

Nous sommes logiquement conduits à adopter la fonctionnelle  $T$  qui est le logarithme du rapport de vraisemblance.

Cette dernière s'écrit :  $T = \sum_i z_i^2 \frac{\mu_i}{(1 + \mu_i)}$ . Cependant, en

vertu de la première remarque du paragraphe 4.1, nous ne retiendrons dans la sommation que les indices  $i$  pour lesquels les valeurs propres  $\mu_i$  sont supérieures à un.

## 5. Illustration des techniques présentées

### 5.1. GÉNÉRALITÉ

Nous allons présenter un exemple de traitement du signal utile additivement perturbé, par la méthode que nous venons de développer. Nous avons choisi cet exemple parce qu'il se prête facilement à une comparaison avec les résultats que l'on obtiendrait en réalisant un traitement classique en télécommunications. Nous allons tout d'abord décrire les caractéristiques essentielles du signal  $S(t)$  utile, puis celles du bruit perturbateur additif. Nous présentons les résultats du traitement classique et ensuite ceux relatifs au traitement proposé.

### 5.2. GENÈSE DU SIGNAL UTILE

Nous considérons le signal  $S_0(t)$  extrait d'un enregistrement non bruité du premier étage d'une émission sonar. Ce signal sonar se présente comme un bruit à bande très étroite de fréquence centrale  $f_0 = 3\ 131$  Hz. La fréquence d'échantillonnage est de 15 324 Hz. Nous posons  $T_0 = 1/f_0$ . A partir de  $S_0(t)$ , dont la puissance est égale à un, nous construisons, le signal  $S(t)$  en multipliant  $S_0(t)$  par le signal périodique  $C(t)$  schématisé par la figure ci-dessous :

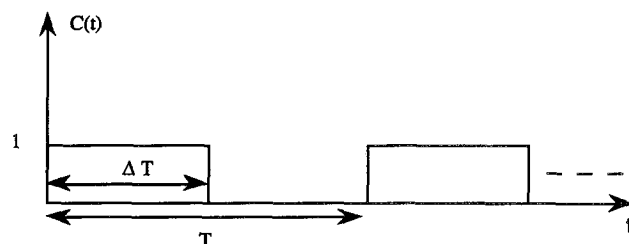


Figure 1.

$C(t)$  est de période  $T$ ;  $C(t) = 1$ , si  $0 \leq t \leq \Delta T$  et  $C(t) = 0$ , si  $\Delta T \leq t \leq T$ . Dans le cas présent nous avons choisi  $\Delta T$  et  $T$  de telle sorte que  $\Delta T/T_0 \sim 4$  et  $T/T_0 \sim 20$ .

Le signal  $S(t)$  est donc une suite périodique d'impulsions quasi-sinusoïdales dont le produit « durée-bande » est de l'ordre de 4. La durée  $T$  est choisie suffisamment grande, pour que d'une impulsion à l'autre, il y ait perte de cohérence de phase. Dans le cas présent, le nombre d'échantillons nécessaire pour définir l'impulsion est de vingt et une. Le spectre du signal  $S(t)$  est beaucoup plus riche que celui du signal  $S_0(t)$ . Les figures 2 et 3 montrent les formes des modules de ces deux spectres. Nous évaluons l'encombrement spectral du spectre de  $S(t)$  à  $\pm 1\,260$  Hz de part et d'autre de la fréquence centrale  $f_0$  de l'émission sonar.

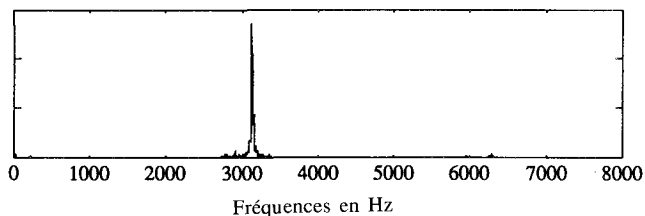


Figure 2. — Module du spectre de  $S_0$ .

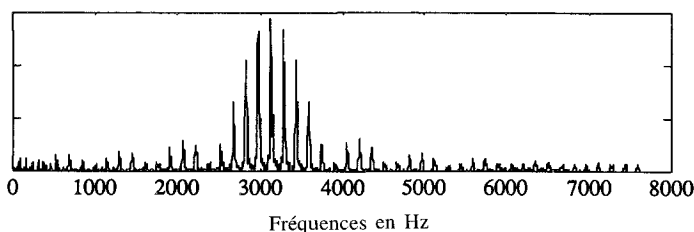


Figure 3. — Module du spectre de  $S$ .

### 5.3. GENÈSE DU SIGNAL À TRAITER

Au signal  $S(t)$  nous additionnons un bruit  $B(t)$ , obtenu par filtrage d'un bruit gaussien, stationnaire, très large bande. Le filtre choisi est un filtre de bande de fréquence centrale  $f_0$ . La densité spectrale de puissance de  $B(t)$  est essentiellement contenue dans la bande  $f_0 \pm 1\,260$  Hz. La figure 4 montre le module du spectre de  $S(t) + gB(t)$  où  $g$  est un gain choisi ici égal à un; la puissance du bruit  $B(t)$  étant par ailleurs normalisée à un ( $\sigma_B^2 = 1$ ).

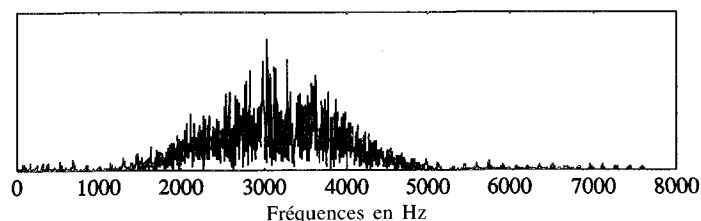


Figure 4. — Module du spectre de  $S(t) + gB(t)$ .

### 5.4. MÉTHODE CLASSIQUE : DÉTECTION D'ENVELOPPE

Cette méthode consiste à introduire simultanément les deux signaux  $a(t) = \cos 2\pi f_0 t$  et  $b(t) = \sin 2\pi f_0 t$ , définis sur le support  $\Delta T$ , et nuls pour  $t > \Delta T$ . Le traitement du signal consistera à évaluer le carré de l'enveloppe que nous notons :

$$E(t) = [(S + gB) * a]^2 + [(S + gB) * b]^2.$$

$g$  est un paramètre dont le réglage permet de faire évoluer le rapport signal à bruit.

### 5.5. TRAITEMENT DU SIGNAL PROPOSÉ

La méthode proposée consiste à calculer tout d'abord les vecteurs  $X_0, X_1, \dots, X_{20}$  de dimension vingt et une, de la matrice  $R_0^{-1} \Gamma_0$ .  $R_0$  représente ici la matrice de variance-covariance du bruit  $B(t)$  de puissance 1, et  $\Gamma_0$  la matrice de variance covariance normalisée, obtenue à partir de la moyenne des fonctions d'autocorrélation des impulsions. Cette moyenne arithmétique a été réalisée sur quarante impulsions distinctes. Le suite des vecteurs  $X_0, X_1, \dots, X_{20}$  a été organisée de telle façon que  $\mu_0 > \mu_1 > \dots > \mu_{20}$ .

Seules les valeurs propres numérotées de 0 à 13 sont supérieures à un. Chacun des filtres associés à ces valeurs propres augmentera le rapport signal sur bruit. Nous réalisons ensuite une série de filtrage pour obtenir les signaux  $z_i = (S + B) * X_i$  puis le signal  $T = \sum_0^{13} z_i^2 \frac{\mu_i}{1 + \mu_i}$ .

### 5.6. RÉSULTATS

Les figures 5 et 6 montrent respectivement les résultats du traitement par les deux méthodes. La figure 5 montre la forme générale de  $E(t)$  pour une réalisation particulière du bruit avec  $g = 2$ , ce qui correspond à un rapport signal sur

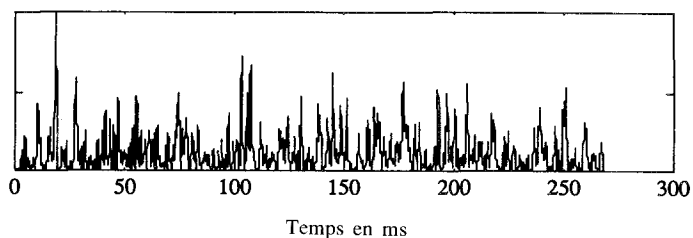


Figure 5. —  $E(t)$ .

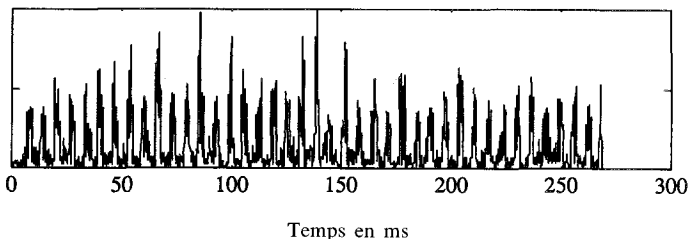


Figure 6. —  $T(t)$ .

bruit de  $-6$  dB avant le traitement. La figure 6 montre pour la même réalisation de bruit, le graphe de  $T(t)$ . On constate visuellement une amélioration qui se reproduira systématiquement lorsque l'on effectue ces mêmes traitements avec d'autres réalisations de bruit. C'est cette amélioration que nous allons chercher à quantifier en termes de probabilités de détection et de fausse alarme.

Par simulation, nous pouvons évaluer l'importance du bruit seul, en injectant en entrée des deux traitements, le bruit  $gB$  et calculer les fonctionnelles  $\sigma_E^2 = \frac{1}{L} \int_0^L E(t) dt$  et

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{L} \int_0^L T(t) dt.$$

$E(t)$  et  $T(t)$  étant des bruits stationnaires et ergodiques le temps d'intégration  $L$  doit être le plus long possible. L'expérience est réalisée de telle sorte que l'on s'assure d'une bonne convergence statistique des mesures.

Lorsque le signal en entrée des deux traitements est  $S + gB$ , le rapport signal sur bruit en entrée est alors de  $20 \log(g)$ . Nous décidons d'introduire les deux seuils  $D_E = \alpha \sigma_E^2$  et  $D_T = \alpha \sigma_T^2$  et de calculer pour un même  $\alpha$  dans les deux cas, une estimation de la probabilité de détection et de la probabilité de fausse alarme. Nous procédons par comptage de dépassements de seuils et ceci sur un nombre suffisant de réalisations pour assurer une précision de 5 pour 100.

Les figures 7 et 8 montrent l'évolution en fonction du choix des seuils (exprimés par le paramètre  $\alpha$ ), des probabilités de détection et de fausse alarme, et ceci pour un rapport signal sur bruit de 0 dB en entrée.

Les figures 9 et 10 montrent l'évolution de ces mêmes probabilités pour un rapport signal sur bruit de  $-6$  dB.

Les figures 11 et 12, pour un rapport signal sur bruit de  $-20$  dB, montre l'évolution de ces probabilités lorsque l'on utilise le traitement préconisé.

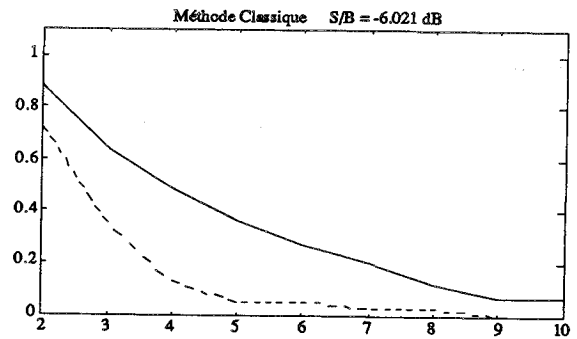


Figure 9.

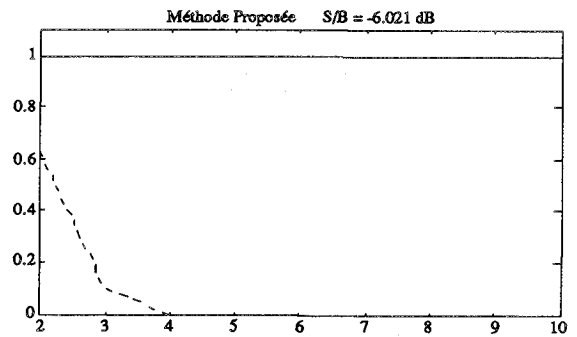


Figure 10.

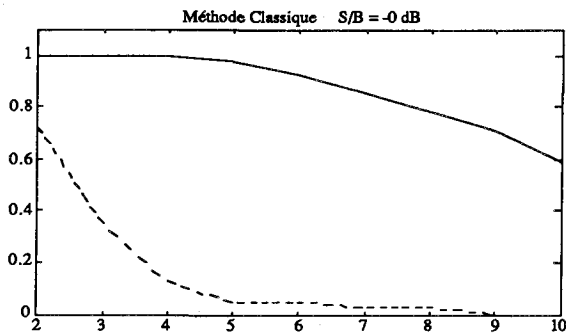


Figure 7.

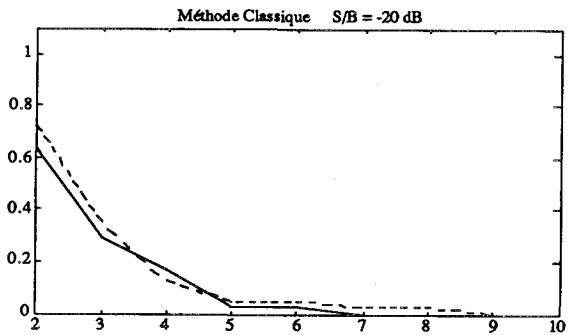


Figure 11.

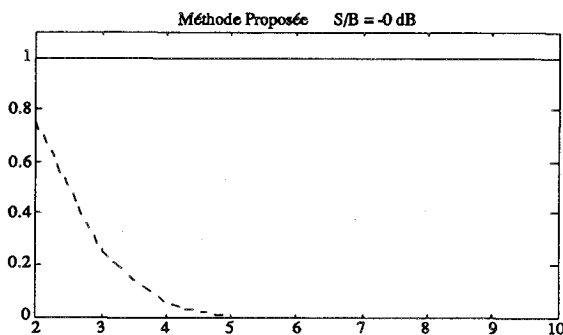


Figure 8.

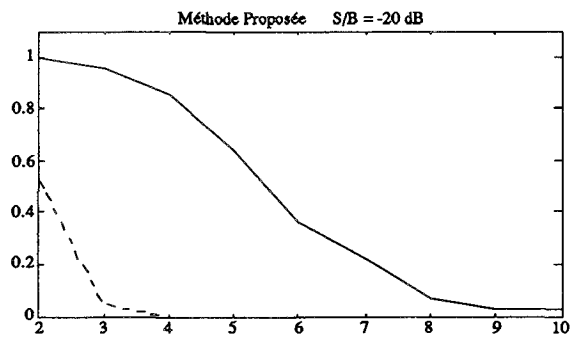


Figure 12.

Les courbes en trait plein représentent les probabilités de détection, celles en pointillées les probabilités de fausse alarme en fonction du seuil  $\alpha$  porté sur l'axe des abscisses.

l'illustration présentée, aussi bien la conception de détecteurs que celle de filtres réjecteurs de bruit.

Manuscrit reçu le 25 février 1992.

## 6. Conclusion générale de l'étude.

L'idée essentielle a été de remplacer le message utile  $S(t)$  par une fonction aléatoire  $\{S(t, \vec{k})\}$ , dont les réalisations caractérisent « l'objet » à détecter.

De l'optimisation du rapport signal à bruit découle l'introduction d'une base vectorielle particulière dans laquelle les composantes du bruit sont décorréliées et de même puissance ; dans cette base les composantes du signal sont également décorréliées. Le choix des composantes pour lesquelles le rapport signal à bruit est supérieur à un devient immédiat. Ce choix facilite donc, comme en témoigne

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. L. van TREES, *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Radar-Sonar Signal Processing and Gaussian Signals in Noise*, Wiley, Part III.
- [2] V. S. PUGACHEV, *Theory of Random Functions and its Application to Control Problems*, Pergamon Press. International serie of Monographs on automation and automatic control, Vol. V, 3<sup>e</sup> édition.
- [3] F. R. GANTMACHER, *Théories des matrices*, Théorie générale traduit par Ch. Sarthou, Dunod Paris 1966, Tome 1.
- [4] A. PAPOULIS, *Signal Analysis*, MCGraw Hill, New York, 1977.
- [5] B. PICINBONO, *Détection et estimation sous contrainte*, 10<sup>e</sup> colloque sur le traitement du signal et ses applications, Mai 1985, Vol. 1, p. 137 à 141.