

Restauration d'images par variogramme

Image restoration by variogram



Gérard RAMSTEIN

Groupe Scientifique de Télédétection Spatiale (GSTS), Université Louis Pasteur, BP 20 67037 STRASBOURG.

Ingénieur topographe ENSAIS. Termine une thèse de Traitement d'Images en Télédétection au sein du GSTS.



Marcel RAFFY

Groupe Scientifique de Télédétection Spatiale (GSTS), Université Louis Pasteur, BP. 20 67037 STRASBOURG.

Docteur de 3^e cycle en Analyse Numérique. Docteur d'État en Physique Mathématique (1985). Membre du Groupe de Télédétection Spatiale depuis 1980. Professeur à l'ENSAIS.

RÉSUMÉ

Les concepts de variogramme et de dimension fractale sont appliqués à l'image de télédétection. Ces notions conduisent à deux méthodes de restauration d'images par l'analyse de la structure de la scène ou de celle du bruit. On applique ces méthodes au cas important du brouillard par une technique nouvelle de simulation fractale.

MOTS CLÉS

Restauration d'images, variogramme, fractals, krigeage, simulation.

SUMMARY

The concepts of variogram and fractal dimension are applied to remotely sensed images. These concepts lead to an analysis of the underlying structure of a noised image. Two methods of image restoration are defined from the analysis of the structure of the original image or of the noise. One applies these methods to the important case of foggy scenes which are generated by a new technique of fractal simulation.

KEY WORDS

Image restoration, variogram, fractals, kriging, simulation.

1. Introduction

L'étude des milieux naturels, qu'il s'agisse de la répartition de minerai, de reliefs, de turbulences atmosphériques, présente des difficultés caractéristiques liées à une variation chaotique des grandeurs considérées. Pour prendre en compte ces difficultés, des méthodes statistiques spécifiques ont été développées.

Dans le domaine de la prospection minière, la théorie des variables régionalisées a été élaborée par

G. Matheron [1] avec la notion de variogramme. Toujours à des fins de prospection, l'estimation par krigeage [2] est un outil opératoire même lorsque la répartition statistique du minerai présente des moments d'ordres 1 et 2 non stationnaires [1, 2]. Ce cas se rencontre de même pour la variabilité spatiale des parcelles agronomiques [3] et bien d'autres grandeurs comme la vitesse du vent [4], les champs de pluie [5], etc.

Une autre notion développée pour rendre compte de la grande variabilité (variabilité à toute échelle) des

phénomènes naturels est la dimension fractale. Cette notion mathématique ancienne [6, 7] a récemment, sous l'impulsion de B. Mandelbrot (entre autres, [8]), trouvé un grand nombre d'applications pour l'étude des milieux naturels comme le relief [8], les arbres [9], les nuages [10], les turbulences atmosphériques [4].

Les caractéristiques de non-stationnarité de moments, de variabilité à toute échelle que l'on observe sur les milieux naturels se retrouvent-elles dans les images de ces mêmes milieux? En particulier, les outils d'étude comme le variogramme ou la dimension fractale peuvent-ils s'adapter à l'image considérée comme objet? Ce point de vue a été développé dans [11] où l'on montre en particulier que pour les images de télédétection, l'usage de la fonction d'autocorrélation est impropre et que le variogramme est par contre un bon outil, caractérisé par un nombre qui correspond dans bien des cas à une dimension fractale de l'image.

L'objet de cette étude est une application de la théorie des variables régionalisées à la restauration d'images. Son principe est de déterminer à partir du variogramme d'une image bruitée le variogramme de la structure réelle sous-jacente ainsi que celle du bruit.

Au paragraphe 2, on précise l'application du variogramme à l'image télédéteectée et l'on montre que le variogramme permet une distinction des différents milieux rencontrés en télédétection.

On décrit dans le paragraphe 3 le comportement du variogramme lorsqu'un bruit perturbe l'image.

Cela conduit à des méthodes de restauration d'images qui respectent le comportement stochastique de l'image donnée. Ces méthodes sont développées au paragraphe 4.

2. Variogramme et images télédéteectées

Les résultats de ce paragraphe résument ceux de [11] et précisent les définitions utiles pour la suite.

2.1. DÉFINITION DU VARIOGRAMME

Notons $l(x)$, $x \in U$ une image définie par sa luminance l au point courant $x \in U$.

Cette image peut être considérée comme une réalisation d'une fonction aléatoire L de texture donnée et pour laquelle il a été fait l'hypothèse habituelle d'ergodicité. Si les moments d'ordre 1 et 2 sont stationnaires, on peut définir la fonction d'autocorrélation $\rho(h)$.

Dans le cas de grandeurs comme la teneur en minerai, le rendement agricole d'une parcelle, ou la teneur en eau infiltrée dans le sol, on sait que ces hypothèses sont trop restrictives [12 à 16]. Dans le cas d'images télédéteectées de milieux naturels, on a également montré [11] qu'en général, ces hypothèses ne sont pas adaptées non plus. On fera donc une hypothèse plus faible de stationnarité d'ordre deux des incréments de L , avec la restriction que le premier moment est nul :

a. La moyenne des accroissements ne dépend pas de $x \in U$:

$$(1) \quad E[L(x) - L(x+h)] = m(h) = 0$$

b. Pour tout h , la différence $L(x) - L(x+h)$ a une variance finie indépendante de $x \in U$:

$$(2) \quad \text{var}[L(x) - L(x+h)] \\ = E[(L(x) - L(x+h))^2] = 2\gamma(h).$$

La fonction γ définie par (2) est le *variogramme* de L . Les fonctions aléatoires L vérifiant les hypothèses (1) et (2) seront appelées intrinsèques.

Sauf cas très particulier, les textures rencontrées sur les images de télédétection conduisent à des variogrammes à peu près invariants selon la direction du vecteur h . On simplifie ainsi le calcul de γ en considérant h comme un scalaire positif et en évaluant γ par une moyenne de l'expression (2) selon deux transects orthogonaux de l'image.

2.2. MODÈLES DU VARIOGRAMME

On peut recenser la presque totalité des textures d'images naturelles dans les deux catégories suivantes (pour la clarté de la suite, l'indice 1 se réfère à une image non bruitée) :

a. Le modèle à palier :

Le variogramme présente une asymptote horizontale. Le modèle mathématique le mieux adapté en général pour les images de télédétection est le modèle exponentiel :

$$(3) \quad \gamma_1(h) = C(1 - e^{-h/a})$$

où C et a sont des constantes positives dépendant de la texture. Le modèle à palier, qui est le plus fréquent, décrit bien les variogrammes d'images satellitaires de collines boisées et de zones urbaines.

b. Le modèle fractal :

$$(4) \quad \gamma_1(h) = K h^\alpha$$

où K et α sont des constantes positives.

• Ce modèle représente bien les variogrammes d'images d'arbres observés par avion ou des textures de nuages observés par satellite.

• Pour les phénomènes présentant une auto-similarité à toute échelle h , on sait que le variogramme vérifie $\gamma(h) = K h^{2(3-D)}$ où D est la dimension fractale du phénomène [9]. Ainsi, pour les modèles dont le variogramme est du type (4), on peut définir la dimension fractale de l'image :

$$(5) \quad D = 3 - \frac{\alpha}{2}$$

Notons qu'un variogramme borné est relatif à une fonction aléatoire stationnaire d'ordre deux et ne peut correspondre à une image fractale [11]. Le modèle (3) est de ce type. D'autre part, le modèle (4) montre que les moments d'ordre deux de L ne peuvent exister pour ce type d'images puisque la variance des accroissements tend vers l'infini avec h . Enfin, d'après Matheron [1], la condition $\lim_{h \rightarrow \infty} \gamma(h)/h^2 = 0$ est nécessaire pour que γ soit un variogramme [i. e. puisse être définie par (2)].

Cela implique dans les cas fractals $\alpha < 2$ dans (4), ce qui donne une dimension $D > 2$.

3. Structures composées dans les images et variogramme

L'analyse du variogramme permet de définir la structure d'une image, mettant en évidence l'existence d'une échelle propre, dans le cas du modèle à palier (3), ou au contraire un phénomène sans échelle particulière, caractérisé par sa dimension fractale [modèle (4)]. Il traduit également la présence éventuelle de plusieurs phénomènes physiques superposés dans l'image. Pour en rendre compte, supposons l'existence simultanée de deux structures aléatoires intrinsèques $L_1(x)$ et $L_2(x)$ composant une image $l(x)$:

$$L(x) = L_1(x) + L_2(x).$$

Le variogramme se développe en :

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \frac{1}{2} E[(L(x+h) - L(x))^2] \\ &= \frac{1}{2} E[(L_1(x+h) - L_1(x))^2] \\ &\quad + \frac{1}{2} E[(L_2(x+h) - L_2(x))^2] \\ &\quad + E[(L_1(x+h) - L_1(x))(L_2(x+h) - L_2(x))]. \end{aligned}$$

Soit :

$$\gamma(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + 2\gamma_{1,2}(h)$$

où $\gamma_1(h)$ et $\gamma_2(h)$ sont les variogrammes respectifs des images $L_1(x)$ et $L_2(x)$ et $\gamma_{1,2}(h)$ est la demi-covariance de leurs accroissements respectifs (appelé variogramme croisé ou covariogramme de L_1 et L_2).

En général, les phénomènes étudiés agissent de façon indépendante, les fonctions aléatoires L_1 et L_2 sont alors indépendantes et le terme croisé $\gamma_{1,2}(h)$ est nul. Il en résulte sous cette hypothèse, que nous adopterons jusqu'à la fin, que la composition de deux structures se traduit par l'addition de leurs variogrammes respectifs :

$$(6) \quad \gamma(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h).$$

Un cas particulier de variogramme composé est celui où l'image présente un bruit dû au capteur. Dans le cas d'un bruit blanc $L_2(x)$ perturbant la luminance de la scène $L_1(x)$, on vérifie aisément que $\gamma_2(h) = \sigma^2$, pour $h > 0$, où la constante σ^2 est la variance du bruit blanc. D'où :

$$(7) \quad \gamma(h) = \gamma_1(h) + \sigma^2 \quad \text{pour } h > 0.$$

Cette relation montre une discontinuité à l'origine, puisque en théorie, $\gamma(0) = 0$.

4. Restauration d'images

Puisque l'analyse du variogramme permet de déceler qu'une image est perturbée par une structure aléatoire donnée, cette information peut conduire au « filtrage »

de celle-ci, de sorte que l'image restaurée présente un variogramme respectant la structure réelle de la scène observée. Les algorithmes de restauration qui sont présentés utilisent la technique de krigeage [1]. Nous rappelons en 4.1 les principes du krigeage avant d'en donner en 4.2 une adaptation au problème de la restauration d'images.

4.1. MÉTHODE DU KRIGEAGE

Le krigeage est une méthode d'interpolation prenant en compte le comportement stochastique de l'image. Cette méthode utilise la modélisation de la structure spatiale que représente le variogramme. On connaît les valeurs $l(x_1), \dots, l(x_n)$ aux points x_1, \dots, x_n . On veut en déduire une estimation de l en un point x_0 ainsi que l'erreur d'estimation.

Soit un estimateur $L^*(x_0)$, combinaison linéaire de n variables régionalisées $L(x_k)$, $k = 1, \dots, n$:

$$(8) \quad L^*(x_0) = \sum_{k=1}^n \lambda_k L(x_k)$$

$L^*(x_0)$ est estimé de sorte qu'il vérifie les deux conditions suivantes :

$$(9) \quad E[L^*(x_0) - L(x_0)] = 0$$

$$(10) \quad E[(L^*(x_0) - L(x_0))^2] \text{ est minimal.}$$

On montre [1] que les coefficients $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ satisfaisant (8), (9), (10), sont les solutions du système d'ordre $n+1$ suivant :

$$(11) \quad \begin{cases} \sum_{k=1}^n \lambda_k \gamma(x_k - x_j) + \mu = \gamma(x_0 - x_j) & \text{pour } j = 1 \text{ à } n \\ \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1 \end{cases}$$

où μ est un paramètre de Lagrange.

La valeur estimée par krigeage est alors :

$$(12) \quad l^*(x_0) = \sum_{k=1}^n \lambda_k l(x_k).$$

On montre également que la variance d'estimation s'écrit :

$$(13) \quad \text{var}[L^*(x_0) - L(x_0)] = \sum_{k=1}^n \lambda_k \gamma(x_k - x_0) + \mu.$$

On peut ainsi cartographier un phénomène spatial si l'on dispose d'un échantillon préalable $l(x_1), \dots, l(x_n)$. Cet aspect est utilisé dans le paragraphe suivant lors de l'estimation du bruit dans une image.

4.2. PRINCIPE DE LA RESTAURATION

On se propose de restaurer une image l_1 bruitée par l_2 à partir de l'image donnée :

$$l(x) = l_1(x) + l_2(x).$$

On notera $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ les variogrammes respectifs de L, L_1, L_2 .

La restauration d'images peut s'envisager selon deux procédés éventuellement complémentaires.

Un premier type de traitement concerne les images perturbées par un bruit de faible organisation spatiale. C'est le cas du bruit blanc et des bruits de longueur d'autocorrélation de faible importance.

Lorsque l'image est dégradée par un phénomène spatialement étendu, par exemple le brouillard, on emploiera une deuxième technique, mieux adaptée.

Les paragraphes 4.2.1 et 4.2.2 développent ces procédés.

Dans les deux cas, on commencera par déterminer γ_2 à partir de γ : par le comportement de γ à l'origine dans le premier cas et pour h grand dans le second cas. L'utilisation de (6) permettra alors une restauration par la séparation des textures du bruit et de l'image.

4.2.1. Cas d'un bruit à faible organisation spatiale

Nous avons vu que le krigeage permet d'estimer la valeur en un point d'une réalisation d'une fonction intrinsèque compte tenu de son voisinage et de la connaissance de son variogramme.

Le principe de la restauration consiste à estimer la valeur $l_1^*(x_0)$ en chaque point x_0 d'après la connaissance des pixels environnants $l(x_k)$ de l'image bruitée. Comme pour le krigeage, on utilise l'estimateur $L_1^*(x_0)$ défini par :

$$L_1^*(x_0) = \sum_{k=1}^n \lambda_k L(x_k).$$

Un calcul analogue à celui du krigeage conduit au système :

$$(14) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^n \lambda_k \gamma(x_k - x_j) + \mu = \gamma_1(x_0 - x_j) \\ \text{pour } j=1 \text{ à } n \\ \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1. \end{array} \right.$$

Ce système revient à remplacer le variogramme γ de l'image perturbée par le variogramme sous-jacent $\gamma_1(h)$ de l'image non bruitée dans le second membre de (11).

Notons que dans le cas du bruit blanc, les systèmes (11) et (14) conduisent aux mêmes valeurs λ_k .

L'implantation algorithmique de cette technique soulève deux questions : comment définir le voisinage $V(x_0) = \{x_1, \dots, x_n\}$ de x_0 et d'autre part, comment déterminer le variogramme $\gamma_1(h)$ de l'image non bruitée.

La qualité de l'estimateur $L_1^*(x_0)$ dépend du choix du voisinage de x_0 . On observe numériquement qu'un voisinage de faible étendue est suffisant pour obtenir une estimation précise de $l_1(x_0)$. Le bruit envisagé ayant une faible organisation spatiale, il est inutile de tenir compte des pixels dont la distance à x_0 est supérieure à la longueur d'autocorrélation du bruit.

Compte tenu de ces remarques nous adoptons un voisinage $V(x_0)$ octogonal. Ce masque est classiquement utilisé en morphologie mathématique sur une trame carrée, en raison de sa faible taille (20 pixels) et son isotropie.

D'autre part, la détermination du variogramme γ_1 relatif à la structure réelle télédéetectée est nécessaire à la restauration de l'image. Dans le cas d'une image télédéetectée, le capteur lisse par intégration les structures de taille inférieure à celle du pixel. Cela conduit d'une façon générale pour toute image non bruitée à un comportement régulier à l'origine. Il en résulte que dans le cas d'un bruit blanc, la variance σ^2 peut être estimée par :

$$\sigma^2 = \lim_{h \rightarrow 0^+} \gamma(h) = \gamma(0^+).$$

Notons que l'image étant discrète, $\gamma(h)$ n'est connu que pour des multiples de la taille du pixel; donc on obtient pratiquement $\gamma(0^+)$ par extrapolation.

Dans le cas d'un bruit à corrélation spatiale non nulle (mais faible), d'après (6), on ne peut connaître $\gamma_1(h)$ que si l'on dispose d'un modèle préalable pour $\gamma_2(h)$ ou si un échantillon de L_1 est disponible pour estimer directement $\gamma_1(h)$.

4.2.2. Cas d'un bruit fractal

Dans son principe, la méthode précédente pourrait s'appliquer de façon générale au cas d'un bruit fractal. Néanmoins, elle consiste en un traitement basé sur un voisinage $V(x_0)$ de faible dimension. Or lorsque l'image est affectée par un phénomène parasite organisé dans l'espace tel que les brouillards, dont le variogramme γ_2 est fractal [11], celui-ci n'a pas d'échelle privilégiée. Il convient donc de prendre en compte le bruit à chaque échelle, alors que dans le cas précédent d'un bruit à faible corrélation spatiale, la connaissance de son variogramme au voisinage de l'origine était suffisante. Dans le cas fractal, on doit donc définir une méthode plus efficace que la précédente dont l'application se révèle, comme on le vérifie, peu satisfaisante.

Nous avons vu qu'un grand nombre d'images ont un variogramme γ_1 à palier [type (3)]. C'est le cas que nous envisagerons ici pour l'image non bruitée l_1 .

Schématiquement, le principe est le suivant :

- On calcule le variogramme γ_2 du bruit à partir du variogramme γ de l'image bruitée.
- On détermine un maillage régulier de l'image dont les valeurs aux nœuds x_i sont des estimations de $l_2(x_i)$.
- On obtient ainsi une carte l_2 du bruit l_2 par krigeage en utilisant γ_2 et les points d'appui du maillage précédent.
- On obtient enfin une estimation de l_1 par la soustraction $l - l_2$.

Précisons les points ci-dessus :

(a) Dans la pratique, le calcul de γ_2 se fait en utilisant (6) pour des valeurs de h suffisamment grandes. On définit la longueur d'autocorrélation ρ_1 de L_1 comme la valeur à partir de laquelle $\gamma(h) \simeq C$. D'après (6), nous aurons donc pour $h > \rho_1$:

$$\gamma(h) = C + K h^\alpha.$$



Fig. 1. — Image Spot canal XS1. Vosges (France).



Fig. 2. — Image Spot
bruitée par un bruit blanc gaussien.

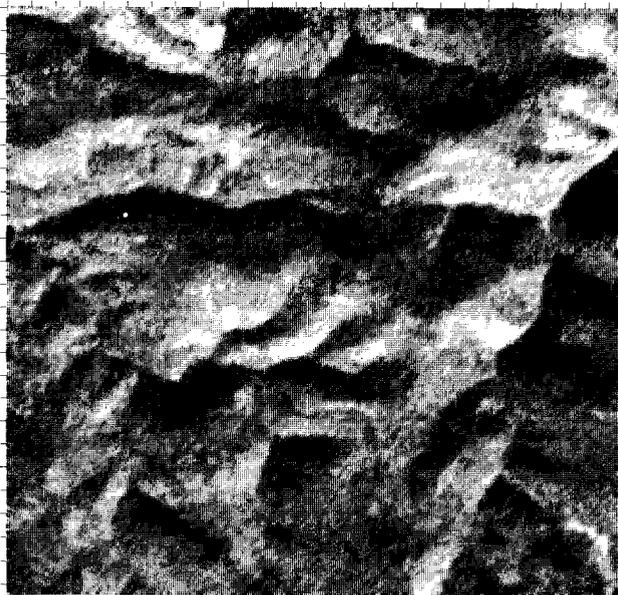


Fig. 4. — Image Spot restaurée.

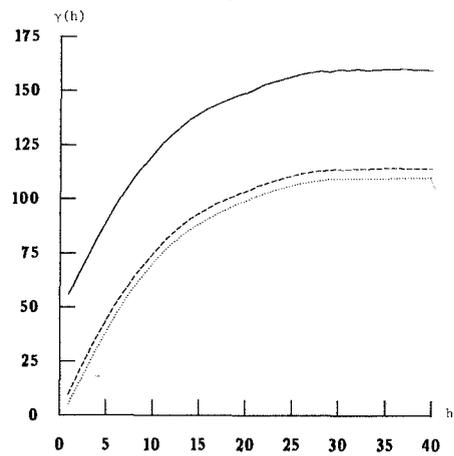


Fig. 3. — Bruit blanc et variogramme. ---, variogramme γ_1 de la figure 1. —, variogramme γ de la figure 2., variogramme de l'image restaurée (fig. 4). La variance du bruit blanc est estimée par le prolongement de γ à l'origine.

[Numériquement $\rho_1 = 3a$ où a est le coefficient de (3).]

La relation précédente conduit alors à C, K et α par moindres carrés avec une assez bonne précision, d'où $\gamma_2(h) = K h^a$.

(b) Pour estimer les valeurs $l_2(x_i)$ nous supposons une variation régulière de l'intensité du bruit, ce qui est en particulier le cas des brouillards. On émet ainsi une hypothèse de stationnarité locale du bruit L_2 . Soient $\mu_1(x_i)$, $\mu_2(x_i)$ et $\mu(x_i)$ des moyennes d'espace respectives de l_1 , l_2 et l dans un voisinage $V(x_i)$. L_1 étant supposé stationnaire du second ordre, $\mu_1(x_i)$ est une estimation de la moyenne $E(L(x_i))$ indépendante de x_i . On a donc :

$$\mu(x_i) = \mu_1(x_i) + \mu_2(x_i) = \mu_1 + \mu_2(x_i).$$

La moyenne $\mu(x_i)$ fournit donc une estimation de $l_2(x_i)$ (à une constante μ_1 près).

(c) On définit un maillage initial régulier de pas ρ_1 dont les valeurs aux nœuds sont les estimations $l_2(x_i)$ calculées en (b). Puis on raffine ce maillage en lui ajoutant successivement de nouveaux points d'appui obtenus par krigeage basé sur les n points d'appui précédents les plus proches. En pratique nous avons pris $n=20$. On raffine ce maillage jusqu'à obtenir la carte complète l_2 du bruit l_2 .

(d) L'image restaurée s'obtient par la simple soustraction $l - l_2$.

4.3. APPLICATIONS : SIMULATION D'IMAGES DE BRUIT ET RÉSULTATS DE RESTAURATION

Nous avons vu que le krigeage permet d'interpoler des variables régionalisées. Cette technique conduit également à des simulations stochastiques de réalisations d'une fonction aléatoire intrinsèque L respectant un variogramme donné $\gamma(h)$.

La théorie des variables régionalisées ne fournissant pas la loi de la fonction L , il est nécessaire d'introduire

une hypothèse supplémentaire :

On considère que la fonction aléatoire L présente un caractère gaussien dans l'espace Ω des réalisations. En chaque point x_0 , $L(x_0)$ est une gaussienne de moyenne $\mu(x_0)$ et de variance $\sigma^2(x_0)$.

La moyenne $\mu(x_0)$ est une estimation de $E(L^*(x_0))$ donnée par (12) et $\sigma^2(x_0)$ est la variance d'estimation donnée par (13).

On peut dès lors générer une réalisation $l_s(x_0)$:

$$(15) \quad l_s(x_0) = \mu(x_0) + \xi \sigma(x_0)$$

où ξ est une gaussienne centrée normée ($E(\xi) = 0$, $E(\xi^2) = 1$). L'image de brouillard de la figure 5 a été réalisée par cette technique. Elle nous permet de présenter des exemples de restauration d'images artificiellement bruitées. On peut ainsi montrer qu'il est possible dans les deux cas définis en 4.2.1 et 4.2.2 de séparer les variogrammes des structures superposées.

4.3.1. Détermination directe de la structure réelle de l'image (bruit blanc)

Sur une image obtenue par le satellite *Spot* l_1 (fig. 1), a été généré un bruit blanc gaussien σ^2 (fig. 2). Les variogrammes de ces images présentés figure 3 montrent que la relation (7) est numériquement vérifiée avec une bonne précision. Pour l'addition du bruit blanc de variogramme constant $\gamma_2(h) = \sigma^2$ à l'image de la figure 1, on retrouve (7) à 1,4% près.

La méthode de restauration décrite en 4.2.1 donne la figure 4.

4.3.2. Détermination de la carte du bruit (bruit fractal)

La figure 5 est une image de synthèse l_2 d'un brouillard basée sur un variogramme fractal de dimension $D = 2,35$ [équation (4)]. La figure 7 est la scène *Spot* de la figure 6, bruitée par ce brouillard. A titre indicatif, les variogrammes γ_1 et γ_2 sont indiqués sur la figure 8.

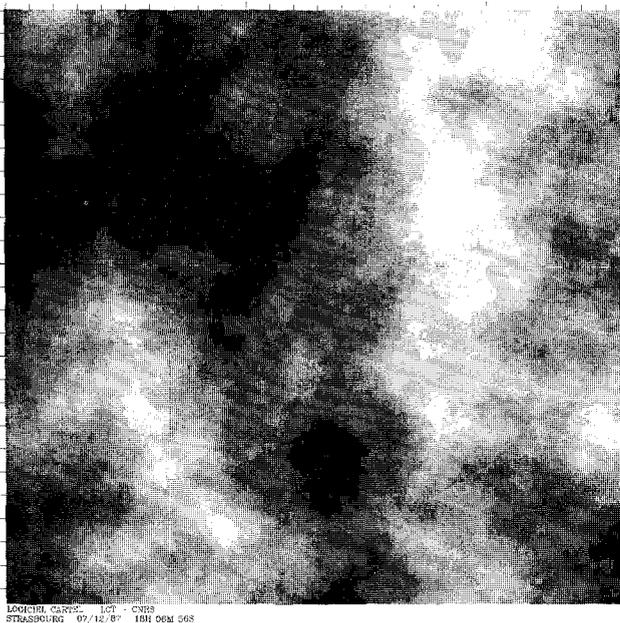


Fig. 5. — Image de brouillard fractal ($D=2,35$). Cette image de synthèse est réalisée d'après un krigeage sur $n=8$ points d'appui.



Fig. 6. — Image *Spot* canal XS1. Centre de Strasbourg (France).



Fig. 7. — Image Spot de Strasbourg perturbée par un brouillard.

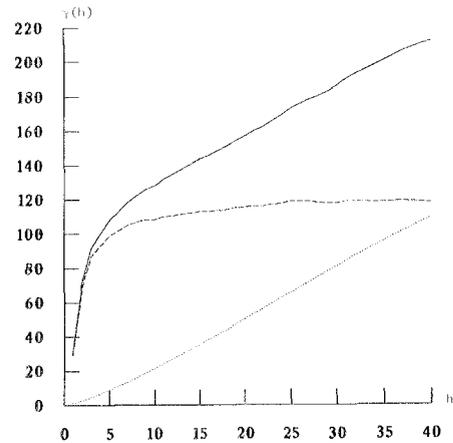


Fig. 8. — Bruit fractal et variogramme. — — —, variogramme γ_1 de la figure 6., variogramme γ_2 de la figure 5. — — —, variogramme γ de la figure 7. Le variogramme γ_1 est de type exponentiel : $\gamma_1(h) = C(1 - e^{-h/a})$. Au-delà de sa longueur de corrélation ρ_1 ($\rho_1 \sim 3a$ soit 8 pixels), $\gamma_1 \simeq C$, il en résulte que $\gamma(h)$ ne dépend alors que du bruit : $\gamma(h) = \gamma_2(h) + C$ pour $h > \rho_1$. On détermine les paramètres fractals de γ_2 ainsi que la variance C par moindres carrés.



Fig. 9. — Carte du bruit fractal. Cette carte est déterminée par un krigeage sur une grille régulière de pixels, éloignés de la longueur de corrélation ρ_1 , obtenus par moyenne locale (masque de $\rho_1 \times \rho_1$ pixels) de la figure 7.



Fig. 10. — Image Spot restaurée. Cette image est obtenue par soustraction des images 7 et 9.

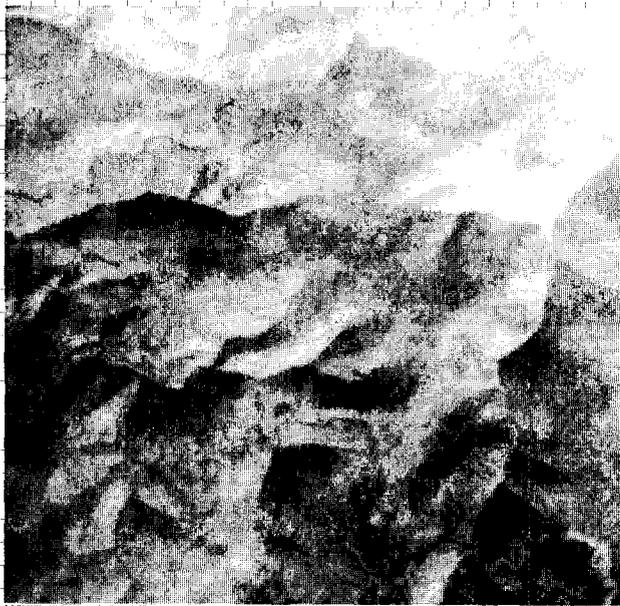


Fig. 11. — Image de brouillard fractal ($D=2,5$). Cette image de synthèse est réalisée d'après un krigeage sur $n=4$ points d'appui.

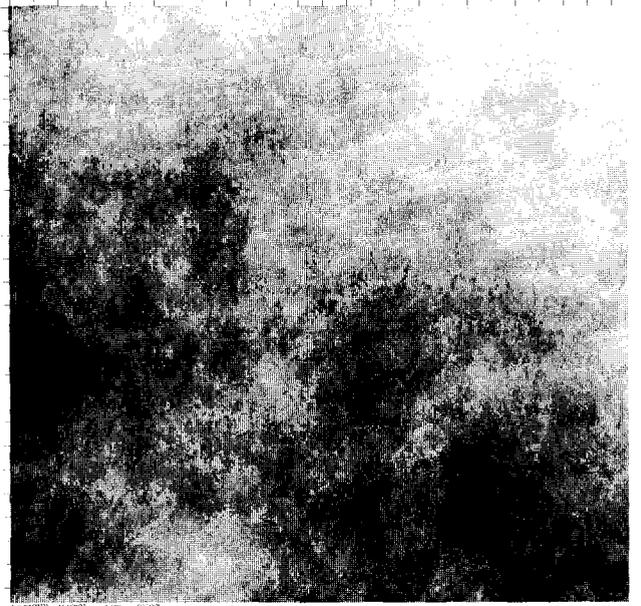


Fig. 12. — Image Spot perturbée par un brouillard fractal.

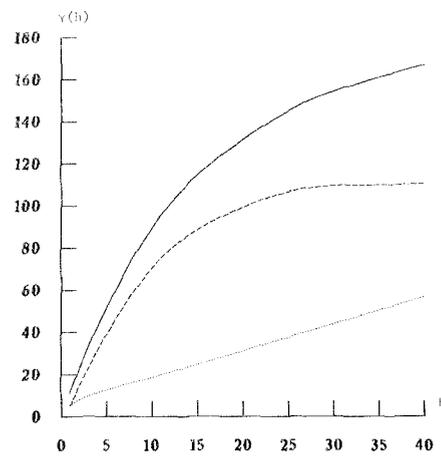


Fig. 13. — Bruit fractal et variogramme. —, variogramme γ_1 de l'image Spot 1., variogramme γ_2 du bruit de la figure 11. —, variogramme γ de l'image 12. Mêmes remarques que pour la figure 8. Ici la longueur de corrélation ρ_1 de γ est ~ 30 pixels.



Fig. 14. — Carte du bruit. Cette carte est déterminée par un krigeage sur une grille régulière de pixels, éloignés de la longueur de corrélation ρ_1 , obtenus par moyenne locale (masque de $\rho_1 \times \rho_1$ pixels) de la figure 12.



Fig. 15. — Image Spot restaurée. Cette image est obtenue par soustraction des images 12 et 14.

Le variogramme γ_1 est de type exponentiel: $\gamma_1(h) = C(1 - e^{-h/a})$. Au-delà de sa longueur de corrélation ρ_1 ($\rho_1 \sim 3a$ soit 8 pixels), $\gamma_1 \sim C$. Il en résulte que $\gamma(h)$ ne dépend que du bruit: $\gamma(h) = \gamma_2(h) + C$ pour $h > \rho_1$. On détermine les paramètres fractals K et α de γ_2 ainsi que la constante C par moindres carrés. L'approximation de γ_2 à partir de 30 points de $\gamma(h)$ se fait avec une erreur moyenne sur γ_2 de 2,4%.

L'image 9 est la carte du bruit l_2 obtenue par krigeage et l'image restaurée $l-l_2$ est représentée figure 10.



Fig. 16. — Image Spot filtrée. Cette image est réalisée par l'algorithme du paragraphe 4.2 appliqué sur l'image 15.

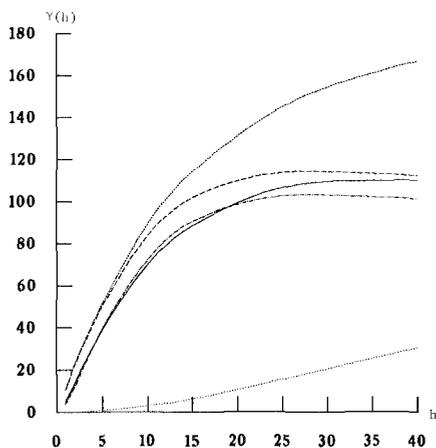


Fig. 17. — Restauration et variogramme., variogramme γ de l'image bruitée (fig. 12). . . ., variogramme γ_2 de la carte du bruit (fig. 14). - - -, variogramme γ'_1 de l'image restaurée (fig. 15). - . ., variogramme γ'_1 de l'image finale (fig. 16). —, variogramme γ_1 de l'image originale (fig. 1). Le variogramme de l'image 16 est très voisin de celui de l'image originale. Il présente une légère sous-estimation de la variance C de γ_1 .

De même l'image 11 est une image de synthèse d'un brouillard fractal de dimension $D=2,5$ augmenté d'un bruit blanc $\gamma_2 = \sigma^2$. L'image brouillée 12 est la superposition de l'image Spot 1 et de ce brouillard. La figure 13 montre les variogrammes respectifs de ces

images. D'après γ on calcule les coefficients K et α du bruit fractal de variogramme $K h^\alpha$, puis on génère la carte du bruit (fig. 14), d'où une première image restaurée par soustraction (fig. 15). Enfin, le bruit blanc σ^2 est filtré par la méthode du paragraphe précédent, donnant lieu à l'image 16. Les variogrammes correspondant à chaque étape sont représentés figure 17.

5. Conclusion

Les images de télédétection considérées comme objets se trouvent être un bon champ d'application de la théorie des variables régionalisées. Ainsi, le concept de variogramme est un outil pertinent d'analyse du comportement textural des images naturelles qui conduit à une classification de celles-ci. On montre également le lien entre la notion de dimension fractale et le variogramme de certaines textures d'images naturelles auxquelles on peut associer une dimension fractale. On montre que le brouillard donne un bon exemple d'image fractale.

L'une des applications pratiques des notions précédentes est la restauration d'images naturelles pour lesquelles deux techniques originales spécifiques ont été développées. Ces techniques donnent des résultats satisfaisants dans des cas importants comme les images bruitées par le capteur ou par la présence de brouillards. Pour illustrer ces techniques, on définit une méthode de simulation d'images fractales par krigeage qui pourrait s'appliquer à d'autres situations.

La limitation de ces techniques est due à la connaissance *a priori* du comportement stochastique soit du bruit, soit de l'image non bruitée. Cette difficulté d'ordre très général dans les problèmes inverses peut toutefois être réduite dans bon nombre de cas si l'on dispose d'une classification complète des images télédétectées, comme le suggère cette étude.

Cette étude a été réalisée avec l'aide financière du CNRS et du CNES dans le cadre d'une ATP. Nous remercions le Laboratoire de Cartographie Thématique pour l'utilisation du logiciel Cartel.

Manuscrit reçu le 26 février 1988.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. MATHERON, La théorie des variables régionalisées et ses applications, *Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau*, École des Mines, Paris, 1970.
- [2] D. G. KRIGE, Two dimensional weighted moving average trend surfaces for ore-evaluation, *J. South African Inst. Min. Metal.*, 1966.
- [3] M. VAUCLIN, Spatial variability of surface temperature along two transects of a bare soil, *Water Resources Research*, 18, n° 6, 1982.
- [4] D. SCHERTZER et S. LOVEJOY, The dimension and intermittency of atmospheric dynamics, *Turbulent Shear Flows*, 4, 1985, p. 7-33, B. LAUNDER éd., Springer.

- [5] S. LOVEJOY, Area-perimeter relation for rain and cloud areas, *Science*, 216, 1982, p. 185-187.
- [6] L. BACHELIER, Théorie de la spéculation, *Thèse de Doctorat en Mathématiques; Annales Scientifiques de l'École Normale Sup.*, III, 17, 1900.
- [7] F. HAUSDORF, Dimension und äusseres mas, *Mathem. Annalen*, 79, 1919, p. 157-179.
- [8] B. MANDELBROT, *Les objets fractals : forme, hasard et dimension*, Flammarion, 1975.
- [9] B. MANDELBROT, *The Fractal Geometry of Nature*, San Francisco, W. H. Freeman, 1982.
- [10] S. LOVEJOY et D. SCHERTZER, Scale invariance symetries, fractals and stochastic simulations of atmospheric phenomena, *Bull. of Amer. Meteor. Soc.*, n° 67, 1986, p. 21-32.
- [11] G. RAMSTEIN et M. RAFFY, Analysis of the structure of remotely sensed images, *Int. Journ. of Rem. Sens.*, 1988 (à paraître).
- [12] J. SERRA, Échantillonnage et estimation locale d'un phénomène de transition minier, *Thèse de Docteur Ingénieur*, 1967,
- [13] J. SERRA, *Un critère nouveau de découverte de structures : le variogramme*, 1967.
- [14] R. WEBSTER, Quantitative spatial analysis of soil in the field, *Adv. in Soil Science*, 3, 1985, Springer Verlag.
- [15] P. RUELLE, D. BEN SALAH et M. VAUCLIN, Méthodologie d'analyse de la variabilité spatiale d'une parcelle agronomique. Application à l'échantillonnage, *Agronomie*, 6, (6), 1986.
- [16] J. F. BOULIER et M. VAUCLIN, Modélisation stochastique des écoulements d'eau dans la zone non saturée, *Hydrogéologie*, n° 2, 1986.