

Filtrage structurel d'images grises

par analyse

des courbures principales

des surfaces associées

Structural filtering of greylevel images

from principal curvatures analysis



P. SAINT-MARC

University of Southern California, Intelligent Systems Group, Powell Hall, Room 234, LOS ANGELES, CA 90089-0273.

Diplômé d'Études Approfondies en Électronique et Systèmes (1984, Université de Clermont-II). Sa thèse de Doctorat en préparation au Laboratoire d'Électronique, UA 830 du CNRS, dans l'équipe dirigée par le Professeur M. Richetin porte sur l'Analyse d'Images et la Reconnaissance des Formes. Il s'intéresse plus particulièrement à l'extraction et à l'exploitation des propriétés de courbure des surfaces. Il poursuit depuis février 1987 ses travaux de recherche et la préparation de sa thèse aux États-Unis à l'« University of Southern California » au sein de l'« Intelligent System Group » dirigé par le Professeur G. Médioni.



Marc RICHETIN

Laboratoire d'Électronique, UA n° 830 du CNRS, Université de Clermont-II, B.P. n° 45, 63170 Aubière.

Ingénieur Arts et Métiers (1968), Master of Sciences (1970, Université de Sherbrooke, Canada), Docteur ès Sciences (spécialité Automatique). Sa thèse d'État a été préparée au Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du CNRS (Toulouse) et a porté sur l'Analyse Structurale des Systèmes Complexes en vue d'une Commande Hiérarchisée. Depuis 1978, il dirige une équipe de recherche du Laboratoire d'Électronique, UA n° 830 du CNRS, de l'Université de Clermont-II, dont le thème de recherche est la Vision par Ordinateur. Chercheur du CNRS depuis 1971, il vient d'obtenir un poste de Professeur à l'Université de Clermont-II.

RÉSUMÉ

Une nouvelle méthode de filtrage d'images digitalisées, appelée filtrage structurel, est proposée. Elle utilise une représentation tridimensionnelle des images à niveaux de gris ($x, y, z = f(x, y)$) et leur description à partir des courbures principales calculées en chaque point de la surface. L'organisation des projections horizontales des courbures principales est analysée en vue de déterminer une direction rendant compte de l'orientation locale de la structure au point considéré. Si une direction de filtrage peut être déterminée, elle sert de support à un masque moyenneur directionnel de convolution, sinon un masque moyenneur classique bidimensionnel de taille 3×3 est appliqué.

Ce filtre permet ainsi non seulement d'éliminer le bruit en préservant les lignes de transition et de crête de l'image, mais aussi, il autorise la schématisation des structures présentes dans l'image originale, cette dernière propriété n'ayant jamais été jusqu'alors obtenue avec des méthodes de filtrage classiques. Des résultats expérimentaux sont montrés à partir d'images réelles de texture composées de structures complexes en les comparant avec ceux obtenus à l'aide d'un filtre médian 3×3 . Ces résultats sont ensuite validés en effectuant une extraction de primitives telles que les lignes de squelette ou de contour. Enfin, une analyse du comportement du filtre en fonction du nombre d'itérations est faite qui met en valeur une propriété de bonne convergence.

MOTS CLÉS

Filtrage structurel, courbures principales, restauration, schématisation.

SUMMARY

A new digital images smoothing method, named structural filtering, is proposed which uses a 3D representation of greylevel images ($z=f(x, y)$) and their description with principal curvature features. The organization of the horizontal projections of the principal curvature directions is analysed in order to determine a direction which well indicates the orientation of the local structure of the image. If such a direction is found, filtering is performed by averaging with a directional convolution mask according to that direction, if not, a classical 3×3 mean filter is used.

This filter permits on one hand to cut off the noise while preserving step edges and ridges, on the other hand, it allows the schematization of the principal structures of the image. This last capability has never being obtained before with classical filters. Experimental results are shown through real images of textures made of complex structures and compared with those obtained with a 3×3 median filter. These results are then validated by primitive extraction using classical skeletonization or edge detection algorithms. At last, the behavior of the filter in function of the iteration number is analysed in order to show up its good convergence property.

KEY WORDS

Structural filtering, principal curvatures, restoration, schematization.

1. Introduction

Le traitement d'images digitalisées est devenu depuis ces dernières années un axe de recherche très important que ce soit pour la restauration d'images, le codage d'images ou l'extraction de primitives pour la reconnaissance de formes caractéristiques. Quel que soit le capteur utilisé, en particulier lorsqu'il s'agit d'une caméra vidéo, la qualité des images acquises est très souvent affectée. En général, les images sont dégradées par la présence d'un bruit, et d'autre part les contours ou les crêtes des formes en présence peuvent dans certaines zones s'estomper. Pour remédier à cet état de fait, de nombreuses techniques de filtrage ont été proposées.

L'objectif du filtrage d'images digitalisées est d'éliminer le bruit de manière à rendre plus uniformes les niveaux de gris tout en préservant les caractéristiques principales telles que les contours ou les crêtes. Les techniques généralement utilisées consistent à remplacer le niveau de gris de chaque point de l'image traitée par la valeur résultant d'une analyse locale du voisinage de ce point [1, 8]. Cette analyse peut être prédéfinie, c'est le cas lorsqu'on utilise un masque de convolution dont la taille et les coefficients sont fixés au départ. Mais, bien que le bruit soit relativement bien éliminé (filtre moyen ou filtre gaussien), il en résulte une atténuation des lignes de transition ou des lignes de crête pouvant être fatale pour l'extraction de primitives. Pour pallier cet inconvénient, de nombreux auteurs suggèrent de modifier le masque de convolution en fonction des caractéristiques locales au point considéré de l'image [2, 3]. La moyenne des K plus proches voisins au sens du niveau de gris, ou la pondération des coefficients du masque de filtrage par l'inverse du gradient entre le point et ses voisins [4] sont de bons exemples d'algorithmes préservant les transitions. Toutefois, le premier présente les inconvénients de nécessiter des temps de calcul importants et de trop dépendre du seuil K , le second étant mieux adapté lorsque les transitions sont brutales [5, 6]. Une autre approche consiste à effectuer une analyse locale statistique des niveaux de gris et à utiliser la moyenne

et la variance dans un voisinage de chaque point de l'image; c'est le cas du filtre de Lee ou de celui de Wallis [5, 7]. Citons le filtre médian qui outre sa simplicité de mise en œuvre fournit d'excellents résultats concernant l'élimination du bruit et la préservation des transitions, l'inconvénient majeur étant dans la non-lissité des images obtenues [5, 6]. Notons enfin qu'il existe des méthodes de « filtrage » directionnel, au sens de l'analyse directionnelle d'une image notamment pour sa représentation par des ensembles de points de contour [10, 22, 24] ou de courbure remarquable [16].

L'idée ayant servi de base au présent article est que, bien qu'il soit satisfaisant d'éliminer le bruit présent dans les images digitalisées, dans la plupart des cas les images obtenues ne sont pas d'une qualité suffisante pour permettre une extraction de primitives robuste. Que ce soit lors de la détection de contours [9, 10, 11] ou lors de la squelettisation [12, 13], la présence d'irrégularités dans les textures ou les scènes analysées conduit en général à l'extraction de primitives parasites ou discontinues rendant ainsi souvent difficile la compréhension de ces images. Il s'agit donc d'aller plus loin dans la phase de prétraitement en filtrant l'image non seulement pour éliminer le bruit mais aussi pour schématiser les formes des structures présentes de manière à rendre beaucoup plus fiables les traitements ultérieurs.

Nous proposons une méthode, appelée filtrage structurel, utilisant une représentation tridimensionnelle des images à niveaux de gris ($x, y, z=f(x, y)$). En chaque point de l'image, l'organisation locale des projections horizontales des courbures principales de la surface associée est analysée en vue de déterminer une direction rendant compte de l'orientation de la structure au point considéré. Si une direction de filtrage peut être déterminée, elle sert de support à un masque moyenneur directionnel de convolution, sinon un masque moyenneur classique bidimensionnel de taille 3×3 est appliqué. Les techniques utilisées s'inspirent des méthodes issues de la géométrie différentielle en particulier par l'utilisation des concepts de courbures principales en un point d'une surface régulière [13 à 19]. Dans une première partie, nous

exposerons les bases de l'algorithme de filtrage structurel. Nous détaillerons la mise en œuvre de celui-ci dans une seconde partie. Puis dans une troisième partie, nous donnerons une appréciation qualitative et quantitative des résultats de l'application du filtre structurel en effectuant une comparaison avec d'autres méthodes de filtrage et en validant ceux-ci par une extraction de primitives montrant ainsi la robustesse d'une telle approche.

2. Filtrage structurel

2.1. COURBURES DES SURFACES

L'apparition récente de capteurs 3D a nécessité l'utilisation de techniques issues de la géométrie différentielle dans le but de décrire les surfaces en termes de paramètres intrinsèques [14, 17]. L'extension de ces concepts à l'analyse d'images grises est immédiate dans la mesure où l'on considère le niveau de gris des points comme une fonction $z(x, y)$ [13]. Une idée forte consiste à approximer localement une surface par une fonction et à déterminer les courbures principales et leur direction associée [13, 14, 23]. Ce calcul nécessite la connaissance des dérivées partielles premières et secondes de la fonction ainsi que la résolution d'une équation du second degré pour la détermination des courbures principales et de deux équations du premier degré pour la détermination de leurs directions associées. Ces calculs sont rappelés en Annexe 1.

Toutefois, les dérivées partielles conditionnant tous les calculs ultérieurs, il est nécessaire de s'attarder sur leur détermination. Une première méthode consiste à estimer les masques de convolution à appliquer à partir du développement de Taylor à l'ordre 2 autour du point central [13, 19]. Une deuxième méthode, celle que nous avons retenue, consiste à faire une approximation polynomiale de la surface en chaque point et à estimer les dérivées partielles par dérivation de cette approximation.

Soit $Q(x, y) = \sum_{i=0}^2 A_i \cdot P_i(x, y)$, l'approximation qua-

dratique au sens des moindres carrés de la surface $z(x, y)$ au voisinage du point considéré [10], à l'aide des polynômes orthogonaux de Tchebychev $P_i(x, y)$ (voir Annexe 2).

Les dérivées partielles sont obtenues par :

$$p = \frac{\delta Q(x, y)}{\delta x}, \quad q = \frac{\delta Q(x, y)}{\delta y},$$

$$r = \frac{\delta^2 Q(x, y)}{\delta x^2}, \quad s = \frac{\delta^2 Q(x, y)}{\delta x \delta y},$$

$$t = \frac{\delta^2 Q(x, y)}{\delta y^2}$$

Cette méthode apporte une plus grande immunité contre le bruit grâce à l'approximation polynomiale

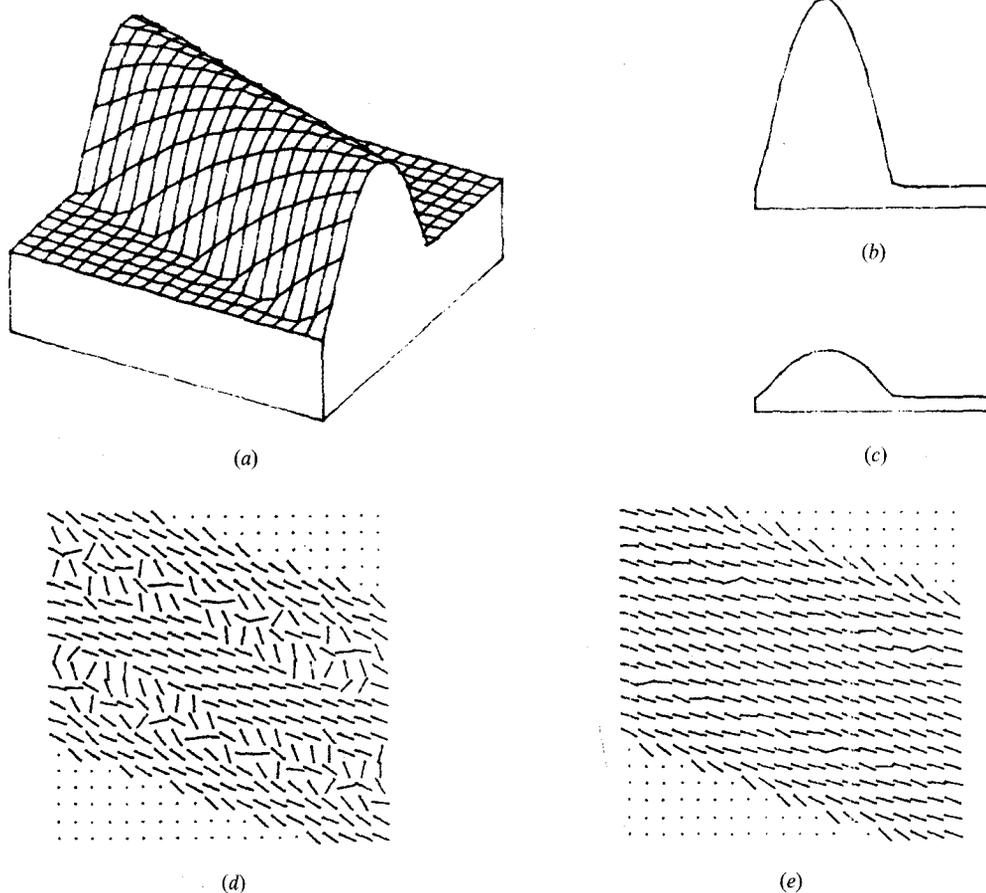


Fig. 1. — Effet du facteur d'échelle F sur la courbure. (a) Représentation 3D d'une surface élémentaire. (b) Coupe transversale avant réduction d'échelle. (c) Coupe transversale après réduction

d'échelle. (d) Projection des directions de courbure minimale avant réduction d'échelle. (e) Projection des directions de courbure minimale après réduction d'échelle.

préalable tout en n'altérant pas les caractéristiques locales de la surface.

Influence du facteur d'échelle

La figure 1 a montre la représentation tridimensionnelle d'une surface élémentaire et la figure 1 d, les projections horizontales des directions de courbure minimale en chaque point de la surface. Ces directions sont très bien déterminées dans les zones de forte courbure alors que sur les flans de la surface, celles-ci ont des directions relativement aléatoires. La surface ayant une courbure faible dans cette zone, aucune direction de courbure principale significative n'est extraite. La figure 1 b illustre par une coupe transversale de la surface de la figure 1 a le fait que les courbures n'ont que des valeurs extrémales. Or si l'altitude des points de la surface est multipliée par un facteur réducteur F (fig. 1 c), la répartition des courbures devient plus uniforme. Il en résulte une meilleure détermination des directions de courbure principale, et en particulier dans le cas de la figure 1 e, une homogénéité satisfaisant des projections horizontales des directions de courbure minimale. L'utilisation du facteur F a d'autre part des conséquences numériques intéressantes puisque, certains termes d'ordre élevé devenant négligeables, les équations aux courbures sont simplifiées rendant ainsi leur résolution plus rapide. Les courbures principales C et les projections horizontales D=(Dx, Dy) de leur direction associée données par :

$$(1+p^2+q^2).C'^2+(r(1+q^2)+t(1+p^2)-2spq).C'+rt-s^2=0;$$

$$D=(s+C'pq, -(C'(1+p^2)+r)),$$

avec

$$C'=C\sqrt{1+p^2+q^2}$$

peuvent ainsi être réduites aux équations :

$$C'^2+(r+t).C'+rt-s^2=0;$$

$$D=(s, -C'+r)$$

Notons toutefois que cette méthode n'est réellement applicable que dans le cadre de l'analyse des projections horizontales des directions de courbures princi-

pales, les courbures réelles n'étant calculables qu'à partir de la surface originale.

Taille du domaine d'approximation

La figure 2 a montre la représentation tridimensionnelle de la surface de la figure 1 a à laquelle un bruit gaussien a été ajouté. L'approximation quadratique dépendant de la taille du domaine d'approximation choisi, il est clair qu'un domaine 3x3 est inadéquate dans ce cas pour estimer les dérivées partielles conduisant à l'évaluation des courbures principales (fig. 2 b), alors qu'avec un domaine 5x5 (fig. 2 c), les projections de courbure minimale sont beaucoup mieux déterminées. Le choix de la taille des masques de convolution est un problème d'ordre général dans le prétraitement des images digitalisées, cette taille devant pouvoir être adaptative. Pour notre part, nous avons choisi une taille fixe 5x5 qui s'avère être un bon compromis compte tenu de la nature du filtrage structurel, comme nous le verrons ci-après.

2. 2. PRINCIPES DU FILTRAGE STRUCTUREL

Le filtrage structurel est basé sur le fait que la direction de courbure minimale en un point donné d'une surface rend très bien compte de l'orientation locale des structures présentes dans une image. Disposant de cette direction, nous allons nous en servir comme direction de filtrage, celui-ci consistant à remplacer le niveau de gris (ou l'altitude) du point considéré par la moyenne des points appartenant au voisinage linéaire associé à cette direction. La figure 3 b représente les projections horizontales des directions de courbure minimale calculées en chaque point de l'image de la figure 3 a. Nous voyons très nettement qu'il existe un champ de directions homogènes rendant bien compte de l'orientation locale de la structure étudiée. Remarquons d'autre part que les zones pratiquement planes se traduisent au contraire par des directions de courbure relativement non homogènes. Il est donc logique de penser que dans ce cas, il ne faut privilégier aucune direction, mais filtrer le point considéré à l'aide d'un masque moyenneur carré classique.

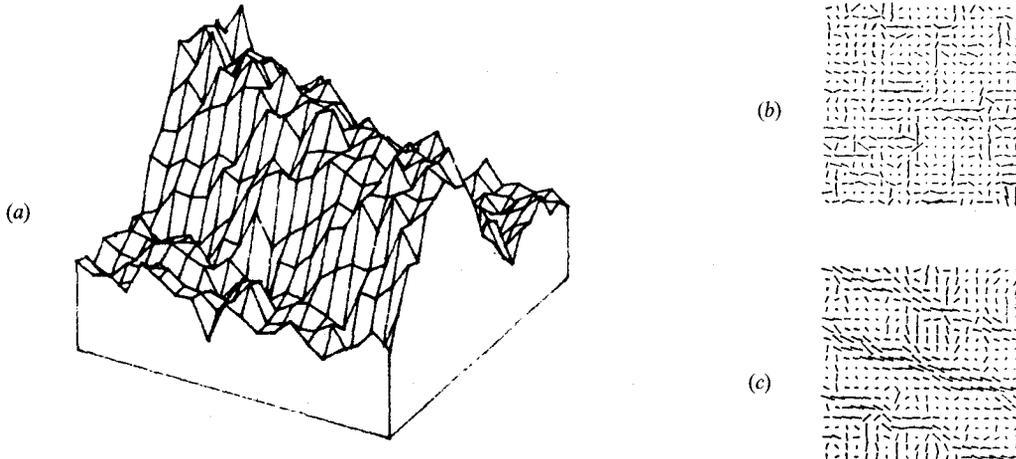


Fig. 2. — Choix de la taille du domaine d'approximation. (a) Surface de la figure 1 a affectée d'un bruit gaussien additif. (b) Directions de courbure minimale calculées dans un domaine

3x3. (c) Directions de courbure minimale calculées dans un domaine 5x5.

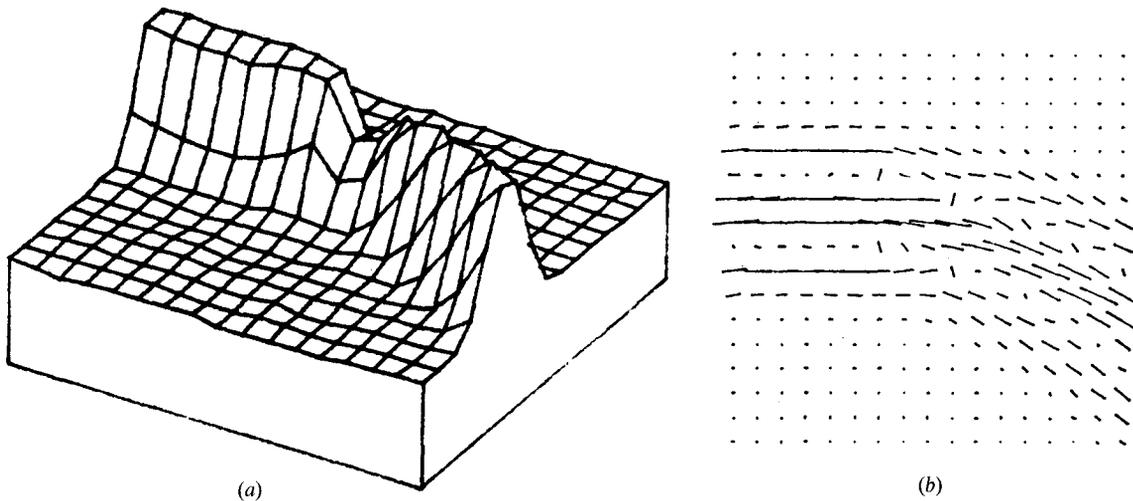


Fig. 3. — Structure élémentaire. (a) Représentation 3D.

(b) Projections horizontales des directions de courbure minimale.

La propriété d'homogénéité des directions de courbure dans une zone de l'image ne peut être perçue que si l'on effectue une analyse locale fiable de l'orientation des projections horizontales des directions de courbure. Un peu de terminologie est nécessaire avant d'aborder la description de l'algorithme proposé. Nous appellerons respectivement C_{min} et C_{max} les valeurs des courbures minimales et maximales calculées en chaque point P de l'image. Les projections horizontales des directions associées à C_{min} et C_{max} seront dénotées respectivement $DirP$ et $Dir\hat{P}$.

Le filtrage proposé est constitué de deux phases successives :

— La première consiste d'une part à évaluer en chaque point $DirP$ et C_{max} , d'autre part, à étiqueter chaque point en fonction du rapport $|C_{min}/C_{max}|$ qui va déterminer la longueur du masque directionnel de filtrage à appliquer (si l'organisation des projections des courbures principales l'autorise). En effet, si C_{max} et C_{min} sont très différents en valeur absolue, cela se traduit par une fiabilité très forte de $DirP$ (et de $Dir\hat{P}$), nous choisirons dans ce cas une longueur de masque égale à 5. Dans le cas contraire, on ne peut accorder une trop grande confiance à $DirP$ (et à $Dir\hat{P}$) puisque le point P est alors presque de nature ombilique, c'est pourquoi nous prendrons dans ce cas une longueur de masque égale à 3.

— La deuxième phase de l'algorithme constitue le filtrage proprement dit. Il s'agit de tirer parti des directions $DirP$ et $Dir\hat{P}$ extraites lors de la première phase afin de déterminer une direction de filtrage en fonction de l'organisation locale de ces directions

autour du point traité. L'idée est de tester si dans la direction $DirP$, les plus proches voisins P' et P'' ont des directions $DirP'$ et $DirP''$ similaires à $DirP$. Si c'est le cas, alors le masque appliqué est directionnel de direction $DirP$, sa longueur étant déterminée par le label affecté au point P lors de la première phase. L'expérience a montré que la similarité des directions $DirP$, $DirP'$ et $DirP''$ était un test trop rigide, en particulier lorsque la structure comprend des zones à caractère hyperbolique concave ($C_{max} < 0$), les directions $DirP$ et $Dir\hat{P}$ permutent. Nous avons donc été conduit à enrichir la structure de contrôle autorisant le filtrage selon une direction donnée. Nous testons tout d'abord si dans la direction $DirP$, les directions aux points P' et P'' sont telles que la fonction logique Fd soit vérifiée.

$$Fd = (DirP \approx DirP') \text{ AND } (DirP \approx DirP'') \text{ OR } (DirP \approx Dir\hat{P}') \text{ AND } (DirP \approx Dir\hat{P}'') \text{ OR } (DirP \approx Dir\hat{P}') \text{ AND } (DirP \approx Dir\hat{P}'')$$

Fd est vraie dans les situations i, ii et iii de la figure 4. Si Fd est fausse alors le même test est réitéré dans la direction $Dir\hat{P}$. Dans ce cas, Fd est vraie dans les situations iv, v et vi de la figure 4. Dans tous les cas excepté dans la situation i, la direction de filtrage est confirmée en déterminant la direction $DirMod$, mode de l'histogramme des directions $DirP''$ dans un voisinage carré 3×3 autour du point P , et en testant la similarité de $DirMod$ et de $DirP$ (ou $Dir\hat{P}$).

Si à la suite de ce contrôle, aucune direction de filtrage n'a pu être définie, le point traité est filtré par un masque moyenneur carré classique de taille 3×3 .

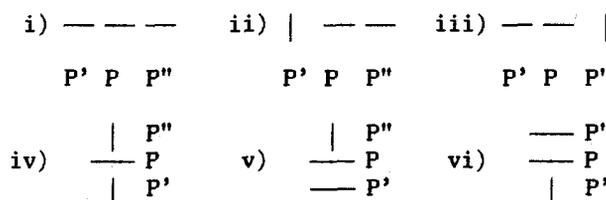


Fig. 4. — Conditions pour que la fonction logique F_d soit vraie.

2.3. IMPLÉMENTATION

La mise en œuvre du filtrage structurel ne pose pas de problèmes particuliers. Toutefois il est nécessaire d'apporter quelques précisions. En ce qui concerne la première phase du processus, les directions $DirP$ et $Dir \hat{P}$ sont en fait approximées en classes (12 au total) de direction. D'autre part, le label déterminant la longueur du masque de filtrage est fixé selon la valeur de $|C_{min}/C_{max}|$ par rapport à un seuil $S1$; toutefois $|C_{min}/C_{max}| n$ a de sens que si $|C_{max}|$ a une valeur significative, c'est-à-dire supérieure à un seuil $S2$. Dans la deuxième phase, deux directions sont dites similaires si leurs classes de direction sont adjacentes sur le cercle trigonométrique.

Masques directionnels de filtrage

— La première version de l'algorithme [19] utilise 12 masques directionnels fixés au départ. Le filtrage dans une direction donnée s'effectue alors en prenant la moyenne des points indiqués par la figure 5, le masque utilisé étant sélectionné selon la classe de la direction du filtrage. Notons que si une longueur de masque égale à 3 a été déterminée lors de la première phase, alors seuls les points inclus dans une fenêtre 3×3 sont considérés, et ainsi on ne dispose que de quatre filtres directionnels. Cette méthode présente l'inconvénient d'introduire une assez grande imprécision quant au choix des points de la surface à moyenner pouvant se traduire par un certain « blurring », en particulier lorsque l'on a traiter des structures relativement fines ou des transitions brutales dans l'image.

Le choix s'est alors porté sur la méthode d'interpolation d'Hermite [21] pour l'estimation d'une fonction entre deux points connaissant les tangentes en ces points. La figure 6b illustre le principe de l'interpolation à partir d'un cas particulier de filtrage directionnel (fig. 6a). Disposant de la direction calculée de filtrage Df , les points à moyenner dans la direction Df n'appartenant pas en général à la surface discrète $z(x, y)$ sont obtenus par interpolation d'Hermite des

plus proches voisins appartenant à cette surface (p' et p'' par exemple). Précisons que cette méthode nécessite la mémorisation lors de la première phase du filtrage des dérivées partielles premières. Ainsi, faisant appel à la direction « réelle » de filtrage et non plus à sa classe de direction, il en résulte une bien plus grande précision des résultats obtenus, notamment le long des crêtes, des vallées, et des bords de plateaux.

La structure de l'algorithme est présentée en Annexe 3.

3. Applications

3.1. PERFORMANCES DU FILTRE STRUCTUREL

La mesure de l'efficacité d'un filtre particulier n'est pas une tâche facile dans le cas des images naturelles dans la mesure où il est très difficile de définir clairement quelles composantes intrinsèques doivent être éliminées. Certains auteurs proposent de mesurer les différences entre une image initiale idéale et les images filtrées en fonction du nombre de passes de filtrage, du niveau de bruit ajouté et de la pente des transitions entre zones de niveaux de gris homogènes [4, 6]. Ces mesures étant faites sur des images artificielles, le problème est de savoir si toutes les situations ont bien été rencontrées. D'autres auteurs [5] préfèrent une analyse plus qualitative qui consiste à visualiser les résultats du filtrage par des coupes transversales des images testées.

Nous nous sommes inspirés de cette dernière idée pour dire que finalement, une visualisation tridimensionnelle de l'image testée est une bonne méthode d'appréciation de la qualité du filtrage effectué. Dans le cas du filtre structurel, cette idée est d'autant plus forte qu'il a été conçu non seulement pour éliminer le bruit mais aussi dans le but de schématiser les structures principales de l'image traitée, caractéristique difficilement mesurable puisque très subjective.

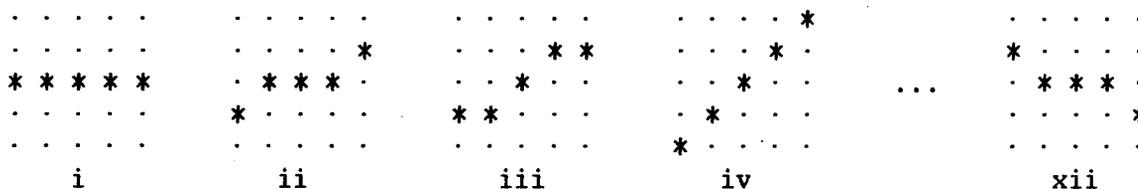


Fig. 5. — Les 12 masques directionnels.

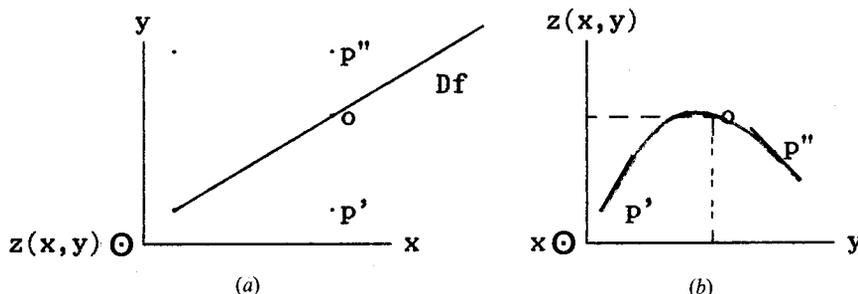
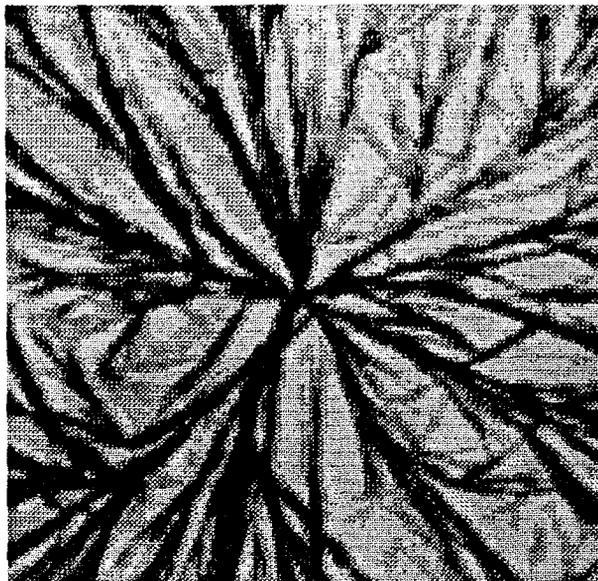
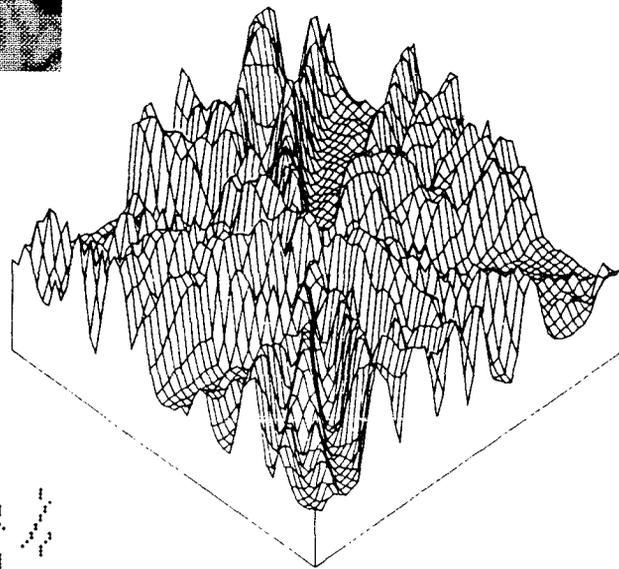


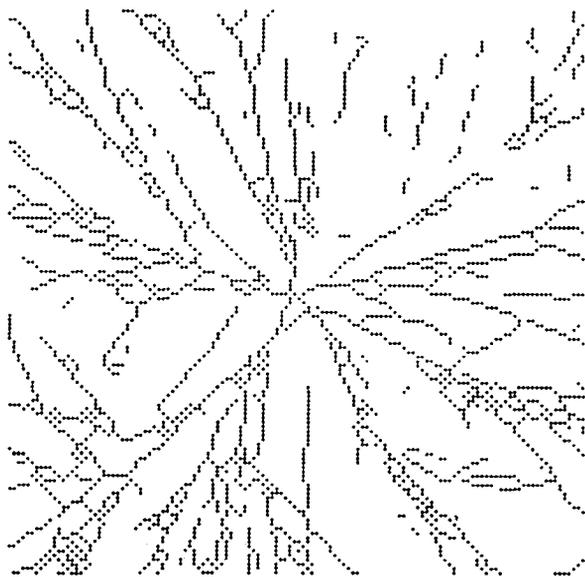
Fig. 6. — Interpolation par la méthode d'Hermite. (a) Df direction de filtrage, p' et p'' points à interpoler. (b) Interpolation au point 0 de la fonction $z(x, y)$.



(a)



(b)



(c)

Fig. 7. — Image cristalline originale.

(a) Image des niveaux de gris. (b) Représentation 3D partielle.

(c) Image du squelette de l'image (a).

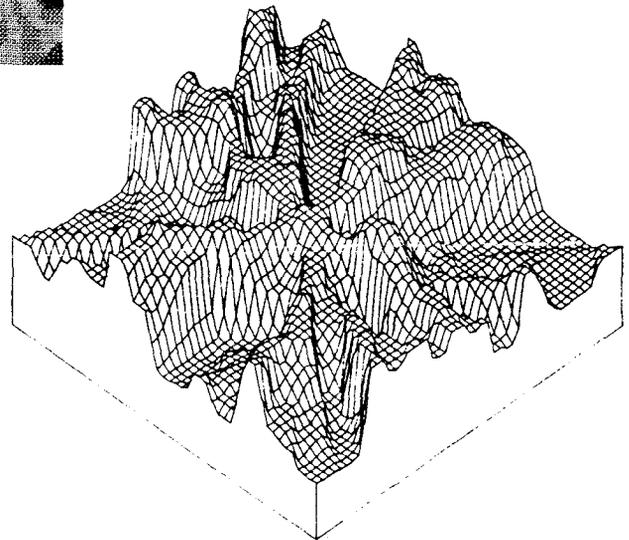
Les résultats du filtrage structurel seront donc vus à la fois à travers la représentation à niveaux de gris et la représentation tridimensionnelle des images traitées en les comparant avec ceux obtenus avec un filtrage médian. En outre, une bonne validation d'une méthode de filtrage consiste à extraire à la suite des

primitives à l'aide d'algorithmes classiques et ainsi de comparer les résultats de cette extraction suivant le filtrage effectué au préalable.

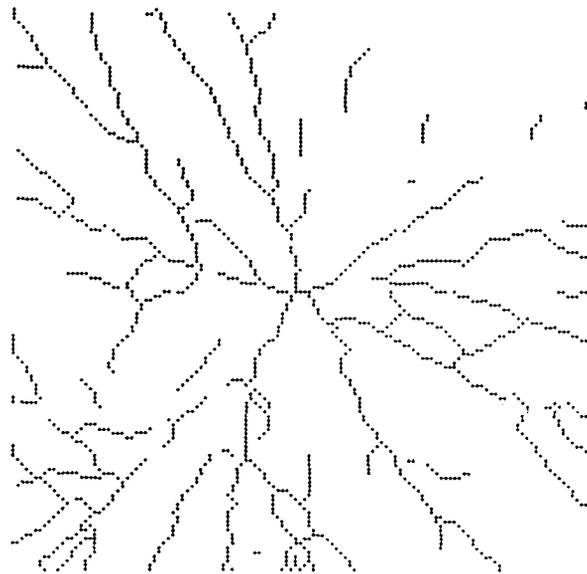
La première image traitée est l'image de la cristallisation d'un substrat biologique déposé sur du chlorure de cuivre (fig. 7a) [15]. Sa représentation tridimen-



(a)



(b)



(c)

Fig. 8. — Image cristalline filtrée par un filtre médian 3×3 (cinq passes).

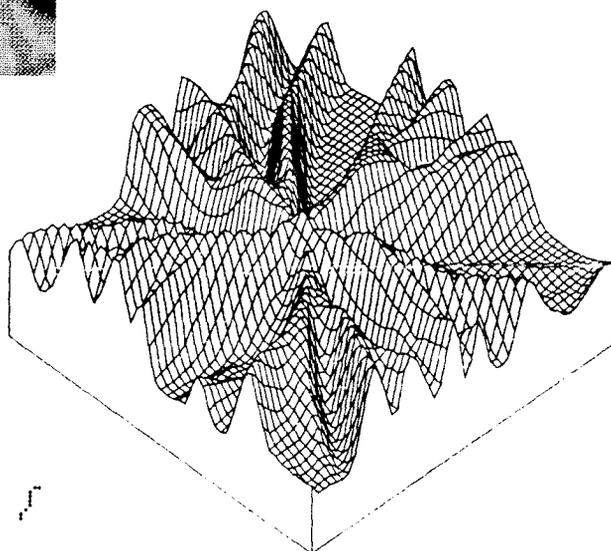
(a) Image des niveaux de gris. (b) Représentation 3D partielle. (c) Image du squelette de l'image (a).

sionnelle (fig. 7b) met en relief des structures très bruitées. L'application itérative (cinq passes) d'un filtre médian 3×3 élimine le bruit de façon très satisfaisante mais l'image obtenue (fig. 8a et 8b) est assez décevante car d'une part les crêtes sont aplaniées supprimant ainsi une des caractéristiques principales des structures de l'image, d'autre part, la structure

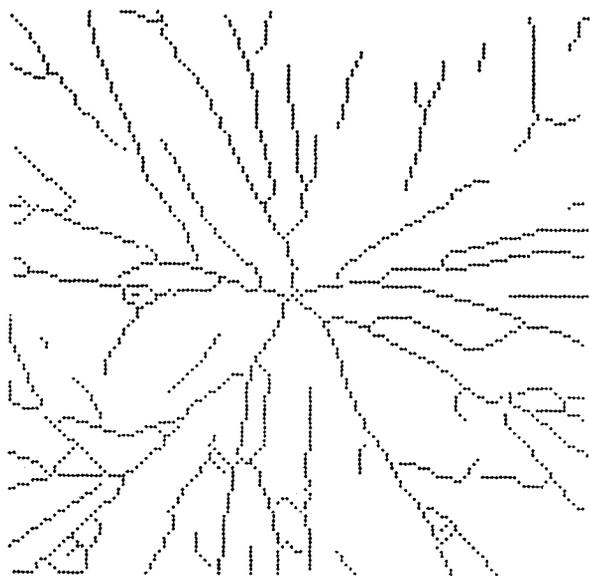
globale rayonnante est détériorée par le fait que le filtre médian génère des zones de niveaux de gris homogènes séparées par des palliers, ceci n'ayant aucun rapport avec la nature de l'image de départ. L'application itérative du filtre structurel (cinq passes) aboutit à des résultats totalement différents. D'une part, une image très lisse est obtenue (fig. 9a et 9b),



(a)



(b)



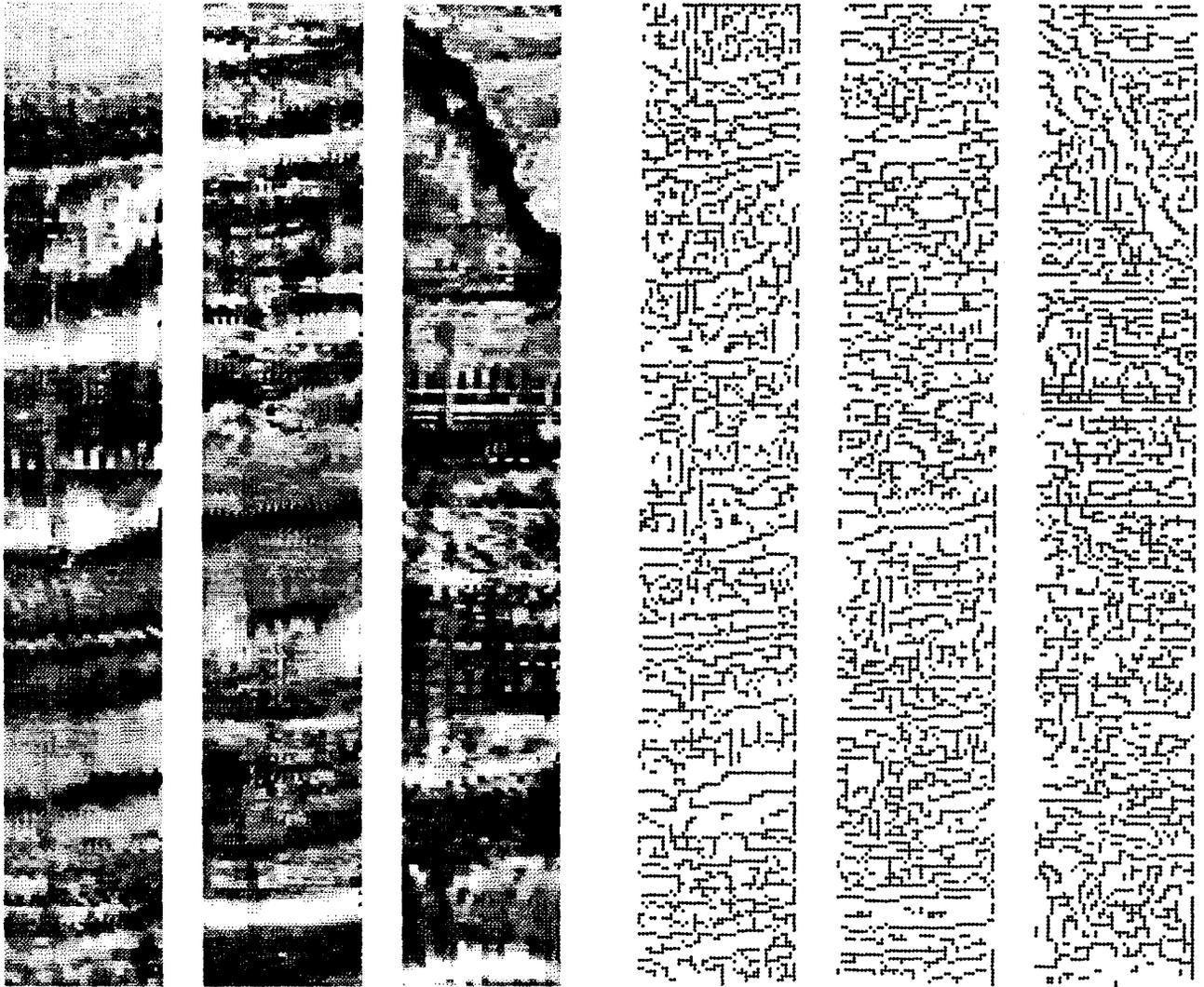
(c)

Fig. 9. — Image cristalline filtrée par le filtre structurel (cinq passes).

(a) Image des niveaux de gris. (b) Représentation 3D partielle. (c) Image du squelette de l'image (a).

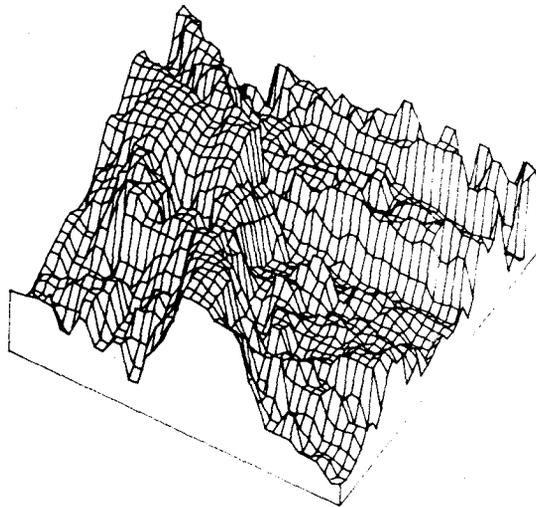
le bruit ayant été éliminé tout en n'altérant ni les contours, ni les crêtes. D'autre part, l'image a été globalement schématisée en renforçant la structure globale rayonnante, gommant les irrégularités présentes au départ.

Une bonne description d'une telle image passe par l'extraction de ses lignes de crête [13]. L'algorithme de squelettisation de Pavlidis [12] généralisé aux images grises, appliqué à l'image originale (fig. 7c) et aux images filtrées avec le filtre médian (fig. 8c) et avec



(a)

(c)



(b)

Fig. 10. — Image géologique originale.
(a) Image des niveaux de gris. (b) Représentation 3D partielle.

(c) Image du squelette de l'image (a).

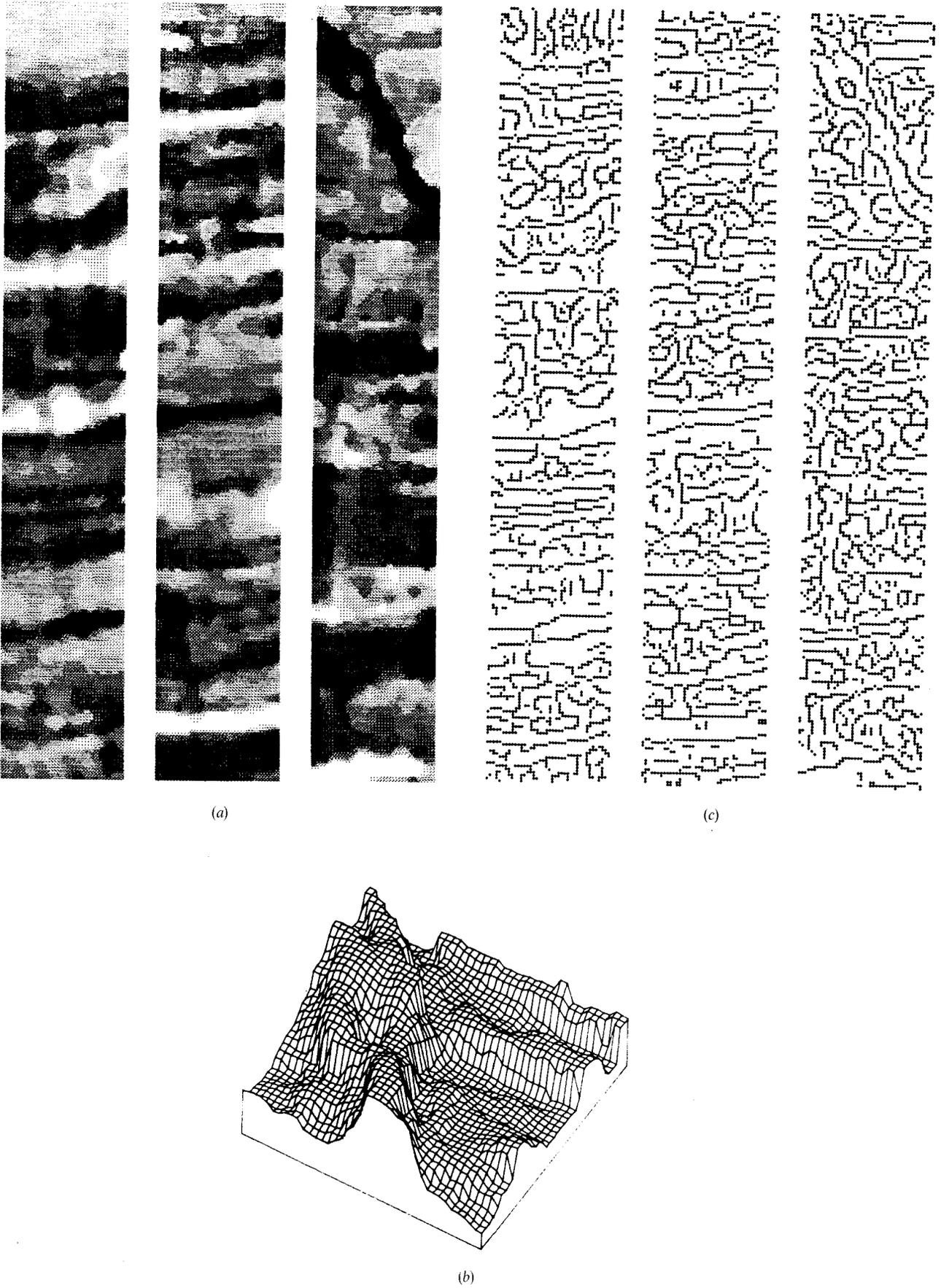


Fig. 11. — Image géologique filtrée par un filtre médian 3×3 (cinq passes).

(a) Image des niveaux de gris. (b) Représentation 3D partielle. (c) Image du squelette de l'image (a).

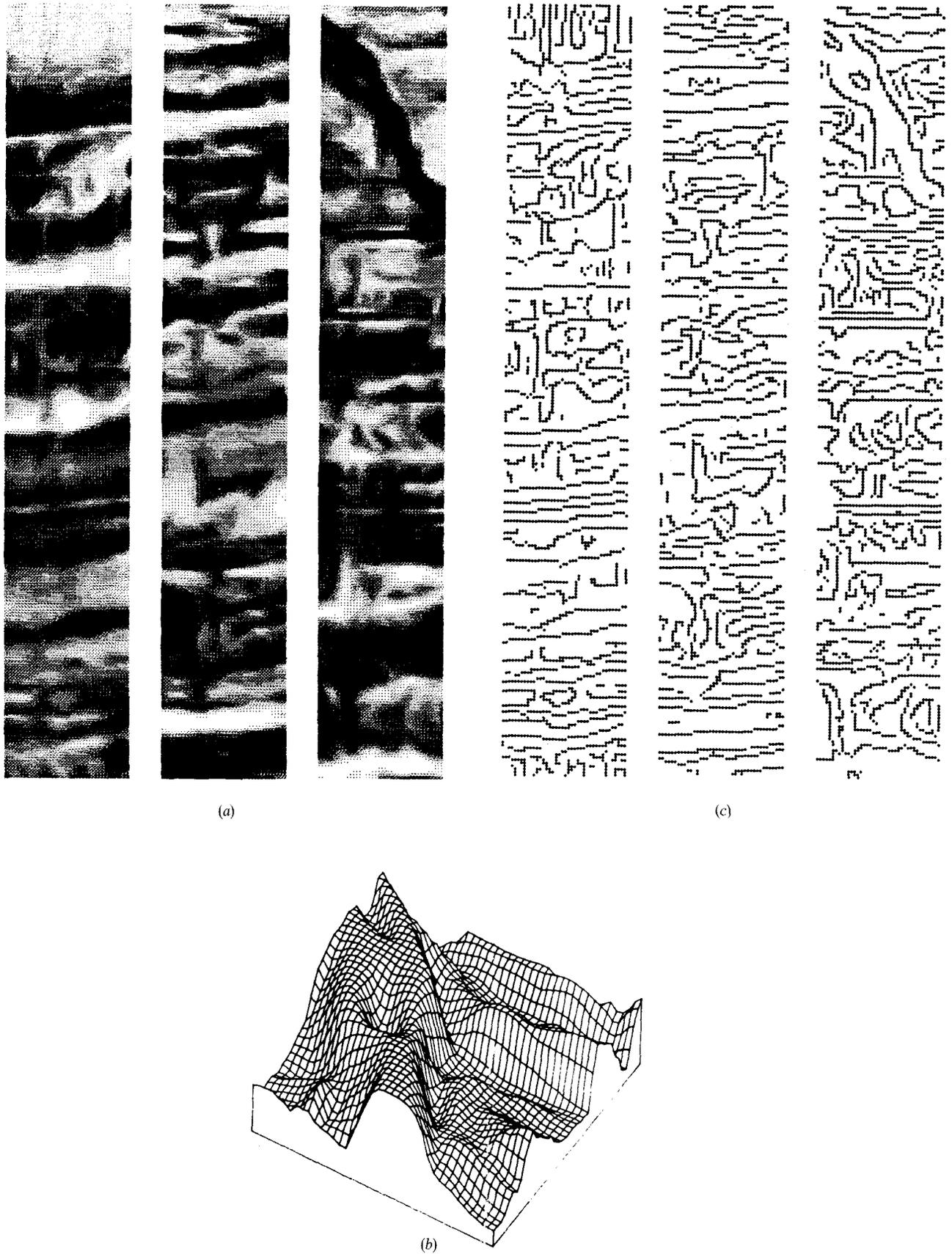


Fig. 12. — Image géologique filtrée par le filtre structurel (cinq passes).

(a) Image des niveaux de gris. (b) Représentation 3D partielle. (c) Image du squelette de l'image (a).

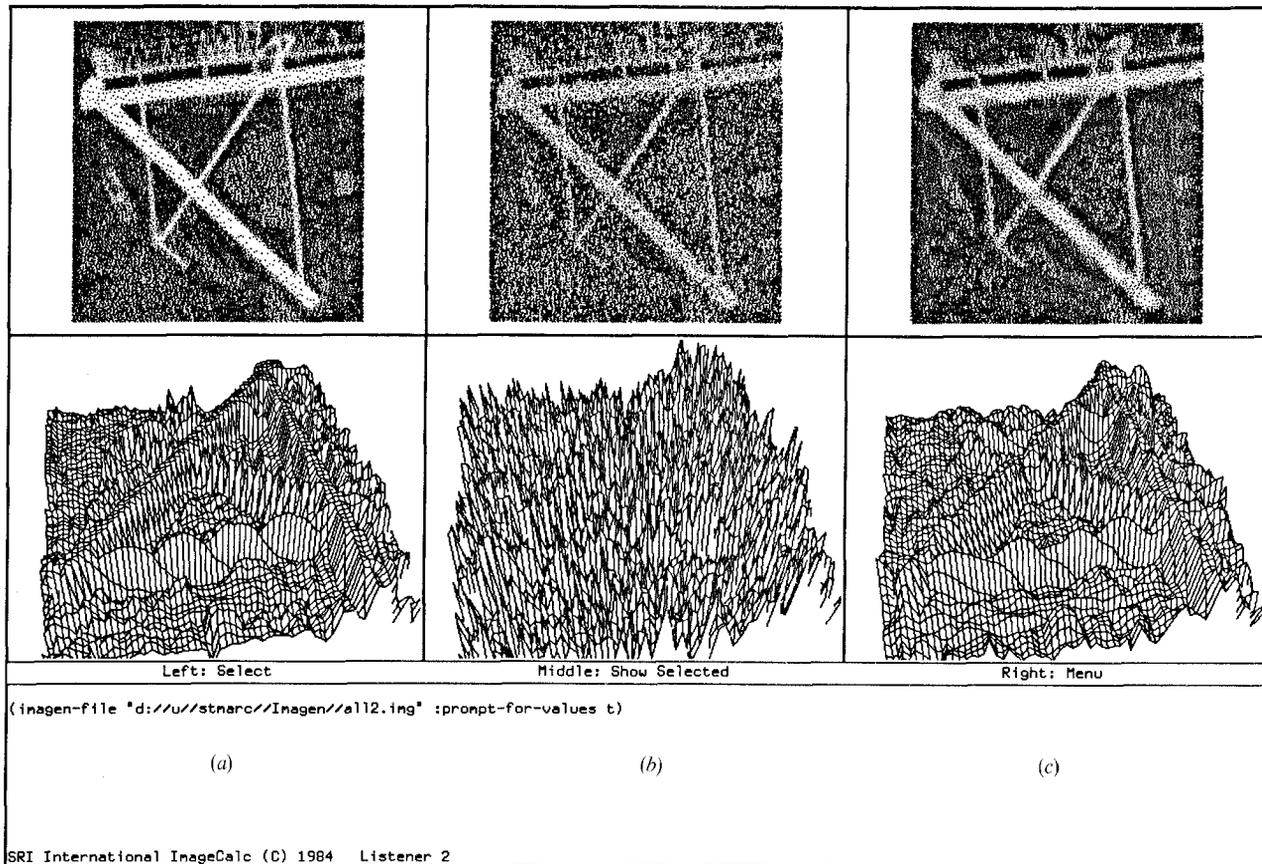


Fig. 12 bis. — Image aérienne d'un aéroport. (a) Image brute. (b) Image bruitée. (c) Image filtrée.

le filtre structural (fig. 9c), confirme les remarques faites précédemment. Le squelette de l'image de départ est très bruité. Celui de l'image filtrée par un filtre médian est rompu le long de certaines branches et contient de nombreux artefacts. Tandis que le squelette de l'image filtrée par le filtre structural est très fidèle à l'idée que l'on se fait des lignes de crête en regardant l'image de départ.

La deuxième image traitée est l'image électrique d'une portion de sous-sol le long d'un puit de forage (fig. 10a) [20]. La nature même du capteur utilisé est la cause d'un bruit non seulement « microscopique » (fig. 10b), mais aussi « macroscopique » (traînes verticales parasites) pouvant être relativement gênant d'une part dans le cadre d'une analyse visuelle de telles images, d'autre part si une détection de contour doit être effectuée par la suite. Les figures 11a et 11b montrent les résultats obtenus après application itérative (cinq passes) d'un filtre médian 3×3 . Les figures 12a et 12b montrent les résultats concernant le filtrage structural.

Une bonne caractérisation de telles images passe par une détection de contours. L'algorithme utilisé est celui consistant à prendre le maximum du gradient dans la direction de ce dernier [10], sans seuillage du gradient, en éliminant simplement les points détectés isolés. Les contours extraits par cette méthode à partir de l'image brute sont extrêmement bruités (fig. 10c). Ceux extraits à partir de l'image filtrée par un filtre médian sont déjà plus significatifs (fig. 11c) bien qu'il soit encore difficile de faire un rapprochement visuel

avec l'image grise. Les contours extraits à partir de l'image filtrée par le filtre structural (fig. 12c) sont très peu bruités et correspondent bien à l'idée que l'on s'en fait en regardant l'image grise.

La propriété de schématisation est donc intéressante non seulement dans le cadre de la restauration d'images, mais aussi lorsque des traitements postérieurs sont effectués facilitant ainsi une reconnaissance de formes automatique.

La troisième image (fig. 12 bis) est une photo aérienne d'un aéroport [25]. L'histogramme de l'image originale s'étale entre les niveaux de gris 130 et 230. Un bruit gaussien de moyenne nulle et d'écart-type 20 a ensuite été ajouté. L'image obtenue après trois passes de filtrage structural apparaît à droite sur la figure 12 bis. On constate que les structures principales de l'image sont bien restaurées et que les fortes discontinuités dans les orientations de ces structures sont bien conservées.

3. 2. CONVERGENCE ET TEMPS DE CALCUL DU FILTRAGE

L'application d'un filtre quelconque sur une image donnée et plus particulièrement d'un filtre de nature « heuristique » comme le filtre structural pose le problème du nombre de passes devant être appliquées afin d'obtenir une image de qualité suffisante compte tenu du fait que le domaine de convolution est petit par rapport à la taille de l'image. Il s'agit aussi de savoir si à partir d'un certain nombre de passes effectuées, l'image traitée est encore modifiée, c'est-à-dire,

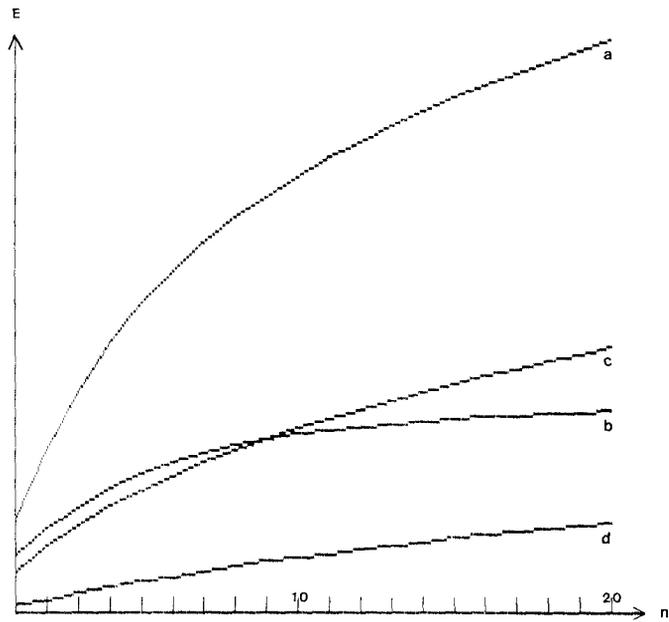


Fig. 13. — Analyse du comportement de différents filtres en fonction du nombre de passes de filtrage n . (a) Filtre moyen 3×3 . (b) Filtre median 3×3 . (c) Filtre structu-
rel. (d) Filtre quadratique.
Soient :

- Z^n l'image après la nième application du filtre,
- $Z^n(i, j)$ l'altitude au point (i, j) ,
- N le nombre de points de l'image, alors :

$$E = \frac{1}{N} \sum_i \sum_j [Z^n(i, j) - Z^0(i, j)]^2$$

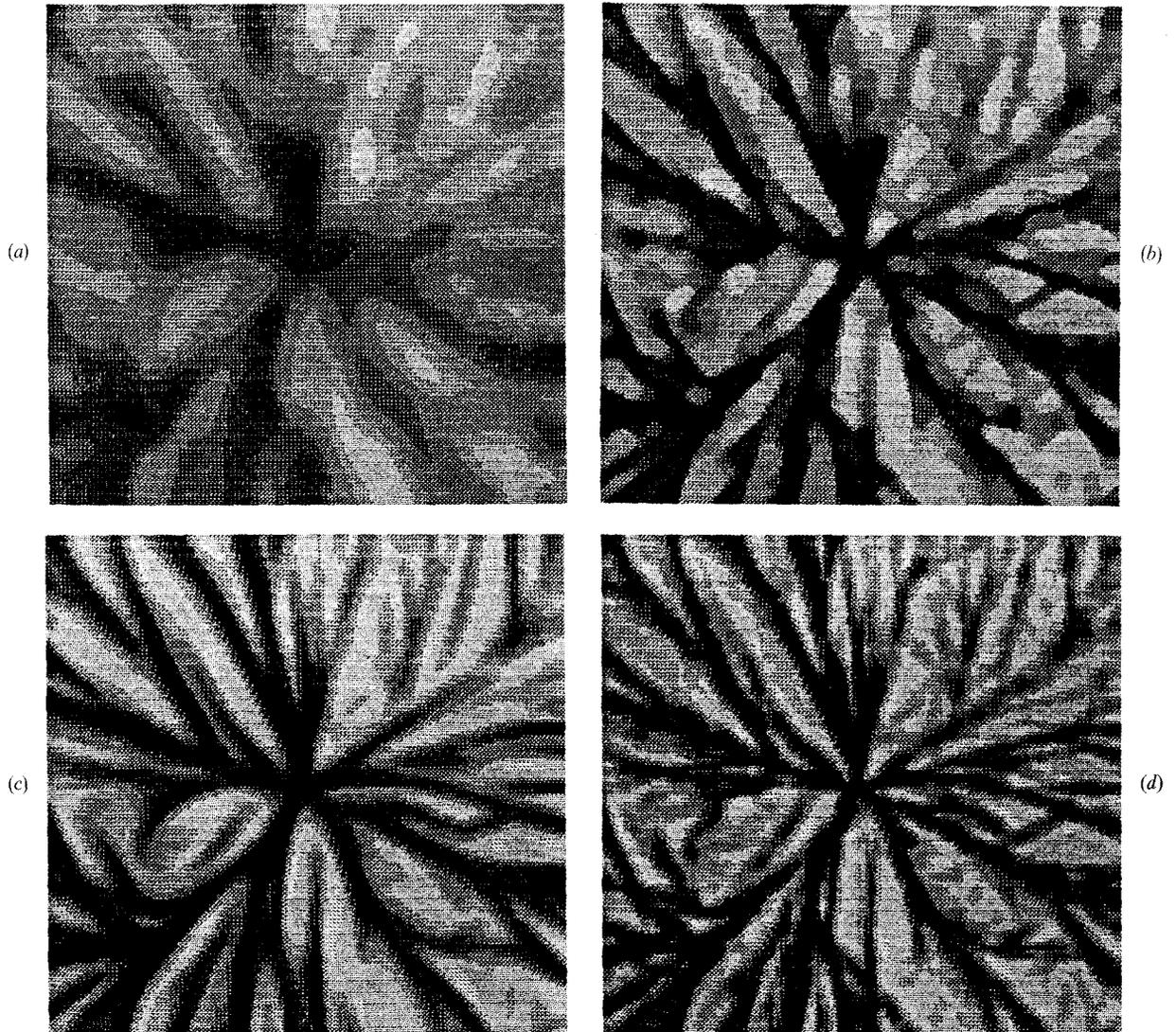


Fig. 14. — Images obtenues à l'issue de 20 passes de filtrage. (a) Filtre moyen 3×3 . (b) Filtre median 3×3 . (c) Filtre structu-

rel. (d) Filtre quadratique.

si le filtre utilisé possède une propriété de convergence. En pratique, mesurer l'écart quadratique E entre l'image obtenue à la N -ième passe et l'image originale et montrer que la courbe des E en fonction du nombre de passes tend vers une asymptote, fournit une indication assez crédible de la convergence.

Nous avons effectué ce test à partir de l'image cristalline de la figure 7a en lui appliquant de manière itérative (jusqu'à 20 passes) un filtre moyen 3×3 , un filtre médian 3×3 , le filtre structurel et enfin un filtre quadratique 3×3 (filtrage consistant à remplacer le niveau du point courant par celui du point correspondant sur la quadrique approximant localement la surface) à titre de comparaisons. Les résultats de cette expérience sont regroupés dans le graphique de la figure 13. Le filtre moyen est bien entendu très divergent au départ et va produire une image uniforme de niveaux de gris égal à la moyenne globale de l'image. Le filtre quadratique lui est convergent assez rapidement mais n'est pratiquement pas réducteur de bruit. Les filtres médian et structurel ont donc des comportements intermédiaires. Notons cependant que le filtre médian converge plus vite que le filtre structurel, ce dernier étant par nature un filtre moyennneur. La convergence d'un filtre dépend aussi de l'image sur laquelle il est appliqué. Une expérience similaire sur une structure simple comme celle de la figure 3a a montré par exemple une plus grande convergence du filtrage structurel par rapport au filtrage médian, ceci étant dû au fait que la schématisation d'une telle structure est beaucoup plus rapide que celle d'une structure complexe comme celle de la figure 7. Les résultats au bout de 20 passes des différents filtrages effectués sont indiqués sur la figure 14 afin d'illustrer que la qualité des images obtenues avec le filtre structurel décrit précédemment est toujours présente.

Ordre de grandeur des temps de calcul

Nous avons noté dans le cas du filtrage de l'image partielle de la figure 7b (64×64 pixels sur 256 niveaux de gris) les temps de calcul suivants, les algorithmes ayant été écrits en Modula II sur le calculateur IBM PC AT3 muni du coprocesseur 80287 :

Filtre moyen : ≈ 10 s.

Filtre médian : ≈ 15 s.

Filtre structurel : ≈ 75 s.

Filtre quadratique : ≈ 25 s.

Ces résultats montrent que les temps de calcul du filtrage structurel sont plus élevés (en grande partie à cause des calculs relatifs aux courbures). Cela justifierait le développement de cartes spécialisées de calcul rapide des courbures.

4. Conclusion

Un nouveau filtre, appelé filtre structurel, a été proposé. Il utilise une représentation 3D des images à niveaux de gris et leur description à partir des courbures principales de la surface ainsi définie. Il a été montré qu'à travers une analyse locale simple de l'image, il est possible d'éliminer le bruit, de préserver les transitions et les crêtes et de schématiser les struc-

tures principales présentes dans l'image traitée, cette dernière aptitude n'ayant jamais été obtenue auparavant avec des filtres classiques. De plus, ce filtrage est assez convergent bien qu'étant de type moyennneur, pour qu'une image relativement stable puisse être obtenue au bout d'un nombre réduit de passes. Ceci provient du fait que le filtrage s'effectue en tenant compte de la topographie locale de l'image qui est rapidement extraite du bruit. Les résultats expérimentaux prouvent la puissance de ce nouveau filtre qui peut être utilisé non seulement dans le cadre de la restauration d'images mais aussi chaque fois qu'un traitement postérieur tel qu'une extraction de primitives doit être effectué. Enfin, ce filtre considérant une image grise comme une surface $z=f(x, y)$ peut être étendu à la restauration d'images obtenues à partir de capteurs 3D (Range Data).

Manuscrit reçu le 7 octobre 1986.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. ROSENFELD et A. C. KAK, *Digital Picture Processing*, Acad. Press. NY, 1976.
- [2] A. LEV, S. W. ZUCKER et A. ROSENFELD, Iterative Enhancement of Noisy Images, *IEEE Trans. Syst. Man & Cybern.*, SMC-7, 1977, p. 435-441.
- [3] L. S. DAVIS et A. ROSENFELD, Noise Cleaning by Iterated Local Averaging, *IEEE Trans. Syst. Man & Cybern.*, SMC-8, 1978, p. 705-710.
- [4] D. C. C. WANG, A. H. VAGNUCCI et C. C. LI, Gradient Inverse Smoothing Scheme and the Evaluation of its Performance. *Computer Graphics & Image Processing*, 15, 1981, p. 167-181.
- [5] G. A. MASTIN, Adaptive Filters for Digital Image Noise Smoothing: an Evaluation, *Computer Vision, Graphics & Image Processing*, 31, 1985, p. 103-121.
- [6] R. T. CHIN et C. L. YEH, Quantitative Evaluation of Some Edge Preserving Noise Smoothing Techniques, *Comp. Vision, Graph. & Image Proc.*, 23, 1983, p. 67-91.
- [7] J. S. LEE, Refined Filtering of Image Noise using Local Statistics, *Computer Graphics & Image Processing*, 15, 1981, p. 380-389.
- [8] W. K. PRATT, *Digital Image Processing*, Wiley, New York, 1978.
- [9] D. H. BALLARD et C. M. BROWN, *Computer Vision*, Prentice Hall, Englewoods Cliffs NJ, 1982.
- [10] R. M. HARALICK, Digital Step Edges from Zero Crossing of Second Directional Derivatives, *IEEE Trans. PAMI*, 6, n° 1, 1984, p. 58-68.
- [11] A. HUERTAS et G. MEDIONI, Edges Detection with Subpixel Precision, *Proc. of IEEE-CVPR*, San-Francisco, June 1985, p. 633-636.
- [12] C. J. HILDITCH, Comparison of Thinning Algorithms on a Parallel Processor, *Image et Vision Computing*, 1, n° 3, 1983, p. 115-132.
- [13] M. RICHTIN, P. SAINT-MARC et J. T. LAPRESTÉ, Describing Greylevel Textures through Curvature Primal Sketching, *Proc. of IEEE-ICASSP*, Tokyo, April 1986, p. 1433-1436.
- [14] M. BRADY, J. PONCE, A. YUILLE et H. ASADA, Describing Surfaces, *Proc. of second Int. Symp. Rob. Res.*, H. HANAFUSA et H. INONE éd., MIT Press, Cambridge, 1985, p. 5-16.

[15] M. ENGQUIST, *Gestalkräfte des lebendigen*, Vittorio Klostermann, 1970, Frankfurt am Main.

[16] T. J. FAN, G. MEDIONI et R. NEVATIA, Description of Surfaces from Range Data using Curvature Properties, *Proc. of IEEE-CVPR*, Miami, June 1986, p. 86-91.

[17] R. BESL et R. JAIN, Intrinsic and Extrinsic Surfaces Characteristics, *Proc. of CVPR*, San-Francisco, 1985, p. 226-233.

[18] R. M. HARALICK, L. T. WATSON et T. J. LAFFEY, Topographic Primal Sketch, *Int. Symp. Rob. Res.*, 2, n° 3, 1983, p. 50-72.

[19] P. SAINT-MARC et M. RICHTIN, Structural Filtering from Curvature Information, *Proc. of IEEE-CVPR*, Miami, June 1986, p. 338-343.

[20] M. HOSPITAL et M. RICHTIN, Characterization of Some Drilled Pit Images from Contour and Ridge Points Detection, *Proc. of IEEE-CVPR*, Miami, June 1986, p. 54-59.

[21] B. A. BARSKY, A Description and Evaluation of Various 3D Models, *IEEE CG & A*, January 1984, p. 38-52.

[22] A. IKONOMOPOULOS et M. KUNT, Directional Filtering, Zero-Crossing Edge Detection and Image Coding, *EUROSIPCO* 1983, p. 203-206.

[23] M. E. MORTENSON, *Geometric Modeling*, Wiley, New York, 1985.

[24] J. CANNY, A Computational Approach to Edge Detection, *IEEE Trans. PAMI-8*, nov. 1986, p. 679-698.

[25] R. NEVATIA, *Machine Perception*, Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, 1982.

Annexe 1

Calcul des courbures principales en un point d'une surface régulière

Soit S une nappe cartésienne repérée par le trièdre orthonormé (i, j, k). Soit P un point de S; si S est régulière, il passe par P un et un seul plan tangent π engendré par les vecteurs δP/δx et δP/δy tels que δP/δx=(1, 0, p) et δP/δy=(0, 1, q). Soit (I, J, K) le repère non orthonormé du plan tangent au point P tel que I=δP/δx; J=δP/δy et K=I ∧ J=(-p, -q, 1), et soient les vecteurs δ²P/δx²=(0, 0, r); δ²P/δxδy=(0, 0, s); δ²P/δy²=(0, 0, t); on associe au point P les deux formes quadratiques fondamentales relatives au repère (I, J, K) définies par les équations :

- (1) P(X, Y)=(1+p²)X²+2pq.X.Y+(1+q²).Y²
- (2) Q(X, Y)=r.X²+2s.X.Y+t.Y²

La forme quadratique (1) représente la distance euclidienne dans le plan tangent alors que la forme quadratique (2) représente l'approximation de l'élément de surface dS² au voisinage de P. La recherche des courbures principales au point P revient à optimiser la fonction :

$$L(X, Y) = C' \cdot P(X, Y) + Q(X, Y)$$

où C=C'/√(1+p²+q²) est une courbure principale.

Une condition nécessaire d'optimisation est :

$$(3) \begin{cases} C' \cdot \delta(P(X, Y))/\delta X + \delta(Q(X, Y))/\delta X = 0 \\ C' \cdot \delta(P(X, Y))/\delta Y + \delta(Q(X, Y))/\delta Y = 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} ((1+p^2) \cdot C' + r) \cdot X + (pq \cdot C' + s) \cdot Y = 0 \\ (p \cdot q \cdot C' + s) \cdot X + ((1+q^2) \cdot C' + t) \cdot Y = 0. \end{cases}$$

Les solutions du système (3) sont non triviales si le déterminant est nul ce qui nous conduit à l'équation aux courbures principales :

$$\rightarrow (1+p^2+q^2) \cdot C'^2 + (r(1+q^2)+t(1+p^2)-2spq) \cdot C' + rt-s^2 = 0.$$

Les directions associées sont facilement déductibles du système (3) en exprimant le rapport Y/X en fonction de C', le vecteur associé à la courbure principale C est défini dans le repère (i, j, k) par :

$$Vc = (1, Y/X, p+q \cdot Y/X).$$

La projection horizontale de la direction de courbure principale associée à C est directement donnée par :

$$\rightarrow D = (s+C'pq, -(C'(1+p^2)+r)).$$

Annexe 2

Approximation polynômiale d'une fonction sur Z^n

Soient un vecteur X de Z^n et une fonction F(X) à valeurs dans R. On cherche à estimer F(X) dans un domaine D ⊂ Z^n sous la forme :

$$F(X) = \sum_{i=0}^l A_i \cdot P_i(X),$$

où les P_i(X) sont des polynômes orthogonaux dans le domaine D.

Une approximation de F(X) au sens des moindres carrés dans D, consiste à calculer les coefficients A_i qui minimisent le critère E tel que :

$$E = \sum_{X \in D} \left[F(X) - \sum_{i=0}^l A_i \cdot P_i(X) \right]^2$$

Les conditions nécessaires d'extrémalité de E, δE/δA_i=0, V_i=0, ..., l conduisent à une détermination séparée des coefficients A_i, du fait de l'orthogonalité des polynômes P_i(X) dans le domaine D.

$$A_i = \frac{\sum_{X \in D} F(X) \cdot P_i(X)}{\sum_{X \in D} P_i^2(X)}$$

Polynômes orthogonaux de Tchebychev

(i) X = x ∈ Z.

Dans ce cas, ces polynômes, notés $p_i(x)$, sont de la forme :

$$p_i(x) = \sum_{k=0}^i \alpha_k \cdot x^k, \quad \text{avec } \alpha_i = 1.$$

Les valeurs des coefficients α_k ($k=0, \dots, i-1$) dépendent du domaine D d'approximation. Les polynômes $p_i(x)$ sont déterminés de façon récursive en exprimant qu'à l'étape n , le polynôme $p_n(x)$ est orthogonal aux n polynômes précédents. Les coefficients de $p_n(x)$ sont déterminés par résolution d'un système linéaire.

Exemple : On suppose que D est symétrique par rapport à $x=0$, i.e. si $x \in D$ alors $-x \in D$.

$$\begin{aligned} p_0(x) &= 1 \\ p_1(x) &= x + \alpha; \\ \sum_{x \in D} p_0(x) \cdot p_1(x) &= 0 \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow p_1(x) = x \\ p_2(x) &= x^2 + \alpha_1 \cdot x + \alpha_0; \\ \sum_{x \in D} p_0(x) \cdot p_2(x) &= 0 \\ \sum_{x \in D} p_1(x) \cdot p_2(x) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = -\mu_2/\mu_0 \text{ avec } \mu_n = \sum_{x \in D} x^n \end{cases} \end{aligned}$$

(ii) $X = (x, y) \in Z^2$.

On construit une suite de polynômes $P_i(X)$, orthogonaux dans un domaine $D = D_x \times D_y$ en combinant les polynômes $p_j(x)$ et $p_k(y)$ de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P_0(X) &= p_0(x) \cdot p_0(y) \\ P_1(X) &= p_1(x) \cdot p_0(y) \\ P_2(X) &= p_1(x) \cdot p_1(y) \\ P_3(X) &= p_1(x) \cdot p_1(y), \dots \end{aligned}$$

On démontre aisément que ces polynômes sont orthogonaux dans D .

Annexe 3

Structure générale de l'algorithme

(* Phase 1 *)

```
FOR all the points P DO BEGIN
  ComputeCurvatureDirections;
  IF (!Cmin/Cmax! < T1) AND (!Cmax! > T2) THEN
    Label[P] := 5;
  ELSE
    Label[P] := 3;
  END;
END;
```

(* Phase 2 *)

```
FOR all the points P DO BEGIN
  Directional := FALSE;
  NearestNeighbors(P,DirP, P',DirP', P'',DirP'');
  Flag1 := Similar(DirP, DirP');
  Flag2 := Similar(DirP, DirP'');
  IF (Flag1 AND Flag2) THEN
    Directional := TRUE;
  ELSEIF (Flag1 AND Similar(DirP, Dir^P)) OR
    (Flag2 AND Similar(DirP, Dir^P')) THEN
    Directional := TRUE;
  IF Directional AND NOT Similar(DirP, DirMod) THEN
    Directional := FALSE;
  END;
END;
IF Directional THEN
  DirectionalMeanFilter(DirP, Label[P]);
ELSE
  NearestNeighbors(P,Dir^P, P',DirP', P'',DirP'');
  Flag1 := Similar(Dir^P, DirP');
  Flag2 := Similar(Dir^P, DirP'');
  IF (Flag1 AND Flag2) OR
    (Flag1 AND Similar(Dir^P, Dir^P)) OR
    (Flag2 AND Similar(Dir^P, Dir^P')) THEN
    IF Similar(Dir^P, DirMod) THEN
      DirectionalMeanFilter(Dir^P, Label[P]);
    ELSE
      SquareMeanFilter;
    END;
  END;
END;
END;
```