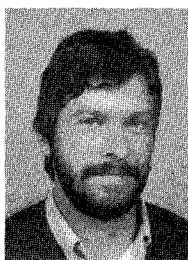


# Utilisation de la transformation de Radon en sismique

Utilization of the Radon transform in applied seismology



## Michel DIETRICH

Laboratoire de Géophysique Marine, GIS « Océanologie et Géodynamique », Université de Bretagne Occidentale, 6, avenue Le Gorgeu, 29287 BREST CEDEX.

Michel Dietrich, Docteur-Ingénieur en Géophysique, est Chargé de Recherche au CNRS au sein du GIS « Océanologie et Géodynamique » de Brest. Ses activités de recherche concernent l'étude de la propagation des ondes sismiques, le traitement et l'interprétation de données sismiques acquises en mer.

## Georges PASCAL

Laboratoire de Géophysique Marine, GIS « Océanologie et Géodynamique », Université de Bretagne Occidentale, 6, avenue Le Gorgeu, 29287 BREST CEDEX.

Georges Pascal est Professeur de Géophysique à l'Université de Bretagne Occidentale et responsable du Laboratoire de Géophysique Marine de Brest.

## RÉSUMÉ

La transformation de Radon (TR) ou transformation  $\tau-p$  apparaît particulièrement intéressante pour l'inversion, le filtrage et la modélisation des profils sismiques où elle représente respectivement une étape initiale, intermédiaire ou finale dans le traitement des signaux. L'intérêt essentiel de la TR appliquée à la sismique réside dans la signification physique de cette transformation intégrale qui conduit à une décomposition en ondes planes du champ d'ondes observées. La représentation des signaux sismiques dans le nouveau système de coordonnées  $(\tau-p)$  est à la fois plus concise et plus facile à analyser, et présente des avantages théoriques importants dans le cas de milieux à stratification plane et horizontale. Avec cette hypothèse, les réflexions grand angle et les arrivées réfractées peuvent être utilisées conjointement dans un même processus d'inversion pour la détermination des vitesses de propagation des ondes dans les milieux étudiés. La réversibilité de la TR permet le filtrage de certains événements bien caractérisés dans le domaine  $(\tau-p)$ , mais aussi le calcul de sismogrammes synthétiques à partir de la réponse sismique théorique obtenue dans le plan  $(\tau-p)$ . L'utilisation de la TR constitue aujourd'hui une étape importante, sinon essentielle, dans le traitement et l'inversion des profils de sismique réfraction et réflexion grand angle de bonne qualité.

Cet article présente brièvement les aspects pratiques de la transformation  $\tau-p$  d'une section sismique, ainsi que quelques méthodes d'interprétation des profils basés sur l'inversion, le filtrage ou la modélisation dans le domaine  $(\tau-p)$ .

## MOTS CLÉS

Traitement sismique, décomposition en ondes planes, inversion en vitesse, modélisation.

## SUMMARY

The Radon transform (RT) or  $\tau$ - $p$  transform is a useful tool for the inversion, the filtering and the modeling of seismic profiles where it respectively represents a first, intermediate or last step in the signal processing. When applied to seismic signals, the main interest of the RT lies in the physical meaning of this integral transform which yields a plane wave decomposition of the observed wavefield. In the resulting  $\tau$ - $p$  coordinates, the seismic data are displayed in a compact form which facilitates their analysis. In addition,  $\tau$ - $p$  mapping offers important theoretical advantages in the case of horizontally stratified media. Wide angle reflections and refracted arrivals can then be inverted together to derive the velocity-depth function. Reversibility of the RT enables filtering of well defined events in the  $\tau$ - $p$  domain, but also allows computation of synthetic seismograms from the theoretical seismic response obtained in the  $\tau$ - $p$  plane. Utilization of the RT has become today an important, if not essential, step in the processing and inversion of good quality, large aperture, seismic data.

This paper outlines the practical aspects of the  $\tau$ - $p$  transform of a seismic section as well as some methods of interpretation which rely on inversion, filtering or modeling in the  $\tau$ - $p$  domain.

## KEY WORDS

Seismic processing, plane wave decomposition, velocity inversion, modeling.

## Introduction

L'utilisation de transformations mathématiques s'est imposée dans de nombreux domaines du traitement et de l'interprétation des signaux sismiques. Il s'agit le plus souvent de présenter, à la faveur d'un changement de variables, l'information sismique sous une forme plus simple et plus facile à exploiter dans des processus de filtrage ou d'inversion. De ce point de vue, la paramétrisation d'une section sismique représentée en fonction du départ horizontal  $x$  et du temps double  $t$ , suivant la pente instantanée  $p = dt/dx$  et le temps d'intercept  $\tau = t - px$ , est particulièrement intéressante [1, 2]. Elle est étroitement reliée à une TR [3], et représente une transformation linéaire de la section initiale qui conserve l'amplitude, la phase et la forme des ondes. Elle permet de mieux mettre en valeur les signaux cohérents par une sommation de l'amplitude des signaux le long de droites définies par les paramètres  $\tau$  et  $p$ , mais elle possède surtout la propriété importante de réduire un front d'onde complexe à un ensemble d'ondes planes. Sous cette forme, la plupart des techniques de traitement qui ont été développées pour des ondes planes (déconvolution, filtrage, migration ou inversion) sont applicables dans le domaine  $\tau$ - $p$  [4, 5].

Dans la première partie de cet exposé, on présente la formulation de la TR en sismique, avec quelques propriétés remarquables, ainsi que les conditions d'application de cette transformation à des données réelles. La deuxième partie est consacrée plus particulièrement aux techniques de traitement et d'interprétation dans le domaine  $\tau$ - $p$ , telles que la modélisation, le filtrage ou l'inversion.

## I. Transformée de Radon d'une section sismique

De très nombreuses publications ont été consacrées à l'utilisation de la TR en sismique depuis quelques années. Citons en particulier les articles de Phinney

et al. [6], Stoffa et al. [7], et Diebold et Stoffa [8] qui présentent les différents aspects de la TR qui vont être abordés dans les paragraphes suivants.

### 1. FORMULATION ET PROPRIÉTÉS DE LA TR POUR DES MILIEUX STRATIFIÉS A DEUX DIMENSIONS

Dans la théorie des rais, comme dans celle des champs d'ondes, la propagation des ondes dans un milieu à stratification plane et horizontale peut être caractérisée par le paramètre  $p$  (paramètre de rai ou lenteur horizontale), tel que :

$$(1) \quad p = \frac{\sin i(z)}{V(z)}$$

Dans cette expression,  $V(z)$  et  $i(z)$  désignent respectivement les valeurs, à la profondeur  $z$ , de la vitesse de propagation et de l'angle d'incidence, mesuré par rapport à la verticale, d'une onde plane progressive. Le paramètre de rai  $p$  est également interprété comme étant l'inverse de la vitesse apparente de propagation d'une onde plane le long d'une surface horizontale.

La fonction  $\tau(p)$  associée à une arrivée d'énergie sismique observée à la distance horizontale  $x$  de la source et au temps  $t(x)$  est définie par :

$$(2) \quad \tau(p) = t(x) - px \quad \text{avec} \quad p = \frac{dt}{dx}$$

Cette équation est celle de la tangente de pente  $p$  et d'ordonnée à l'origine  $\tau$  au point  $(x, t)$ . La paramétrisation en  $\tau$  et  $p$  qui est utilisée en sismique diffère de celle qui est adoptée par la TR dans d'autres techniques tomographiques, où une droite est généralement définie par son équation polaire.

Inversement :

$$(3) \quad t(x) = \tau(p) + px \quad \text{avec} \quad x = -\frac{d\tau}{dp}$$

L'équation (3) peut être interprétée comme la décomposition du temps de propagation  $t(x)$  suivant une composante horizontale (terme  $px$ ) et une composante verticale [terme  $\tau(p)$ ] [8].

Si l'ensemble de la section sismique est représenté par la fonction  $u(t, x)$ , la TR de la section est définie par l'intégrale

$$(4) \quad \tilde{u}(\tau, p) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau + px, x) dx.$$

Cette dernière relation correspond à une sommation de l'amplitude des signaux le long de la droite définie par les paramètres  $\tau$  et  $p$  (fig. 1). On en déduit que les arrivées linéaires sur la section  $u(t, x)$  (onde directe et ondes coniques) se transforment en un point. On montre également que la TR d'une hyperbole de réflexion d'une onde sonore associée à un réflecteur plan est une portion d'ellipse dont l'équation s'écrit

$$(5) \quad \tau(p) = 2h \left( \frac{1}{v^2} - p^2 \right)^{1/2}$$

où  $h$  représente l'épaisseur de la couche homogène surmontant le réflecteur, et  $v$  est la vitesse de propagation des ondes longitudinales dans cette couche. Les demi-axes de cette ellipse correspondent, suivant l'axe  $p$ , à la « lenteur »  $p_0 = 1/v$  de la couche, et suivant l'axe  $\tau$ , au temps double de propagation  $\tau(0) = 2h/v$  pour une onde plane se propageant en incidence normale.

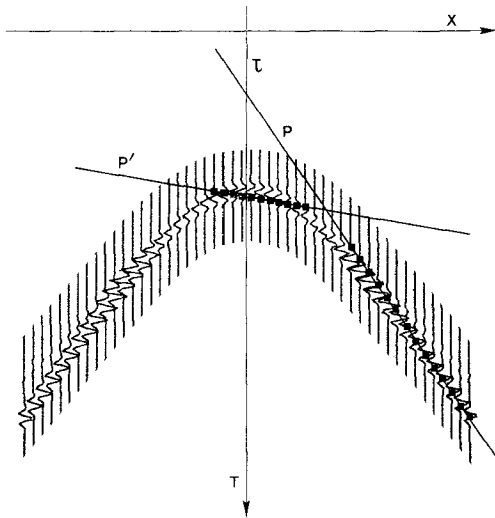


Fig. 1. — Définitions de  $\tau$  et de  $p$ .

Ces deux quantités permettent de déterminer la vitesse  $v = 1/p_0$  et l'épaisseur  $h = \tau(0)/2p_0$ .

Pour un empilement de couches planes et homogènes, la réponse  $t(x)$  pour les réflexion primaires est un ensemble de courbes de forme hyperbolique, mais ces courbes sont en réalité représentées par des équations compliquées. Par contre, la réponse  $\tau(p)$  est simplement une superposition d'ellipses définies par l'équation (5). La figure 2 illustre cette propriété pour trois réflecteurs. Les deux représentations  $t(x)$  et  $\tau(p)$  contiennent la même information cinématique, mais il apparaît clairement que le diagramme  $\tau(p)$ , qui est constitué de courbes fermées à concavité dirigée vers le haut ( $\tau$  décroissants), présente l'information sous une forme plus compacte que le diagramme  $t(x)$  où les différents événements sont largement distribués sur l'ensemble du domaine.

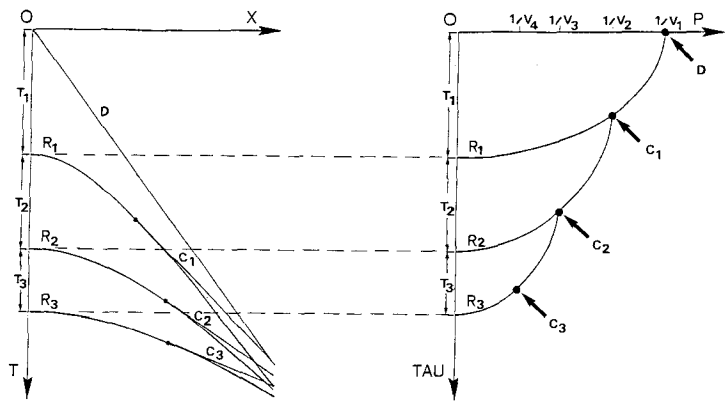


Fig. 2. — Représentations géométriques des arrivées sismiques dans les domaines  $t-x$  et  $\tau-p$  pour un modèle à quatre couches, de vitesses  $V_1$  à  $V_4$ .  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  sont les temps doubles de propagation à incidence normale dans les couches 1, 2 et 3. Les réflexions  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  correspondent à des portions d'ellipses dans le domaine  $\tau-p$ . Les ondes coniques  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ , réfractées le long des interfaces, et l'arrivée directe  $D$ , se transforment en un point. (D'après Diebold et Stoffa [8]).

Les arrivées principales d'énergie, dans le plan  $\tau-p$  sont représentées en trait épais sur la figure 2 et se répartissent suivant une courbe monotone décroissante. Cette propriété reste valable pour des milieux plus complexes et est utilisée dans les méthodes d'inversion en vitesse des profils sismiques. La figure 3 présente, pour plusieurs modèles de vitesse, les premières arrivées de la section  $t-x$  ainsi que les courbes  $\tau(p)$  qui leur sont associées. On constate sur cet exemple que la détection et l'interprétation de la courbe  $\tau(p)$  seront plus simples que celles de la courbe  $t(x)$  qui présente des points de rebroussement.

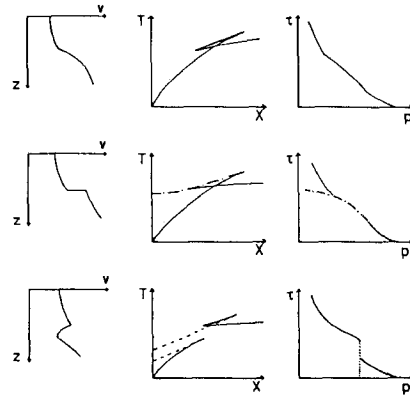


Fig. 3. — Hodochrones  $t(x)$  et courbes  $\tau(p)$  pour trois modèles de vitesse  $v(z)$  présentant des gradients et des sauts de vitesse. D'après Kennett [25]).

## 2. ÉVALUATION DE LA TR A PARTIR D'ENREGISTREMENTS SISMQUES RÉELS

Les dispositifs sismiques mis en œuvre dans les campagnes de sismique réflexion et réfraction comportent classiquement un ensemble linéaire de capteurs régulièrement espacés à la surface du sol (ou faiblement immergés dans le cas de la sismique marine) ainsi qu'une source sismique ponctuelle située sensiblement à la même profondeur que les capteurs. Le caractère ponctuel de la source sismique, l'espacement des récepteurs et la longueur du dispositif d'écoute sont

susceptibles d'introduire quelques artéfacts dans l'évaluation de la TR. Ces trois aspects sont examinés tour à tour.

La transformation définie par l'équation (4) ne s'applique qu'aux géométries purement bidimensionnelles. Lorsque l'excitation du milieu stratifié est obtenue par une source ponctuelle, l'équation (4) ne représente qu'une approximation, du point de vue de l'amplitude des ondes, de la transformation qu'il faudrait effectivement utiliser pour aboutir à une véritable décomposition en ondes planes et compenser de manière adéquate l'expansion géométrique des fronts d'ondes émis par la source sismique. La correction à apporter pour une source ponctuelle a été présentée par plusieurs auteurs [9, 10]. Dans la formulation développée par Chapman [9], cette correction s'introduit par une opération de convolution à l'intérieur de l'intégrale de sommation, qu'il est préférable d'effectuer dans le domaine des fréquences temporelles. L'expression de la « transformée de Radon généralisée » est alors :

$$(6) \quad \tilde{u}(\tau, p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} d\omega \int_0^{\infty} \tilde{U}(\omega, x) J_0(\omega px) x dx$$

où  $x$  est la distance radiale séparant la source et le récepteur,  $\omega$  est la pulsation et  $J_0$  représente la fonction de Bessel d'ordre 0. En pratique, le calcul peut être décomposé en trois étapes :

- la transformée de Fourier de la trace  $u(t, x)$  fournit le signal  $U(\omega, x)$ ;
- cette opération est suivie par une transformée de Hankel de la fonction  $U(\omega, x)$  qui permet de former l'expression

$$(7) \quad \tilde{U}(\omega, p) = \int_0^{\infty} U(\omega, x) J(\omega px) x dx$$

- la transformée de Fourier inverse de cette expression conduit alors à la fonction

$$(8) \quad \tilde{u}(\tau, p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(\omega, p) e^{-i\omega\tau} d\omega.$$

Le temps d'exécution de cet algorithme est sensiblement plus long que celui correspondant à la TR simple [équation (4)]. L'essentiel du temps de calcul provient de l'évaluation de la fonction de Bessel  $J_0$  du fait du nombre important de valeurs prises par l'argument  $\omega px$ . Ce temps de calcul peut néanmoins être considérablement réduit si l'on utilise, sur un processeur vectoriel, des approximations polynomiales de la fonction  $J_0$ .

Les relations intégrales (4) et (6) représentent respectivement, pour une source linéaire et une source ponctuelle, les transformations réciproques des équations permettant de calculer des sismogrammes synthétiques à partir de la réponse en ondes planes d'un milieu stratifié [voir plus loin les équations (11) et (12)]. Dans la modélisation de la propagation des ondes sismiques, les fronts d'ondes courbes sont

construits par une superposition d'ondes planes, suivant les théorèmes de Weyl et de Sommerfeld. Il est alors clair que la TR réalise l'opération inverse qui permet de décomposer en ondes planes un champ d'ondes enregistré par un réseau de capteurs

Dans le calcul des intégrales (4) et (6), l'utilisation d'un ensemble discret de capteurs peut se traduire par des phénomènes de repliement spatial masquant l'information utile dans le plan  $\tau$ - $p$ . Ces phénomènes peuvent être évités en choisissant une distance d'intertrace  $\Delta x$  suffisamment petite. On montre que si  $V_{\min}$  est la vitesse de phase horizontale la plus faible et si  $f_{\max}$  est la fréquence maximale présente dans le signal, alors la condition de Shannon s'écrit :

$$(9) \quad \Delta x < V_{\min}/2 f_{\max}$$

d'où l'on déduit que le paramètre de rai de Nyquist vaut :

$$(10) \quad p_N = 1/2 \Delta x f_{\max}.$$

Il n'est pas toujours possible de respecter l'intertrace théorique définie par l'équation (10). Ainsi, en sismique marine, avec une fréquence maximale de 125 Hz, la formule (9) conduit à un pas  $\Delta x$  inférieur à 6 m. Stoffa *et al.* [7] ont montré que l'application d'un filtre de semblance [11] (équivalent à un filtre de cohérence) permet d'atténuer efficacement les événements repliés.

L'application des transformations (4) et (6) à une section sismique de longueur finie pose le problème des effets de troncature. Cette question mérite une attention particulière étant donné le regroupement d'information que suppose la représentation  $\tau$ - $p$ . D'après l'équation (3), les événements du plan  $\tau$ - $p$  tels que  $d\tau/dp = -\infty$  correspondent, dans le domaine  $t$ - $x$ , à des arrivées qui apparaissent à très grande distance de la source. Ceci est vrai en particulier à la

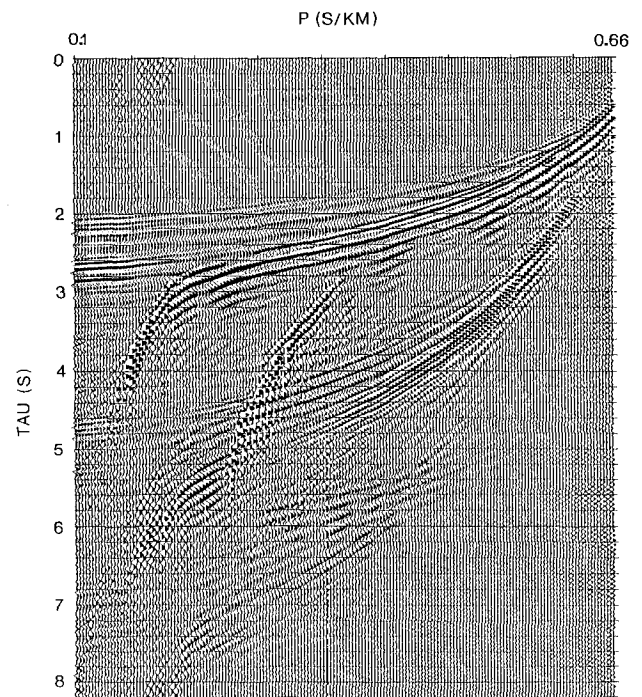


Fig. 4. — Exemple de section sismique  $\tau$ - $p$  obtenue par une transformée de Radon généralisée.

jonction de deux ellipses de réflexion, où la tangente à l'ellipse inférieure est verticale (fig. 2). Il est donc nécessaire, pour obtenir une TR complète, que la sommation des signaux suivant la direction  $x$  soit effectuée sur une distance suffisamment grande pour que les contributions les plus énergétiques du plan  $t-x$  soient prises en compte dans le domaine  $\tau-p$ . Une coupure brutale de la sommation à l'extrémité des profils introduit généralement des artéfacts dont la pente est égale, en valeur absolue, à la distance de troncature. Ces arrivées parasites correspondent à un phénomène de Gibbs, et sont atténuées par une apodisation des traces extrêmes du profil.

Les remarques qui ont été formulées ci-dessus montrent que la TR ne conduit à des résultats corrects que si elle est appliquée à des profils sismiques de bonne qualité, convenablement échantillonnés en distance et de longueur suffisante. Ces conditions sont nécessaires, mais pas forcément suffisantes, pour garantir l'efficacité des traitements qui vont être présentés dans les paragraphes suivants.

La figure 4 illustre le traitement d'une section sismique  $u(x, t)$  réelle réalisée dans les conditions définies plus haut.

## II. Traitements dans le domaine $\tau-p$

Dans le plan  $\tau-p$ , les relations entre le champ d'ondes observées et le modèle de croûte terrestre qui lui correspond sont particulièrement simples. Cette simplicité est directement liée à la nature de la transformation  $\tau-p$  qui définit une décomposition en ondes planes. Bien que n'ayant aucune réalité physique, les ondes planes sont entièrement caractérisées, pour une fréquence donnée, par leur paramètre de rai  $p$ , et sont ainsi facilement manipulables dans des

expressions mathématiques. En plus des simplifications « géométriques » mentionnées plus haut, la représentation  $\tau-p$  élimine également tous les phénomènes liés à la courbure des fronts d'ondes tels que les focalisations ou les défocalisations d'énergie. Dans le cas de milieux à stratification plane et horizontale, la conservation du paramètre de rai  $p$  permet d'associer, de façon univoque, une onde plane de paramètre  $p$  détectée en un récepteur, à une onde plane de même paramètre émise à la source. Lorsque cette hypothèse ne peut être satisfaite, la TR prend une signification particulière qui sera discutée plus loin.

L'intérêt de la TR se trouve renforcée par l'existence d'une transformation inverse qui permet, à partir du domaine  $\tau-p$ , de reconstruire intégralement le champ d'ondes original  $u(t, x)$  [9]. L'expression de la TR inverse correspondant à l'équation (4) est :

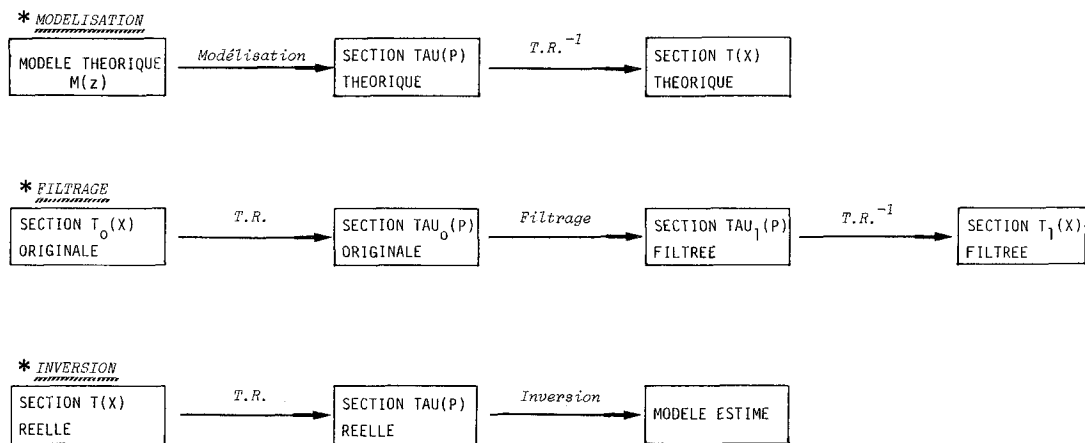
$$(11) \quad u(t, x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}^+(t-px, p) dp$$

où  $\tilde{u}^+(t, p)$  représente la dérivée de la transformée de Hilbert de  $\tilde{u}(t, p)$ .

On peut définir de même l'inverse de la TR généralisée de l'équation (6), soit :

$$(12) \quad u(t, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 e^{-i\omega t} d\omega \int_0^{\infty} \tilde{U}(\omega, p) J_0(\omega px) p dp$$

Il est possible, à partir de là, de considérer trois types de traitements dans le domaine  $\tau-p$  qui utilisent soit la TR directe, soit la TR inverse, soit les deux transformations. Ces trois applications concernent la modélisation, le filtrage et les techniques d'inversion et sont schématisées ci-dessous :



Sur ce schéma,  $M(z)$  désigne un ensemble de paramètres fonction de la profondeur  $z$  qui gouvernent la propagation des ondes (vitesse et atténuation des ondes longitudinales et transversales, densité, etc.).

### 1. MODÉLISATION

La modélisation est l'un des moyens d'interprétation des profils sismiques. La comparaison de sismo-

grammes synthétiques avec les signaux réels permet d'identifier certains événements ou d'en préciser l'origine et d'affiner, par calculs successifs, un modèle de croûte issu de l'inversion des données. La technique de modélisation dont il est question ici s'applique à des milieux à stratification plane, et se décompose en deux étapes : les sismogrammes synthétiques sont d'abord obtenus dans le domaine  $\tau-p$  avant d'être transformés dans le domaine  $t-x$  par une TR inverse.

Cette approche a été utilisée par Chapman [3] et présentée comme une nouvelle méthode de calcul de sismogrammes synthétiques. La première étape de ces calculs s'appuie sur les techniques classiques de propagation des champs d'ondes sismiques dans des milieux stratifiés, telles que celles définies par Thomson [12], Haskell [13] ou Kennett [14]. Dans ces méthodes, la réponse sismique du milieu est construite de façon récursive dans le domaine  $(\omega, p)$  et comprend à la fois les ondes longitudinales, transversales et converties, ainsi que les réflexions multiples. Les sismogrammes  $\tau(p)$  résultent alors d'une transformée de Fourier inverse de la réflectivité  $R(\omega, p)$ .

Un exemple de modélisation dans le plan  $\tau-p$  est présenté sur la figure 5 pour un modèle de vitesse et de densité comprenant huit couches. Les différentes contributions PP (ondes longitudinales), SP (ondes converties) et SS (ondes transversales), ont été calculées séparément pour faciliter l'interprétation de la réponse complète. Cet exemple correspond, d'une manière simplifiée, à la section  $\tau-p$  réelle de la figure 4, et on peut voir que les principales arrivées de la figure 4 sont bien reproduites par les simulations numériques. Il est important de souligner [5] que le domaine  $\tau-p$  est également un domaine privilégié pour la modélisation. Il est en effet beaucoup plus économique de réaliser soigneusement une transformation  $\tau-p$  des données réelles et de procéder à une modélisation itérative dans le plan  $\tau-p$ , plutôt que de simuler numériquement les signaux sismiques dans le plan  $t-x$ . Les sismogrammes  $\tau(p)$  représentent par ailleurs la réponse transitoire du milieu stratifié à des ondes planes obliques et sont entièrement déterminés par l'amplitude et la phase des coefficients de réflexion et de transmission aux différentes interfaces.

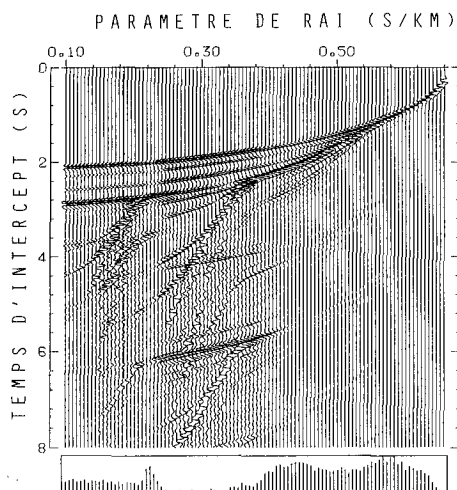


Fig. 5. — Modélisation sismique de la section  $\tau-p$  de la figure 4. Le diagramme au bas de la section présente les variations en amplitude maximale des sismogrammes.

## 2. FILTRAGES

La réversibilité de la TR permet d'effectuer des aller et retour dans le plan  $\tau-p$  pour filtrer certains événements. La plupart des techniques de filtrage à deux dimensions utilisent, implicitement ou explicitement, le domaine spectral fréquence-nombre d'onde horizontal. La TR offre une autre approche de ces traite-

ments dans laquelle les filtrages sont effectués dans un autre domaine temporel. Le plan  $\tau-p$  peut être utilisé en particulier pour l'élimination des réflexions multiples [4] qui apparaissent à des intervalles en  $\tau$  constants pour une valeur de  $p$  donnée. Parmi les autres applications, on peut mentionner l'atténuation des événements diffractés [6] qui se traduisent par certaines contributions dans les valeurs de  $p$  négatives, la séparation des ondes P et des ondes S, ou l'interpolation des données. La TR représente également une généralisation des méthodes de filtrage en vitesse apparente puisqu'il est possible de spécifier à la fois le paramètre  $p$ , qui est la direction à filtrer, et le paramètre  $\tau$ , qui permet de situer l'événement à filtrer dans le plan  $t-x$ .

## 3. INVERSION

Le type d'inversion le plus simple à réaliser est une inversion en vitesse. La densité et l'atténuation des ondes interviennent moins directement dans la propagation des ondes et sont par conséquent plus difficiles à estimer à partir des sismogrammes enregistrés. Les méthodes d'inversion en vitesse présentées ci-dessous utilisent l'arrivée principale d'énergie dans le plan  $\tau-p$  qui a été définie sur les figures 2 et 3. Dans la méthode «  $\tau$ -sum » proposée par Diebold et Stoffa [8], l'arrivée principale  $\tau(p_k)$  est pointée manuellement pour des valeurs discrètes  $p_k$ . La fonction  $\tau(p_k)$  peut être représentée par une superposition d'ellipses correspondant à des réflexions dans des couches homogènes planes d'épaisseur  $h_i$  et caractérisées par une vitesse de propagation  $v_i$ , soit :

$$(13) \quad \tau(p_k) = 2 \sum_{i=1}^{k-1} h_i \left( \frac{1}{v_i^2} - p_k^2 \right)^{1/2}$$

L'inversion  $\tau$ -sum consiste à résoudre l'équation (13) de manière récursive en considérant des valeurs  $p_k$  telles que  $p_k > p_{k-1}$ . On suppose dans cette procédure que chaque valeur  $p_k$  correspond à la lenteur d'une couche particulière, mais aussi que la vitesse de propagation  $v_1$  dans la couche superficielle est connue. La formule générale de récurrence est donnée par :

$$(14) \quad h_k = \frac{\tau(p_{k+1})/2 - \sum_{i=1}^{k-1} h_i \left( (1/v_i^2) - p_{k+1}^2 \right)^{1/2}}{\left( (1/v_k^2) - p_{k+1}^2 \right)^{1/2}}$$

On déduit de la formule (14) la fonction  $Z(v)$  donnant la profondeur  $Z$  correspondant à la vitesse  $v$ . Cette méthode s'apparente à la méthode classique d'interprétation des profils de sismique réfraction introduite par Slotnick [15], mais ne fait aucune distinction entre les arrivées réfractées et les réflexions post-critiques.

Une autre méthode d'inversion a été proposée [16, 17] qui relève des techniques d'inversion linéaire. Il a été montré [18] qu'une relation linéaire existe entre  $\tau(p)$  et  $Z(v)$ . Afin de construire et d'estimer les modèles  $Z(v)$ , un formalisme de Backus-Gilbert [19] ou une application de la programmation linéaire peut alors être mis en œuvre. Dans le dernier cas, la minimisation ou la maximisation de la profondeur corres-

pendant à une vitesse donnée fournit une famille de solutions extrêmes  $Z(v)$ . Le calcul est contrôlé par un nombre fini de contraintes. Celles-ci sont formées de deux enveloppes de la courbe  $\tau(p)$ , correspondant aux erreurs sur  $\tau$ . Il est possible d'adjoindre d'autres contraintes telles celles sur les courbes  $x(p)$  et  $t(p)$  qui sont reliées linéairement à  $\tau(p)$ , ou celles sur l'amplitude des ondes sismiques. On obtient donc, pour une vitesse donnée, un couple de profondeurs extrêmes; cette procédure est répétée pour l'ensemble discret des lenteurs (ou des vitesses) considéré.

### Conclusion

La plupart des méthodes qui ont été présentées dans cet exposé ont été définies pour des milieux à stratification plane et horizontale. Cette hypothèse, souvent vraisemblable, n'est pas toujours vérifiée. L'interprétation des sismogrammes du plan  $\tau$ - $p$  peut s'avérer délicate pour des milieux latéralement hétérogènes. En présence d'hétérogénéités latérales importantes, le sismogramme correspondant à un paramètre  $p$  donné comprend non seulement les contributions de l'onde plane de paramètre  $p$  « émise » à la source, mais aussi diverses contributions provenant de phénomènes de diffraction se produisant à l'intérieur du milieu. Dans ce cas, la section  $\tau$ - $p$  dépend également de la position de la source sismique par rapport au milieu exploré. Les hétérogénéités latérales plus faibles produisent des effets moins sévères. Ainsi, dans le cas de couches planes à faible pendage, les variations latérales des propriétés du milieu peuvent être correctement moyennées par des techniques d'enregistrement appropriées, en sismique marine notamment, où Limond *et al.* [24] et Stoffa et Buhl [20] ont démontré l'utilité des profils sismiques à point commun central. L'utilisation de la TR représente actuellement une technique classique d'interprétation des profils de sismique réfraction et réflexion grand angle. Cependant, malgré les avantages théoriques de cette transformation, son application à des profils réels conduit encore à des résultats inégaux. Il paraît donc indispensable de limiter ce traitement à des sismogrammes présentant un bon rapport signal/bruit. Des algorithmes prometteurs d'inversion dans le plan  $\tau$ - $p$  sont aujourd'hui à l'étude [21, 22, 23], mais n'ont pas encore été essayés avec des exemples réels.

### Remerciements

Les auteurs remercient A. Tomassino d'avoir effectué le traitement  $\tau$ - $p$  de la figure 4. Cette étude a été financée par l'ASP Tomographie géophysique de l'INSU. Les moyens de calcul utilisés ont été attribués par le Conseil Scientifique du Centre de Calcul Vectoriel pour la Recherche.

Manuscrit reçu le 1<sup>er</sup> décembre 1986.

### BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. L. GERVER et V. MARKUSEVITCH, Determination of a seismic wave velocity curve from the travel time curve, *Geophys. J. R. astron. Soc.*, 11, 1966, p. 165-174.
- [2] E. N. BESSONOVA, V. M. FISHMAN, V. Z. RYABOYI et G. A. SITNIKOVA, The tau method for the inversion of travel times, I, Deep seismic sounding data, *Geophys. J. R. astron. Soc.*, 36, 1974, p. 377-398.
- [3] C. H. CHAPMAN, A new method for computing synthetic seismograms, *Geophys. J. R. astron. Soc.*, 54, 1978, p. 481-518.
- [4] S. TREITEL, P. R. GUTOWSKI et D. E. WAGNER, Plane-wave decomposition of seismograms, *Geophysics*, 47, 10, 1982, p. 1375-1401.
- [5] G. MÜLLER, Direct inversion of seismic observations, *J. Geophys.*, 37, 1971, p. 225-235.
- [6] R. A. PHINNEY, K. R. CHOWDHURY et L. N. FRAZER, Transformation and analysis of record sections, *J. Geophys. Res.*, 86, B1, 1981, p. 359-377.
- [7] P. L. STOFFA, P. BUHL, J. B. DIEBOLD et F. WENZEL, Direct mapping of seismic data to the domain of intercept time and ray parameter. A plane wave decomposition, *Geophysics*, 46, 3, 1981, p. 255-267.
- [8] J. B. DIEBOLD et P. L. STOFFA, The travelttime equation,  $\tau$ - $p$  mapping and inversion of common midpoint data, *Geophysics*, 46, 3, 1981, p. 238-254.
- [9] C. H. CHAPMAN, Generalized Radon transforms and slant stacks, *Geophys. J. R. astron. Soc.*, 66, 1981, p. 445-453.
- [10] M. HENRY, J. A. ORCUTT et R. L. PARKER, A new method for slant-stacking refraction data, *Geophys. Res. Lett.*, 7, 1980, p. 1073-1076.
- [11] M. T. TANER et F. KOEHLER, Velocity spectra-digital derivation and applications of velocity functions, *Geophysics*, 34, 1969, p. 859-881.
- [12] W. T. THOMSON, Transmission of elastic waves through a stratified solid medium, *J. Appl. Phys.*, 21, 1950, p. 89-93.
- [13] N. A. HASKELL, The dispersion of surface waves on multilayered media, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 43, 1953, p. 17-34.
- [14] B. L. N. KENNETT, Reflections, rays, and reverberations, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 64, 1974, p. 1685-1696.
- [15] H. M. SLOTNICK, On seismic computations with applications, I, *Geophysics*, 1, 1936, p. 22.
- [16] J. GARMANY, J. A. ORCUTT et R. L. PARKER, Travel time inversion: a geometrical approach, *J. Geophys. Res.*, 84, B7, 1979, p. 3615-3622.
- [17] J. A. ORCUTT, K. MACKENZIE et J. McCLAIN, The role of  $x(p)$  constraints in linear extremal inversion of explosion profile data, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 6, 1980, p. 2103-2116.
- [18] J. GARMANY, On the inversion of travel times, *Geophys. Res. Lett.*, 6, 4, 1979, p. 277-279.
- [19] G. BACKUS et F. GILBERT, The resolving power of gross earth data, *Geophys. J. R. astron. Soc.*, 16, 1968, p. 169-205.
- [20] P. L. STOFFA et P. BUHL, Two-ship multichannel seismic experiments for deep crustal studies, *J. Geophys. Res.*, 84, 1979, p. 7645-7660.
- [21] T. J. CLARKE, Full reconstruction of a layered elastic medium from P-SV slant-stack data, *Geophys. J. R. astron. Soc.*, 78, 1984, p. 775-793.

- [22] P. M. CARRION, J. T. KUO et P. L. STOFFA, Inversion method in the slant stack domain using amplitudes of reflection arrivals, *Geophys. Prosp.*, 32, 1984, p. 375-391.
- [23] A. E. YAGLE et B. C. LEVY, A layer-stripping solution of the inverse problem for a one-dimensional elastic medium, *Geophysics*, 50, 3, 1985, p. 425-433.
- [24] W. Q. LIMOND, F. GRAY, G. GRAU et P. PATRIAT, Mantle reflections in the Bay of Biscay, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 15, 1972, p. 361-366.
- [25] B. L. N. KENNETT, Slowness techniques in seismic interpretation, *J. Geophys. Res.*, 86, 1981, p. 11575-11584.