

## Architecture

### d'images discrètes binaires :

### outils géométriques

Architecture of discrete binary pictures:

geometrical tools



#### **Annick MONTANVERT**

Équipe de reconnaissance des Formes et de Microscopie Quantitative, Laboratoire TIM3, CERMO, B.P. n° 68, 38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex.

Diplôme d'Ingénieur de l'École Nationale Supérieure en Informatique et Mathématiques Appliquées de Grenoble obtenu en 1984. DEA d'Informatique. Thèse de Doctorat en Informatique en cours. Enseignant à l'IUTII d'Informatique de Grenoble. Travaux de recherche au sein de l'Equipe RFMQ (TIM3) sur la représentation et l'exploitation d'images binaires; plus particulièrement sur les procédés de squelettisation et de codage par axe-médian.



#### **Jean-Marc CHASSERY**

Équipe de Reconnaissance des Formes et Microscopie Quantitative, Laboratoire TIM3, CERMO, B.P. n° 68, 38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex.

J. M. Chassery est Docteur ès-sciences (1984) et chercheur CNRS au laboratoire TM3 (UA 397). Depuis 1976 il a contribué, en collaboration avec des biologistes, à la conception et à l'industrialisation de l'analyseur d'images microscopiques SAMBA (Système d'Analyses Microscopiques à Balayage Automatique). Ses activités de recherche ont porté sur la représentation discrète des images au niveau topologie et géométrie permettant de caractériser au sens Mathématique les notions de connexité et de convexité discrètes. Son principal domaine d'intérêt concerne le rapprochement des activités Traitement du Signal et des activités Intelligence Artificielle pour l'Imagerie; ce rapprochement s'effectuant tant au niveau du formalisme qu'à celui des outils algorithmique utilisés. Dans ce cadre, différentes réalisations ont été effectuées associant ces disciplines pour des problèmes de diagnostic médical ou plus généralement dans un cadre d'utilisation de postes graphiques couleur pour l'EAO en imagerie.

### RÉSUMÉ

Cet article est un aperçu de méthodes géométriques utilisées pour manipuler une image discrète binaire, dans un but de compréhension des structures qui y sont présentes.

L'exposé est construit autour des deux modes de représentation utilisés pour une image, à savoir la représentation par contour et la représentation par région.

Pour chacun de ces modes, nous étudierons les traitements qui sont alors rendus possibles.

Ceux-ci se situeront parmi les procédés de filtrage, de description ou de décomposition de formes, en vue d'une interprétation locale ou globale des objets représentés.

Nous verrons que pour décrire une forme, une approche courante consiste à la coder au moyen de primitives plus simples complétées par un graphe de relation entre ces primitives. Nous présenterons une telle réalisation basée sur le codage par axe médian.

Cette étude a été motivée par un problème réel, concernant la prise en compte de cartes de relief sous-marin, pour lequel plusieurs des méthodes exposées ont été utilisées et feront l'objet d'un article ultérieur.

#### MOTS CLÉS

Géométrie, description de forme, partitionnement, décomposition, axe médian.

## SUMMARY

*This paper deals with the presentation of geometric methods used to manipulate discrete binary images, in the aim to perform image understanding.*

*This discussion is based on the use of two methods for representation of an image: by contour and by region.*

*We shall discuss about filtering and methods related to the analysis of the global shape: decomposition and partitioning.*

*We shall notice that shape analysis currently used decomposition processes into simpler entities, completed by a relational graph between the resulting primitives. We will present such a method based on the medial axis transform.*

*This study is justified by a problem of treatment of submarine maps. To solve it, several of the presented methods have been used.*

## KEY WORDS

*Shape description, geometry, partitioning, shape decomposition, medial axis.*

## I. Introduction

Le recours à la géométrie apparaît en différents points du traitement et de l'analyse d'images.

On peut citer la correction d'aberrations géométriques résultant de prises de vues dans le cadre de la restauration d'images. On peut également citer les problèmes de description géométrique du support image lors de la segmentation d'images numériques, ainsi que la paramétrisation de notions géométriques, comme la courbure ou le périmètre, précédant une phase de classification.

Nous nous intéressons aux images binaires discrètes; celles-ci peuvent être le résultat de la segmentation d'une image numérique ou le résultat d'une représentation de données utilisée par exemple en cartographie.

Dans ce dernier cas, l'image binaire sera par exemple l'ensemble des zones d'altitude supérieure à un seuil donné, ou l'ensemble des zones habitables...

Nous allons étudier ici les différentes méthodes permettant d'accéder à une description des images binaires discrètes en manipulant des outils géométriques. Ceux-ci sont issus de notions telles que segment de droite, concavité, convexité... éventuellement complétées par des notions topologiques ou ensemblistes telles que connexité, recouvrement...

Au terme de cet exposé, nous présenterons plus particulièrement une méthode issue du codage par axe-médian qui permet une certaine description de la forme initiale.

Notre finalité est la compréhension, ou plutôt une interprétation de l'architecture d'une forme discrète par l'utilisation et la combinaison de plusieurs de ces outils.

Il est bien évident que ceci ne pourra être réalisé de manière efficace que si les possibilités de chacune des méthodes existantes sont bien connues.

— traiter directement l'image discrète, qui code l'information à partir d'un maillage prédéfini, en développant des notions et des outils propres à l'espace discret, tels ceux offerts par la morphologie mathématique;

— travailler dans l'espace discret ( $\mathbf{Z}^2$ ) mais en manipulant des notions issues de l'espace continu ( $\mathbf{R}^2$ ). La transposition de celles-ci doit passer par la définition dans  $\mathbf{Z}^2$  des éléments de base (distances discrètes, voisinage) pour que les définitions ultérieures (segment de droite, courbe, région) soient compatibles au niveau de leurs propriétés avec celles de l'espace continu. On peut alors utiliser dans  $\mathbf{Z}^2$  des algorithmes développés dans  $\mathbf{R}^2$  (recherche de parties concaves...); cependant la compatibilité n'étant jamais totale, il faut s'attendre à des modifications de comportement des algorithmes;

— un autre mode de travail consiste à se ramener à l'espace continu  $\mathbf{R}^2$ , ce qui permet alors de bénéficier des nombreux travaux existants dans ce domaine. Mais cela nécessite de définir une représentation continue de l'image discrète (par exemple approximation polygonale des objets ou approximation surfacique des régions);

— enfin, une dernière éventualité consiste à changer de système de représentation et analyser les images dans celui-ci, par exemple par utilisation de la Transformation de Fourier Discrète permettant de passer d'une représentation de type spatiale à une représentation de type variationnelle.

Dans la suite de cet exposé, nous nous efforcerons de rattacher les méthodes présentées à leurs orientations respectives.

De telles approches ne sont pas particulières au domaine de l'image. On rencontre également ces démarches en traitement du signal pour l'élaboration de filtres numériques.

## II. Modes de travail et représentation

### II. 1. CHOIX DU MODE TRAVAIL

Dès lors que l'on possède une image binaire discrète, différents modes de travail vont s'offrir à nous :

### II. 2. CHOIX DE LA REPRÉSENTATION DE DÉPART

Il est maintenant nécessaire de s'intéresser aux modes de représentation de l'objet, à savoir mode de représentation par contour et mode de représentation par région.

Bien que le passage d'un mode à l'autre soit aisé, les possibilités d'interprétation de l'image vont être étroitement liées à la représentation choisie.

Ces deux notions sont également largement utilisées pour la segmentation d'une image numérique où il s'agit de partitionner le support de l'image en structures disjointes.

Contours et régions sont l'exemple même de notions issues du domaine continu pour lesquelles les définitions d'éléments de base dans  $Z^2$  (tel que le voisinage) permettent de développer des concepts discrets compatibles avec les propriétés continues (par exemple le théorème de Jordan pour l'introduction du contour au sens topologique du terme).

C'est sur ces considérations de mode de représentation que nous nous appuyerons pour montrer l'intégration de la géométrie dans la compréhension des structures discrètes.

Dans une première partie, nous nous intéresserons au mode contour, suivi dans une seconde partie du mode région.

Chacune de ces parties mettra en valeur différentes approches spécifiques au mode de représentation choisi et il sera fait mention de problèmes de filtrage, de description et de décomposition.

Nous nous intéresserons plus particulièrement à des méthodes de décomposition dans un environnement hiérarchisé permettant d'accéder à une certaine compréhension des objets (définitions de sous-structures et organisation de ces structures entre elles).

Nous verrons que de telles approches par décomposition sont possibles à partir des deux modes de représentation.

### II. 3. PRINCIPES DE BASE

Avant d'aborder notre exposé de méthodes, nous allons préciser quelques notions de l'espace discret  $Z^2$ .

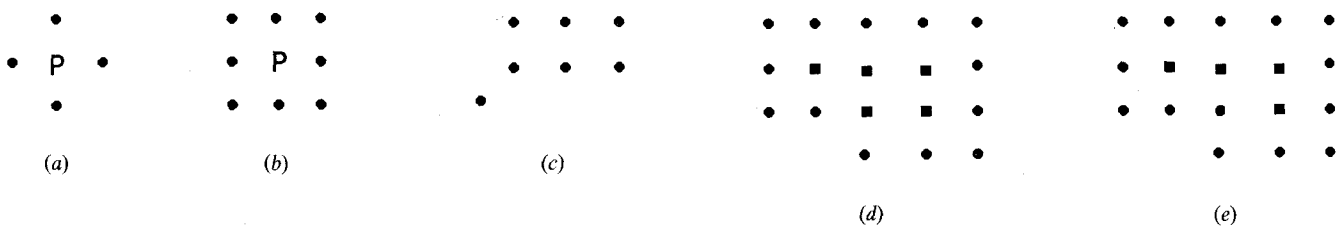


Fig. 1. — Connexité discrète. (a) plus proches voisins du point P pour la distance  $d_4$ . (b) plus proches voisins du point P pour la distance  $d_8$ . (c) image composée d'un seul objet 8-connecté, mais

Une image discrète binaire correspond à la représentation d'une fonction à valeurs dans  $\{0, 1\}$  sur un maillage rectangulaire. Les points à 1 définissent les objets, les points à 0 définissent le fond.

La définition d'une distance est la base de beaucoup d'autres notions.

Deux distances sont couramment utilisées :

$$d_4(A, B) = |x_A - x_B| + |y_A - y_B|$$

$$d_8(A, B) = \max(|x_A - x_B|, |y_A - y_B|)$$

Chacune de ces distances induit la notion de plus proche voisin et de voisinage. Cette notion de voisinage elle-même induit une notion de proximité dénommée sous le terme de connexité permettant de regrouper les points en composantes connexes (4-connectes ou 8-connectes).

De la distance utilisée vont également dépendre la caractérisation de points contours ou de points intérieurs d'objets.

Lorsque l'on considère les objets en 4-connectivité, les contours sont formés des points ayant un 4-voisin dans le fond, et inversement pour la 8-connectivité (fig. 1).

Avant toute manipulation d'image, il faut donc bien préciser la distance utilisée puisque cela va conditionner la reconnaissance des objets et de leurs contours.

### III. Représentation par contour

Ce mode de représentation des composantes connexes (ou figures) d'une image binaire est largement utilisé pour les fonctions de codage, de description, de filtrage et d'interprétation de ses constituants.

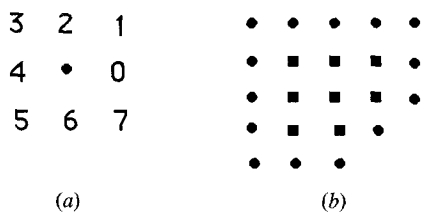


Fig. 2. — Codage de Freeman. (a) définition des directions de Freeman. (b) un objet et son contour en 4-connectivité. (c) codage de Freeman à partir du point en haut à gauche. (d) codage par

deux objets 4-connectes. (d) objet vu en 4-connectivité et son contour. (e) objet vu en 8-connectivité et son contour.

0 0 0 0 6 6 5 5 4 4 2 2 2 2

(c)

(0,4)(6,2)(5,2)(4,2)(2,4)

(d)

lignes polygonales, on indique pour chaque ligne sa direction et sa longueur.

### III. 1. CODAGE DU CONTOUR

L'utilisation des contours est intéressante de par la réduction des données qui en découle. Cependant, le codage choisi doit se prêter au but de compréhension de formes que nous nous sommes fixé.

Ceci peut être réalisé en considérant la suite des points voisins qui composent la frontière de chaque objet.

Freeman a utilisé l'information de direction permettant d'aller d'un point à son voisin pour coder globalement une courbe discrète [1], ce qui fournit une excellente compression (fig. 2).

Suivant le type des objets manipulés, il peut être intéressant d'en déduire un codage par lignes polygonales (fig. 2).

Avec ce dernier type de codage on voit déjà apparaître une différence de représentation associée à la compréhension de l'image. En effet par codage de Freeman, la figure est représentée par la suite connexe de points contours. Alors que dans un codage par lignes polygonales on utilise l'entité segment de droite qui se situe à un niveau d'abstraction plus élevé permettant de voir la figure comme une région polygonale. Chacune de ces représentations présente néanmoins son intérêt propre en fonction de l'utilisation qui va en être effectuée.

Ces représentations autorisent également le calcul de paramètres tels le périmètre ou la surface par discrétisation de formules d'intégration.

Nous allons voir comment extraire davantage d'informations d'un tel codage.

### III. 2. FILTRAGE ET DESCRIPTION

La suite des points de contour, éventuellement représentée par les codes de Freeman est le point de départ des étapes ultérieures de filtrage et de description.

Un important travail de recherche a été consacré à l'étude des segments de droites discrets pour lesquels deux orientations principales peuvent être dégagées.

La première consiste à définir des outils syntaxiques de reconnaissance de suites de points formant un segment de droite discret [2, 3]. Ceci est réalisé à l'aide de la caractérisation de la discrétisation d'une droite réelle. Le travail se situe alors dans l'espace discret. A partir d'un point de départ, on parcourt la suite des points contours jusqu'à ce que les codes ne coïncident plus avec le schéma syntaxique d'un segment de droite. On passe alors à la recherche du segment suivant.

La seconde orientation consiste à définir une approximation par segments de droite de la courbe codée, auquel cas on travaillera ensuite dans l'espace continu  $R^2$ . Ceci peut être réalisé par des algorithmes incrémentaux d'approximation [4] (on assimile les points successifs à un même segment tant que l'erreur associée ne dépasse pas un certain seuil), ou par des algorithmes itératifs de division et fusion (split and merge) [5] (si l'erreur réalisée sur une partie de courbe est trop importante, on la sépare en deux courbes, et si l'erreur réalisée en regroupant deux courbes successives reste faible, on peut les fusionner en un

même segment). De telles approximations peuvent également être motivées par la recherche du polygone de plus petit périmètre dont la discrétisation coïncide avec la courbe discrète donnée [6, 7].

Ces deux tendances vont se retrouver dans les méthodes exposées par la suite, issues de la représentation par contour.

A partir d'une représentation polygonale de base, des procédés de filtrage prenant en compte l'information de direction de chaque segment peuvent être définis [1]. Les performances des procédés ultérieurs de description syntaxique en seront alors grandement améliorées.

Sur la base de la représentation discrète, outre le segment de droite [8], d'autres formes géométriques ont été caractérisées comme le triangle, le rectangle [9], ou le cercle [10].

Des travaux portent également sur la notion de courbure discrète. En un point, la courbure discrète est définie par la considération des valeurs de direction affectées au point contour et à ses voisins immédiats. Cette notion est également utilisée avec une définition plus large faisant intervenir un voisinage plus étendu sur le contour. On élargit ainsi les valeurs possibles pour la fonction de courbure qui, dans le cadre d'une considération locale, sont restreintes aux quelques configurations imposées par la discrétisation et la distance choisie [11].

Ceci permet d'aboutir à la description de formes relativement complexes par utilisation de points de concavité [12].

Par ailleurs, la courbure discrète est également à la base de différents algorithmes d'extraction de points critiques, c'est-à-dire de points anguleux suffisamment significatifs pour décrire la forme [13]. Ces algorithmes travaillent avec un critère de tolérance portant directement sur la courbure ou sur une combinaison de courbures successives [14, 15, 16].

Ces sommets définissent aussi une approximation polygonale de la forme étudiée.

Ils peuvent également constituer le point de départ de procédés de lissage de la ligne polygonale.

Ainsi, par convolution de la distribution de courbure associée aux points critiques avec une fonction noyau (fonction porte, fonction triangle, ou gaussienne) [17], une approximation discrète lissée de la forme initiale peut être définie.

Tout en restant dans ce cadre de filtrage et de description, d'autres méthodes, fondées sur la représentation contour et utilisant une opération de changement de système de représentation, ont été mises en œuvre.

C'est ainsi qu'en appliquant la transformation de Fourier Discrète à la fonction abscisse curviligne fournie par le procédé de suivi de contour, on peut définir des descripteurs de Fourier dans le domaine analogique [18, 19]. Une telle transformation est utilisable aussi bien en filtrage [20] qu'en reconnaissance [21] puisque chaque coefficient de Fourier complète l'information fournie par les coefficients qui le précèdent.

On peut également citer la transformation de Hough qui présente l'avantage de fournir un opérateur de

compression de la représentation de formes géométriques simples (segments de droites, cercles) [22].

### III. 3. DÉCOMPOSITION

Afin de mieux comprendre une forme, il est intéressant de la décomposer en structures de caractère géométrique plus simple.

Toute une classe de méthodes se regroupe autour de la notion de convexité, leur but étant alors de définir une partition de la forme.

Dans l'espace discret, la convexité a été étudiée sous son aspect définition [23, 24, 25], ainsi que sous son aspect algorithmique [26, 27]. Un très grand essor a été donné par la géométrie algorithmique aux procédés utilisant cette notion. On trouve dans l'ouvrage de Preparata et Shamos [28] plusieurs méthodes traitant du problème de décomposition basée sur la convexité et pour lesquels les données sont les points ordonnés d'une ligne polygonale.

Ces algorithmes travaillent en général après détection des points de concavité et s'appuient sur des critères d'optimalité quant à la décomposition résultante [29] (par exemple le nombre d'éléments convexes résultants).

L'intérêt des méthodes de géométrie algorithmique est double, puisqu'elles peuvent être mises en œuvre d'une part sur une approximation polygonale d'objets discrets, d'autre part elles peuvent être une source d'inspiration d'algorithmes à développer directement dans  $Z^2$ .

Pavlidis a également beaucoup étudié ces problèmes de décomposition à partir d'une approximation polygonale des objets [5]. On peut citer la décomposition en primitives convexes (Primary Convex Subsets)

dont le principe est le suivant : chaque segment de droite du contour est prolongé tant qu'il reste inclus dans la forme. Les primitives convexes sont ensuite extraites de cette structure et fournissent une décomposition de la forme initiale qui n'est pas forcément une partition. Les recouvrements éventuels s'appellent les noyaux et peuvent également être caractérisés sur la structure décrite précédemment (fig. 3).

D'autres méthodes de décomposition sont fondées sur la construction d'un graphe de relation entre les éléments du contour, suivie de la décomposition en sous-graphes sous certaines contraintes de complétude. Par exemple deux sommets sont en relation si le segment qui les joint est inclus dans la forme; une primitive de la décomposition est ensuite associée aux sommets pour lesquels le sous-graphe de relation est maximal [30] (fig. 4).

Une modification des critères de séparation du graphe peut amener à d'autres processus de décomposition. Une décomposition à partir d'un graphe construit sur les angles concaves du polygone est également possible [31], de même en utilisant les segments plutôt que les sommets [32].

Il est à noter que par ces méthodes de décomposition, on construit en fait une autre représentation de la forme, exprimée en termes d'entités et de relations (d'adjacence ou de recouvrement) entre ces entités. Cette représentation permet à nouveau de manipuler la forme, par exemple en développant des procédés de filtrage.

Remarquons également que si ces méthodes travaillent sur le contour des objets, elles manipulent déjà la notion de région, puisque ce sont les régions qui sont caractérisées au moyen de contraintes portant sur leur contour.

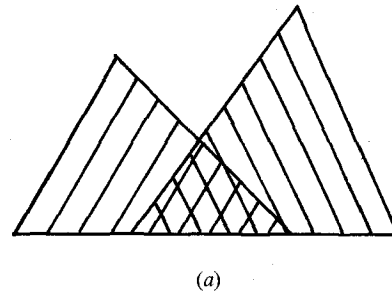
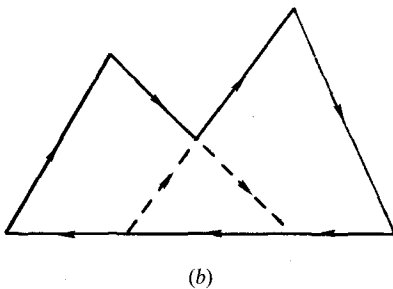


Fig. 3. — Décomposition en primitives convexes (PCS) (a) construction de la structure à partir de la ligne polygonale (b) la

décomposition résultante est formée de deux primitives convexes (hachurées); leur intersection est un noyau de la décomposition.

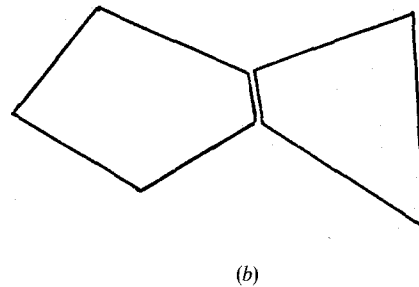
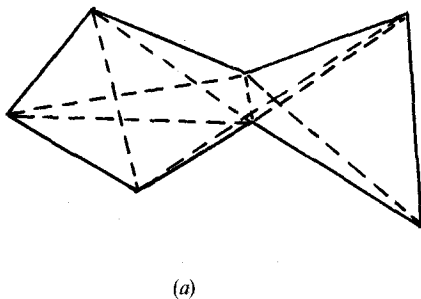


Fig. 4. — Décomposition par analyse du graphe de relation entre les sommets. (a) deux sommets sont en relation si le segment associé

est inclus dans la forme. (b) les sommets de chaque sous-graphe complet maximal définissent une primitive de la décomposition.

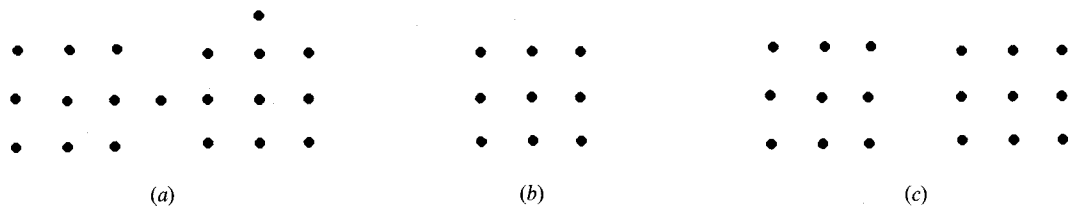


Fig. 5. — Morphologie mathématique. (a) image initiale. (b) élément structurant. (c) résultat du filtrage avec cet élément structu-

rant. Il n'y a pas de relation établie entre les composantes résultantes.

#### IV. Représentation par région

Un inconvénient des méthodes travaillant sur le contour est de ne pas avoir une vision globale de la forme, même si la recherche d'indices visuels tels que la notion de concavité permettent d'en extraire certaines caractéristiques.

Aussi, nous allons étudier dans cette partie les méthodes manipulant les régions pour lesquelles l'image est vue comme un tout, et pas seulement au travers de points du contour. Ceci n'ira pas sans contrepartie, puisque la prise en compte de tous les points représentant la forme va faire augmenter les temps de calcul. La connexité discrète est alors la notion de base des traitements.

##### IV.1. MORPHOLOGIE MATHÉMATIQUE

La morphologie mathématique est le type même de méthode manipulant la notion de région [33, 34].

La théorie des ensembles est l'un de ses fondements mathématiques, l'espace de travail étant l'espace discret.

La vérification de relations ensemblistes entre l'image et les formes géométriques élémentaires que sont les éléments structurants va permettre de décrire l'image binaire. Par une succession de transformations morphologiques de base judicieusement sélectionnées, on est alors capable de confirmer ou d'infirmer la présence des éléments significatifs recherchés.

Cependant, si la morphologie mathématique est très riche pour la transformation d'images (érosion, filtrage...) elle ne permet que difficilement de construire des liens entre les éléments extraits (fig. 5).

En effet, les traitements sont locaux et le champ de vision d'un élément structurant à un instant donné n'est pas relié au champ de vision qu'il pourra avoir quelques instants plus tard.

##### IV.2. GRAPHE D'ENVIRONNEMENT

L'utilisation des régions conduit alors naturellement à penser qu'il peut être très intéressant de construire une représentation intermédiaire de la forme en termes de l'union de primitives et des relations entre ces primitives, et que ceci sera sans doute plus facile à mettre en œuvre que par utilisation du contour.

Des outils doivent être développés de manière à ce que :

— d'une part, les éléments résultants soient de structure plus simple et puissent être caractérisés, par

exemple au moyen d'une liste de propriétés géométriques;

— d'autre part, il est nécessaire qu'un environnement d'exploitation traduisant la structure inter-éléments de décomposition soit créé pour accéder à la caractérisation de la forme elle-même.

Cette deuxième information va être typiquement exprimée par le développement de graphes, ceux-ci étant un moyen de description de l'organisation des éléments entre eux [35].

Ainsi se construisent les méthodes structurelles de compréhension de formes, basées sur la supposition d'un processus hiérarchique de perception des formes, pour lesquelles chaque entité résultante d'une décomposition peut être analysée par un autre processus [5]. Les procédés décrits ci-après sont regroupés en deux catégories.

La première se réfère aux méthodes de partitionnement, et la deuxième aux méthodes de représentation par recouvrement.

La notion de graphe de relation est leur dénominateur commun.

##### IV.3. PARTITIONNEMENT

Tout comme dans le cas du mode de représentation par contour, c'est la notion de convexité qui prédomine parmi les méthodes proposées.

Là encore, des techniques travaillant sur la notion de région sont offertes par la géométrie algorithmique [36], avec les possibilités de travail dans  $\mathbf{R}^2$  ou  $\mathbf{Z}^2$ .

En processus ascendant de propagation, on peut citer le partitionnement d'une forme en polygones de Voronoï à partir de germes prédéfinis [37] (fig. 6).

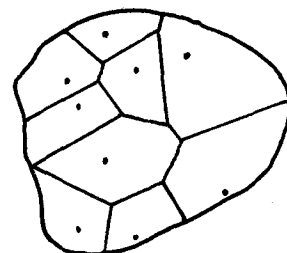


Fig. 6. — Partitionnement d'une forme par utilisation de polygones de Voronoï.

D'autres techniques également basées sur la notion de convexité, prennent en compte des critères d'optimalité tels le nombre d'éléments de la partition ou l'organisation de ces éléments entre eux [38].

Il est parfois intéressant de fournir un partitionnement en éléments de forme élémentaire (carrés). Il existe ainsi des découpages en rectangles [39]; nous avons nous-mêmes développé un algorithme de partitionnement en éléments verticalement convexes (fig. 7).

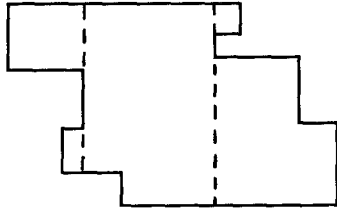


Fig. 7. — Partitionnement en régions verticalement convexes.

La représentation par quadtree fournit un partitionnement par des carrés (fig. 8). L'algorithme associé [40] ne manipule aucun concept de description de l'objet initial et on peut à ce titre lui trouver une certaine analogie avec les algorithmes d'obtention de diagrammes de Voronoï.

Cependant, le codage par quadtree, outre le fait qu'il fournisse une compression appréciable des données, permet d'accéder à une description de l'image. En effet, chaque niveau de l'arborescence représente une approximation de l'image, allant en s'affinant lorsque l'on se dirige vers les feuilles. Le graphe quaternaire établit une hiérarchie entre les carrés de la décomposition.

Mais un inconvénient majeur de cette représentation, dans un but de description, est sa non-invariance en translation, induisant des quadtrees totalement différents pour des objets identiques mais translétés.

Une extension des quadtrees, nommée Quadtree Medial Axis Transform permet de remédier à cela [41, 42]. Le principe est de dilater les carrés tant qu'ils restent inclus dans la forme. Pour chaque feuille, on doit alors conserver le rayon du carré codé. Cette structure est dans une certaine mesure invariante en translation et fournit une décomposition de la forme mais pas une partition. L'arborescence traduit toujours une hiérarchie entre les blocs, d'où peuvent être déduites des relations entre blocs telles qu'adjacence ou recouvrement.

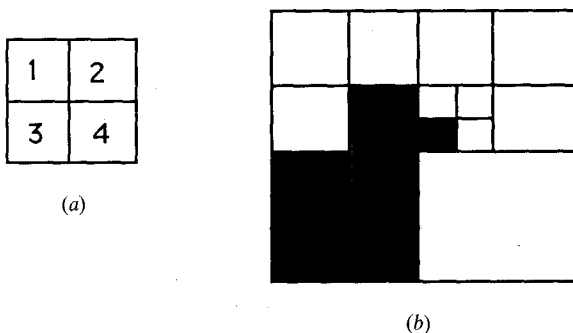


Fig. 8. — Codage par quadtree. (a) définition de l'ordre des blocs.

#### IV. 4. RECOUVREMENT PAR AXE-MÉDIAN

Dans un but de compréhension de formes, de nombreux travaux se sont intéressés à la représentation par squelette.

Intuitivement, le squelette est une représentation « filiforme » centrée dans l'objet et représentative de sa forme. Pour obtenir une méthode de codage, il faut en plus conserver une information sur la taille de l'objet initial permettant d'appliquer un opérateur d'inversion.

Nous allons voir comment le codage par axe-médian permet une telle approche.

Le principe d'obtention de l'axe médian discret est le suivant [43] :

- on associe à chaque point P de l'objet sa distance  $d_{\infty}$  au fond (soit  $r_p$ ). Ainsi le carré discret de côté  $(2r_p - 1)$  est le plus grand carré centré en P et inclus dans la forme;

- on ne conserve que les points dont le carré associé n'est inclus dans aucun autre.

La localisation de ces points, complétée par la taille des boules associées, est un codage exact de l'objet initial.

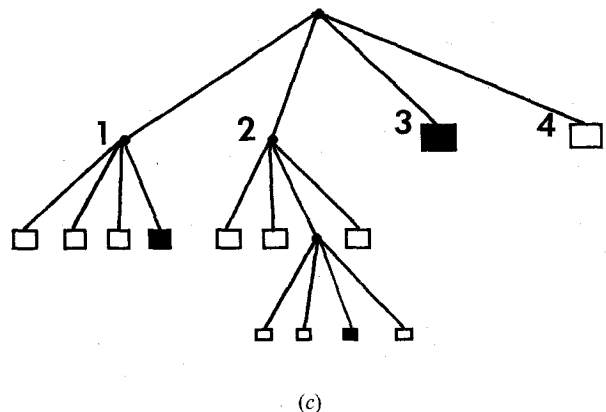
Cette représentation est déjà un premier pas vers la description d'une forme, puisqu'à chaque centre est associé un bloc carré. Cette représentation n'est cependant pas une partition et de plus l'axe médian peut se trouver être un ensemble déconnecté sans aucune relation entre les centres qui le composent (fig. 9a).

Ceci doit être réalisé de manière à ce que la structure globale soit utilisable dans un but de manipulation de formes.

On peut ainsi établir systématiquement une relation entre deux points de l'axe-médian dès que les carrés associés sont adjacents ou se recouvrent [44].

Le concept de ligne médiane a également été introduit, il permet d'établir une connexion au niveau de l'image discrète [45, 46] (fig. 9b).

On aboutit à une image multivaluée, qui contient l'axe médian, complétée de points nécessaires à la préservation de la connexion. Un procédé de construction [47] nous a permis de déduire de cette image un graphe de relations entre sous-ensembles de l'axe-médian. Ces sous-ensembles sont les composantes



(b) image initiale. (c) quadtree.

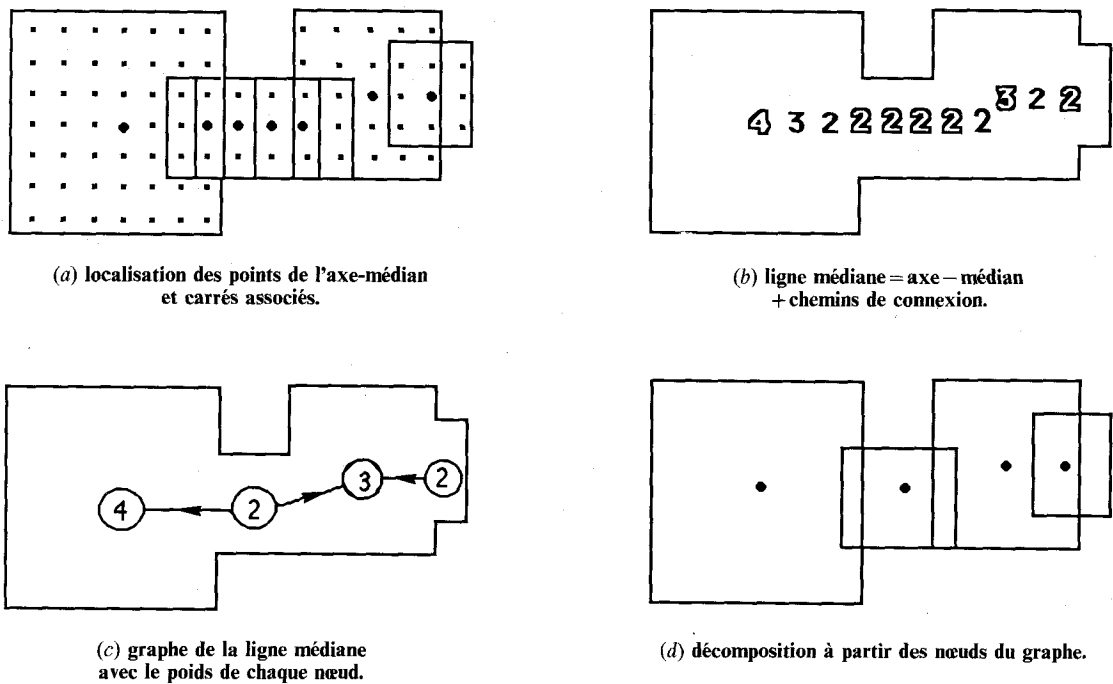


Fig. 9. — Codage par axe-médian et graphe de la ligne médiane.

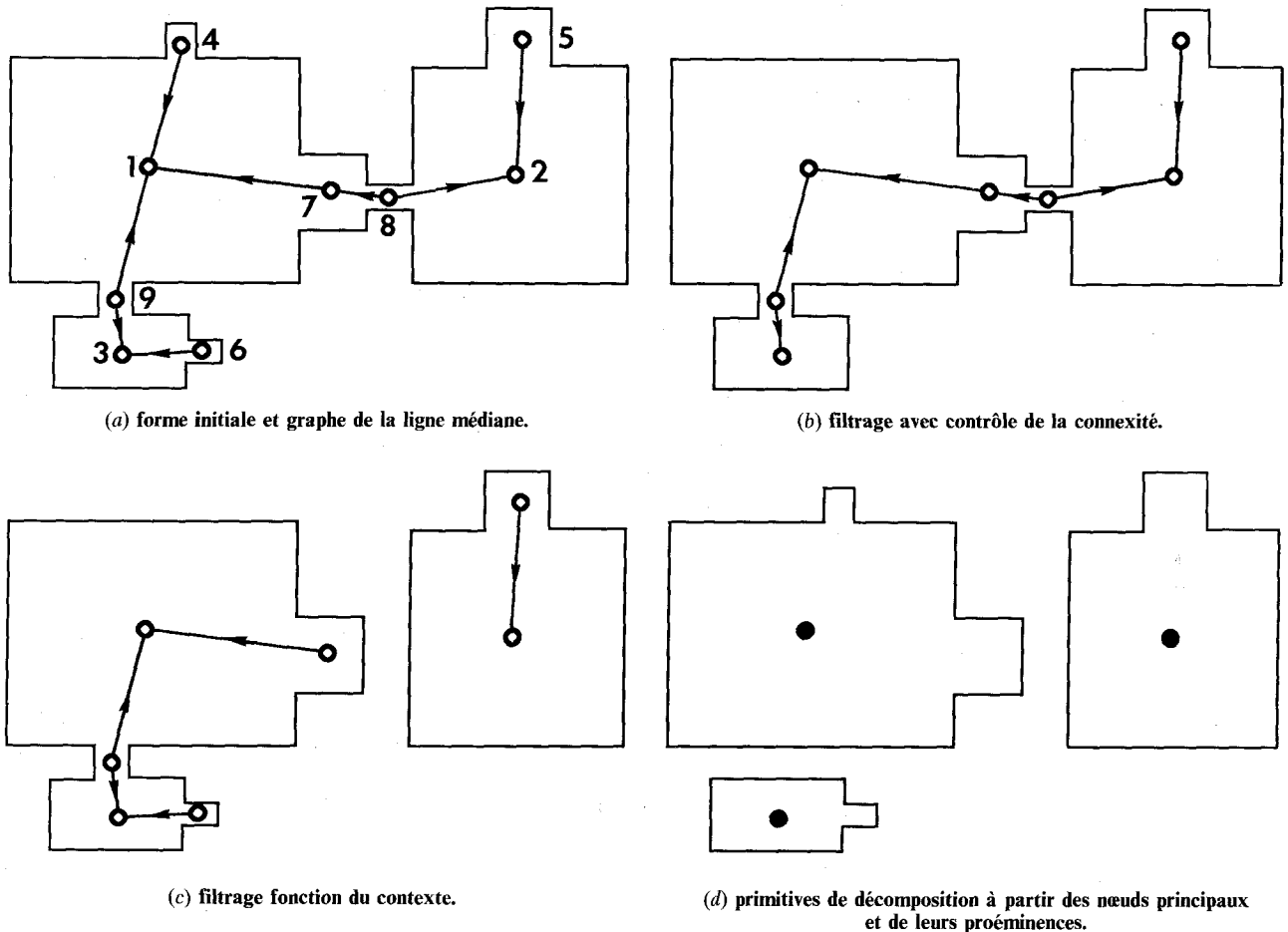
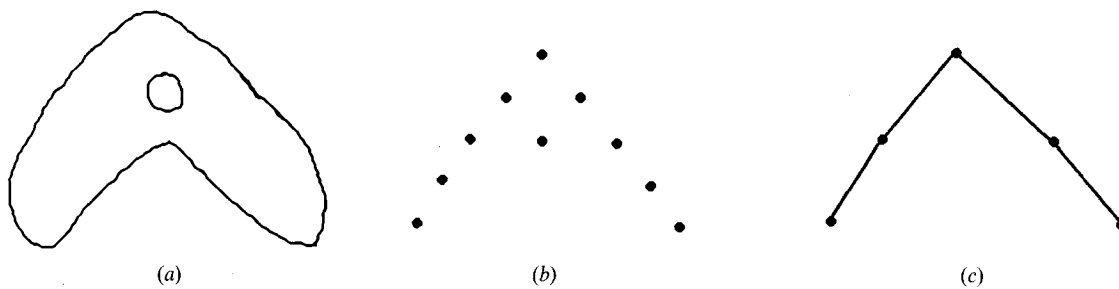


Fig. 10. — Manipulations de formes à partir de la représentation par graphe de la ligne médiane. 1, 2, 3 : nœuds principaux. 4, 5, 6, 7 : nœuds de proéminences. 8, 9 : nœuds de rétrécissement.

Une proéminence est attachée à un nœud principal (4 → 1). Un rétrécissement relie plusieurs nœuds principaux (8 → 1 et 2).





**Fig. 11.** — Représentation en vue d'une reconnaissance syntaxique du caractère.  
 (a) caractère initial. (b) image squelettisée. (c) codage du squelette.

connexes de maximums locaux, et les arcs du graphe sont les chemins de connexion construits pour obtenir la ligne médiane (fig. 9 c et d).

L'interprétation de ce graphe permet de décrire la forme initiale en termes de composantes principales, déformées par des proéminences et reliées entre elles par des rétrécissements [48].

On peut alors réaliser des traitements tels que le filtrage ou la décomposition des objets codés sous contrôle de propriétés telles que la connexité (fig. 10).

**V. Choix d'une méthode**

Nous avons vu de nombreuses méthodes de manipulation de formes. On peut en dégager deux axes principaux :

- celles qui permettent de réaliser un traitement très précis sur la forme, c'est le cas des méthodes de filtrage travaillant sur le code du contour ou au moyen d'outils morphologiques. La notion de précision est étroitement liée au degré de résolution du filtrage employé.

- celles qui fournissent en premier lieu une représentation de la forme, celle-ci étant ensuite manipulée grâce à cette représentation.

Ce deuxième type de méthodes autorise des traitements plus vastes, puisqu'il est en général fondé sur une décomposition de la forme de départ permettant ensuite de ramener le problème initial à celui du choix d'une décomposition adaptée.

On peut, à ce titre, remarquer que ces méthodes de décomposition sont :

- soit des processus de partitionnement suivant une contrainte géométrique donnée (convexe, carré...) pour lesquels les entités résultantes sont complétées par un graphe traduisant leur positionnement (quadtrees, ou adjacence). On a alors codé la forme de manière structurée;

- soit des processus de décomposition proprement dits, qui définissent un recouvrement de la forme (PCS, primitives de l'axe médian) par des primitives, et des relations de recouvrement. Ces recouvrements induisent un codage un peu « flou » de la forme, mais qui se rapproche davantage d'une description anthropomorphique de celle-ci.

Pour compléter tout ceci, nous voudrions préciser qu'il est souvent plus intéressant de travailler sur une représentation approchée de la forme initiale que sur la forme elle-même; en plus des procédés de filtrage,

nous donnons deux autres approches à titre d'exemple :

- si les objets à manipuler sont très proches de leur enveloppe convexe (proximité évaluée par un calcul d'erreur relative entre les surfaces), il peut être bien plus rapide de travailler sur celle-ci.

- si les objets à traiter sont « allongés » et que leur épaisseur nous importe peu (caractères, chromosomes), on choisira comme représentation approchée un squelette binaire, obtenu par des algorithmes d'amincissement [49, 50, 51]. On a alors extrait l'information nécessaire à la reconnaissance syntaxique des données [52] (fig. 11).

**VI. Conclusion**

Nous nous sommes appliqués ici à exposer les principales méthodes de traitement d'images binaires discrètes en vue de leur interprétation.

Nous espérons que cette liste, sans être exhaustive, aura éclairé le lecteur sur les différentes orientations du traitement d'une image binaire discrète, et l'aidera à faire un choix face à une application donnée.

Les méthodes précédemment exposées interviennent aussi bien au niveau des structures elles-mêmes qu'au niveau de l'architecture d'une image binaire. Ces deux notions de structure et d'architecture induisent deux niveaux pour lesquels les méthodes précitées peuvent être plus ou moins bien adaptées. Ainsi dans le cadre de structures telles par exemple des cellules ou des caractères, ce seront essentiellement des outils de filtrage ou d'approximation qui seront utilisés alors que dans le cadre d'une architecture telle par exemple une zone géographique ou un réseau de cellules ce seront essentiellement des processus de décomposition dans un environnement de graphe qui seront utilisés.

Cette étude a été motivée par un problème réel de prise en compte de cartes de reliefs sous-marins en vue de l'exploitation du fond sous-marin [53].

A cette fin, des procédés de décomposition ont été mis en œuvre pour définir de manière hiérarchisée des entités de plus en plus simples à traiter, tout en introduisant une cohérence entre les entités extraites.

Cette application ainsi que des illustrations des différentes méthodes précitées feront l'objet d'un article ultérieur.

*Manuscrit reçu le 19 décembre 1986.*

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. FREEMAN, On the encoding of arbitrary geometric configurations, *IRE trans. on Elect. Comp.*, EC 10, [2], 1961, p. 260-268.
- [2] L. DORST et A. W. M. SMEULDERS, Discrete representation of straight lines, *IEEE trans. on PAMI*, 6, 1984, p. 450-463.
- [3] A. ROSENFELD, Digital straight line segments, *IEEE trans. on Comp.*, C-23, 1974, p. 1264-1269.
- [4] R. O. DUDA et P. E. HART, *Pattern recognition and scene analysis*, John Wiley and Sons, 1973.
- [5] T. PAVLIDIS, *Structural pattern recognition*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1977.
- [6] J. SKLANSKY, R. L. CHAZIN et B. J. HANSEN, Minimum-perimeter polygons of digitized silhouettes, *IEEE trans. on Comp.*, C-21, n° 3, 1972, p. 260-268.
- [7] U. MONTANARI, A note on minimal length polygonal approximation to a digitized contour, *Comm. of ACM*, 13, [1], 1970, p. 41-47.
- [8] A. ROSENFELD et C. E. KIM, How a digital computer can tell us whether a line is straight, *Amer. Math. Monthly*, 89, 1982, p. 230-235.
- [9] A. NAKAMURA et K. AIZAMA, Digital images of geometric pictures, *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 30, 1985, p. 107-120.
- [10] C. E. KIM, Digital disks, *IEEE trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6, 1984, p. 372-374.
- [11] J. R. BENNETT et J. S. MACDONALD, On the measurement of curvature in a quantized environment, *IEEE trans. on Comp.*, C-24, n° 8, 1975, p. 803-820.
- [12] J. E. BOWIE et J. M. YOUNG, An analysis technique for biological shape, *Acta Cytologica*, 21, 1977, p. 455-464.
- [13] H. FREEMAN, Shape description via the use of critical points, *Pattern Recognition*, 10, 1978, p. 159-166.
- [14] U. RAMER, An iterative procedure for the polygonal approximation of plane curves, *Computer Graphics and Image Processing*, 1, 1972, p. 244-256.
- [15] P. V. SANKAR et C. U. SHARMA A parallel procedure for detection of dominant points on a digital curve, *Computer Graphics and Image Processing*, 7, 1978, p. 403-412.
- [16] S. H. Y. HUNG et T. KASVAND, Critical points on a perfectly 8- or 6-connected thin binary line, *6th International Conference on Pattern Recognition*, Munich, 1982, p. 531-533.
- [17] T. KASVAND et N. OTSU, Regularisation of piecewise linear digitized plane curves for shape analysis and smooth reconstruction, *6th International Conference on Pattern Recognition*, Munich, 1982, p. 468-471.
- [18] T. C. ZAHN et R. Z. ROSKIES, Fourier descriptors for plane closed curves, *IEEE trans. on Comp.*, C-21, n° 3, 1972, p. 269-281.
- [19] J. MA, C. K. WU et X. R. LUX, A fast shape descriptor, *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 34, 1986, p. 282-291.
- [20] G. H. GRANLUND, Fourier preprocessing for hand print character recognition, *IEEE trans. on Comp.*, C-21, 1972, p. 195-201.
- [21] E. PERSOON et K. S. FU, Shape discrimination using Fourier Descriptors, *IEEE trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 7, 1977, p. 170-179.
- [22] H. MAITRE, Contribution to the prediction of performances of the Hough transform, *IEEE trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 5, 1986, p. 668-673.
- [23] J. SKLANSKY, Recognition of convex blobs, *Pattern Recognition*, 2, 1970, p. 3-10.
- [24] C. E. KIM et A. ROSENFELD, On the convexity of digital regions, *5th International Conference on Pattern Recognition*, Miami, 1980, p. 1010-1015.
- [25] J. M. CHASSERY, Discrete convexity, *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 21, 1983, p. 326-344.
- [26] J. SKLANSKY, Measuring concavity on a rectangular mosaic, *IEEE trans. on Comp.*, C-21, 1972, p. 1355-1364.
- [27] C. E. KIM, A linear time convex hull algorithm for simple polygons, Dept. Comp. Sc. Univ. of Maryland, TR. 956, 1980.
- [28] F. P. PREPARATA et M. J. SHAMOS, *Computational geometry*, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 1985.
- [29] J. M. KEIL et J. R. SACK, *Minimum decomposition of polygonal objects*, Computational Geometry, Toussaint éd., North Holland, 1985, p. 197-216.
- [30] L. G. SHAPIRO et R. M. HARALICK, Decomposition of two-dimensional shapes by graph-theoretic clustering, *IEEE trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1, 1979, p. 10-20.
- [31] H. Y. F. FENG et T. PAVLIDIS, Decomposition of polygons into simpler components: feature generation for syntactic pattern recognition, *IEEE trans. on Comp.*, 6, 1975, p. 636-650.
- [32] C. M. BJORKLUND et T. PAVLIDIS, Global shape decomposition using the k-syntactic similarity approach, *IEEE Conference on Pattern Recognition and Image Processing*, Chicago, 1979, p. 445-452.
- [33] G. MATHERON, *Random sets and integral geometry*, Wiley, 1975.
- [34] J. SERRA, *Image analysis and mathematical morphology*, Academic Press, 1982.
- [35] A. ROSENFELD et J. S. WESZKA, *Picture recognition. Digital pattern recognition*, K. S. FU éd., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1980.
- [36] G. T. TOUSSAINT, Pattern recognition and geometrical complexity, *5th International Conference on Pattern Recognition*, Miami, 1980, p. 1324-1347.
- [37] N. AHUJA, B. AN et B. SCHACHTER, Image representation using Voronoï Tesselation, *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 29, 1985, p. 286-295.
- [38] B. CHAZELLE et D. P. DOBKIN, *Optimal convex decompositions*, Computational geometry, Toussaint éd., North Holland, 1985.
- [39] L. FERRARI, P. V. SANKAR et J. SKANSKY, Minimal rectangular partitions of digitized blobs, *5th International Conference on Pattern Recognition*, Miami, 1980, p. 1040-1043.
- [40] H. SAMET, Region representation: quadrees from binary arrays, *Computer Graphics and Image Processing*, 13, 1980, p. 88-93.
- [41] H. SAMET, Quadrees and medial axis, *6th International Conference on Pattern Recognition*, Munich, 1982, p. 184-187.
- [42] H. SAMET, A quadtree medial axis transform, *Comm. of ACM*, 26, n° 9, 1983, p. 680-693.
- [43] A. ROSENFELD et J. L. PFALTZ, Computer representation of planar regions by their skeletons, *Com. of ACM*, 10, n° 2, 1967, p. 119-125.
- [44] N. AHUJA et W. HOFF, Augmented medial axis transform, *7th International Conference on Pattern Recognition*, Montreal, 1984, p. 326-328.
- [45] C. ARCELLI et G. SANNITI DI BAJA, Medial line and figure analysis, *5th International Conference on Pattern Recognition*, Miami, 1980, p. 1016-1018.

- [46] C. ARCELLI et G. SANNITI DI BAJA, A width independant fast thinning algorithm, *IEEE trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 7, n° 4, 1985, p. 463-474.
- [47] A. MONTANVERT, Obtention d'une ligne médiane par connexion de l'axe médian, *5<sup>e</sup> congrès Recon. des Formes et Intelligence Artificielle*, Grenoble, 1985, p. 777-785.
- [48] A. MONTANVERT, Medial line : graph representation and shape description, *8th ICPR*, Paris, 1986, p. 430-432.
- [49] A. ROSENFELD et R. STEFANELLI, Some parallel thinning algorithms for digital picture processing, *J. of ACM*, 18, n° 2, 1971, p. 255-264.
- [50] T. PAVLIDIS, A thinning algorithm for discrete binary images, *Computer Graphics and Image Processing*, 13, 1980, p. 142-157.
- [51] H. TAMURA, A comparison of line thinning algorithms from digital geometry viewpoint, *4th International Conference on Pattern Recognition*, Kyoto, 1978, p. 715-719.
- [52] A. ROSENFELD and A. C. KAK, *Digital picture processing*, Academic Press, 2, 1976.
- [53] C. CHARLES, J. M. CHASSERY, A. MONTANVERT et J. F. DESNOS, Application of image analysis to the determination of the possible sweeping patterns of manganese recovery system, *Offshore Technology Conference*, Houston, May 1987.