

# Influence d'un milieu élastique dissipatif

## sur la diffusion acoustique

### d'objets cylindriques

Influence of lossy media on the acoustic scattering by cylinders



Anne GROSSETÊTE

École Centrale des Arts et Manufactures, 92290 CHÂTENAY-MALABRY

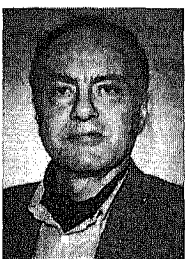
Ancienne Elève de l'École Centrale des Arts et Manufactures de Paris. Stagiaire pendant trois mois au Laboratoire Central de Télécommunications.

A. GÉRARD



Université de Bordeaux-I, ERA 769, 351, cours de la Libération, 33405 TALENCE CEDEX

A. GÉRARD a soutenu une thèse d'état sur la diffraction d'ondes par des milieux élastiques sphériques multicouches. Il est actuellement Professeur à l'Université de Bordeaux-I. Responsable du 1<sup>er</sup> cycle de Technologie et de la licence de mécanique de cette université, il enseigne, en particulier, l'acoustique en 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> cycle. Ses recherches portent sur la propagation d'ondes dans les milieux stratifiés (dissipatifs ou non), le contrôle non destructif par ultrasons, la caractérisation des matériaux par voie ultrasonore. Auteur de plusieurs articles dans le domaine de l'acoustique, il collabore, dans ce domaine, avec d'autres laboratoires universitaires ou industriels notamment le Laboratoire Central de Télécommunications; il est aussi expert pour des revues internationales.



Jean-Louis ROUSSELOT

Laboratoire Central de Télécommunications, 18, rue Grange Dame Rose, VÉLIZY-VILLACOUBLAY CEDEX

Ingénieur au sein du service d'études théoriques de la division Radar au Laboratoire Central de Télécommunications, l'auteur s'est spécialisé dans la résolution numérique des problèmes de diffusion des ondes acoustiques. Cette expérience l'a conduit à développer une collaboration fructueuse avec plusieurs laboratoires spécialisés en acoustique. (Laboratoire d'Électronique et d'Automatique, Groupe Ultrasons, Le Havre; Laboratoire de Mécanique Appliquée, Marseille). Plusieurs publications illustrent les résultats acquis particulièrement dans le domaine des ondes de surface élastique, des résonances et des diagrammes de diffusion des objets immergés.

## RÉSUMÉ

On s'intéresse à la diffusion à basse fréquence d'un cylindre en matériau dissipatif. On obtient une amélioration des résultats de Schuetz et Neubauer. La fonction de forme en rétrodiffusion met en évidence de nouvelles résonances. Les courbes de pression en visée bistatique, comparées à celles du milieu sans perte, montrent que : pour une résonance « isolée » l'amplitude de pression est faiblement atténuée quelle que soit la direction d'observation (atténuation homogène), en revanche lorsque deux fréquences de résonances sont très voisines de la fréquence étudiée l'amplitude de pression diffusée est fortement atténuée dans certaines directions (atténuation préférentielle).

## MOTS CLÉS

Diffraction, contrôle non destructif, milieux stratifiés.

SUMMARY

We are interested in the acoustic scattering by a lossy elastic cylinder at low frequencies. The results of Schuetz and Neubauer are improved. For backscattering the form function shows new resonances in evidence. The curves of the pressure field compared with those for lossless materials show that for an isolated resonance the pressure amplitude is weakly attenuated whatever the direction of observation is (homogeneous attenuation) whereas when two resonance frequencies are very nearby the studied frequency, the amplitude of scattering pressure is very strongly reduced in specific directions (preferential attenuation).

KEY WORDS

Scattering, non-destructive testing, layers media.

TABLE DES MATIÈRES

- 1. Introduction
- 2. Solution modale
- 3. Étude de la lucite
- 4. Conclusion
- Bibliographie
- Annexe

1. Introduction

Ces dernières années des progrès importants ont été réalisés dans la compréhension de la diffusion acoustique de cibles élastiques lorsque l'absorption est négligée : approximation qui tombe en défaut pour les matériaux non métalliques. Pour les milieux viscoélastiques, par exemple, les résultats acquis sont assez fragmentaires.

En l'absence de résultats expérimentaux et pour tester les algorithmes numériques, l'étude à basse fréquence de la diffusion d'une onde acoustique plane par un cylindre absorbant a été entreprise. Les résultats numériques ont été confrontés à ceux de Schuetz et Neubauer [1]. Les algorithmes de calcul ont ainsi été qualifiés avec la lucite.

2. Solution modale

On considère une onde plane d'extension infinie, monochromatique de pulsation  $\omega$  émise dans un fluide (milieu 1) et venant frapper, sous incidence normale, un cylindre absorbant (milieu 2) d'axe  $z$ , de rayon  $a$ . On sait qu'une onde plane de pression incidente  $P_i$  se développe en série de fonctions de Bessel [2] [premiers termes de (1)] tandis que la pression diffusée par le cylindre  $P_{out}$  [seconds termes

de (1)] est la solution des équations du mouvement satisfaisant, entre autre, à la condition de radiation à l'infini de Sommerfeld. La pression totale  $P_1$  régnant dans le fluide s'écrit donc :

$$(1) \quad P_1 = P_0 e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n (J_n(k_1 r) + b_n H_n^{(1)}(k_1 r)) \cos n\theta,$$

où  $P_0$  est un facteur de normalisation,  $\varepsilon_n (= 2 - \delta_{n0})$  le facteur de Neumann,  $k_1$  le nombre d'onde dans le liquide où la célérité du son est  $C_1$  ( $\omega = k_1 C_1$ ),  $b_n$  l'amplitude de l'onde diffusée d'ordre  $n$  et  $\theta$  l'angle azimutal habituel (cf. fig. 2).

Dans le solide, compte tenu de la géométrie du problème, il n'y a pas de déplacement des particules dans la direction de l'axe du cylindre. Dans la décomposition des particules dans la direction de l'axe du cylindre. Dans la décomposition de Helmholtz seule intervient la composante selon  $z$  du potentiel vecteur (soit  $A_z$ ). Il en résulte que le champ des déplacements dans 2 ( $U_2 = -\text{grad } \psi + \text{rot } A_z z$ ) est engendré par :

$$(2) \quad \psi = P_0 e^{-i\omega t} (\rho_2 \omega^2)^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} (\varepsilon_n i^n C^n J_n(k_L r) \cos n\theta),$$

$$(3) \quad A_z = P_0 e^{-i\omega t} (\rho_2 \omega^2)^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} (\varepsilon_n i^n e_n J_n(k_T r) \sin n\theta),$$

où  $\rho_2$  désigne la masse volumique du milieu 2 et  $k_L$  (resp.  $k_T$ ) le nombre d'onde complexe longitudinal (resp. transversal). Dans (1), (2), (3), les amplitudes  $b_n$ ,  $c_n$  et  $e_n$  sont des constantes déterminées en écrivant à l'interface fluide-solide  $r=a$ , la continuité de la contrainte et des déplacements normaux. On est ainsi conduit à résoudre le système linéaire :

$$(4) \quad \begin{cases} \alpha_{11} b_n + \alpha_{12} c_n + \alpha_{13} e_n = \beta_1, \\ \alpha_{21} b_n + \alpha_{22} c_n + \alpha_{23} e_n = \beta_2, \\ \alpha_{32} c_n + \alpha_{33} e_n = 0, \end{cases}$$

dont les coefficients sont donnés en annexe. Si on désigne par  $D_n(a, \omega)$  le déterminant de (4) et par  $D_n^{(1)}(a, \omega)$  celui obtenu en remplaçant la première

colonne de  $D_n(a, \omega)$  par les constantes des seconds membres de (4), la solution  $b_n$  s'écrit :

$$(5) \quad b_n = \frac{D_n^{(1)}(a, \omega)}{D_n(a, \omega)} = - \frac{x_T^2 J_n(x_1) \Delta_{11} + \rho_2 \rho_1^{-1} x_1 J_n'(x_1) \Delta_{21}}{x_T^2 H_n^{(1)}(x_1) \Delta_{11} + \rho_2 \rho_1^{-1} x_1 H_n'(1)(x_1) \Delta_{21}}$$

avec :

$$\Delta_{11} = \alpha_{22} \alpha_{33} - \alpha_{32} \alpha_{23}, \quad \Delta_{21} = \alpha_{12} \alpha_{33} - \alpha_{32} \alpha_{13},$$

$$x_L = ak_L, \quad x_T = ak_T, \quad x_1 = ak_1.$$

En champ lointain, la pression diffusée vaut donc :

$$(6) \quad P_{out} = P_0 (2/\pi k_1 r)^{1/2} 2^{-1/2} (1-i) e^{i(k_1 r - \omega t)} \times \sum_{n=0}^{\infty} ([2 - \delta n_0]) \frac{D_n^{(1)}(a, \omega)}{D_n(a, \omega)} \cos n\theta.$$

### 3. Étude de la lucite

L'absorption est prise en compte en introduisant les nombres d'ondes complexes :

$$(7) \quad \begin{cases} k_L = k_1 C_L C_L^{-1} (1 - i\beta_L), \\ k_T = k_1 C_T C_T^{-1} (1 - i\beta_T), \end{cases}$$

où  $C_L$  et  $C_T$  sont les célérités des ondes longitudinales et transversales dans le cylindre. A des fins de comparaison, les valeurs numériques nécessaires à cette étude sont tirées de l'article de Schuetz et Neubauer [1] soient :

$$C_L = 1468,72 \text{ m/s}, \quad C_T = 2688,50 \text{ m/s},$$

$$C_T = 1340,0 \text{ m/s}, \quad \rho_2 = 1,18 \text{ g/cm}^3,$$

$$\beta_L = 0,00348 \quad \beta_T = 0,00531$$

L'importance de l'absorption est mise en valeur par la figure 1 qui représente la limite pour  $r$  tendant vers l'infini de la pression (6) normalisée.

Les deux courbes sont obtenues de façon identique, mais dans un cas on a tenu compte de l'absorption ( $\beta_L = 0,00348$ ,  $\beta_T = 0,00531$ ) et dans l'autre on l'a négligée ( $\beta_L = \beta_T = 0$ ). On constate que l'absorption rend la courbe de rétrodiffusion plus régulière, les pics sont amortis. Cette remarque incite à rechercher les résonances du milieu qui sont obtenues par résolution de l'équation  $D_n(x_1) = 0$ . La racine  $x_1$  est complexe. Sa partie réelle est la valeur de la résonance recherchée  $x_1^*$  à une bonne approximation près. La partie imaginaire de  $x_1$  est liée à la demi-largeur  $\Gamma/2$  de cette résonance. Pour chaque mode, il existe plusieurs racines notées  $x_{nl}$  où  $l$  est un indice entier attribué pour les valeurs croissantes de  $|x_1|$  à  $n$  fixé. Les tableaux ci-dessous rassemblent les résultats par

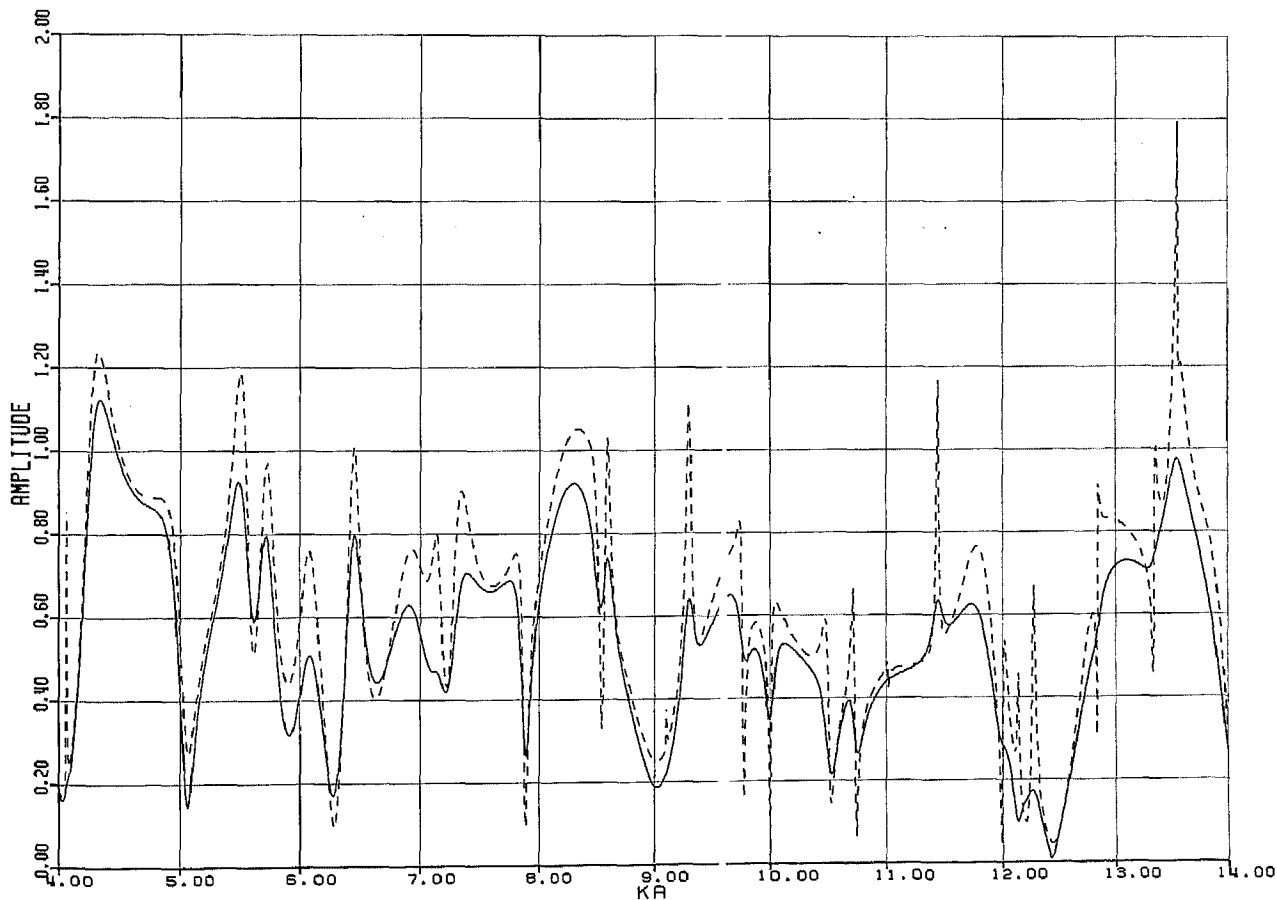


Fig. 1. — Courbes de rétrodiffusion : représentation de la fonction de forme d'un cylindre en lucite en négligeant l'absorption ( $\beta_L = 0, \beta_T = 0$ ) courbe en pointillés, avec absorption ( $\beta_L = 0,00348, \beta_T = 0,00531$ ) courbe en trait plein.

séries de résonances pour  $0 \leq n \leq 9$ ,  $1 \leq l \leq 5$  et  $1 \leq x_1 \leq 15$ .

On constate que la lucite possède beaucoup plus de résonances que l'aluminium[3]. De plus, la pente de la première série de la lucite ( $l=1$ ) est supérieure à 1 ce qui n'est pas le cas pour les métaux. Lorsque l'on résoud  $D_n(x_1)=0$ , la partie imaginaire est faible. Ainsi le fait de négliger, ou non, l'absorption ne joue pratiquement pas sur la partie réelle de  $x_n^*$  mais seulement sur la partie imaginaire donc sur l'absorption.

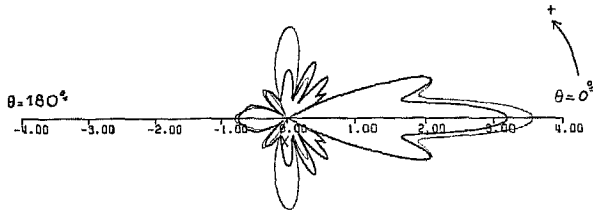


Fig. 2. - Lucite : courbe en visée bistatique  $k_1 a = 10, 90, \theta = 0, 360^\circ$ . — en négligeant l'absorption; — avec absorption.

Par ailleurs, de façon générale, on remarque qu'en dehors des résonances, l'absorption a peu d'influence en visée bistatique (cf. fig. 2 :  $Re(x_n^*) = 10,90$ ) tandis qu'aux fréquences de résonances, les pressions diffusées sont presque toujours atténuées (cf. fig. 3 :  $Re(x_n^*) = 13,345$  pour  $n=2, l=6$ ), mais dans des proportions très différentes selon les circonstances. Pour une fréquence de résonance « pure » (résonance isolée) l'atténuation est homogène et très faible. En revanche, celle-ci devient très importante dans certaines directions (atténuation préférentielle) lorsque deux fréquences de résonances sont voisines de celle observée.

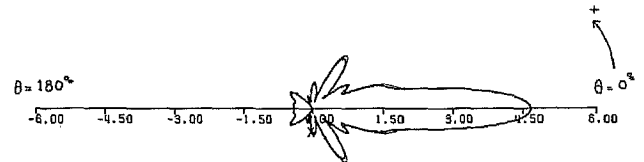


Fig. 3. - Lucite : courbe en visée bistatique  $k_1 a = 13,345, \theta = 0, 360^\circ$ . — en négligeant l'absorption; — avec absorption.

1 <sup>re</sup> série $l=1$			2 <sup>e</sup> série $l=2$			3 <sup>e</sup> série $l=3$			4 <sup>e</sup> série $l=4$			5 <sup>e</sup> série $l=5$		
$n$	$Re(x_{nl})$	$\Gamma_{nl}$	$n$	$Re(x_{nl})$	$\Gamma_{nl}$	$n$	$Re(x_{nl})$	$\Gamma_{nl}$	$n$	$Re(x_{nl})$	$\Gamma_{nl}$	$n$	$Re(x_{nl})$	$\Gamma_{nl}$
2	1,359	0,169	1	2,594	0,050	0	3,865	1,126	0	4,689	0,025	0	7,679	0,041
3	2,106	0,184	2	4,069	0,021	1	6,076	0,123	1	6,681	0,987	1	9,099	0,048
4	2,832	0,167	3	5,553	0,092	2	7,298	0,118	2	9,121	1,038	2	10,485	0,081
5	3,555	0,146	4	6,935	0,235	3	8,528	0,092	3	11,323	0,946	3	11,840	0,274
6	4,276	0,125	5	8,266	0,417	4	9,765	0,067	4	12,764	0,311	4	13,790	0,985
7	4,997	0,107	6	9,529	0,612	5	11,016	0,056	5	13,963	0,208			
8	5,716	0,092	7	10,734	0,804	6	12,277	0,076	6	15,179	0,153			
9	6,434	0,080	8	11,894	0,986	7	13,537	0,132						
						8	14,781	0,222						

#### 4. Conclusion

La fonction de forme en rétrodiffusion présente certaines résonances qui n'avaient pas été mises en évidence dans [1]. La pression diffusée résonante est amortie. L'analyse des courbes de pression en visée bistatique conduit à deux types de résultats distincts :

(i) pour une résonance « pure », l'amplitude de la pression diffusée est très faiblement atténuée par rapport à celle du milieu sans perte (atténuation homogène);

(ii) en revanche lorsque deux fréquences de résonances sont très voisines de celle étudiée, la pression diffusée est fortement atténuée (rapport voisin de 2) dans certaines directions (atténuation préférentielle).

#### BIBLIOGRAPHIE

[1] L. S. SCHUETZ et W. G. NEUBAUER, Acoustic reflection from cylinders non absorbing and absorbing, *J.A.S.A.*, 62, 1977, p. 513-517.

[2] R. D. DOOLITTLE et H. ÜBERALL, Sound scattering by elastic cylindrical shells, *JASA*, 39, 1966, p. 272-276.

[3] A. DEREM et J. L. ROUSSELOT, Résonances acoustiques du cylindre élastique infini et leur relation avec les ondes de surfaces, *Revue du CETHEDEC*, 67, 1981, p. 1-34.

#### Annexe

$$\begin{aligned} \beta_1 &= -x_T^2 J_n(x_1), & \beta_2 &= \rho_2 \rho_1^{-1} f_n(x_1) J_n(x_1), \\ \alpha_{11} &= x_T^2 H_n^{(1)}(x_1), & \alpha_{21} &= -\rho_2 \rho_1^{-1} k_n(x_1) H_n^{(1)}(x_1), \\ & & \alpha_{12} &= (x_T^2 - 2n^2 + 2f_n(x_L)) J_n(x_L), \\ \alpha_{13} &= 2n(f_n(x_T) - 1) J_n(x_T), & \alpha_{22} &= -f_n(x_L) J_n(x_L), \\ & & \alpha_{23} &= n J_n(x_T), & \alpha_{32} &= 2n(f_n(x_L) - 1) J_n(x_L), \\ \alpha_{33} &= -k_n(x_T) J_n(x_T), & k_n(x) &= 2n^2 - x^2 - 2f_n(x), \\ & & k_n(x) &= x H_n^{(1)}(x) [H_n^{(1)}(x)]^{-1}, \\ & & f_n(x) &= x J_n'(x) [J_n(x)]^{-1}. \end{aligned}$$