

# ➔ Turbo-égalisation

**ENST-Bretagne**

**Département Signal et Communications**

**Christophe Laot**

**R. Le Bidan, E. Hardouin et N. Le Josse**

**Ecole d'été GdR-ISIS, Peyresq, juillet 2007**

## ➔ Plan

- 1. Introduction générale**
- 2. Principe de la turbo-égalisation MAP**
- 3. Principe de la turbo-égalisation MMSE**
- 4. Extension à l'annulation d'interférences**
- 5. Analyse des performances : diagramme EXIT**
- 6. Conclusions**

## ➔ **Partie 1 : introduction générale**

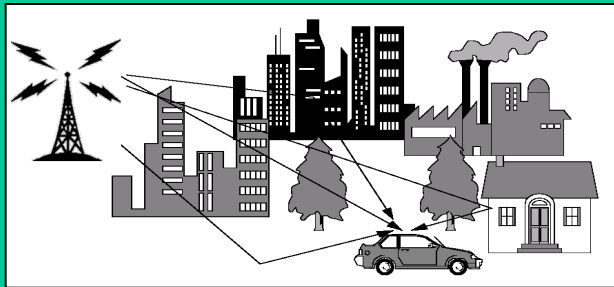
- 3 -

- **Le canal radio-mobile**
- **Le « principe Turbo »**
- **Introduction à la turbo-égalisation**
- **Performances**

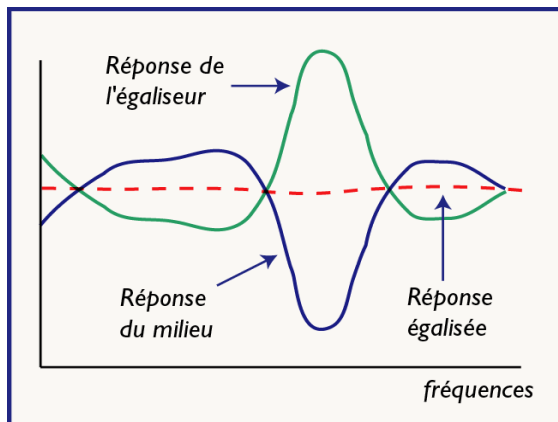
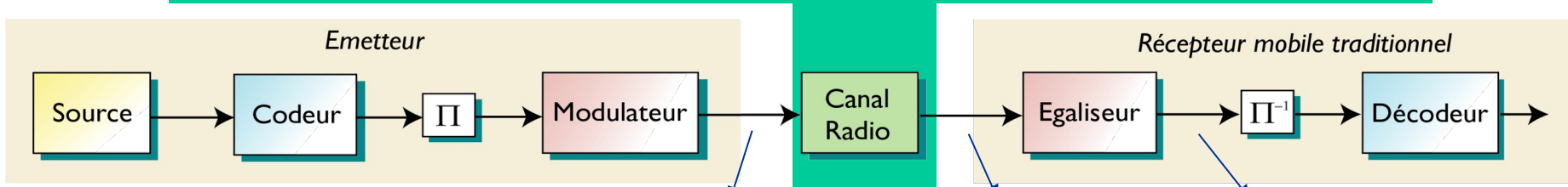
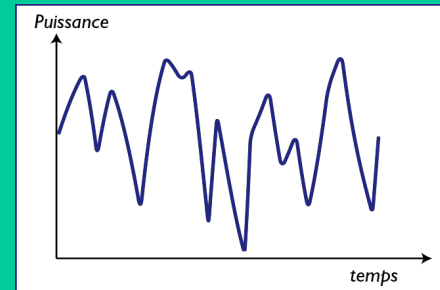
# Transmissions sur canal radiomobile

- 4 -

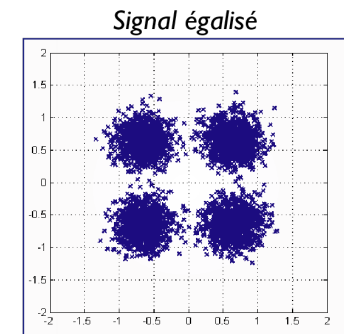
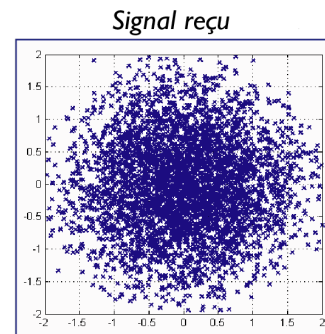
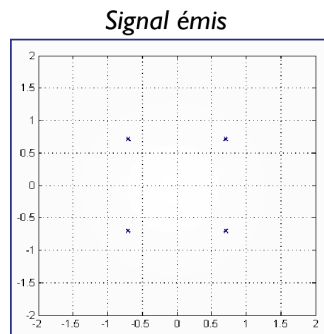
Trajets multiples (**Interférence Entre Symboles**)



Fluctuations de la puissance reçue



Principe de l'égalisation



L'**égalisation** offre une solution pour combattre la sélectivité en fréquence (IES) du canal.

## ➔ Techniques d'égalisation

- 5 -

- Solutions pour traiter l'IES
  - Modulation mono-porteuse avec **égalisation** en réception
  - Modulations multi-porteuses (OFDM, DMT)
  - Étalement de spectre
- Techniques d'égalisation classiques
  - Détection de séquence / symbole opérant sur le treillis
    - Algorithme de Viterbi (Maximum de Vraisemblance - MLSE)
    - Algorithme BCJR-MAP (Maximum a Posteriori)
  - Égaliseurs à base de filtres linéaires
    - Structures :
      - Égaliseur linéaire transverse (LE)
      - Égaliseur à retour de décision (DFE)
    - Critères d'optimisation :
      - Forçage à Zéro (ZF)
      - Min. de l'Erreur Quadratique Moyenne (MMSE)

## ⊕ Le « Principe Turbo »

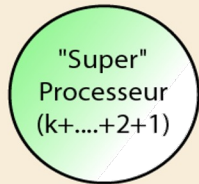
- 6 -

**Problématique : cascade de traitements à l'émission**



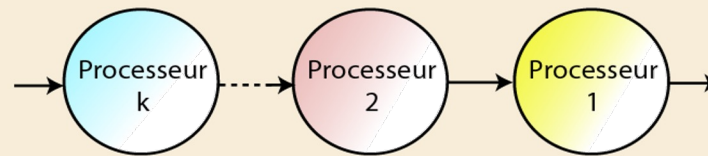
Chaque traitement introduit une forme de corrélation ("mémoire") sur les données

**Récepteur optimal conjoint**



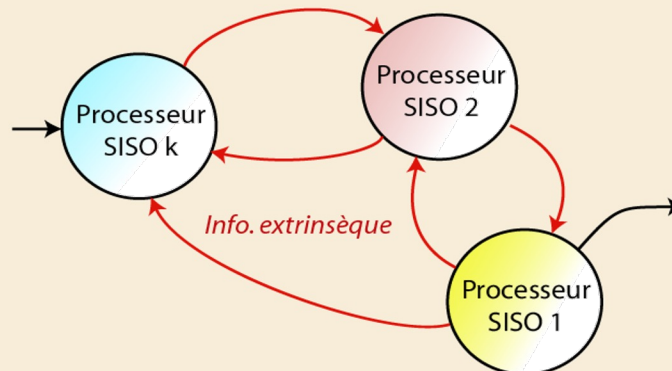
Très complexe !!!

**Récepteur "disjoint" (séquentiel)**



Moins complexe, mais perte d'information

**Récepteur "Turbo" (itératif)**



**Avantage de l'approche itérative :**

Convergence vers les performances du récepteur optimal conjoint, mais avec une complexité (par itération) comparable à celle du récepteur disjoint.

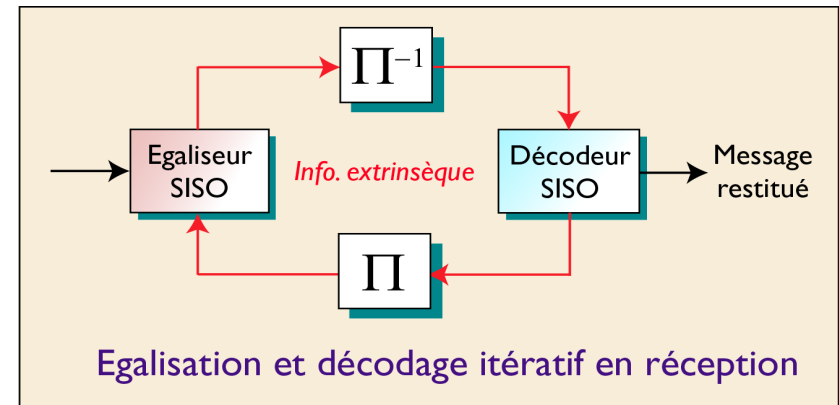
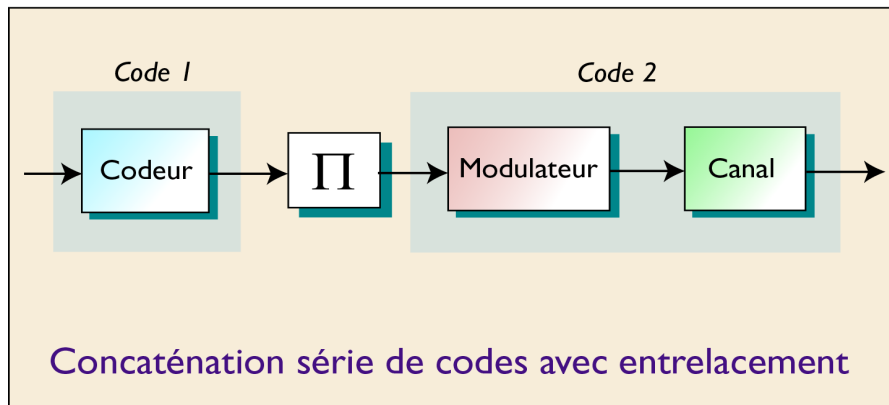
**Applications du principe Turbo :**

- Turbo-Egalisation
- Turbo-CDMA, etc.

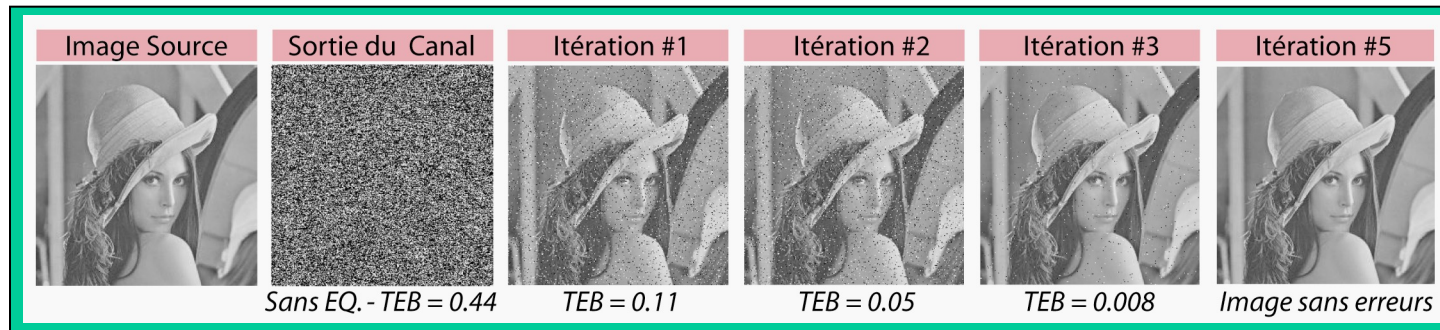
# ⌚ La Turbo-Égalisation

- 7 -

## ■ Principe



Idée : exploiter les décisions du décodeur pour améliorer l'égalisation (et vice-versa)



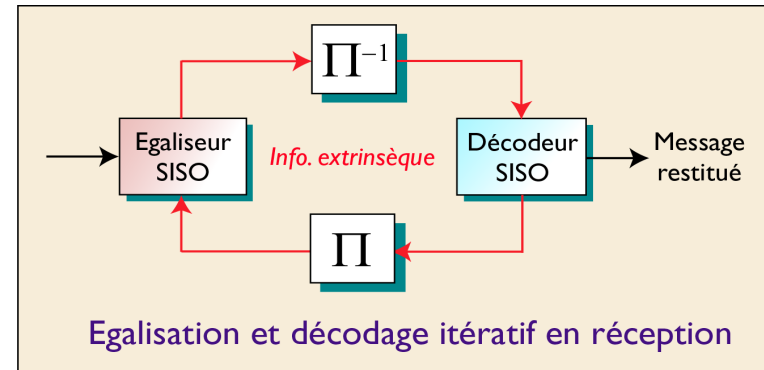
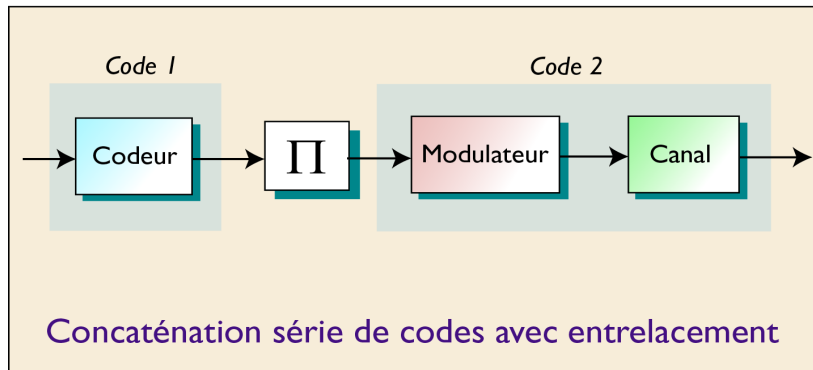
La Turbo-Égalisation permet la suppression totale de l'IES, ainsi que l'exploitation de la diversité du canal.

## ⌚ La Turbo-Égalisation

- 8 -

- **Principe :**

Exploiter les décisions du décodeur pour améliorer l'égalisation (et vice-versa)



- **Rôle de l'égaliseur SISO (Soft In Soft Out) :**

Calculer une mesure de fiabilité sur les bits codés à partir des observations en sortie du canal et de l'information extrinsèque délivrée par le décodeur à l'itération précédente.

- **Expression des données en sortie d'un canal de fonction de transfert  $H(z)$**

$$\mathbf{Y}(z) = \mathbf{H}(z)\mathbf{D}(z) + \mathbf{W}(z)$$

- **Deux approches possibles pour réaliser l'égaliseur SISO.**



# ⊕ État de l'art en Turbo-Égalisation

- 9 -

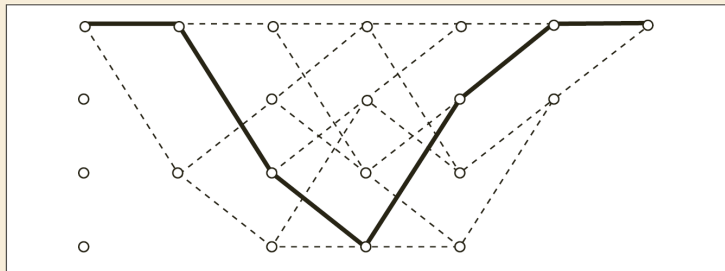
Réalisation de l'égaliseur SISO



Critère MAP

Critère MEQM

## Turbo-Egalisation MAP ("Turbo-Détection")



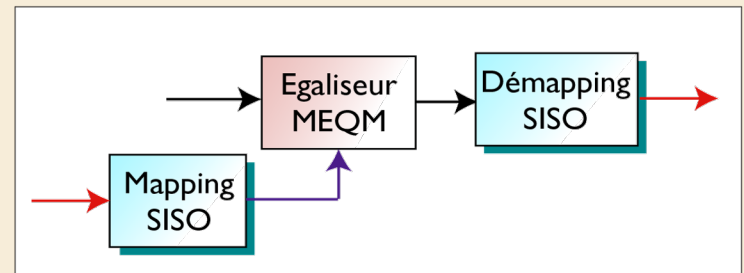
(Douillard & al., 1995 - Bauch & al., 1997)

Egaliseur SOVA / MAP  
Complexité en  $O(M^L)$

## Turbo-Egalisation MAP à "états réduits"

Egaliseurs SISO DDFSE, RSSE, etc.  
Complexité en  $O(J^K)$  avec  $J < M$  et  $K < L$

## Turbo-Egalisation MEQM



(Glavieux & Laot, 1997 - Tüchler, 2000)

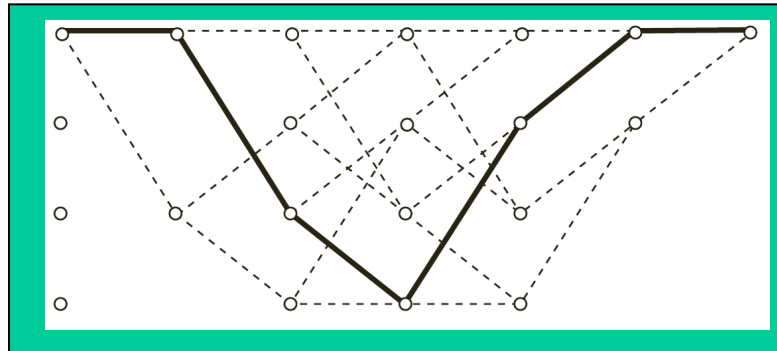
Egaliseur linéaire MEQM avec info. à priori  
Complexité ~ linéaire en M et L

Implémentation sous forme adaptative ou bien  
avec estimation préalable du canal de transmission.

M désigne l'ordre de la modulation et L désigne le nombre de coefficients du canal.

## ➔ Réalisation de l'égaliseur SISO par la théorie de la détection

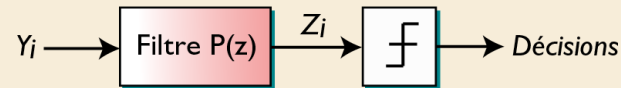
- Critère optimal en communications : critère MAP → **égaliseur MAP**.
- Ce critère se prête naturellement à la gestion des mesures de fiabilité.
- Les données en sortie du canal suivent un processus de Gauss-Markov.
- L'ensemble des séquences admissibles à la sortie du canal (en l'absence de bruit) peut être représenté par un diagramme en treillis.



- Il existe des algorithmes qui exploitent la représentation en treillis pour simplifier l'implémentation du critère MAP. Exemple : algorithme BCJR-MAP.
- Problème : la complexité de ces algorithmes est en  $O(M^L)$ 
  - M : ordre de la modulation
  - L : nombre de coefficients du canal discret équivalent

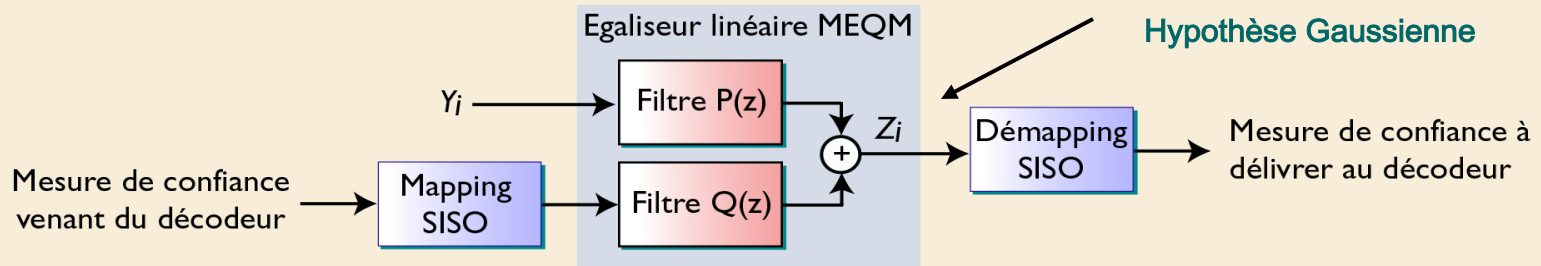
## ➔ Réalisation de l'égaliseur SISO par la théorie de l'estimation

- Approche classique : **égaliseur linéaire MMSE**



Les coefficients du filtre  $P(z)$  sont optimisés de manière à minimiser l'erreur quadratique moyenne

- Problème : **solution généralement peu performante, et qui ne permet la manipulation de mesures de fiabilité.**
- Évolution : **égaliseur SISO MMSE ou MEQM avec informations *a priori***

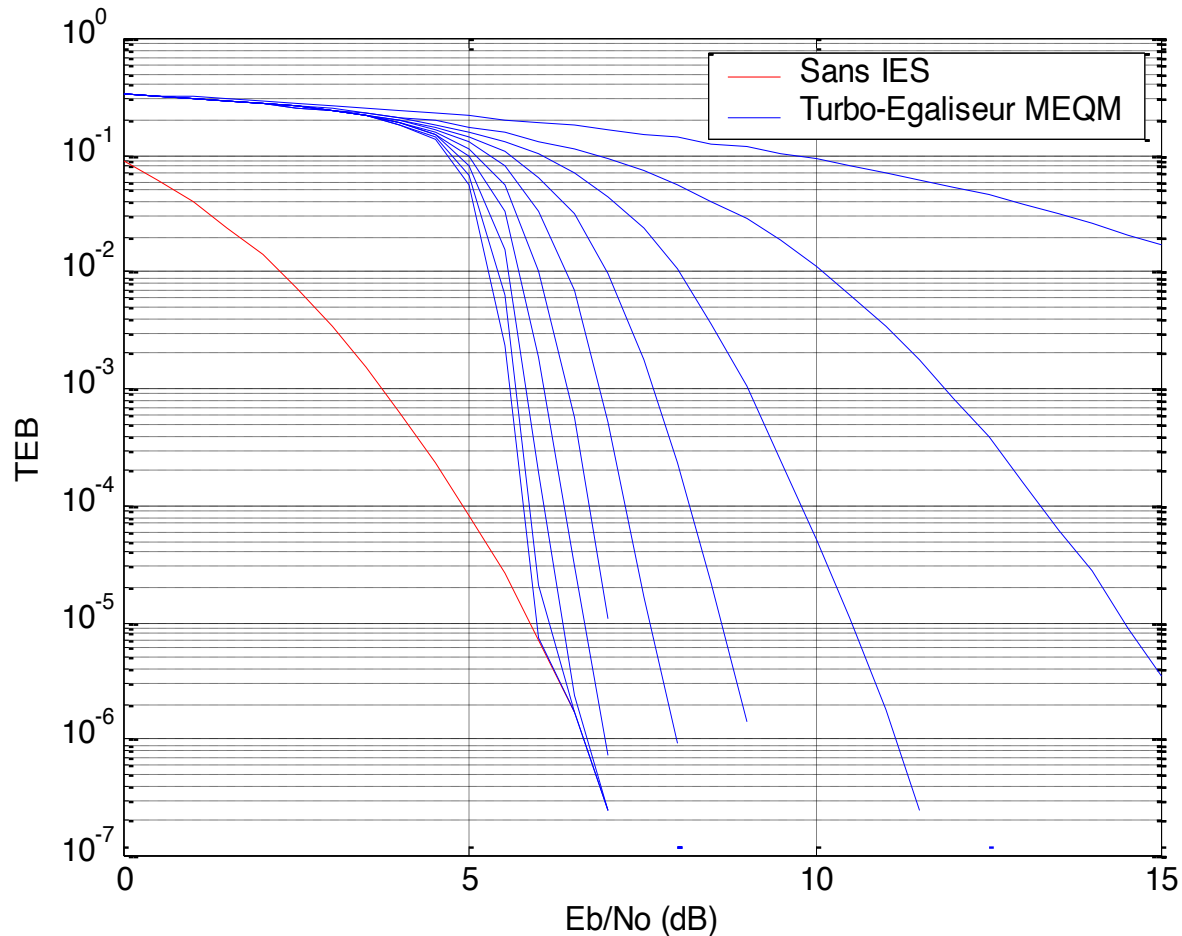


Les filtres  $P(z)$  et  $Q(z)$  sont optimisés suivant le critère MEQM en tenant compte des mesures de fiabilité à l'entrée.

La forme de l'égaliseur évolue au fil des itérations, en fonction des mesures de fiabilités délivrées par le décodeur

## ➔ Exemple de performances

- 12 -



La Turbo-Égalisation permet la **suppression totale de l'IES** à partir d'un rapport signal sur bruit suffisant (seuil de convergence).

## ➔ Égaliseurs SISO (Soft In Soft Out) avec informations *a priori*

### Égalisation optimale => critère MAP

- Complexité prohibitive pour des étalements temporels importants
- Complexité prohibitive pour des modulations à grand nombre d'états
- Algorithmes de type BCJR MAP, Log MAP ou max Log MAP
- Réduction de complexité : algorithmes à états réduits : DDFSE, RSSE, ...
- Appelé turbo-détecteur ou turbo-égaliseur MAP

### Égalisation sous-optimale => critère MMSE

- Complexité raisonnable pour des étalements temporels importants
- Complexité raisonnable pour les modulations à grand nombre d'états
- Basé sur du filtrage linéaire
- Appelé turbo-égaliseur MMSE

## ➔ Applications du Principe Turbo

- 14 -

- **Un récepteur numérique doit réaliser un certain nombre de tâches :**
  - Synchronisation (trame)
  - Démodulation
  - Synchronisation (porteuse, phase)
  - Égalisation, détection multi-utilisateurs, annulation d'interférences
  - Décodage de canal
- **Exemples d'application du Principe Turbo :**
  - Turbo-Égalisation (égalisation et décodage itératif)
  - Turbo-Synchronisation (synchronisation et décodage itératif)
  - Turbo-Démodulation (démodulation et décodage itératif)
  - Turbo-Annulation d'Interférences (CDMA, MIMO et décodage itératif)

Le principe Turbo s'applique aussi bien à des problèmes de **détection** / décodage qu'à des problèmes d'**estimation**.

Illustration : la Turbo-Égalisation

## ➔ **Partie 2 : turbo-égalisation MAP (détection)**

- 15 -

- **Principe de la turbo-égalisation MAP**
- **Canal discret équivalent**
- **Modélisation en treillis**
- **Détecteur MAP - Algorithme BCJR**
- **Détecteur à états réduits**

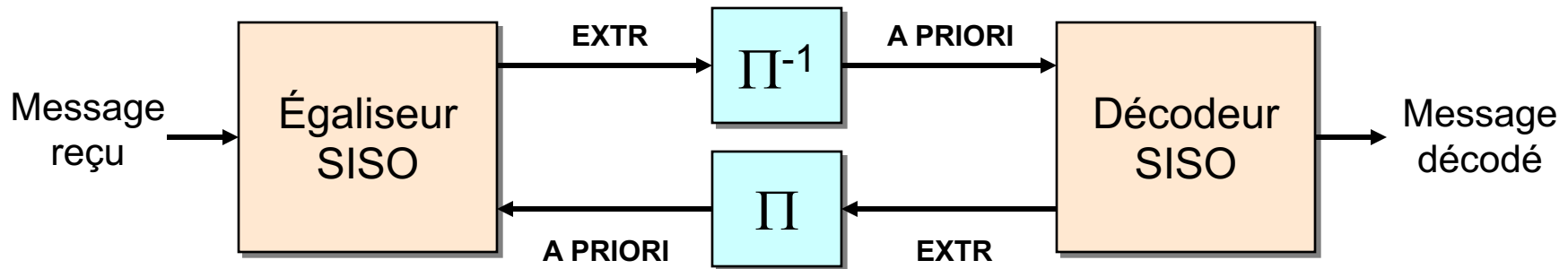
## ⌚ Approche itérative : la Turbo-Égalisation

- 16 -

### • Principe

Échange réciproque (**itératif**) d'information **probabiliste** (Logarithme de Rapport de Vraisemblance) entre égaliseur et décodeur.

### • Synoptique général du turbo-égaliseur



A PRIORI : LRV *a priori* — EXTR : LRV extrinsèques

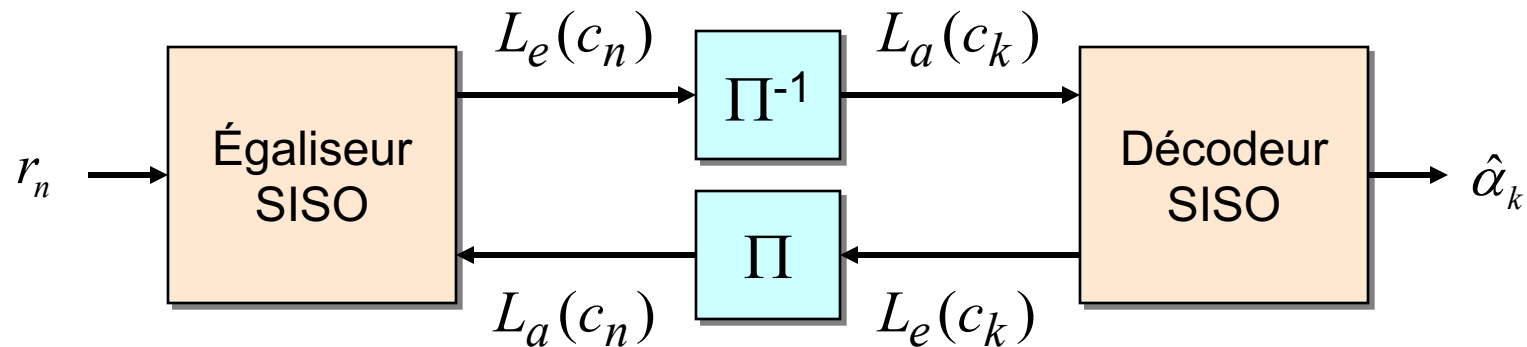
- Égaliseur BCJR-MAP → *Turbo-Égalisation MAP ("Turbo-Détection")*
- Égaliseur MMSE → *Turbo-Égalisation MMSE ("Turbo-Égalisation")*



## ⊕ Turbo-Détection pour modulation BICM

- 17 -

- Schéma classique de turbo-détection, introduit par [Douillard, 95]

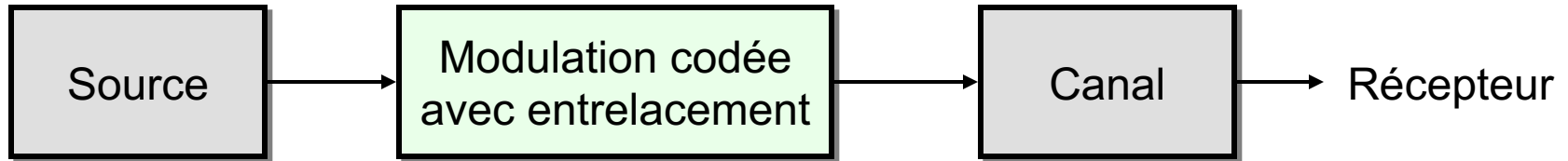


$L_a$  : LRV a priori —  $L_e$  : LRV extrinsèque

- Échange de LRV binaires entre égaliseur et décodeur
- SISO = Soft-Input Soft-Output ("à entrée et sortie pondérées")
- A l'origine, égaliseur et décodeur de type SOVA
- Évolution vers un égaliseur et décodeur de type MAP [Bauch, 97]

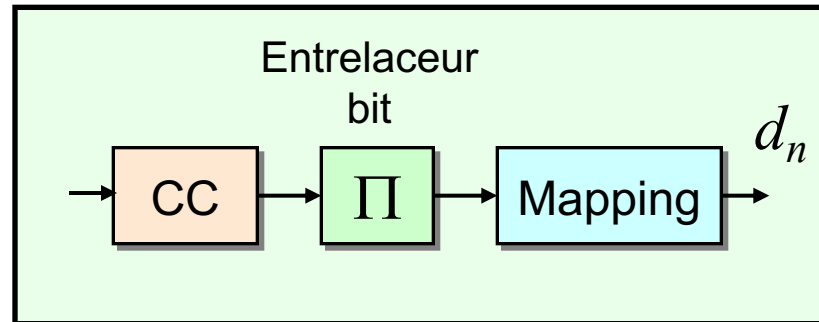
## ⊕ Modulation BICM et mapping

- 18 -



### Modulation Codée à entrelacement bit (BICM)

CC : Codeur canal

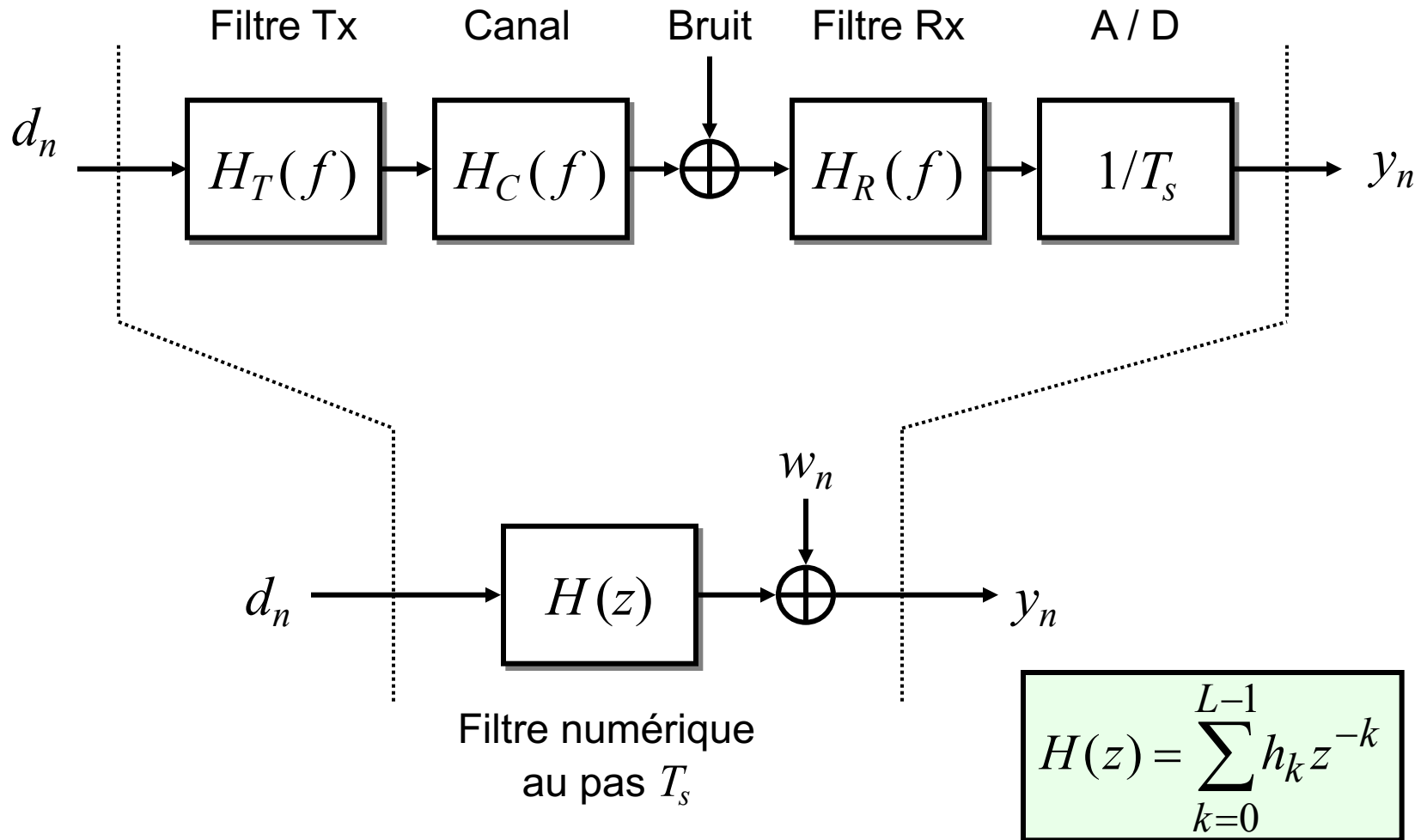


Les symboles M-aire émis sur le canal dépendent de  $2m$  bits codés

$$d_n = a_n + jb_n \equiv (a_n, b_n) \equiv \left( \underbrace{[c_{n,1} \quad \cdots \quad c_{n,m}] [c_{n,m+1} \quad \cdots \quad c_{n,2m}]}_{\text{bits codés}} \right)$$

## ⊕ Canal discret équivalent

- 19 -



## ➔ Notations

- 20 -

 $\alpha_n$ bits d'informations  $\alpha_n \in \{\pm 1\}$  $c_n$ bits codés  $c_n$  ou  $c_{n,i} \in \{\pm 1\}$  $d_n$ 

symboles de modulations

$$d_n = a_n + jb_n \equiv (a_n, b_n) \equiv ([c_{n,1}, \dots, c_{n,m}], [c_{n,m+1}, \dots, c_{n,2m}])$$

 $w_n$ 

bruit blanc additif gaussien

 $H(z)$ 

canal discret équivalent

 $y_n$ 

sortie du canal

 $z_n$ 

sortie du détecteur ou de l'égaliseur

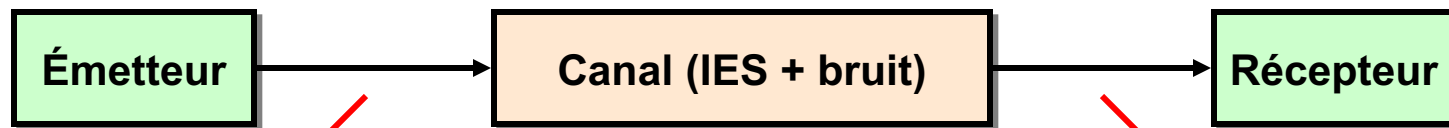
 $\bar{d}_n$ 

symbole estimés

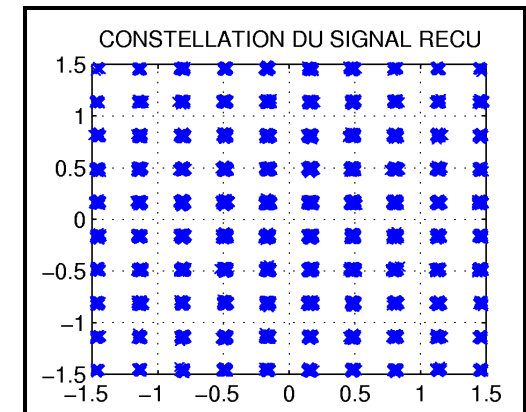
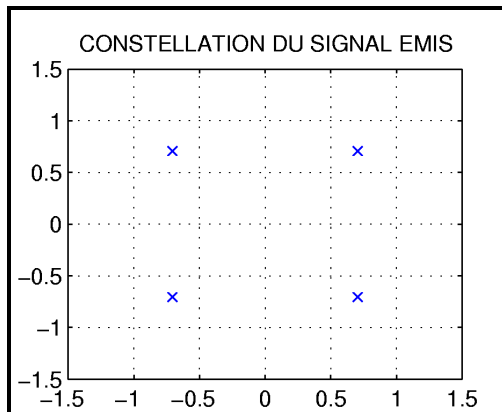
## ⊕ L'interférence entre symboles (IES)

-21-

- Conséquence de la propagation multi-trajets entre Tx et Rx
- L'IES peut affecter sévèrement la qualité du message reçu



$$y_n = \underbrace{h_0 d_n}_{\text{Signal utile}} + \underbrace{\sum_{k \neq 0} h_k d_{n-k}}_{\text{Terme d'IES}} + \underbrace{w_n}_{\text{Bruit}}$$



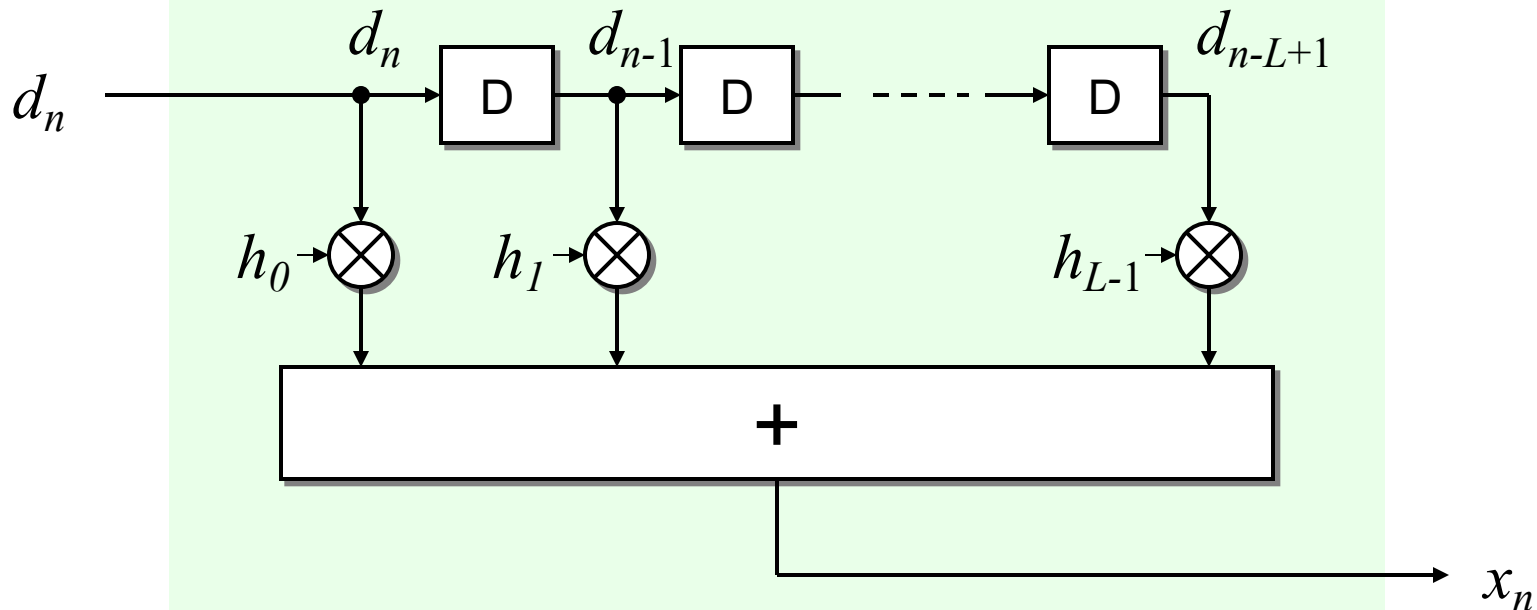
## ⊕ Représentation en treillis (1)

- 22 -

- **Expression du signal reçu :**

$$y_n = x_n + w_n, \quad \text{avec} \quad x_n = \sum_{k=0}^{L-1} h_k d_{n-k}$$

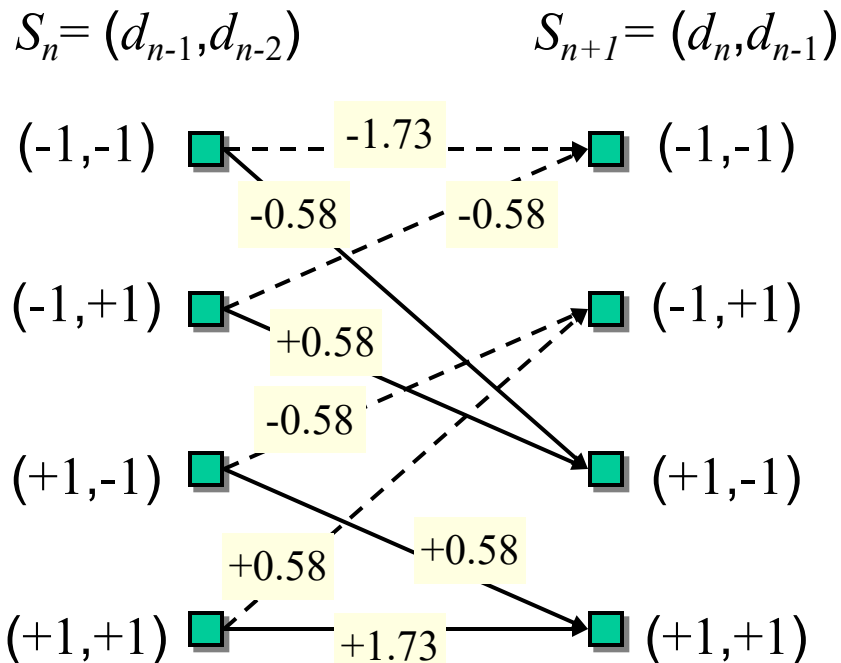
- $x_n$  peut être vu comme la sortie d'un registre à décalage



## ⊕ Représentation en treillis (2)

- 23 -

- L'action du registre peut être modélisée par un treillis à  $M^{L-1}$  états**
  - $L$  nombre de coefficients du canal discret équivalent
  - $M$  nombre de symboles  $d_n$  dans la constellation ( $M = 2^m$ )
- Exemple :  $M=2, L=3, H(z) = 1/\sqrt{3} + (1/\sqrt{3})z^{-1} + (1/\sqrt{3})z^{-2}$**



Étiquette de branche

$$x_n = 1/\sqrt{3} (d_n + d_{n-1} + d_{n-2})$$

$$(S_n, S_{n+1}) \Leftrightarrow (d_n, d_{n-1}, d_{n-2}) \Leftrightarrow x_n$$

$$\min_{\{d_n\} \in \text{treillis}} \sum_{n=0}^{K-1} |y_n - x_n|^2$$

## ⊕ Performances d'un égaliseur MV

-24-

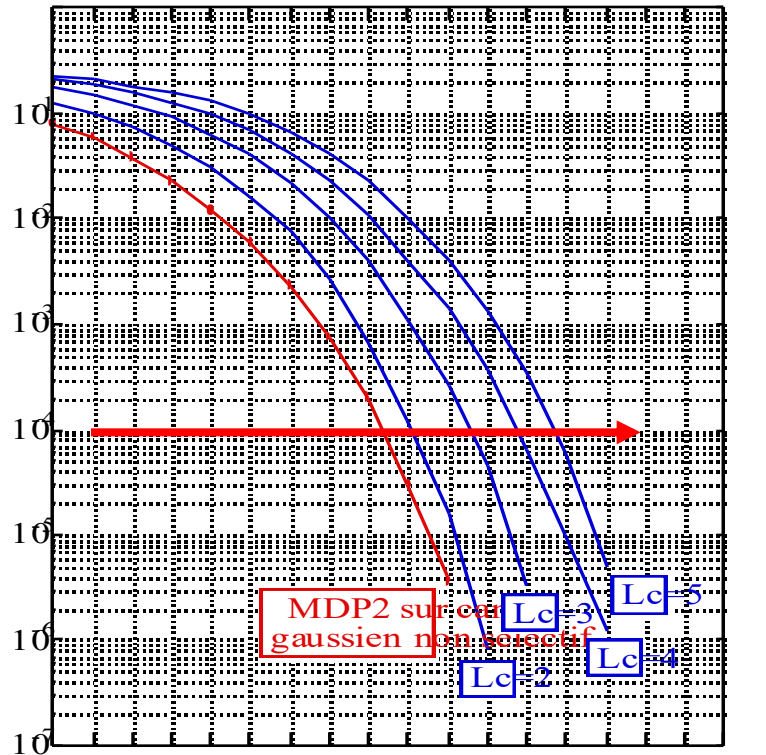
$L_c$  coefficients de puissance identique

GAUSSIEN

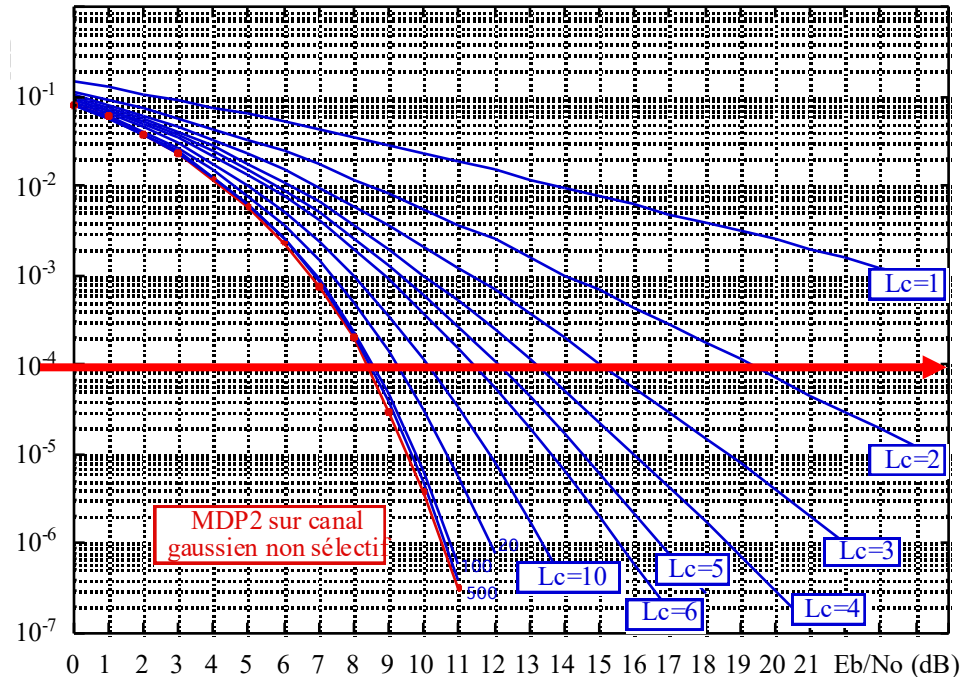
$$\sum_{k=0}^{L_c-1} |h_k|^2 = 1$$

RAYLEIGH

$$\sum_{k=0}^{L_c-1} E \{ |h_k(n)|^2 \} = 1$$



un trajet supplémentaire entraîne une **perte**

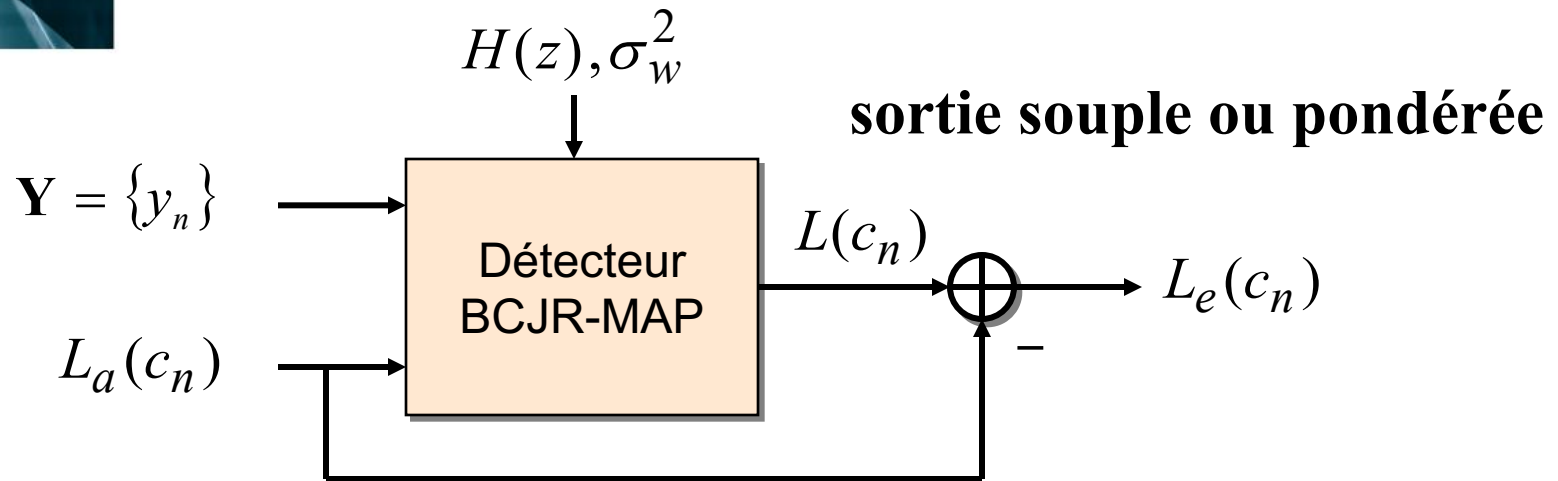


un trajet supplémentaire entraîne un **gain** (diversité)

**MDP2 sur canal sélectif en fréquence**



## ⊕ Le détecteur MAP (Maximum a Posteriori)



- Le détecteur MAP évalue les LRV *a posteriori* sur les bits codés :

$$L(c_n) = \ln \left( \frac{\Pr(c_n = 1 | \mathbf{Y})}{\Pr(c_n = -1 | \mathbf{Y})} \right)$$

- L'information extrinsèque est alors obtenue comme :

$$L_e(c_n) = L(c_n) - L_a(c_n)$$

## ➤ Le détecteur BCJR-MAP

- 26 -

- **Algorithme optimal**
- **Représentation en treillis:  $nbEtats=M^{L-1}$  états**

$$L(c_{n,k}) \cong \ln \left( \frac{\Pr(c_{n,k}=1|\mathbf{Y})}{\Pr(c_{n,k}=-1|\mathbf{Y})} \right) \quad k=1,\dots,2m \quad n=0,\dots,K-1$$

➔

$$L(c_{n,k}) = \ln \frac{\sum_{(s_n \rightarrow s_{n+1}):c_{n,k}=1} \alpha_n(s_n) \cdot \gamma_n(s_n, s_{n+1}, y_n) \cdot \beta_{n+1}(s_{n+1})}{\sum_{(s_n \rightarrow s_{n+1}):c_{n,k}=-1} \alpha_n(s_n) \cdot \gamma_n(s_n, s_{n+1}, y_n) \cdot \beta_{n+1}(s_{n+1})}$$

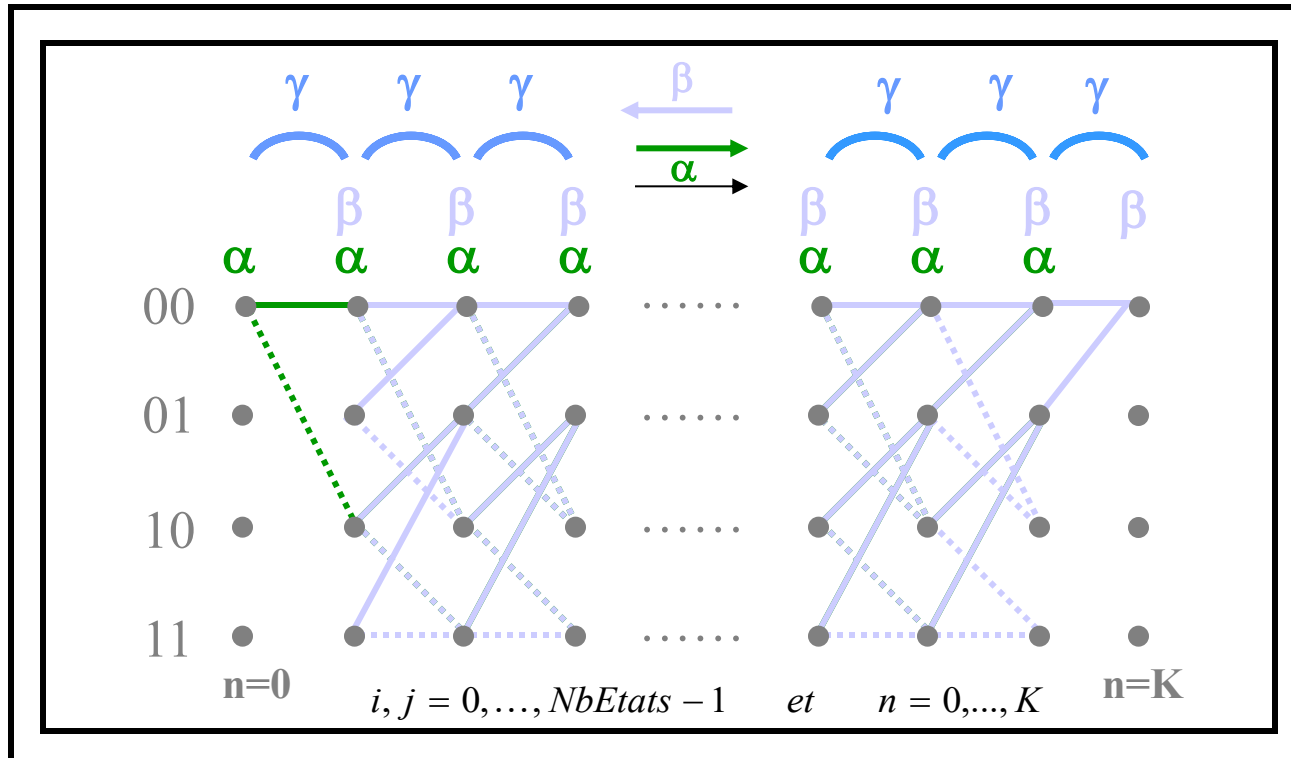
- métrique de branche
- métrique de la récursion aller
- métrique de la récursion retour

Etape 1:  
métrique de branche  
gamma

Etape 2:  
Récursion aller  
métrique alpha

Etape 3:  
Récursion retour  
métrique beta

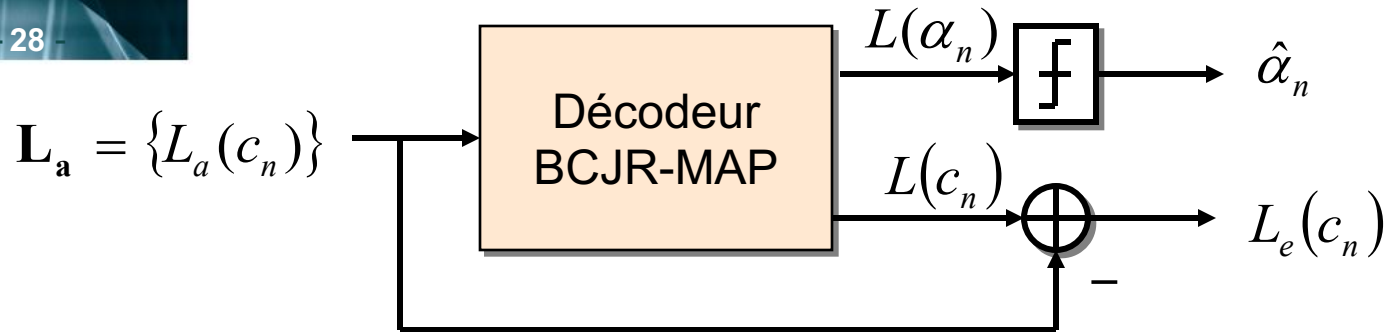
Etape 4:  
Calcul du LRV



$$\beta_n(s_n^i) = \sum_{s_n^i \rightarrow s_{n+1}^j} \gamma_n(s_n^i, s_{n+1}^j, y_n) \beta_{n+1}(s_{n+1}^j)$$

## ⊕ Le décodeur MAP

-28-



- Le décodeur MAP calcule les LRV *a posteriori* à la fois sur les bits d'information et sur les bits codés :

$$L(c_n) = \ln \left( \frac{\Pr(c_n = 1 | \mathbf{L}_a)}{\Pr(c_n = -1 | \mathbf{L}_a)} \right)$$

Info. extrinsèque



$$L_e(c_n) = L(c_n) - L_a(c_n)$$

$$L(\alpha_n) = \ln \left( \frac{\Pr(\alpha_n = 1 | \mathbf{L}_a)}{\Pr(\alpha_n = -1 | \mathbf{L}_a)} \right)$$

Décision dure



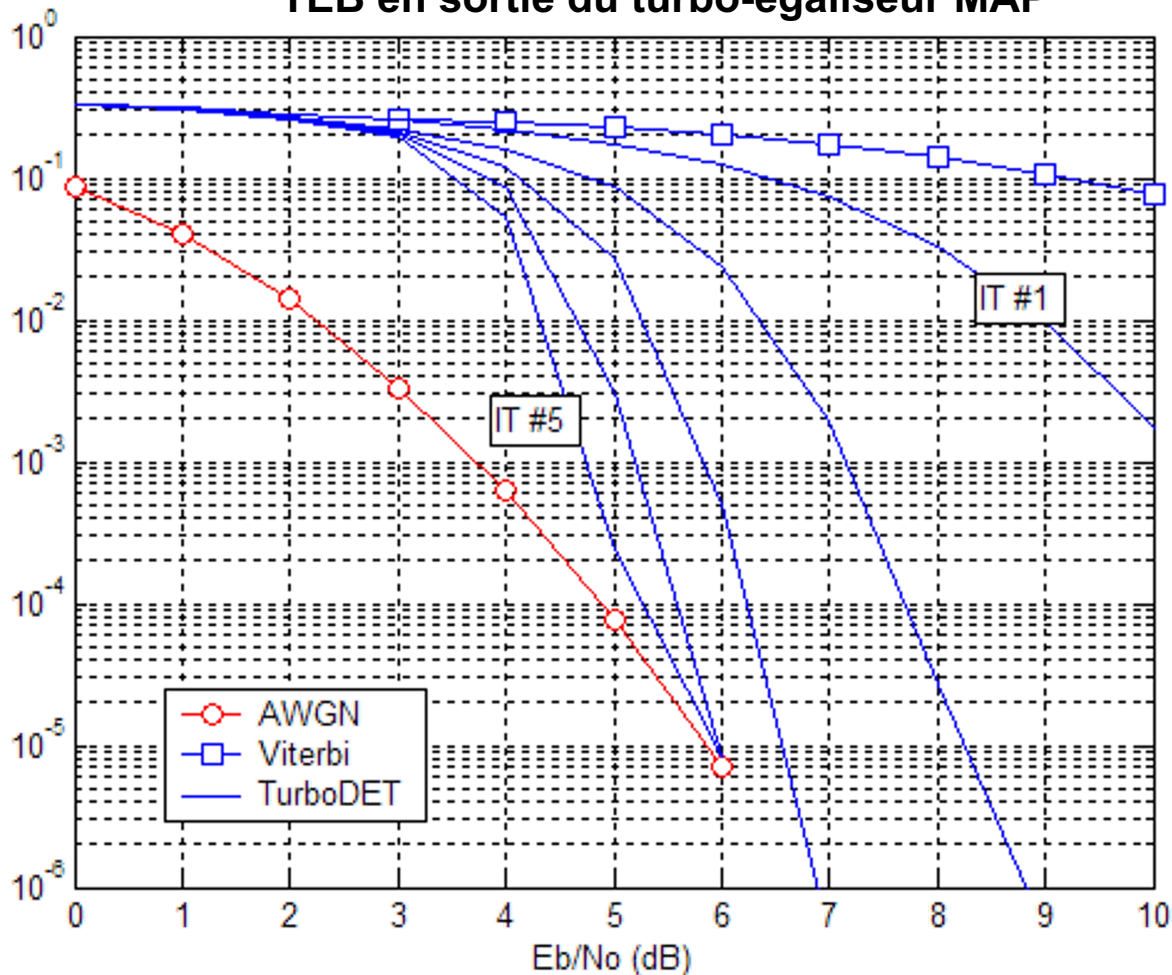
$$\hat{\alpha}_n = \text{sign}[L(\alpha_n)]$$

NB: Le décodeur accepte / délivre une info. pondérée sur les bits codés !

## ⊕ Performances sur canal statique

Canal Proakis C (canal sévère,  $L=5$ ) – Entrelaceur de 65532 bits (64K)

TEB en sortie du turbo-égaliseur MAP



L'IES est totalement supprimée à la 5<sup>ème</sup> itération, à partir d'un RSB seuil de 6 dB.

L'itération 1 du turbo-détecteur correspond à l'approche classique disjointe (avec échange de décisions pondérées).

## ➔ Rôle de l'entrelaceur

- 30 -

### 2 objectifs principaux dans le choix de l'entrelaceur

- **Disperser les paquets d'erreurs entre égaliseur et décodeur**
- **Favoriser la convergence du processus itératif**

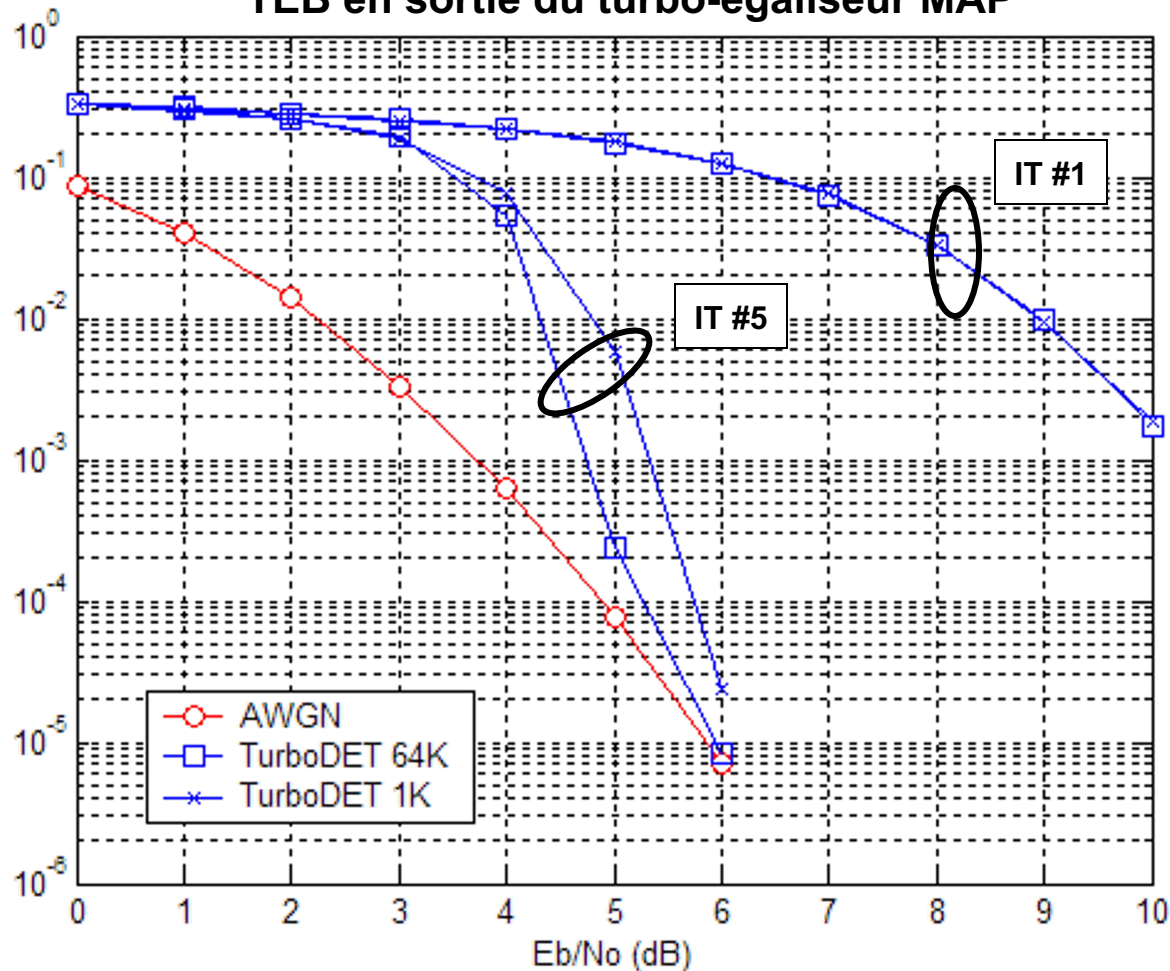
En général, plus l'entrelaceur est grand et plus la permutation est de nature aléatoire, meilleures sont les performances du turbo-décodeur.

Toutefois, un entrelaceur de grande taille introduit un retard de restitution important.

## ➔ Influence de l'entrelaceur

Canal Proakis C (canal sévère, L=5) – Entrelaceurs 1K et 64K

### TEB en sortie du turbo-égaliseur MAP



La taille et la nature de l'entrelaceur ont une influence sur la convergence du processus itératif.

## ⊕ Inconvénients du BCJR-MAP

- 32 -

- Réception de toute la trame
- Complexité:  $\propto$  **nombre de branches**

$$\text{Complexité} \propto M^L$$

- $\uparrow$  dispersion du canal ( $L$ )
- $\uparrow$  taille de la constellation ( $M$ )

- **Problème:** **EDGE**  $\rightarrow$  MDP-8 et  $L_{max}=6$

$$M^L = M^{L-1} \cdot M = 8^6 = 262144 \quad \longrightarrow \quad \underline{\text{IRREALISABLE}}$$

- **Solution:** algorithmes sous-optimaux de moindre complexité  
 $\longrightarrow$  nombre d'états réduits

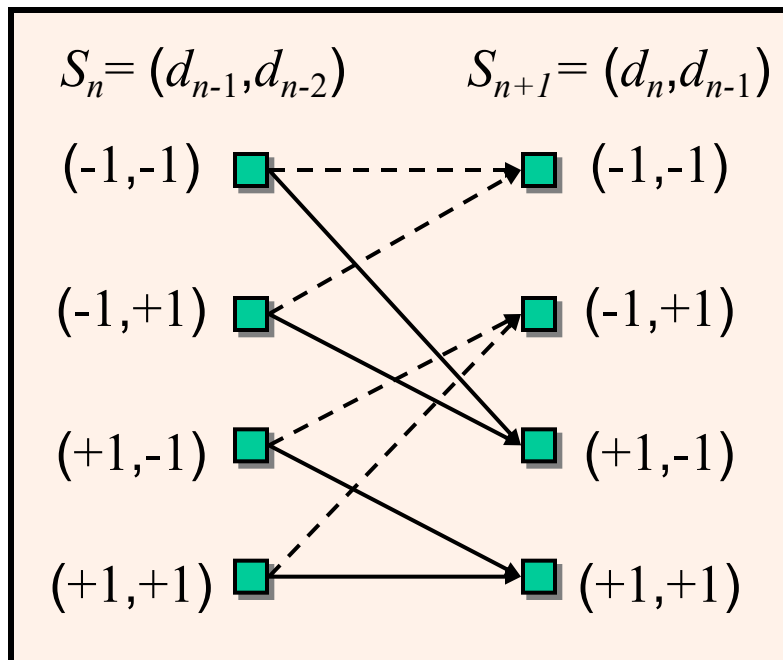


## ⊕ Treillis à états réduits

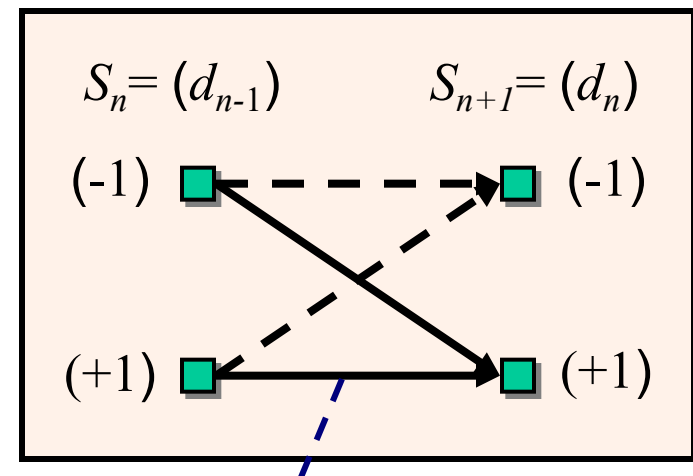
- 33 -

- Construction par *troncature* d'un treillis à états réduits à partir des  $L' < L$  premiers coefficients du canal
- Exemple : modulation BPSK, canal à  $L = 3$

$L=3 \Rightarrow 4$  états



$L'=2 \Rightarrow 2$  états



2 transitions parallèles par  
branche du treillis réduit

## ⊕ Treillis à états réduits (notion de survivants)

- 34 -

- Utilisation d'un *traitement par survivant* (*Per Survivor Processing*) au niveau des métriques de branche, pour compenser la troncature

$$\ln P(y_n | S_n, S_{n+1}) \propto -\frac{1}{\sigma_w^2} \left| y_n - \boxed{h_0 d_n} - \boxed{\sum_{k=1}^{L'-1} h_k d_{n-k}} - \boxed{\sum_{k=L'}^{L-1} h_k \hat{d}_{n-k}} \right|^2$$

Dédit de la transition
Dédit de la connaissance de l'état de départ
Dédit du chemin survivant associé à l'état de départ

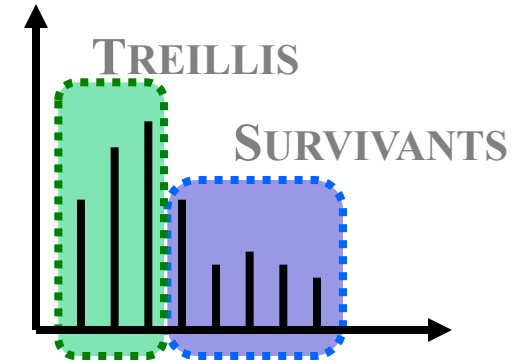
- Réduction de complexité significative pour les canaux longs
- Préfiltrage blanchissant nécessaire, afin de concentrer l'énergie du canal dans ses premiers coefficients
- Amélioration possible : liste de survivants au niveau de chaque état

## ⊕ Exemple : l'algorithme DDFSE

- Canal ECHO  $L_c=10$

$$h = \{0.65, 0.56, 0.32, 0.16, 0.04, 0.08, 0.16, 0.28, 0.09, 0.04\}$$

- $L' = 3$
- MDP-2  $\rightarrow M = 2$

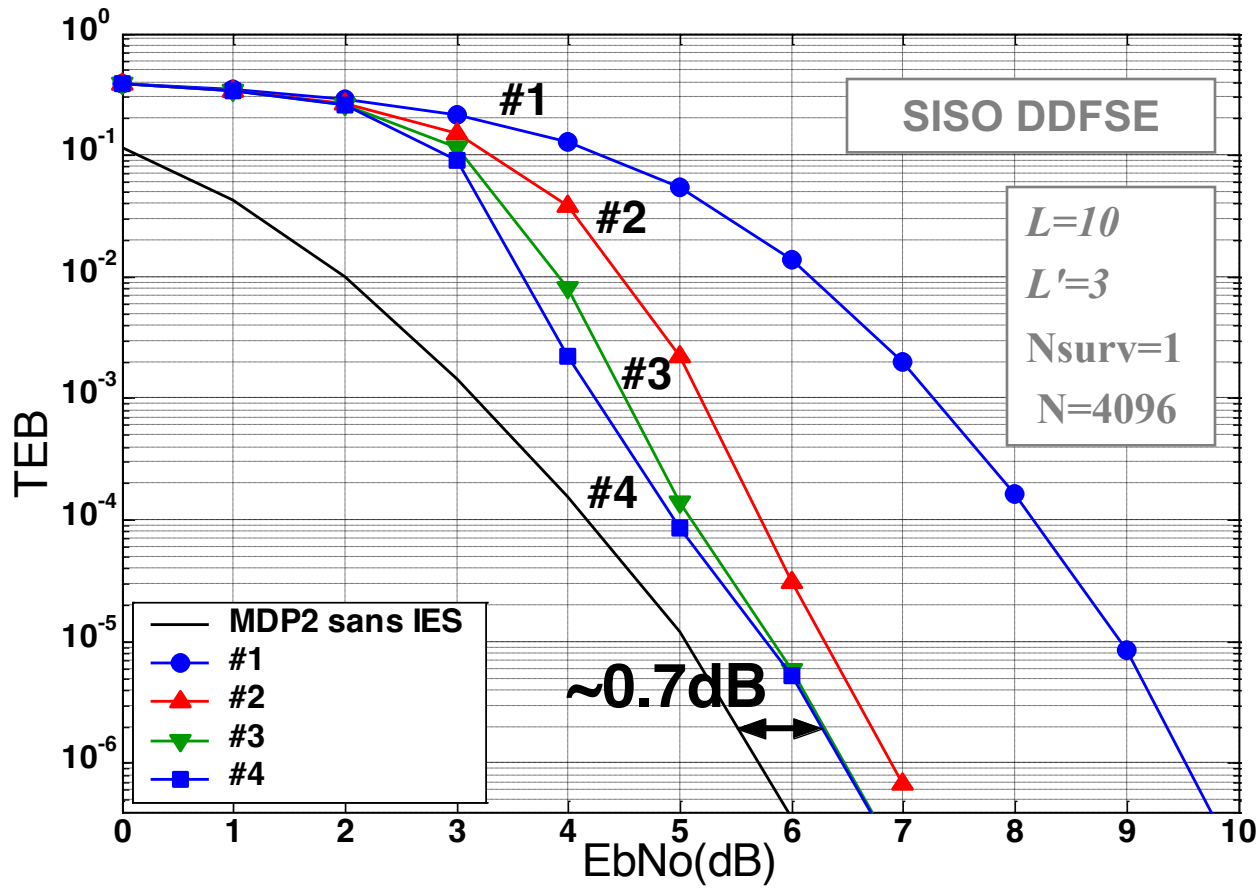


	Complexité	NbEtats	
MAP	$M^L = 2^{10} = 1024$	$M^{L-1} = 512$	<b>IRREALISABLE</b>
DDFSE	$M^{L'} = 2^3 = 8$	$M^{L'-1} = 4$	

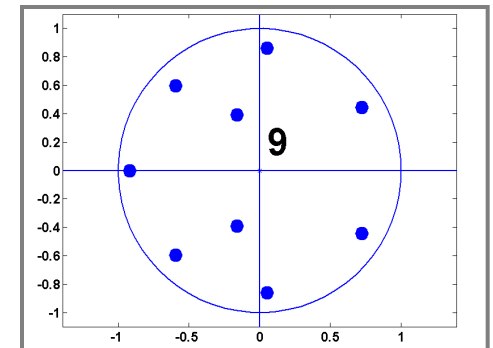
# Exemple : l'algorithme DDFSE

- 36 -

$$h = \{0.65, 0.56, 0.32, 0.16, 0.04, 0.08, 0.16, 0.28, 0.09, 0.04\}$$



**MDP-2**  
 Entrelaceur Aléatoire 64x64  
 Codeur Convolutif (23,35)



## ➔ Limites de la Turbo-Détection

- 37 -

- **Problème du turbo-détecteur**

Complexité prohibitive de l'égaliseur BCJR-MAP ...

- lorsque l'on augmente l'ordre  $M$  de la modulation ( $M \geq 4$ )
- en présence de canaux avec des retards importants ( $L \geq 6$ )

- **Alternative : égaliseurs SISO à complexité réduite**

- Solution sous-optimale

- Deux grandes approches

- Détection SISO à complexité réduite (simplification du MAP)
- Égalisation SISO à base de filtres linéaires (critère MMSE)

---

**TURBO-EGALISATION MMSE**

*(abordée dans la 2<sup>ème</sup> partie du cours)*

## ➔ En résumé

- 38 -

- **Les deux ingrédients de la turbo-égalisation**
  - concaténation de codes en série avec entrelacement à l'émission
  - Égalisation et décodage itératif en réception (principe Turbo)
- **Turbo-Détection = Turbo-Égalisation MAP**
- **Convergence vers les performances du récepteur optimal conjoint (irréalisable), avec une complexité "raisonnable"**
- **La convergence se produit à partir d'un RSB minimal : *seuil de convergence* (fonction du canal, du code, de l'égaliseur, du décodeur)**
- **La Turbo-Détection devient cependant trop complexe pour**
  - Les transmissions à forte efficacité spectrale (MAQ- $M$  avec  $M \geq 16$ )
  - Les transmissions sur canaux à forte dispersion temporelle ( $L$  grand)
- **Alternatives de moindre complexité :**
  - Turbo-Détection à complexité réduite
  - Turbo-Égalisation MMSE

## ➔ Partie 3 : turbo-égalisation MMSE

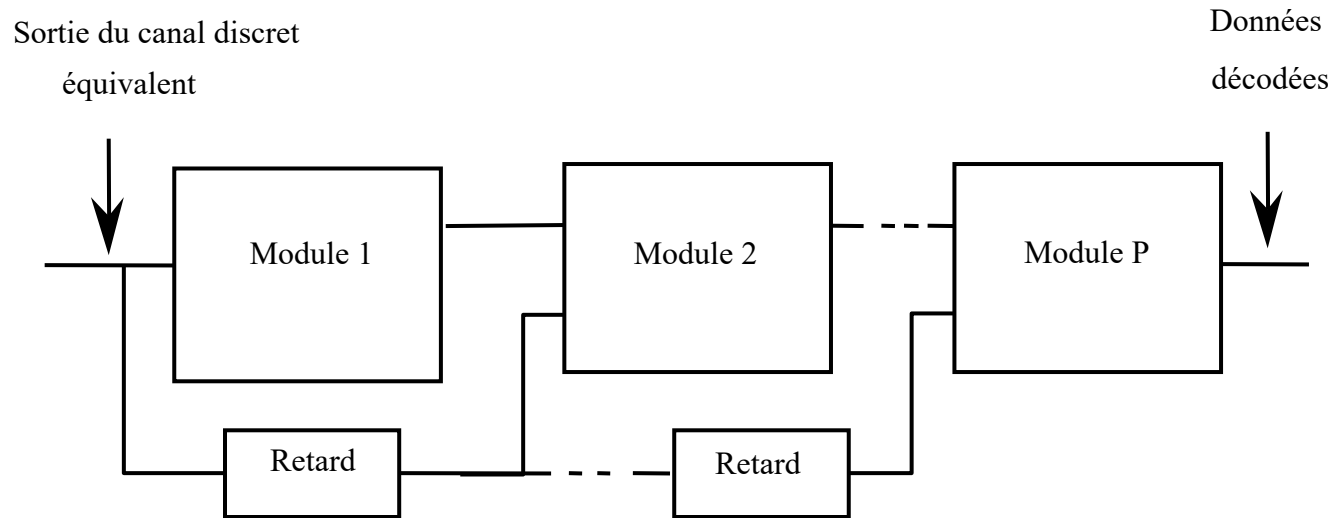
- 39 -

- **Principe de la turbo-égalisation MMSE**
- **Égalisation à base de filtre**
- **Critères d'optimisation**
  - ZF, MMSE
- **Structure d'égaliseurs**
  - linéaire, DFE, annuleur d'interférences
  - Égalisation MMSE avec information *a priori*
- **Turbo-égalisation MMSE**
  - Performances et complexité

## ⊕ Principe du turbo égaliseur

- 40 -

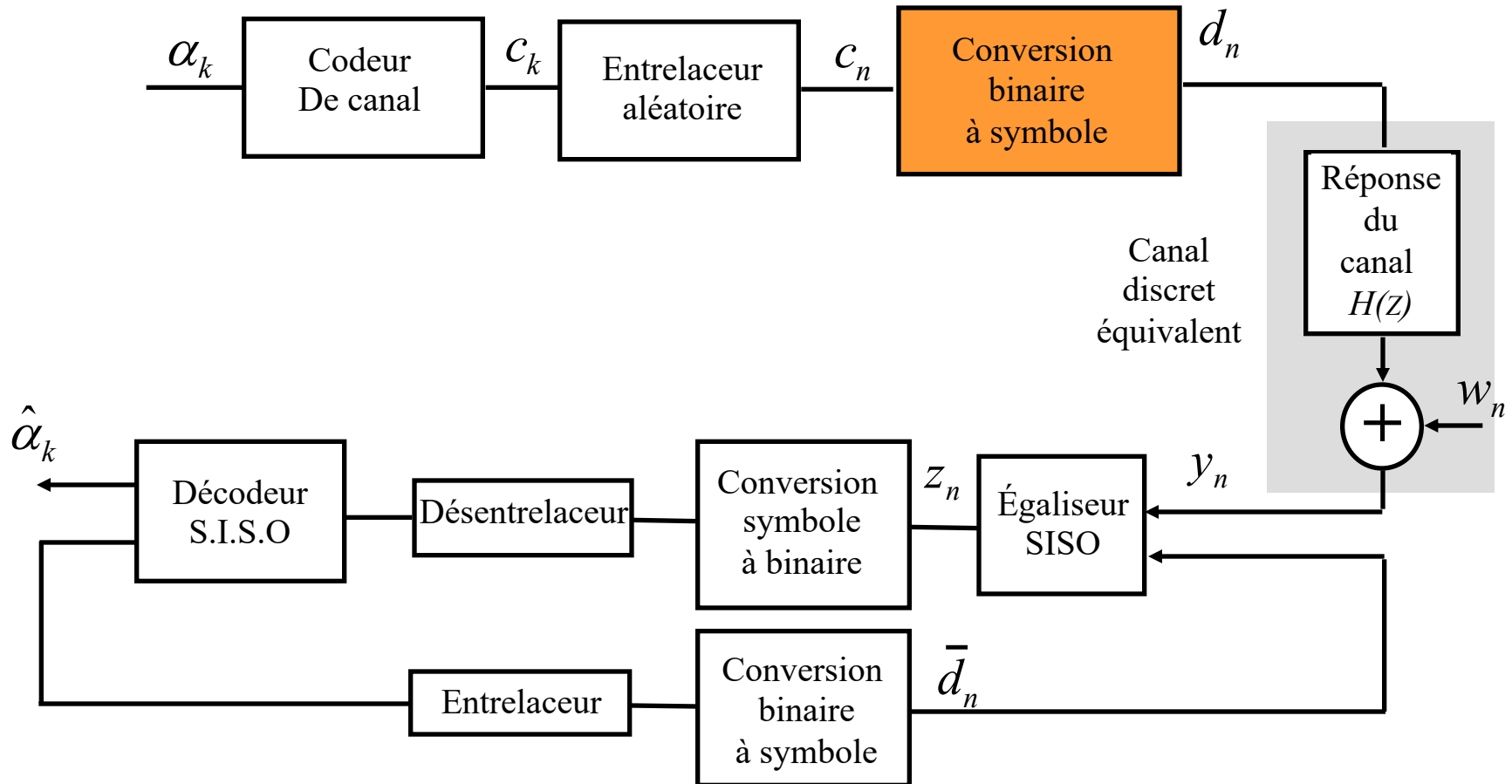
**Mise en cascade de plusieurs modules associant égalisation et décodage de canal (SISO).**



**Les opérations d'égalisation et décodage de canal sont réalisées de manière conjointe selon un processus itératif.**



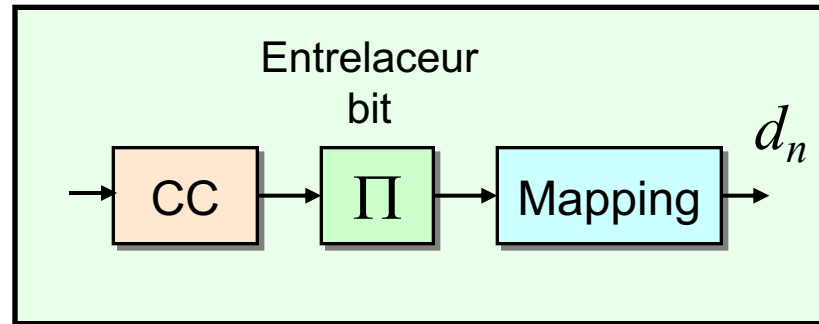
## ⊕ Schéma de principe



## ⊕ Modulation BICM et mapping

- 42 -

### Modulation Codée à entrelacement bit (BICM)



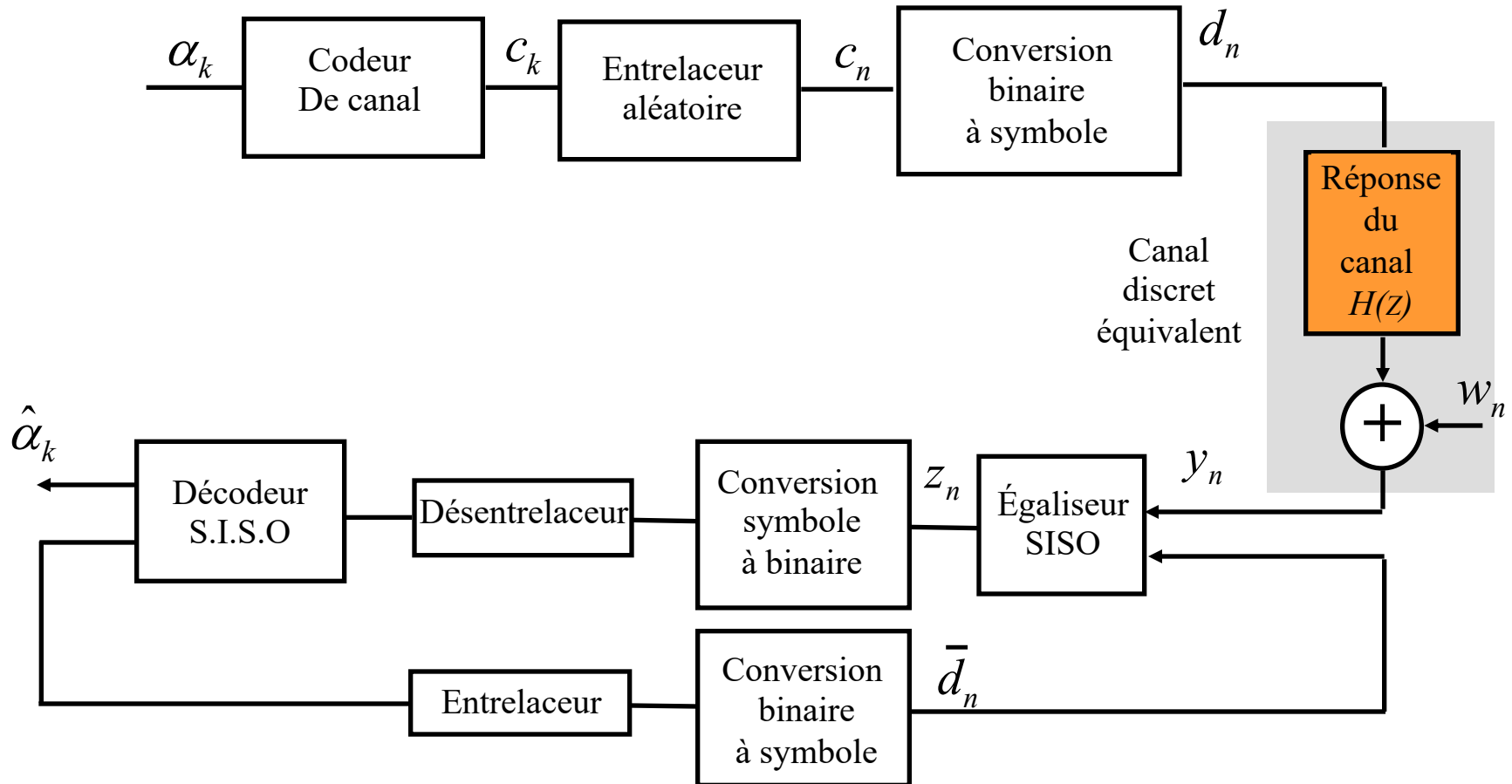
Les symboles M-aire émis sur le canal dépendent de  $2m$  bits codés

$$d_n = a_n + jb_n \equiv (a_n, b_n) \equiv \underbrace{\left( \begin{bmatrix} c_{n,1} & \cdots & c_{n,m} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c_{n,m+1} & \cdots & c_{n,2m} \end{bmatrix} \right)}_{\text{bits codés}}$$

En turbo-égalisation, le codage de Gray :

- permet la convergence la plus rapide en terme de nombre d'itérations
- ne donne pas les meilleures performances asymptotiques (turbo démodulation)

## ⊕ Schéma de principe



## ⊕ Canal discret équivalent

- 44 -

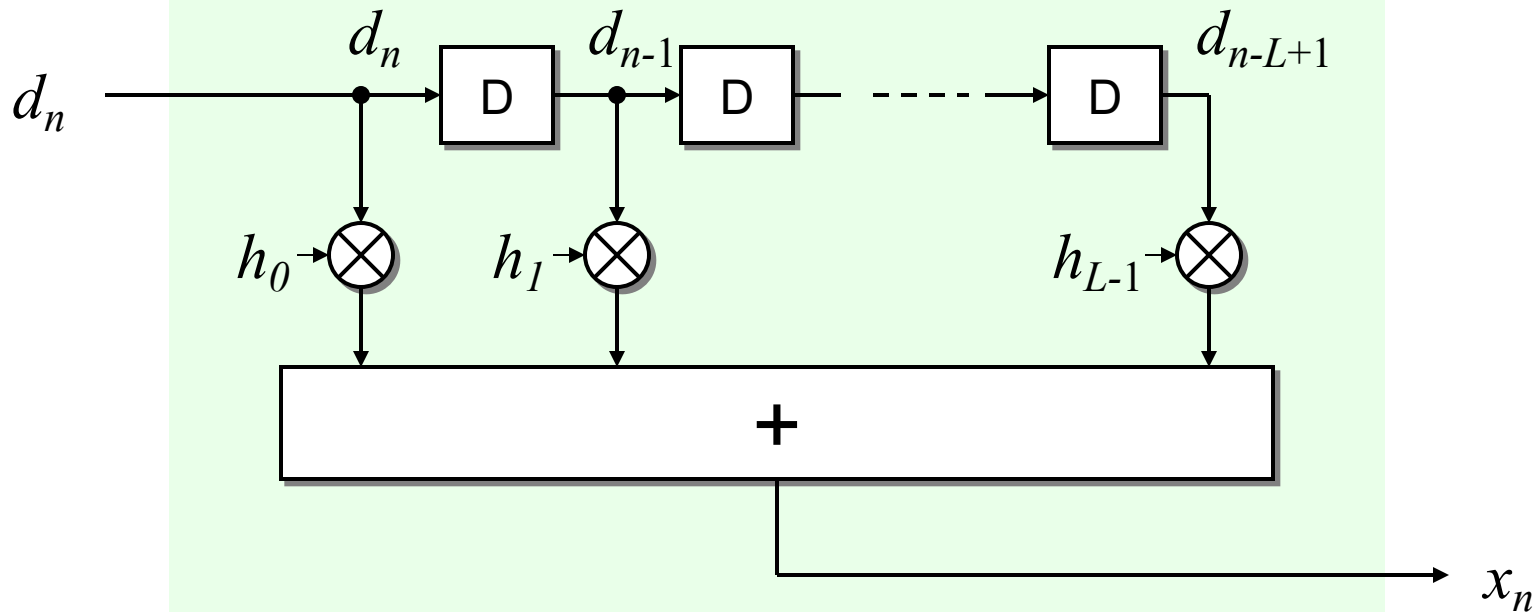
- **Expression du signal reçu :**

$$y_n = x_n + w_n, \quad \text{avec} \quad x_n = \sum_{k=0}^{L-1} h_k d_{n-k}$$

$$H(z) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l z^{-l}$$

$$\sigma_d^2 = E\{|d_n|^2\}$$

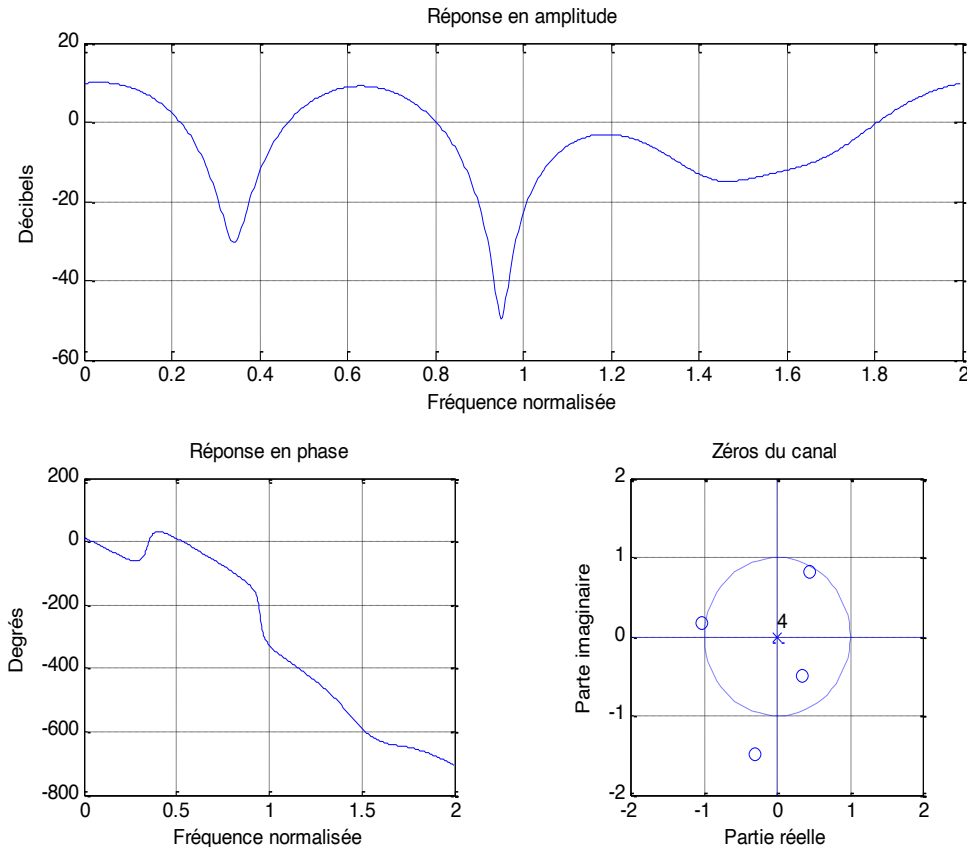
- $x_n$  peut être vu comme la sortie d'un registre à décalage



## ➔ Canal Porat et Friedlander (P&F)

- 45 -

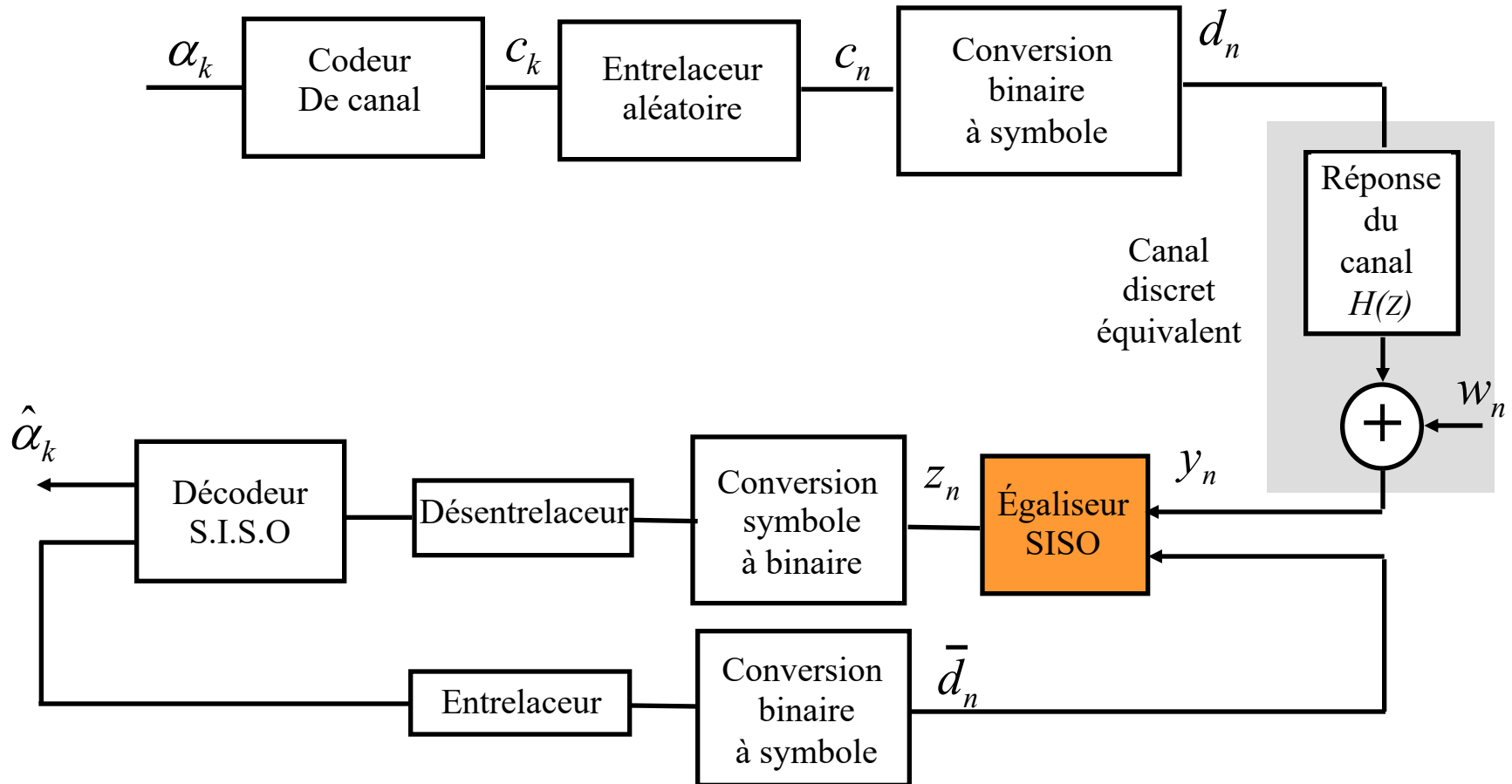
$$\mathbf{H} = [2 - 0.4j ; 1.5 + 1.8j ; 1 ; 1.2 - 1.3j ; 0.8 + 1.6j]$$



### Évanouissements en fréquences

## ⊕ Schéma de principe

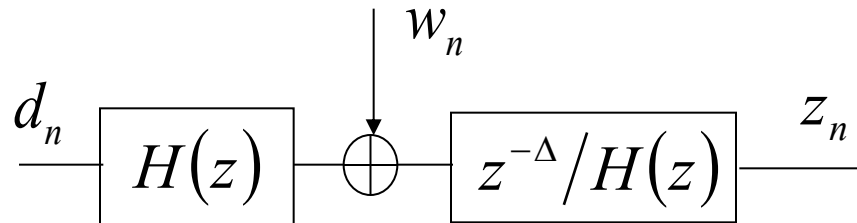
- 46 -



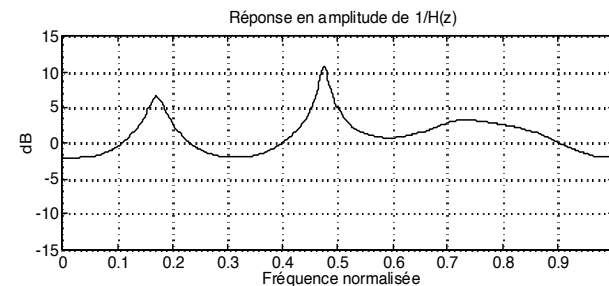
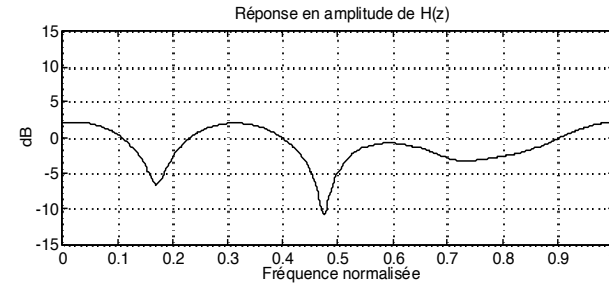
## ➔ Égaliseur à forçage à zéro (ZF)

- 47 -

égaliser = inverser le canal



$$z_n = d_{n-\Delta} + \text{bruit}$$



**Problèmes :**

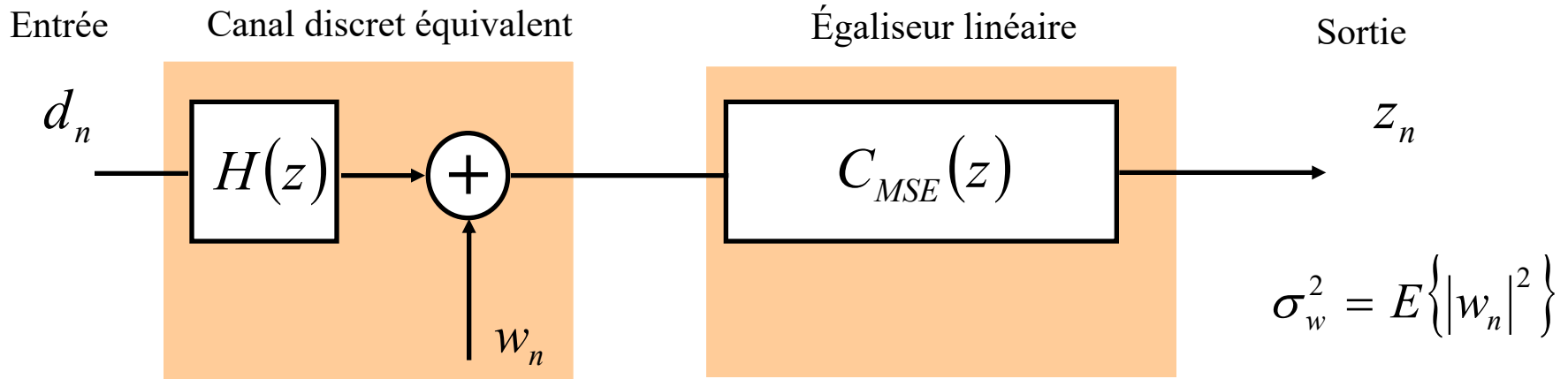
L'inversion du canal n'est pas toujours réalisable (ZF).  
 Le bruit en sortie de l'égaliseur peut devenir très fort.  
 La réponse de l'égaliseur est infinie.  
 Nécessite en général l'insertion d'un retard en entrée.

**Solutions :**

Critère de l'erreur quadratique moyenne (MSE).

## ➔ Égaliseur linéaire (LE) MMSE

-48-



**Critère d'optimisation**

$$MSE = E\{|z_n - d_{n-\Delta}|^2\}$$

$$C_{MSE}(z) = \frac{z^{-\Delta} H^*(1/z^*) \sigma_d^2}{\sigma_d^2 H(z) H^*(1/z^*) + \sigma_w^2}$$

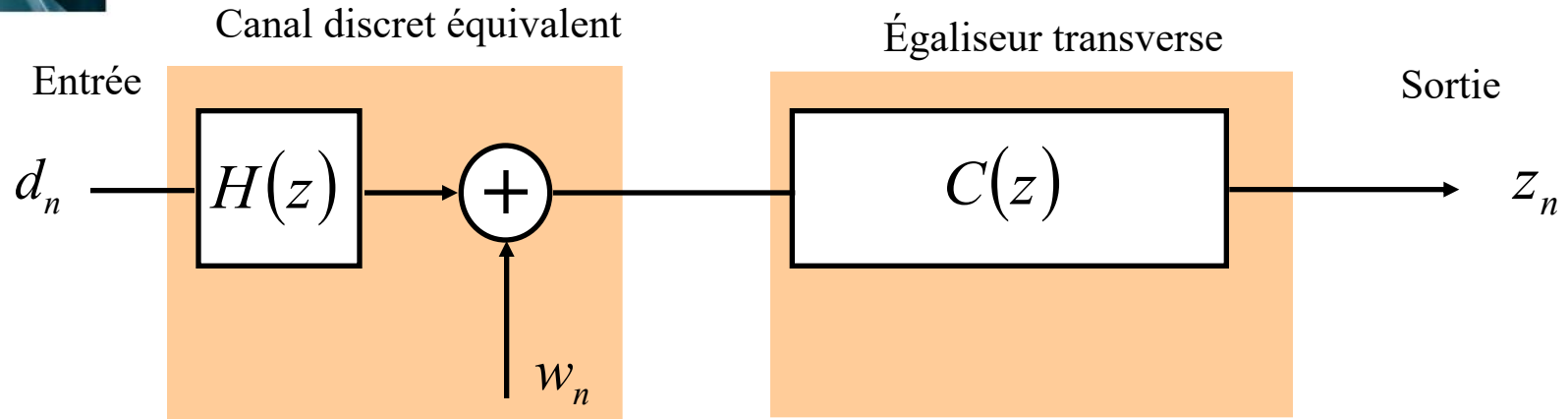
Réponse impulsionnelle infinie

Cet égaliseur possède des performances médiocres lorsque le canal est fortement sélectif en fréquences.



## ➔ Égaliseur transverse MMSE

- 49 -



Critère d'optimisation : EQM ou MSE

$$C_{MSE}(z) = z^{-\Delta} H^* \left( 1/z^* \right) \sigma_d^2 DS \left\{ \left( H(z) H^* \left( 1/z^* \right) \sigma_d^2 + \sigma_w^2 \right)^{-1} \right\}$$

Nécessite une réalisation transverse tronquée

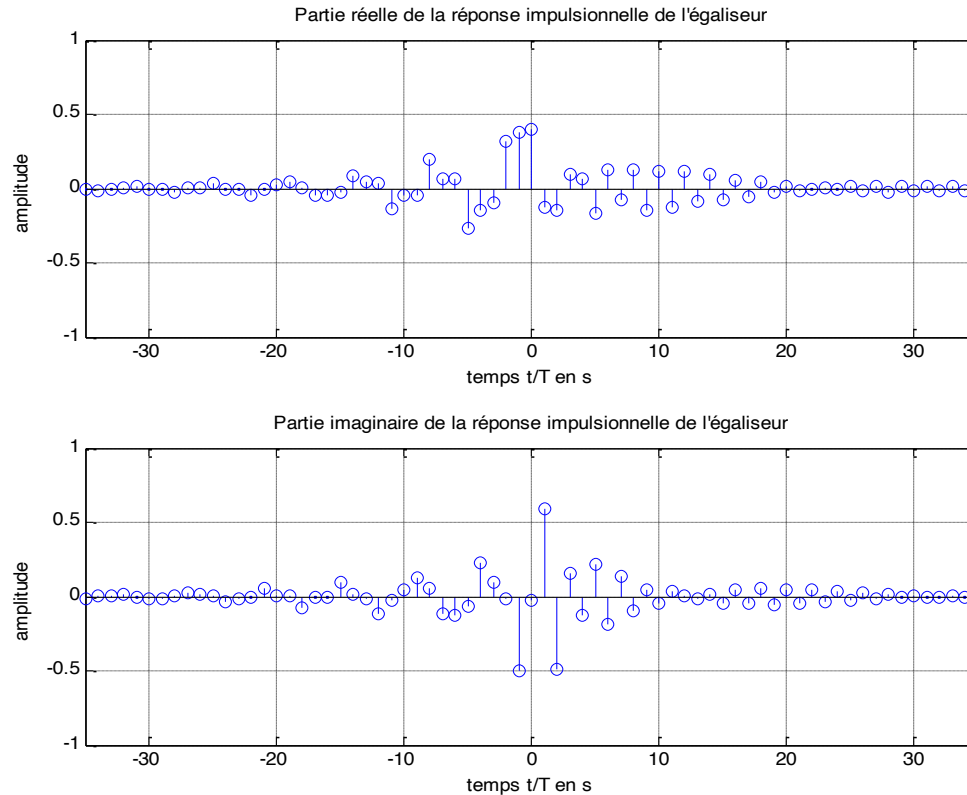
$$z_n = \sum_{l=0}^{N-1} c_l y_{n-l} = \mathbf{c}^T \mathbf{y}_n \quad \text{avec} \quad \mathbf{c} = [c_0 \quad \dots \quad c_{N-1}]^T$$

$$C(z) = \sum_{l=0}^{N-1} c_l z^{-l}$$

Des pertes liées à la troncature apparaissent

## ➔ Égaliseur transverse MMSE

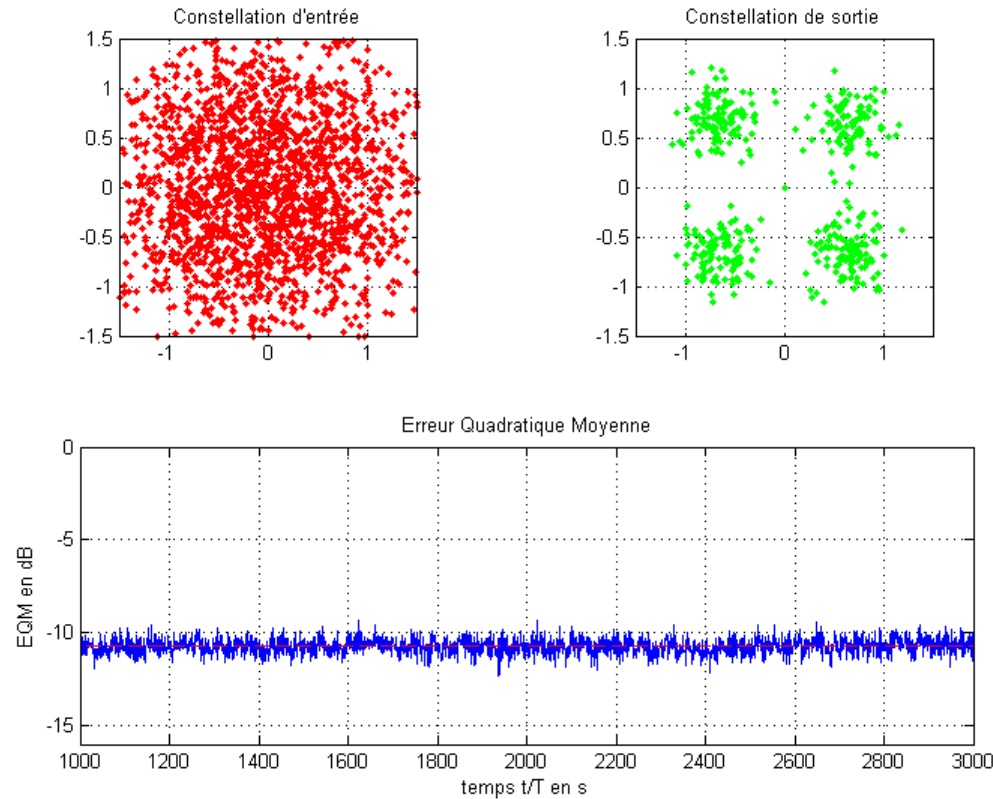
- 50 -



L'égaliseur linéaire pour le canal P&F réalisé sous forme transverse nécessite 70 coefficients pour atteindre les performances asymptotiques.

## ➤ Égaliseur transverse MMSE

- 51 -



Performances d'un égaliseur transverse pour un rapport signal sur bruit de 15 dB sur le canal P&F.

## ⊕ Factorisation spectrale

$$H(z)H^*(1/z^*)\sigma_d^2 + \sigma_w^2 = S_\lambda G_\lambda(z)G_\lambda^*(1/z^*)$$

$G_\lambda(z)$	Phase minimale (zéros internes au cercle unité)
$G_\lambda^*(1/z^*)$	Phase maximale (zéros externes au cercle unité)
$S_\lambda$	Constante positive

Le polynôme à phase minimale est inversible.

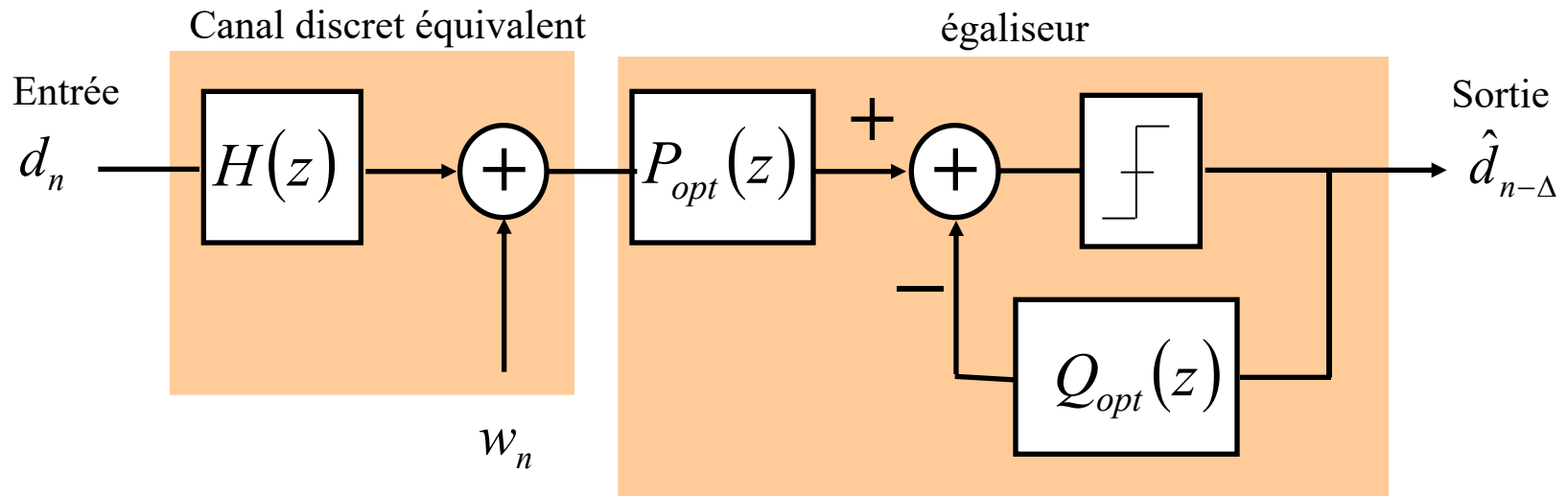
On peut alors construire un égaliseur récursif linéaire.

$$C_{MSE}(z) = \frac{1}{G_\lambda(z)} \frac{z^{-\Delta} H^*(1/z^*) \sigma_d^2}{S_\lambda G_\lambda^*(1/z^*)}$$

## ➤ Égaliseur à retour de décisions

### Decision Feedback Equalizer (DFE)

- 53 -

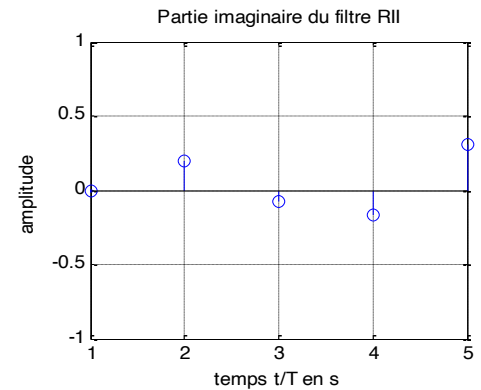
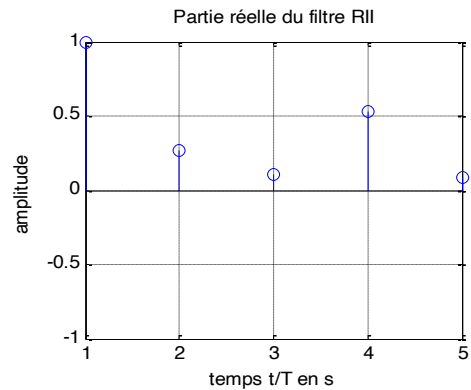
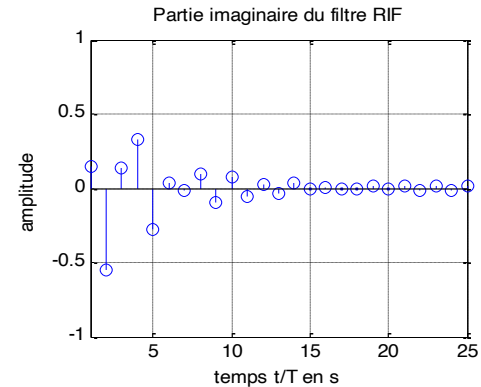
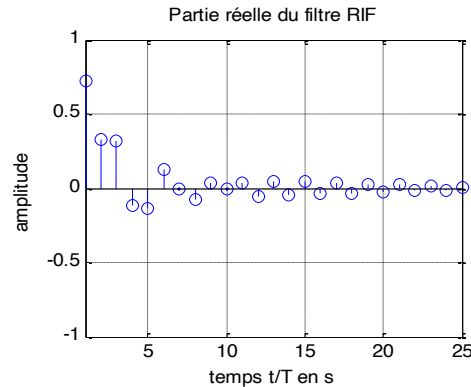


$$P_{opt}(z) = \frac{z^{-\Delta} H^*(1/z^*) \sigma_d^2}{S_\lambda G_\lambda^*(1/z^*)}$$

$$Q_{opt}(z) = G_\lambda(z) - 1$$

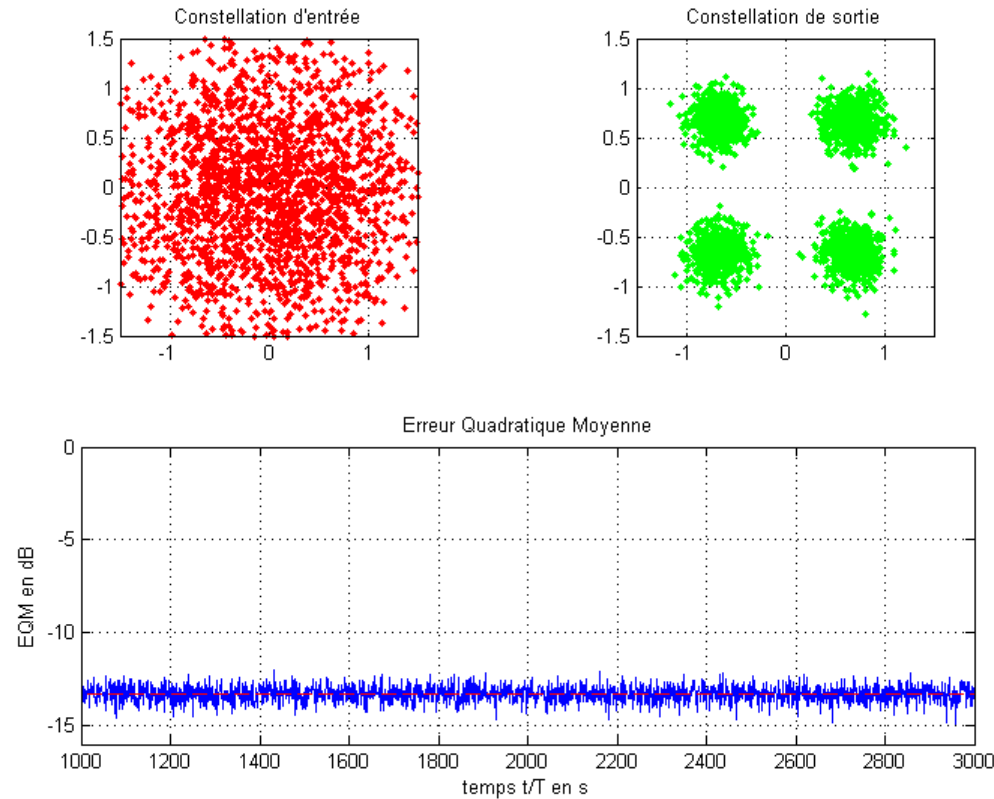
Ses performances sont supérieures à celles d'un égaliseur linéaire, sauf si il est soumis à un phénomène de propagation d'erreurs.

## ➔ Égaliseur à retour de décisions



Le nombre de coefficients nécessaire pour un égaliseur DFE est plus faible que celui d'un égaliseur transverse.

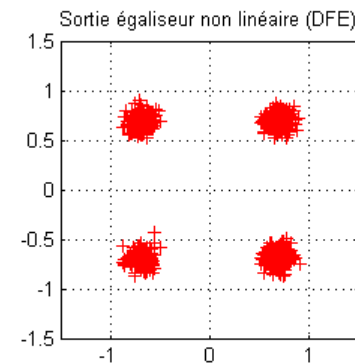
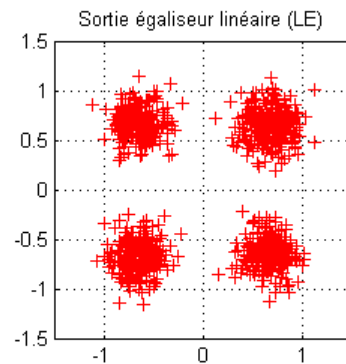
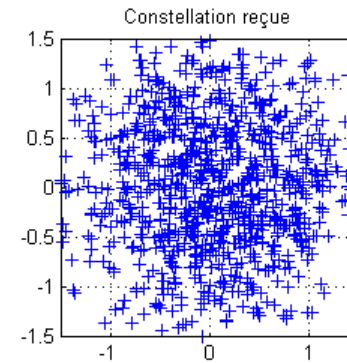
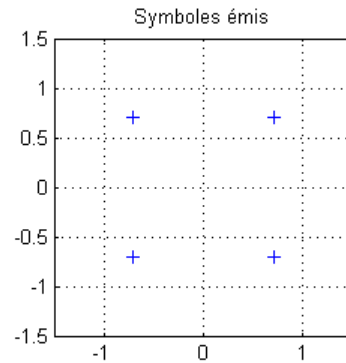
## ➔ Égaliseur à retour de décisions



Performances d'un égaliseur à retour de décisions (DFE) pour un rapport signal sur bruit de 15 dB sur le canal P&F.

## ➔ Comparaisons de performances

- 56 -

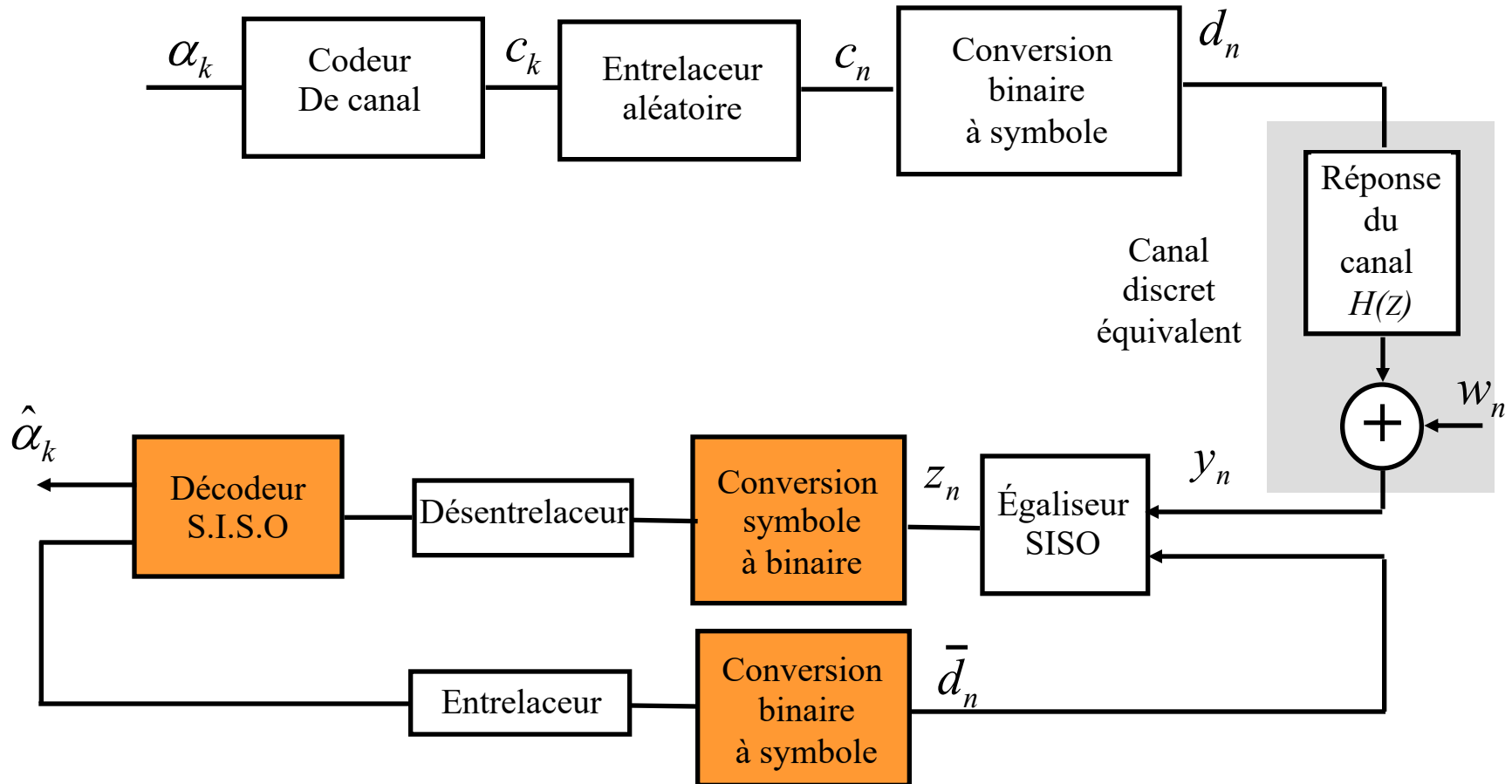


Performances des égaliseurs linéaires (LE) et non linéaires (DFE)  
pour un rapport signal sur bruit de 15 dB sur le canal P&F.



## ⊕ Schéma de principe

- 57 -

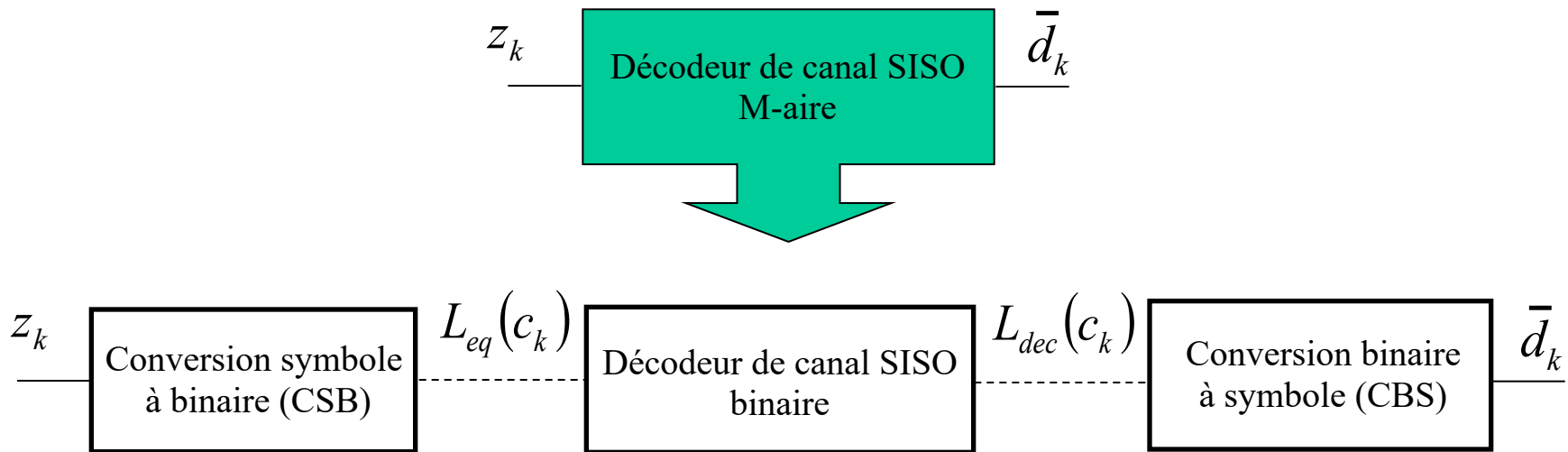


## ➔ Décodeur de canal SISO

- 58 -

Décodeur unique (SISO binaire) quelque soit le type de modulation

- conversion symbole à binaire (CSB) en entrée du décodeur.
- conversion binaire à symbole (CBS) en sortie du décodeur.



Décodeur de faible complexité algorithmique.

## ➔ Sortie de l'égaliseur MMSE

- 59 -

Sortie de l'égaliseur  $z_k = \mu_k d_{k-\Delta} + \text{IES} + \text{Bruit}$

L'IES résiduelle peut souvent être approchée par une V.A. Gaussienne.

La sortie de l'égaliseur suit alors une loi Gaussienne complexe conditionnellement à la connaissance du symbole  $d_{k-\Delta}$ .

$$z_k \rightarrow \mathcal{N}(\mu_k d_{k-\Delta}, \sigma_k^2)$$

Les paramètres  $\mu_k$  et  $\sigma_k^2$  seront définies ultérieurement.

## ➔ Conversion symbole à binaire (CSB)

- 60 -

Objectif : fournir une entrée pondérée (soft) binaire au décodeur de canal à partir des symboles provenant de l'égaliseur.

Sortie de l'égaliseur  $z_k = \mu_k d_{k-\Delta} + \eta_k$

Les symboles M-aire émis sur le canal dépendent de  $2m$  e.b. codés

$$d_k = a_k + jb_k \equiv (a_k, b_k) \equiv \left( \left[ c_{k,1} \ \cdots \ c_{k,m} \right] \left[ c_{k,m+1} \ \cdots \ c_{k,2m} \right] \right)$$

Logarithme de Rapport de Vraisemblance (LRV) d'un bit codé

$$L_{eq}(c_{k,i}) = \ln \frac{\Pr(c_{k,i} = 1 | z_k)}{\Pr(c_{k,i} = -1 | z_k)} \quad i = 1, \dots, 2m$$

## ➔ Conversion symbole à binaire (CSB)

- 61 -

Logarithme de Rapport de Vraisemblance (LRV) d'un bit codé

$$L_{eq}(c_{k,i}) = \ln \frac{\sum_{\mathbf{c}_k: c_{k,i}=1} p\{z_k | \mathbf{c}_k\} \Pr\{\mathbf{c}_k\}}{\sum_{\mathbf{c}_k: c_{k,i}=-1} p\{z_k | \mathbf{c}_k\} \Pr\{\mathbf{c}_k\}} \quad i = 1, \dots, 2m \quad \mathbf{c}_k = [c_{k,1} \quad \dots \quad c_{k,2m}]$$

Pour un codage de Gray, le gain apportée par une information *a priori*  $\Pr\{\mathbf{c}_k\}$  provenant d'un traitement précédent est négligeable, alors :

$$L_{eq}(c_{k,i}) = \ln \frac{\sum p\{z_k | \mathbf{c}_k\}}{\sum_{\mathbf{c}_k: c_{k,i}=-1} p\{z_k | \mathbf{c}_k\}} \quad i = 1, \dots, 2m$$

$$z_k \rightarrow N(\mu_k d_{k-\Delta}, \sigma_k^2) \quad d_k \equiv (a_k, b_k) \equiv ([c_{k,1} \quad \dots \quad c_{k,m}] [c_{k,m+1} \quad \dots \quad c_{k,2m}])$$

## ➔ Décodeur de canal SISO binaire

- 62 -

Objectif : corriger des erreurs de transmission et déterminer la fiabilité des sorties du décodeur de canal.

### Décodeur SISO : Soft Input Soft Output

Calcul d'un Logarithme de Rapport de Vraisemblance (LRV)

$$L_{dec}(c_{k,i}) = \ln \frac{\Pr \{c_{k,i} = 1 | \mathbf{L}_{eq}\}}{\Pr \{c_{k,i} = -1 | \mathbf{L}_{eq}\}} \quad i = 1, \dots, 2m$$

Plusieurs algorithmes existent pour déterminer ce LRV  
[MAP, log-MAP, max-log-MAP, SOVA]

## ➔ Conversion binaire à symbole (CBS)

- 63 -

Objectif : fournir une estimée des symboles émis à l'égaliseur connaissant les LRVs provenant du décodeur de canal.

Cette estimée peut être obtenue par un calcul de valeur moyenne

$$\bar{a}_k = E\{a_k | \mathbf{L}_{eq}\} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_k \equiv [c_{k,1} \quad \dots \quad c_{k,m}] \\ \mathbf{L}_{eq} \equiv [L_{eq}(c_{k,1}) \quad \dots \quad L_{eq}(c_{k,m})] \end{array} \right.$$

en utilisant un codage de Gray

$$\begin{array}{l} \text{MAQ4} \quad a_k = c_{k,1} \Rightarrow \bar{a}_k = E\{c_{k,1} | \mathbf{L}_{eq}\} \\ \quad \quad b_k = c_{k,2} \Rightarrow \bar{b}_k = E\{c_{k,2} | \mathbf{L}_{eq}\} \end{array}$$

$E\{c_{k,i} | \mathbf{L}_{eq}\} = \tanh(L_{dec}(c_{k,i})/2)$  est déterminé à partir de la sortie du décodeur

## ➔ Conversion binaire à symbole (CBS)

- 64 -

Sortie du décodeur :

$$L_{dec}(c_{k,i}) = \ln \frac{\Pr\{c_{k,i} = 1 | \mathbf{L}_{eq}\}}{\Pr\{c_{k,i} = -1 | \mathbf{L}_{eq}\}} \quad i = 1, \dots, 2m$$

$$\exp(L_{dec}(c_{k,i})) = \frac{\Pr\{c_{k,i} = 1 | \mathbf{L}_{eq}\}}{1 - \Pr\{c_{k,i} = 1 | \mathbf{L}_{eq}\}} \quad \exp(L_{dec}(c_{k,i})) = \frac{1 - \Pr\{c_{k,i} = -1 | \mathbf{L}_{eq}\}}{\Pr\{c_{k,i} = -1 | \mathbf{L}_{eq}\}}$$

$$\Pr\{c_{k,i} = 1 | \mathbf{L}_{eq}\} = \frac{\exp(L_{dec}(c_{k,i}))}{1 + \exp(L_{dec}(c_{k,i}))} \quad \Pr\{c_{k,i} = -1 | \mathbf{L}_{eq}\} = \frac{1}{1 + \exp(L_{dec}(c_{k,i}))}$$

$$E\{c_{k,i} | \mathbf{L}_{eq}\} = (1) \cdot \Pr\{c_{k,i} = 1 | \mathbf{L}_{eq}\} + (-1) \Pr\{c_{k,i} = -1 | \mathbf{L}_{eq}\}$$

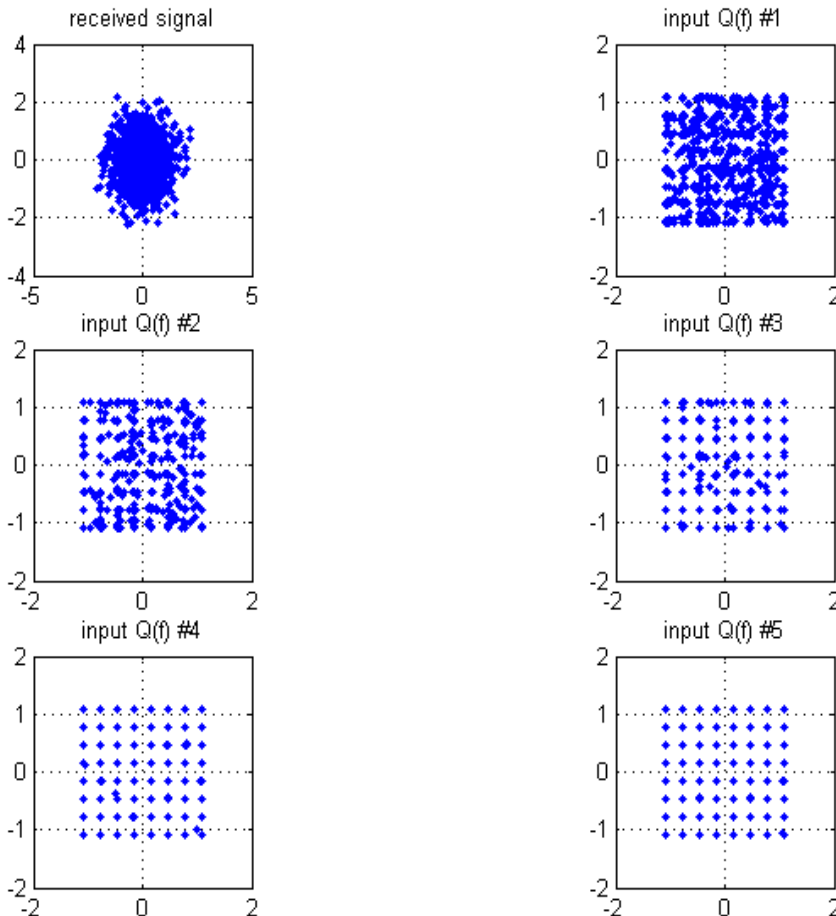
$$E\{c_{k,i} | \mathbf{L}_{eq}\} = \frac{\exp(L_{dec}(c_{k,i})) - 1}{\exp(L_{dec}(c_{k,i})) + 1} = \tanh\left(\frac{L_{dec}(c_{k,i})}{2}\right)$$



## ➔ Symboles estimés

- 65 -

### Constellation de l'information *a priori*

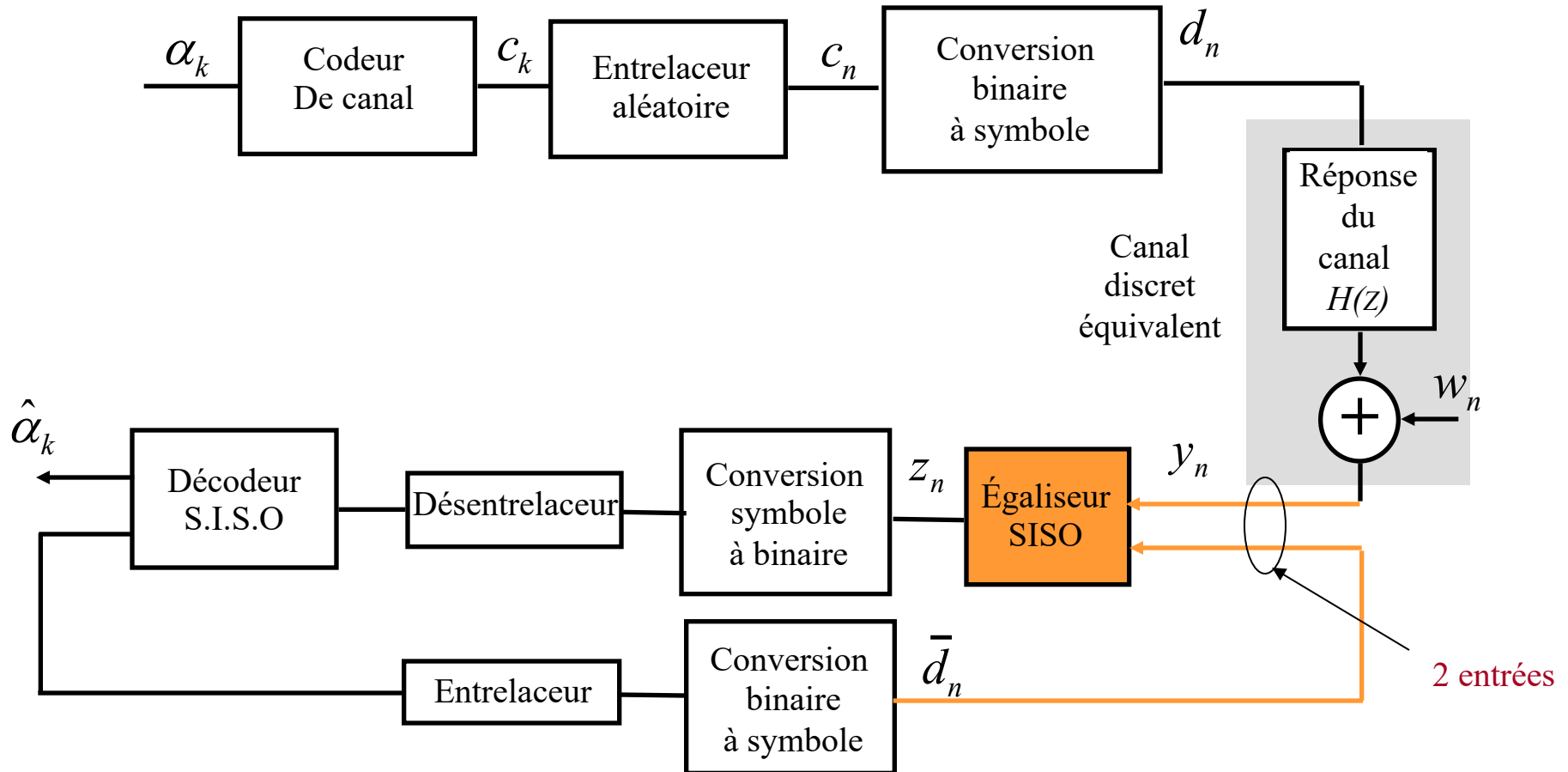


Modulation MAQ64  
 Canal de Porat et Friedlander  
 Rapport signal à bruit 10 dB

=> amélioration successive de la constellation

=> phénomène de saturation (tanh)

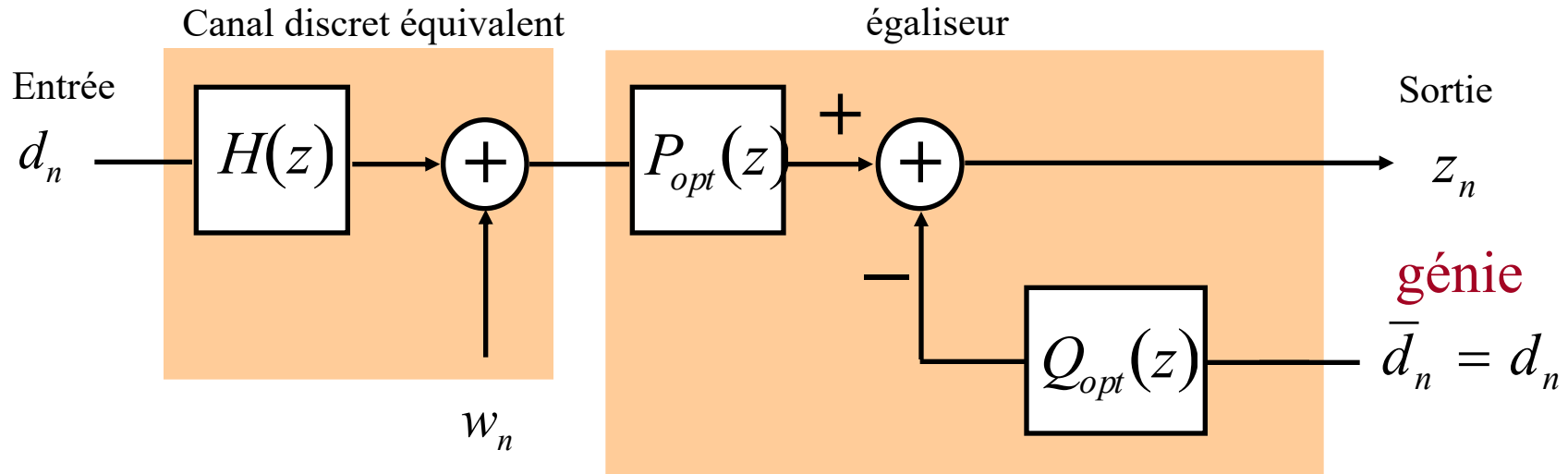
## ⊕ Schéma de principe



# ⊕ Annuleur d'interférences

## Interference Canceller (IC) MMSE (génie)

- 67 -



$$P_{opt}(z) = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 \|h\|^2 + \sigma_w^2} z^{-\Delta} H^*(1/z^*)$$

$$Q_{opt}(z) = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 \|h\|^2 + \sigma_w^2} \left( H(z)H^*(1/z^*) - \|h\|^2 \right)$$

$$z_n = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 \|h\|^2 + \sigma_w^2} \left( \|h\|^2 d_{n-\Delta} + \sum_{l=0}^{L-1} h_{L-1-l}^* w_{n+L-1-l} \right)$$

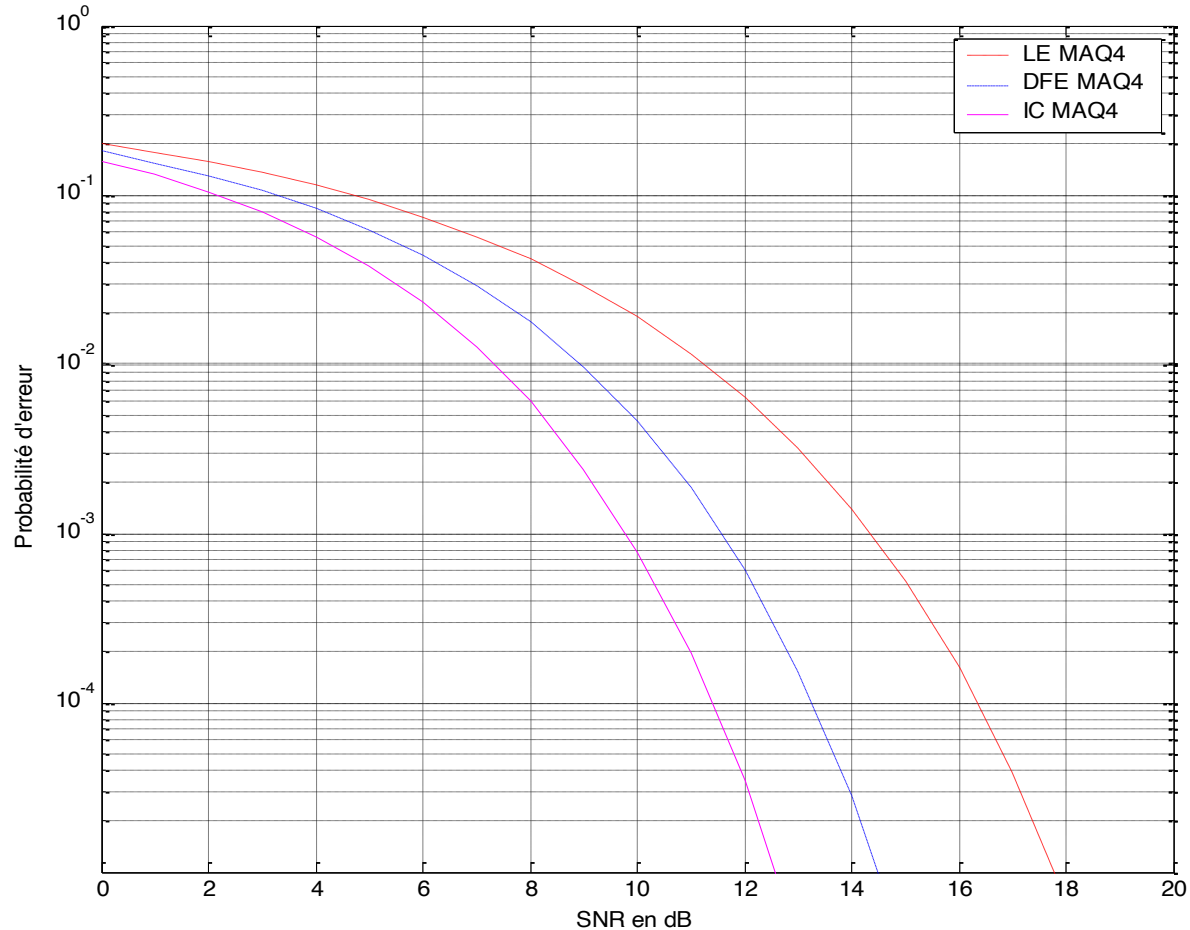
IES supprimée

Pas d'augmentation du bruit

$$RSB_{out} = RSB_{in}$$

## ➔ Comparaison des performances

- 68 -



LE :

égaliseur linéaire

DFE :

égaliseur à retour de décisions

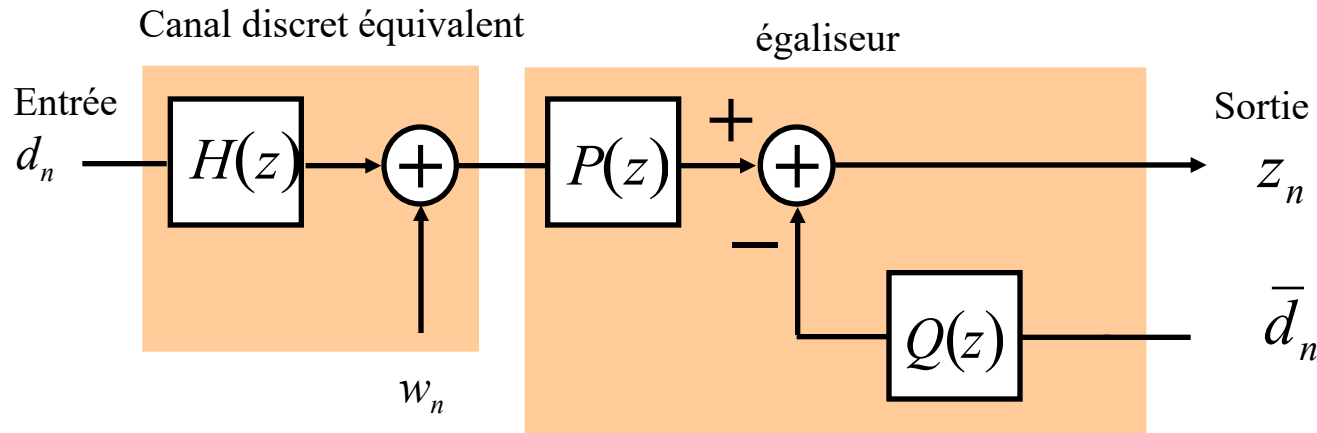
IC :

annuleur d'interférences (génie)

## ⊕ Égaliseur MMSE avec informations *a priori*

- 69 -

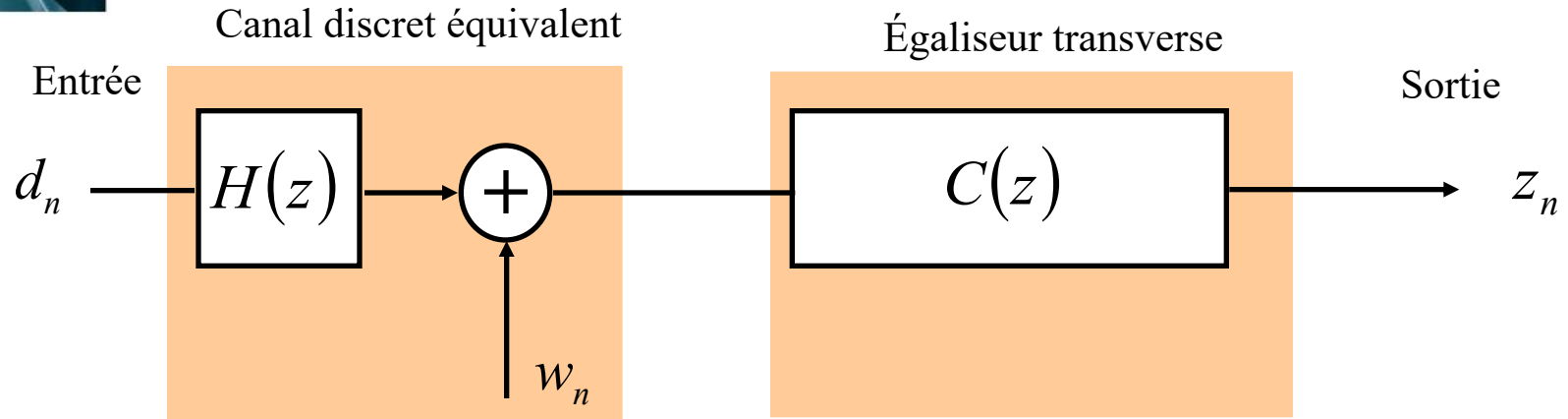
Les informations *a priori* (symboles estimés) alimentent l'égaliseur.



L'égaliseur optimise  $P(z)$  et  $Q(z)$  en fonction des symboles estimés

- à la première itération l'égaliseur est transverse (LE MMSE).
- à la dernière itération l'égaliseur est très proche de l'IC génie.
- aux autres itérations l'égaliseur est fonction des informations *a priori*

## ⊕ Filtre de Wiener : longueur finie



$$z_n = \sum_{l=0}^{N-1} c_l y_{n-l} = \mathbf{c}^T \mathbf{y}_n \quad \text{avec} \quad \mathbf{c} = [c_0 \quad \cdots \quad c_{N-1}]^T$$

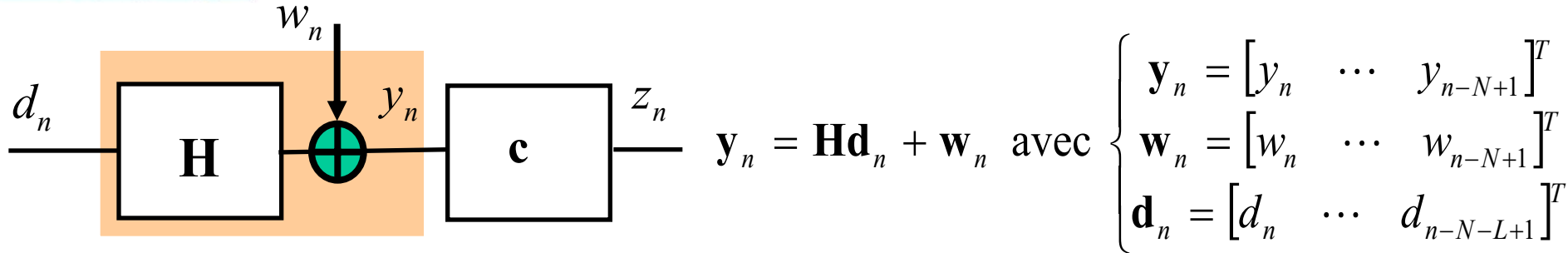
Critère d'optimisation  $EQM = E\left\{|z_n - d_{n-\Delta}|^2\right\} = E\left\{|\mathbf{c}^T \mathbf{y}_n - d_{n-\Delta}|^2\right\}$

$$\mathbf{c} = \left(E\{\mathbf{y}_n^* \mathbf{y}_n^T\}\right)^{-1} E\{\mathbf{y}_n^* d_{n-\Delta}\}$$

L'optimisation dépend du retard

## ⊕ Égaliseur linéaire à longueur finie

-71-



$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_{L-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L-1} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L-1} \end{bmatrix}$$

Matrice de Toeplitz  
 $N \times (N+L-1)$

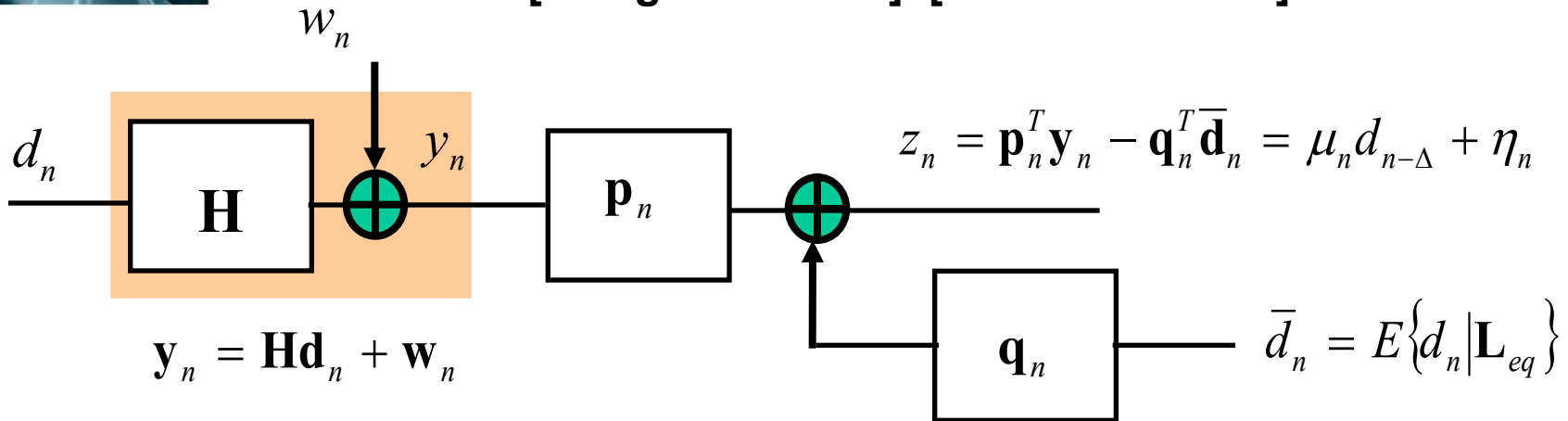
Égaliseur transverse de longueur finie  $z_n = \mathbf{c}^T \mathbf{y}_n$  avec  $\mathbf{c} = [c_0 \ \cdots \ c_{N-1}]^T$

$$\min_{\mathbf{c}} MSE = E \left\{ |z_n - d_{n-\Delta}|^2 \right\} \Rightarrow \mathbf{c}^* = \sigma_d^2 \left( \sigma_d^2 \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_{\Delta}$$

avec  $\mathbf{e}_{\Delta} = [0 \ \cdots \ 0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$

# ⊕ Égaliseur MMSE avec information *a priori*

[Wang et Poor 98] [Tuchler et al. 02]



$$z_n | \mathbf{L}_{eq} \rightarrow \mathcal{N}(\mu_n d_{n-\Delta}, \sigma_n^2)$$

$$\mathbf{L}_{eq, n-\Delta} = \mathbf{L}_{eq} \setminus L_{eq}(c_{n-\Delta, i})$$

$$\min_{\mathbf{p}_n, \mathbf{q}_n} E\{|z_n - d_{n-\Delta}|^2 | \mathbf{L}_{eq, n-\Delta}\}$$

$$\mathbf{p}_n^* = \lambda_n (\mathbf{H} \Omega_n \mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_\Delta$$

$$\mathbf{q}_n = \mathbf{H}^T \mathbf{p}_n - \mu_n \mathbf{e}_\Delta$$

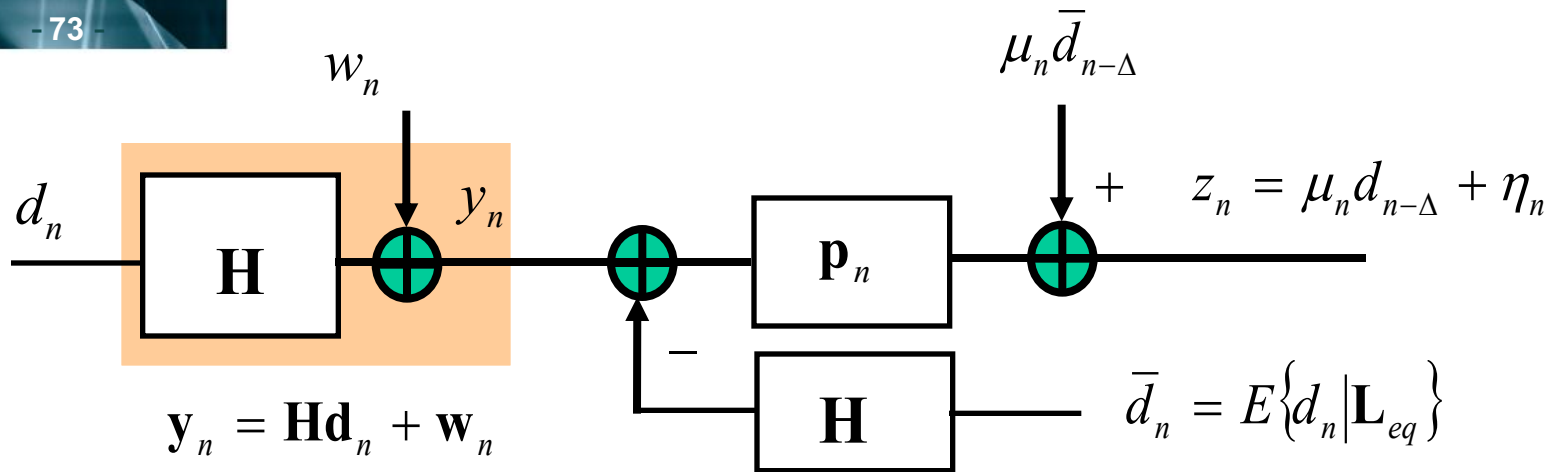
$$\Omega_n = \text{diag}(\sigma_n^2, \sigma_{n-1}^2, \sigma_{n-2}^2, \dots)$$

$$\mathbf{e}_\Delta = [0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad 0]^T$$

**Les filtres changent à chaque durée symbole !!!**



## ➤ Égaliseur MMSE avec information *a priori*



$$z_n | \mathbf{L}_{eq} \rightarrow \mathcal{N}(\mu_n d_{n-\Delta}, \sigma_n^2)$$

$$\mathbf{L}_{eq, n-\Delta} = \mathbf{L}_{eq} \setminus L_{eq}(c_{n-\Delta, i})$$

$$\min_{\mathbf{p}_n, \mathbf{q}_n} E\{|z_n - d_{n-\Delta}|^2 | \mathbf{L}_{eq, n-\Delta}\}$$

$$\mathbf{p}_n^* = \lambda_n (\mathbf{H}\Omega_n \mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_\Delta$$

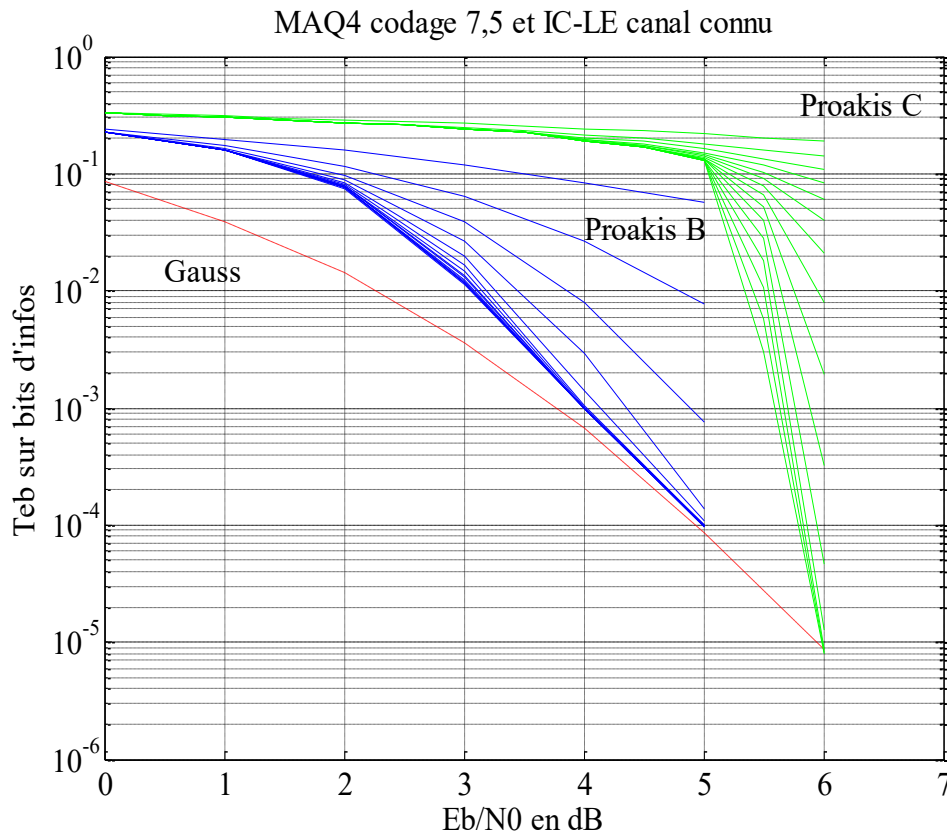
$$\Omega_n = \text{diag}(\sigma_n^2, \sigma_{n-1}^2, \sigma_{n-2}^2, \dots)$$

$$\mathbf{e}_\Delta = [0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad 0]$$

**Deux structures équivalentes d'égaliseurs MMSE  
avec informations *a priori***

## ➔ Canaux difficiles

- 74 -



### Modulation MAQ4

Taux d'erreurs binaires après décodage en fonction du rapport signal à bruit

- Canal connu
- Codeur convolutif 7 / 5
- Entrelaceur aléatoire 256x256 bits

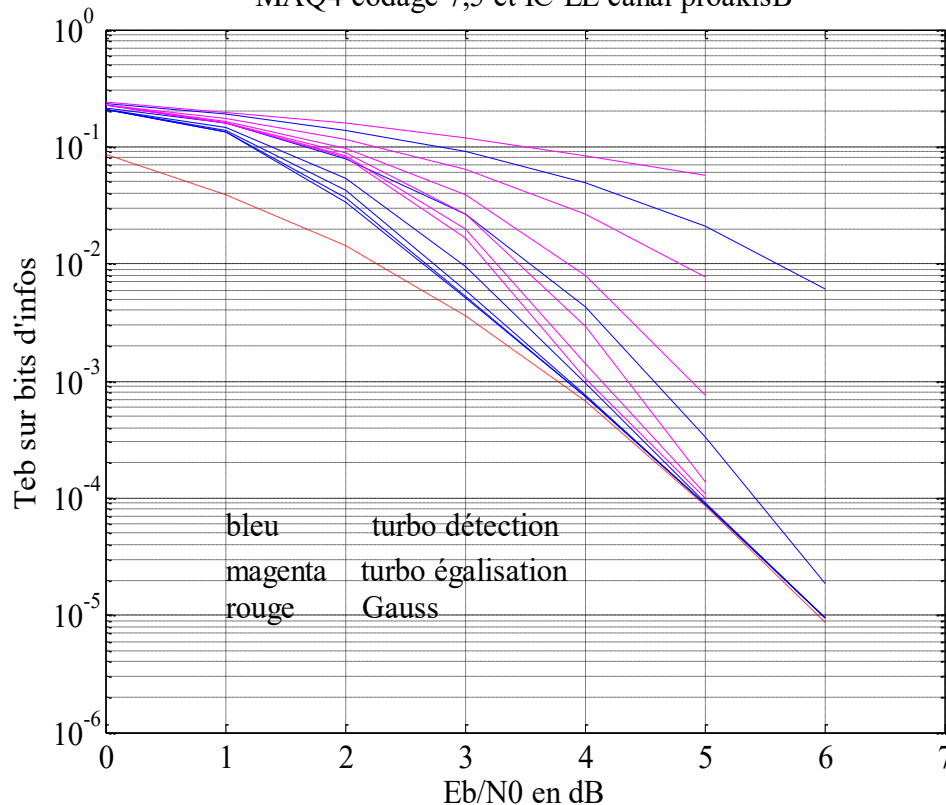
⇒ Amélioration successive des performances

⇒ IES totalement supprimée lorsque le RSB est suffisant

## ➔ Comparaison turbo égaliseur MAP et MMSE

- 75 -

MAQ4 codage 7,5 et IC-LE canal proakisB



Modulation MAQ4

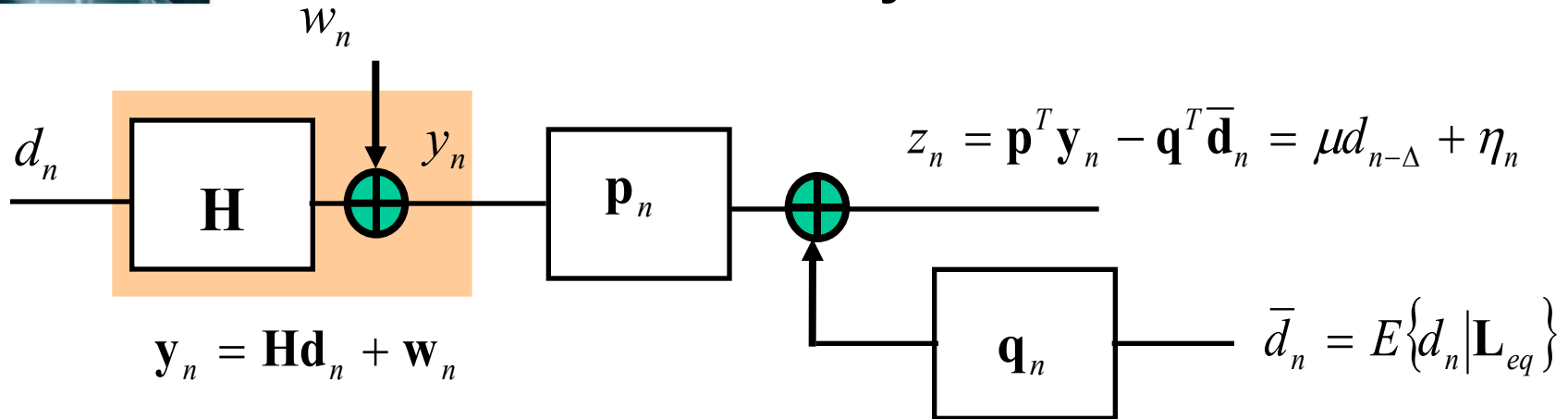
Taux d'erreurs binaires après décodage  
 en fonction du rapport signal à bruit  
 (Après 15 itérations)

- Canal connu
- Codeur convolutif 7 / 5
- Entrelaceur aléatoire 256x256 bits

⇒ performances du turbo égaliseur très proches de celles du turbo détecteur

⇒ complexité moindre pour le turbo égaliseur

## ➤ Égaliseur MMSE avec information *a priori* version moyennée IC-LE



$$z_n | \mathbf{L}_{eq} \rightarrow \mathcal{N}(\mu d_{n-\Delta}, \bar{\sigma}^2)$$

$$\mathbf{L}_{eq, n-\Delta} = \mathbf{L}_{eq} \setminus L_{eq}(c_{n-\Delta, i})$$

$$\min_{\mathbf{p}_n, \mathbf{q}_n} E\{|z_n - d_{n-\Delta}|^2 | \mathbf{L}_{eq, n-\Delta}\}$$

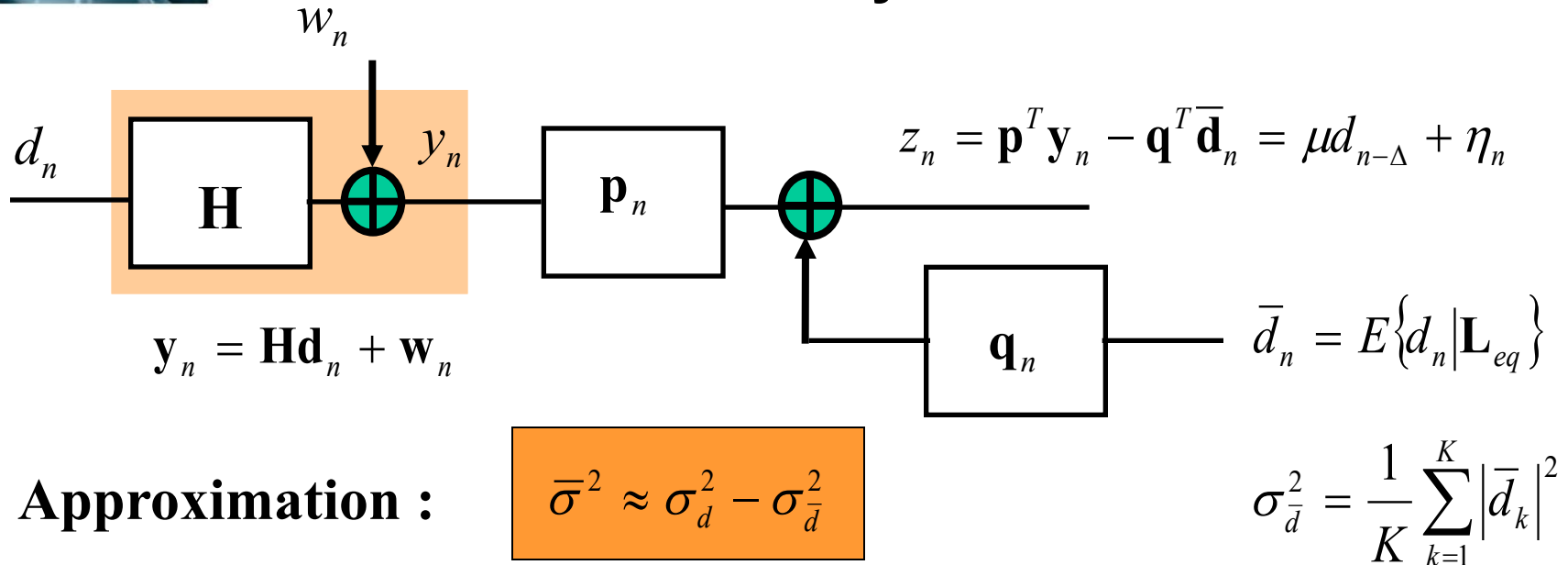
$$\mathbf{p}^* = \lambda (\bar{\sigma} \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_\Delta$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{H}^T \mathbf{p} - \mu \mathbf{e}_\Delta$$

Approximation :  $\sigma_n^2 \approx \bar{\sigma}^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sigma_k^2$

**Les filtres sont invariant sur une trame de taille  $K$  !!!**

## ➤ Égaliseur MMSE avec information *a priori* version moyennée IC-LE



$$\mathbf{p}^* = \lambda \left( (\sigma_d^2 - \sigma_{\bar{d}}^2) \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_\Delta$$

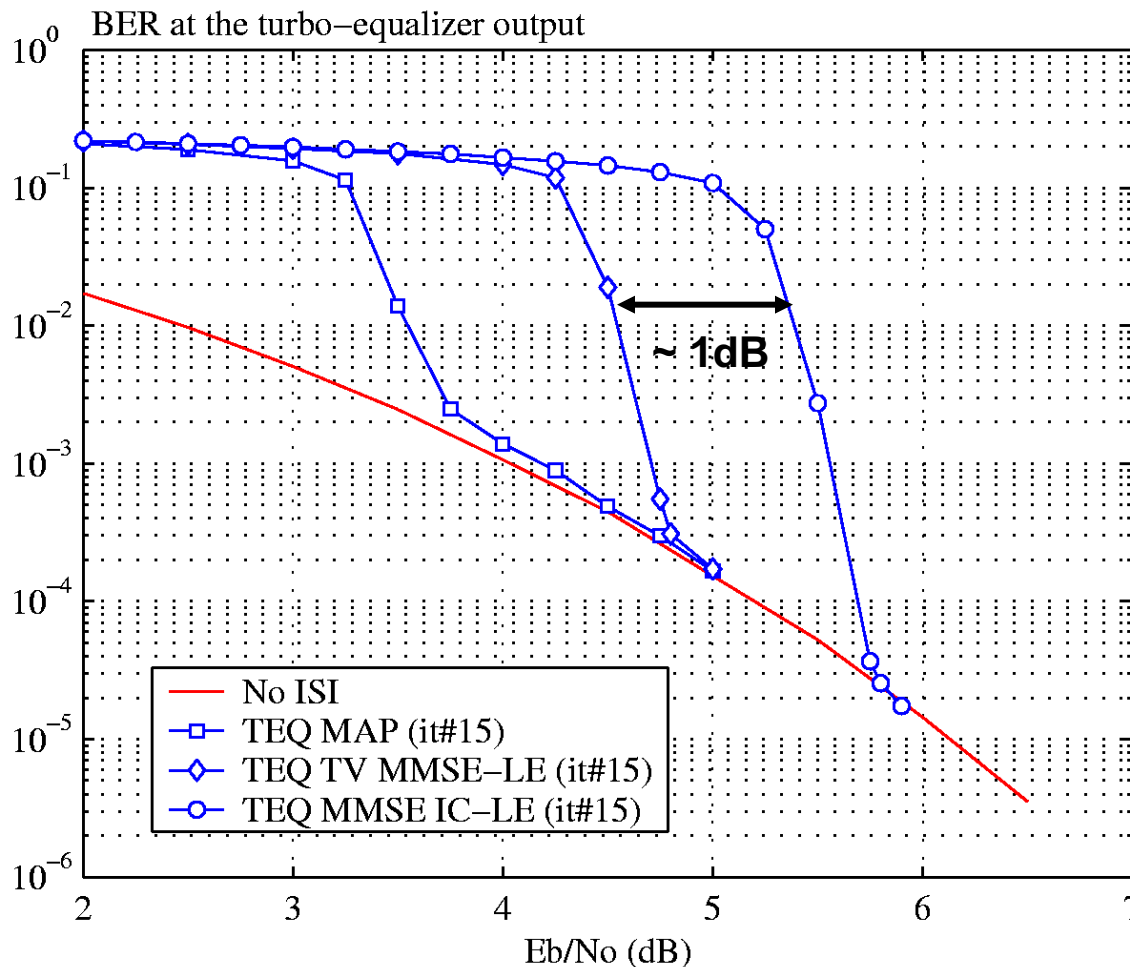
$$\mathbf{q} = \mathbf{H}^T \mathbf{p} - \mu \mathbf{e}_\Delta$$

Cette structure s'adapte d'elle même suivant les itérations du turbo-égaliseur en fonction de la variance des données estimées

## ➤ Égaliseur MMSE avec information *a priori*

- 78 -

Comparaison des performances asymptotiques (grand entrelaceur)  
entre TE MAP, TE MMSE Tüchler et TE MMSE IC-LE



### Scénario :

- TE BICM BPSK ( $R_c=1/2$ )
- Canal Proakis C (5 coeff.)
- Entrelaceur 65536 bits
- 15 itérations
- TV : solution de Tüchler



- Convergence vers les performances sans IES
- MAP > Tüchler > IC-LE

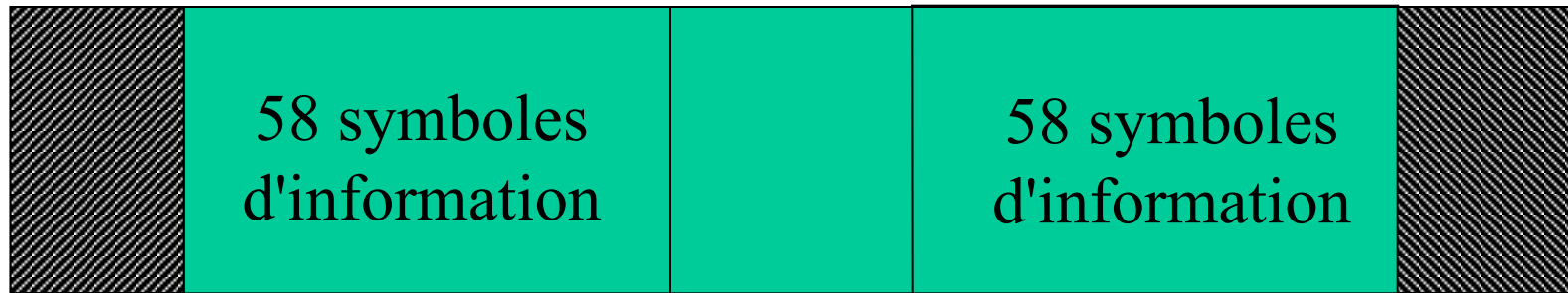
## ⊕ Canaux GSM - EDGE (8-PSK)

- 79 -

Temps  
de garde

26 symboles  
d'apprentissage

Temps  
de garde

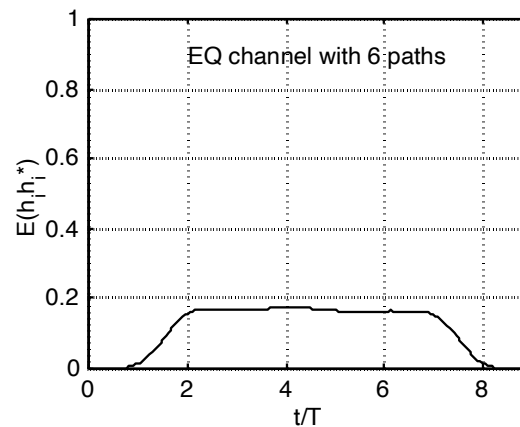
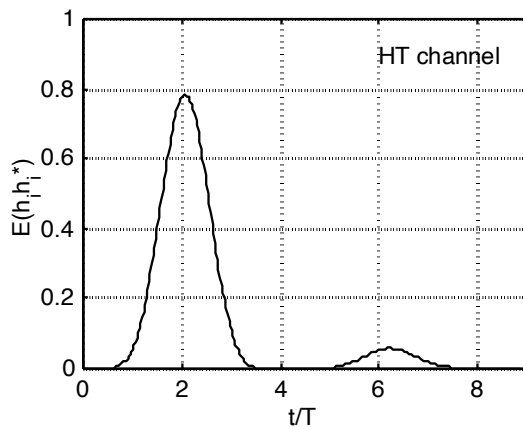
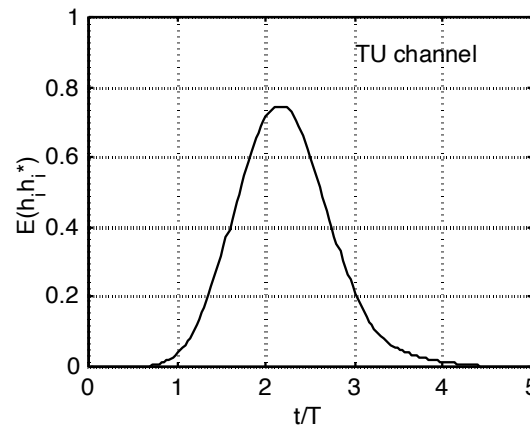
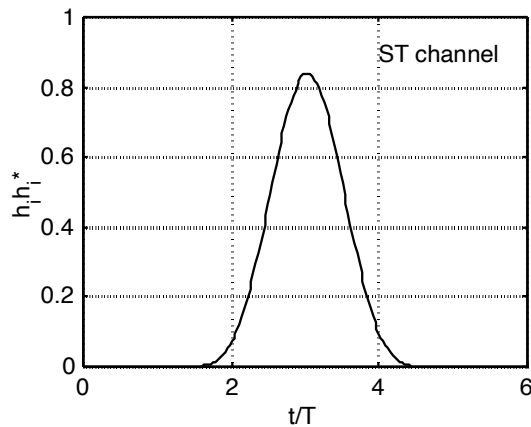


- Paquet de type GSM
  - Turbo égaliseur MMSE
  - Codage  $R=1/3$  polynômes 133,171,145
  - Entrelacement aléatoire bloc ( $X$  paquets soit  $116.m$  bits codés)
  - Canal stationnaire sur la durée d'un burst
- 8PSK :  $X=4$  blocs entrelacés  $\Rightarrow$  1392 bits codés

## ➔ Canaux GSM - EDGE (8-PSK)

- forme d'onde GSM à l'émission (Décomposition de P.A. Laurent)
- filtre en racine de cosinus surélevé à la réception (roll-off=0.3)

Distribution des puissances moyennes des canaux testés



ST : Gaussien (statique)

TU : Typical Urbain

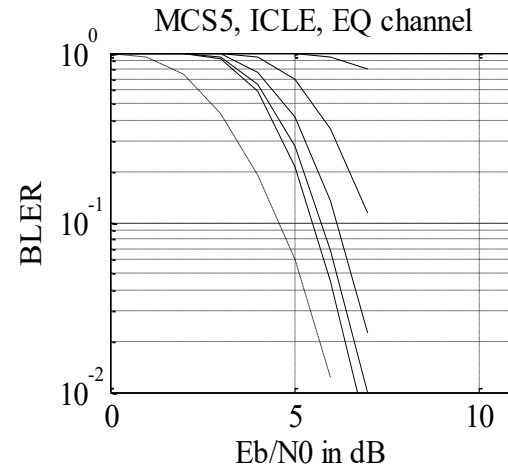
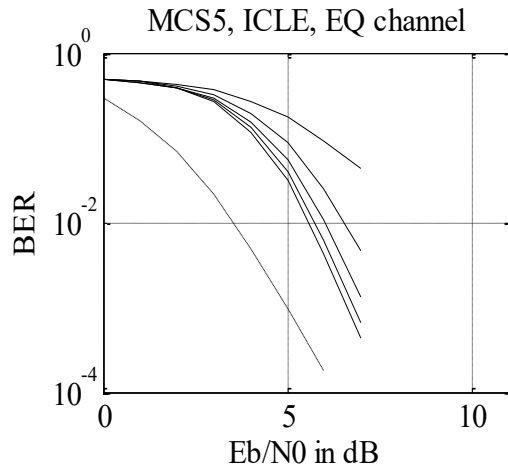
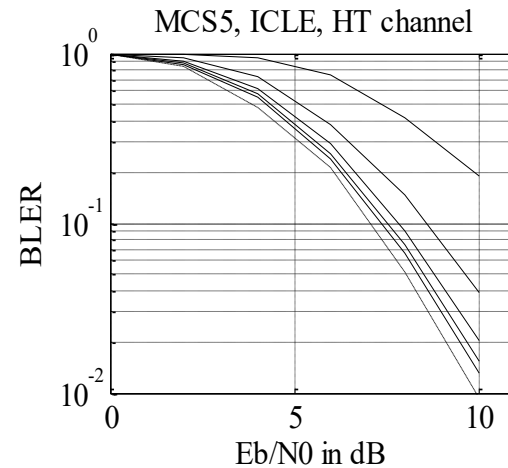
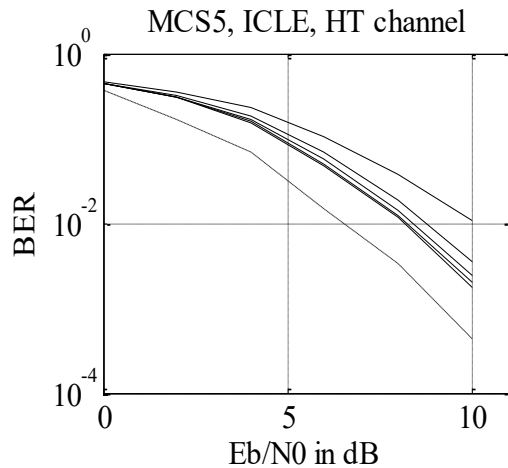
HT : Hilly Terrain

EQ : 6 trajets



## ➔ Canaux GSM - EDGE (8-PSK)

- 81 -



### Modulation MDP8

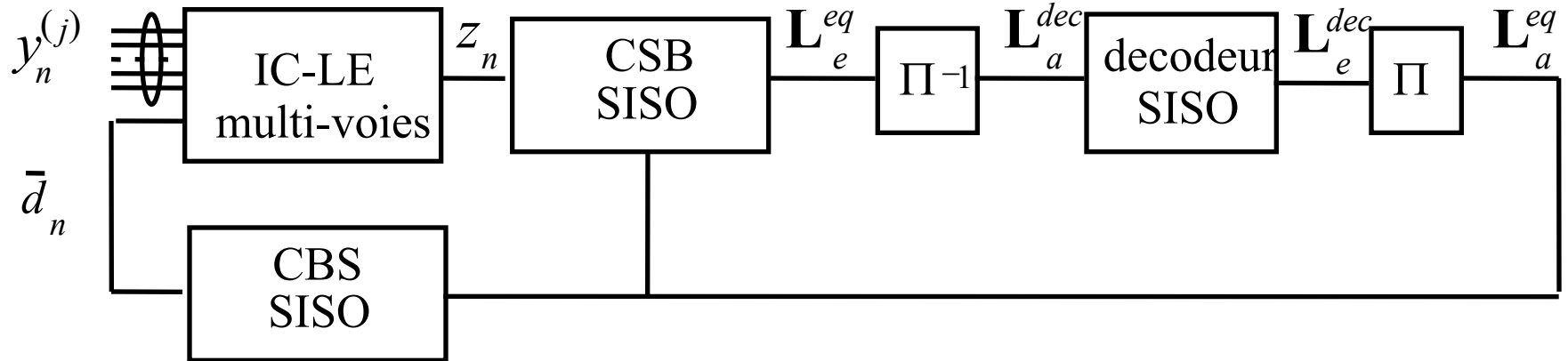
Taux d'erreurs binaires après décodage en fonction du rapport signal à bruit

- Canaux de Rayleigh (iFH)
- Forme d'onde GMSK linéarisée
- Codeur convolutif 133,171,145
- Entrelaceur aléatoire sur 1392 bits répartis sur 4 bursts

La turbo égalisation peut être un candidat potentiel pour EDGE

## ➤ Récepteur à antennes multiples

- 82 -



L'égaliseur possède  $J+1$  voies en entrée

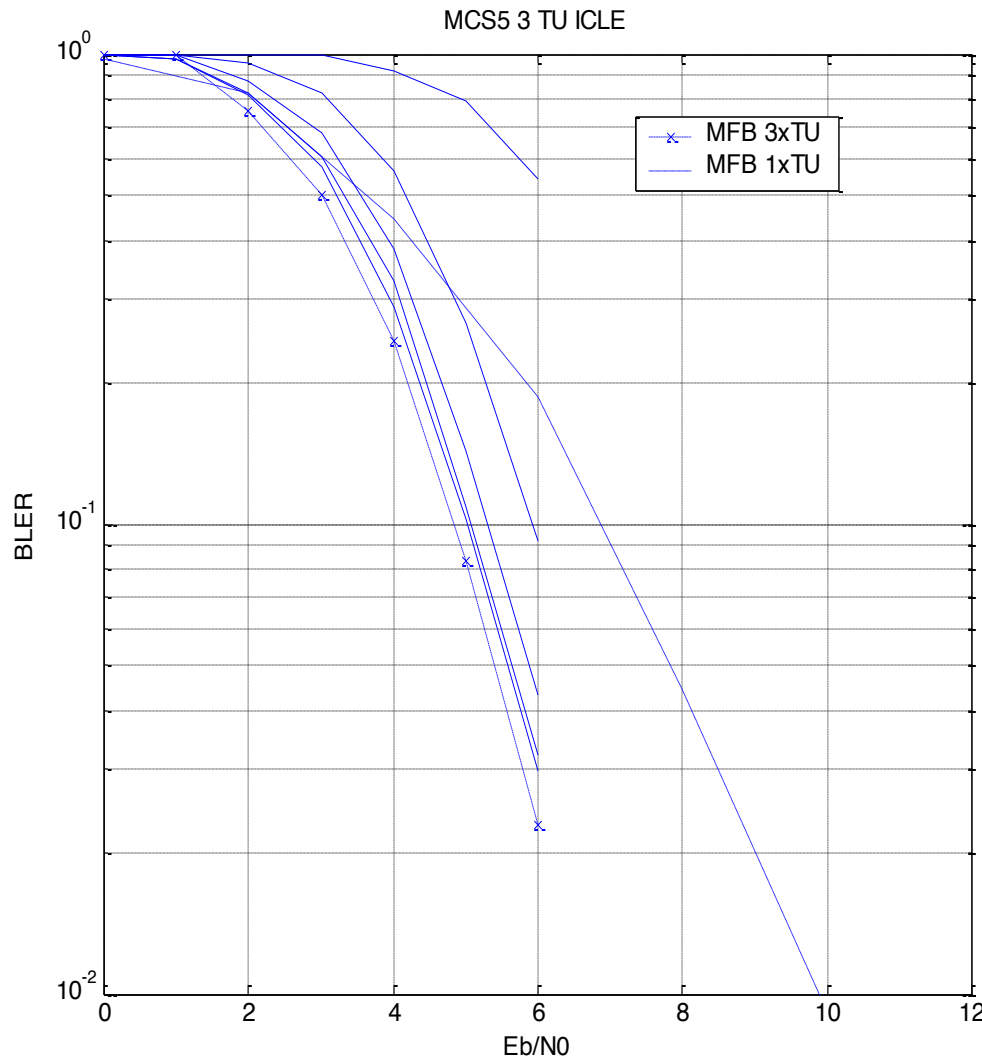
- $J$  antennes
- 1 voie de retour de l'information *a priori* du module précédent

Gain de diversité apporté par un traitement multi-antennes.

On récupère la totalité de l'énergie et on supprime l'IES.

## ➔ Canaux GSM - EDGE (8-PSK)

- 83 -



8PSK

EGPRS/MCS5

Multi-capteurs

TE MMSE

Égaliseur IC-LE

Codage R=0.37

1392 bits entrelacés

1392 sur 4 bursts

Canal iFH par burst

Canal connu

## ➔ Obtention des coefficients des filtres

- 84 -

### Turbo égaliseur MMSE avec estimation de canal :

- estimation des coefficients du canal par corrélation.
- détermination de l'égaliseur par calcul (inversion matricielle).
- réservé aux transmissions par paquets.
- charge de calcul relativement importante.

### Turbo égaliseur MMSE adaptatif :

- actualisation des coefficients de l'égaliseur par un algorithme adaptatif.
- charge de calcul faible.
- nécessite des séquences d'entraînement parfois longues (perte de débit).

## ➔ Séquence d'entraînement

- 85 -

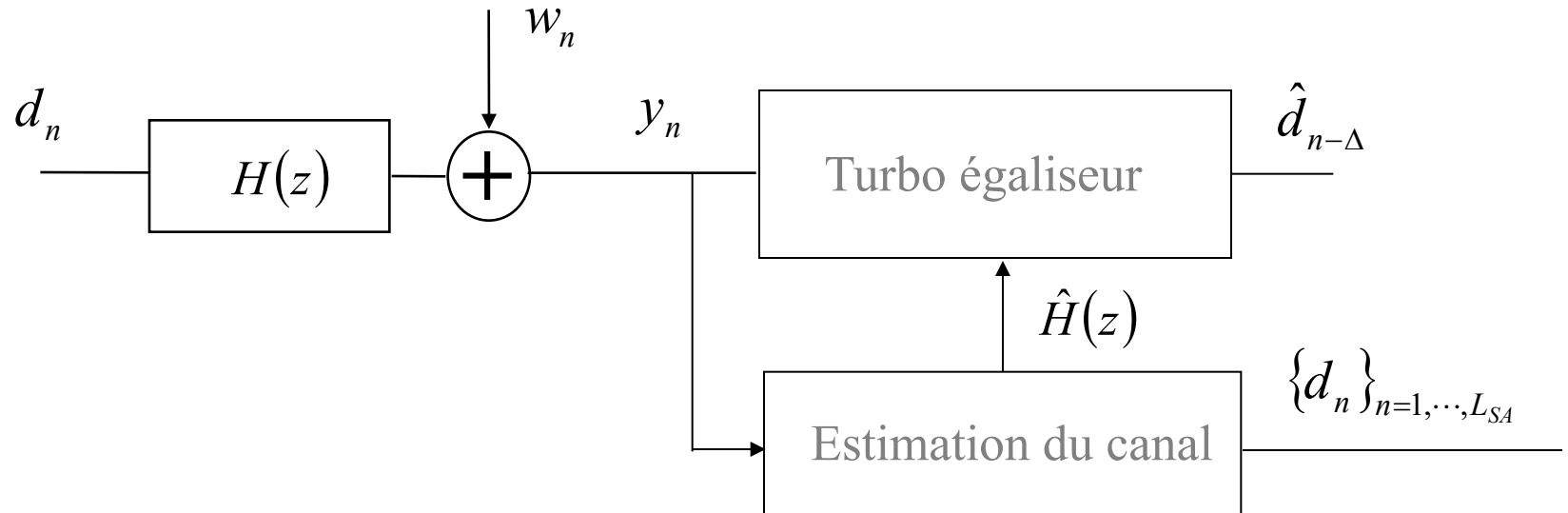


- Séquence d'apprentissage ou d'entraînement
  - données connues du récepteur
  - importance de la statistique de la séquence d'entraînement
  - réduction de l'efficacité spectrale de la transmission

## ➔ Estimation du canal à la réception

- 86 -

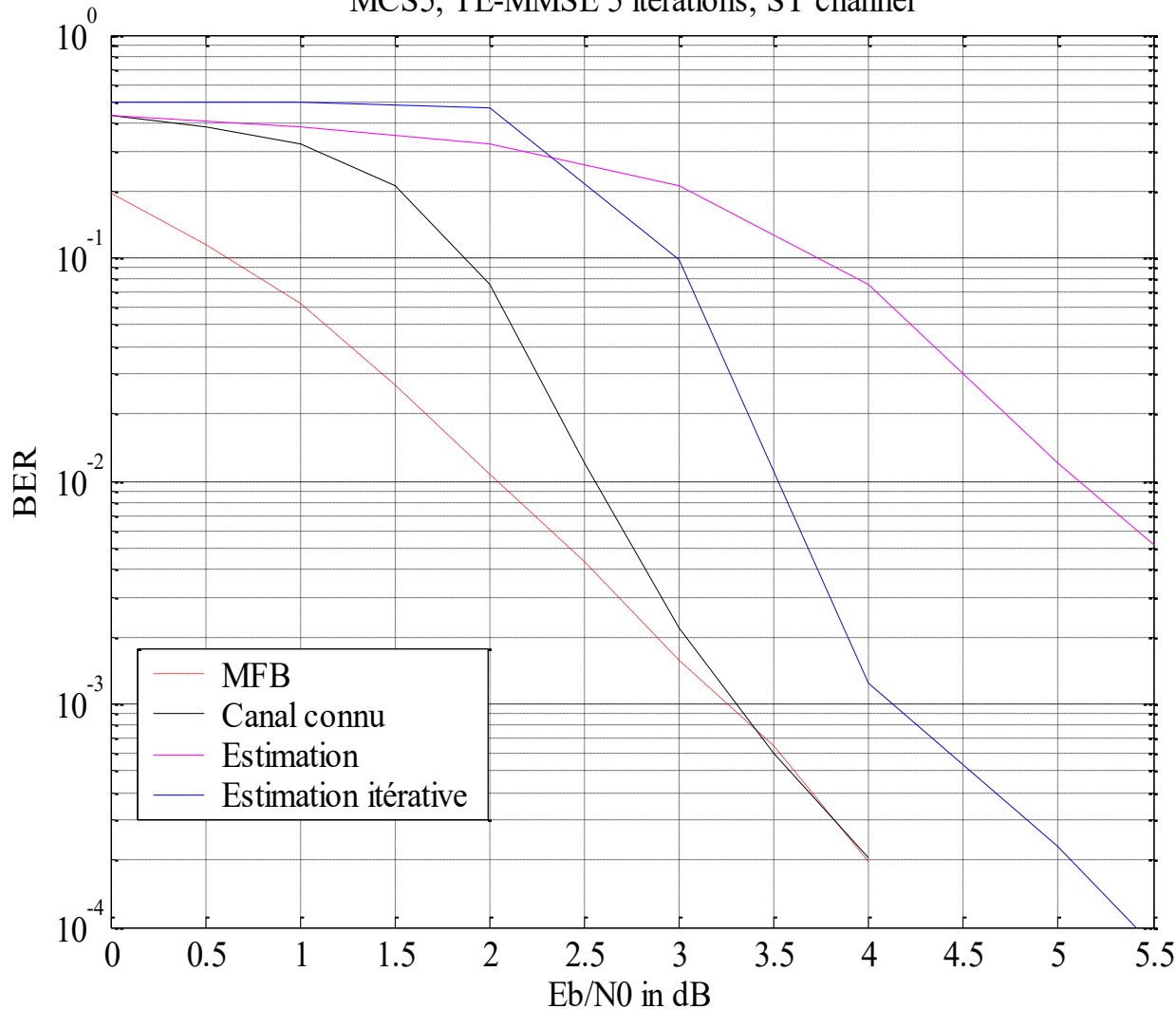
En pratique, le récepteur nécessite l'estimation du canal



- Algorithmes MV, corrélation, EM, ...
- Algorithmes adaptatifs

## Estimation de canal - Canaux GSM - EDGE

MCS5, TE-MMSE 5 itérations, ST channel



8PSK

Mono-capteur

TE MMSE

Égaliseur IC-LE

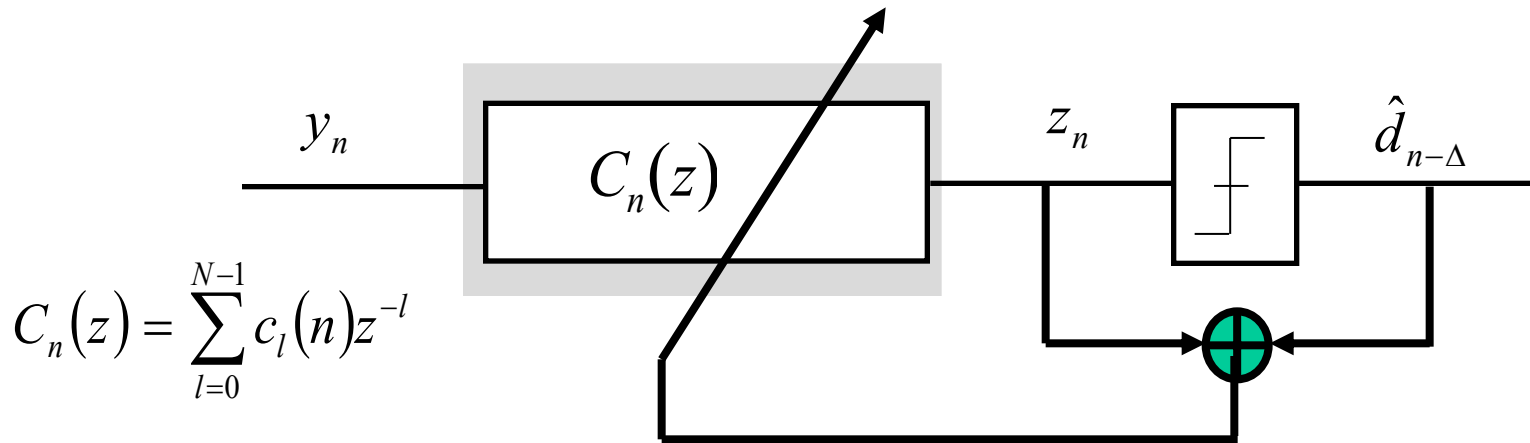
1392 bits entrelacés

1392 sur 4 bursts

Canal iFH par burst

## ➔ Égalisation adaptative

### algorithme du gradient stochastique



$$C_n(z) = \sum_{l=0}^{N-1} c_l(n) z^{-l}$$

$$z_n = \sum_{l=0}^{N-1} c_l(n-1) y_{n-l} = \mathbf{c}_{n-1}^T \mathbf{y}_n \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{c}_n = [c_0(n) \quad \dots \quad c_{N-1}(n)] \\ \mathbf{y}_n = [y(n) \quad \dots \quad y(n-N+1)] \end{cases}$$

### Algorithme LMS (Least Mean Square)

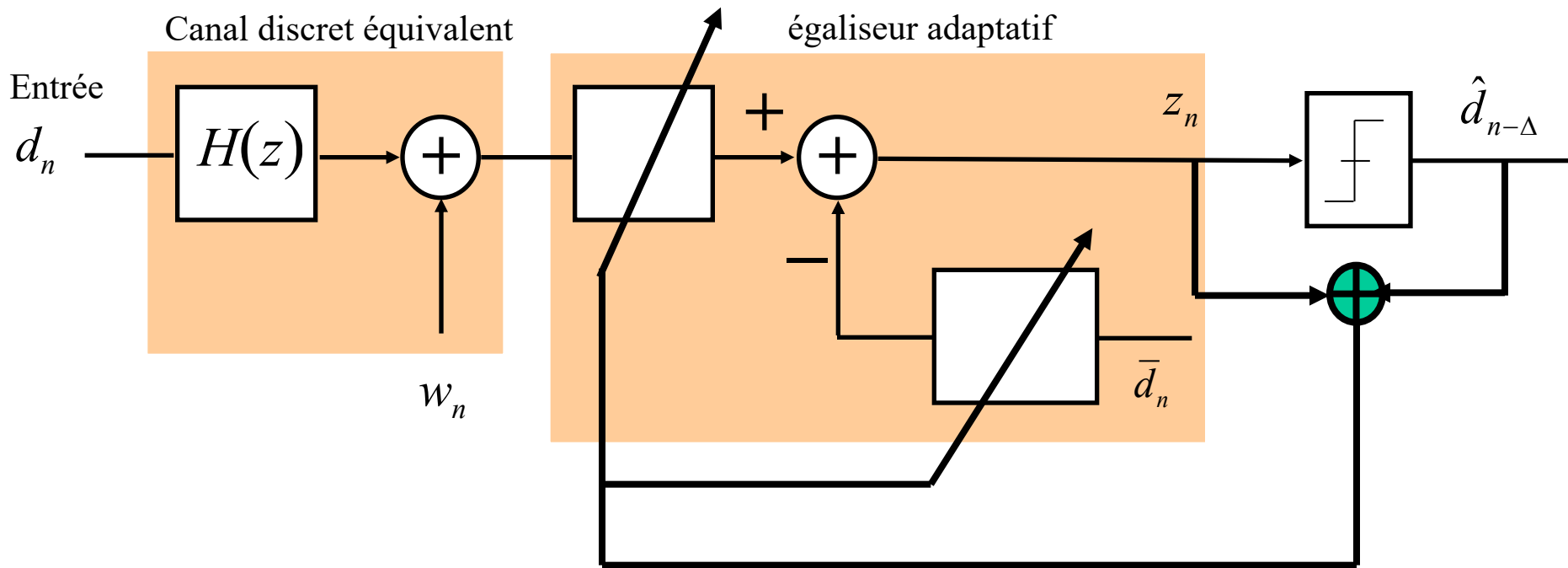
$$\mathbf{c}_n = \mathbf{c}_{n-1} - \mu_c (z_n - d_{n-\Delta}) \mathbf{y}_n^*$$

$\mu_c$  pas d'adaptation de l'algorithme



## ➔ Égaliseur adaptatif avec information *a priori*

- 89 -

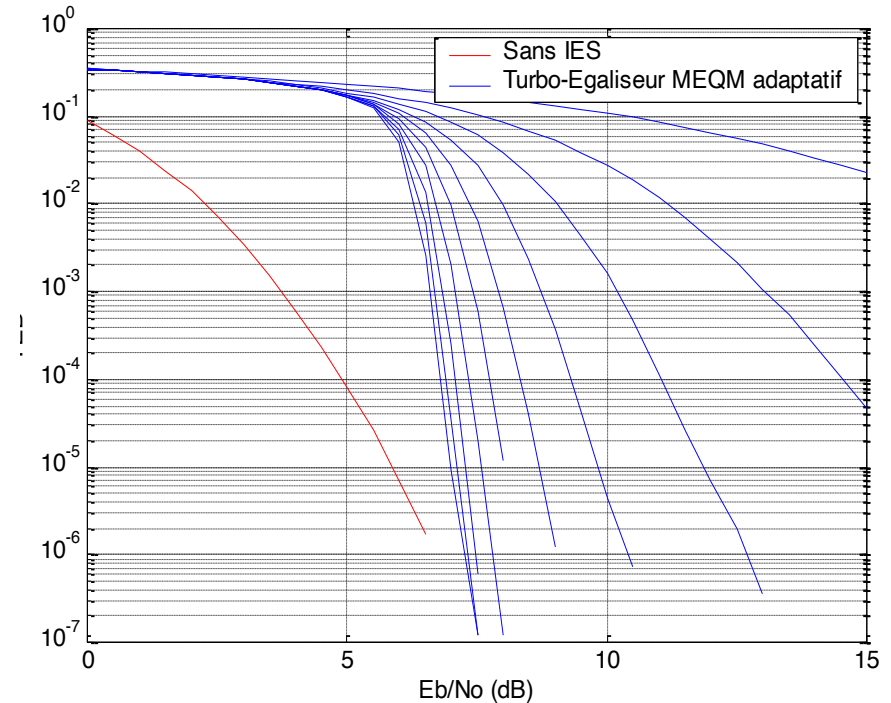
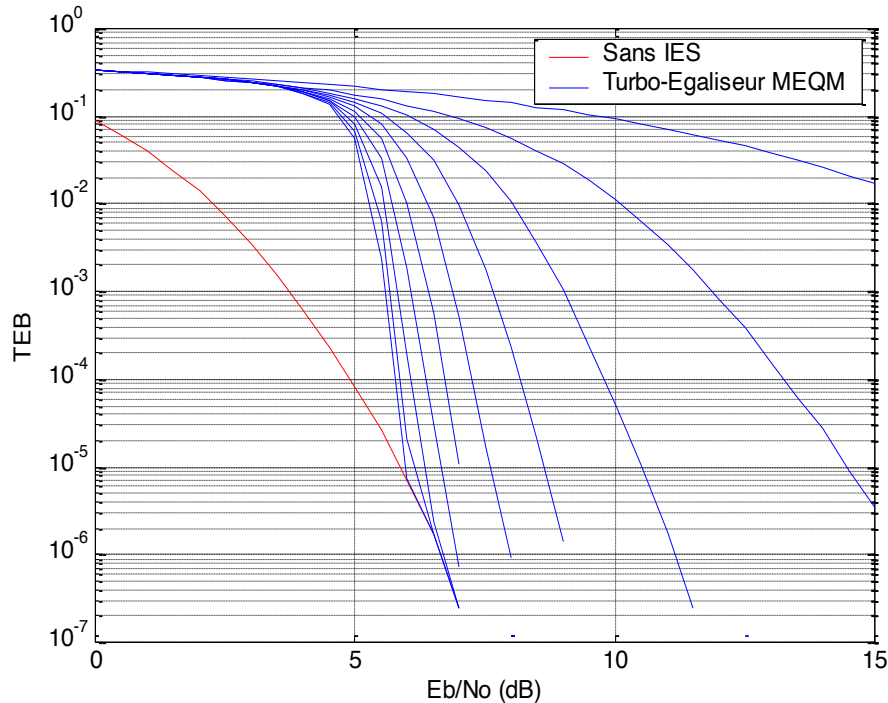


Algorithme LMS (Least Mean Square)

Turbo-égaliseur MMSE : version adaptative [Glavieux, Laot, Labat 97]

## ➡ Turbo-égalisation adaptative MMSE

- 90 -



### Performances du turbo-égaliseur MMSE en régime adaptatif

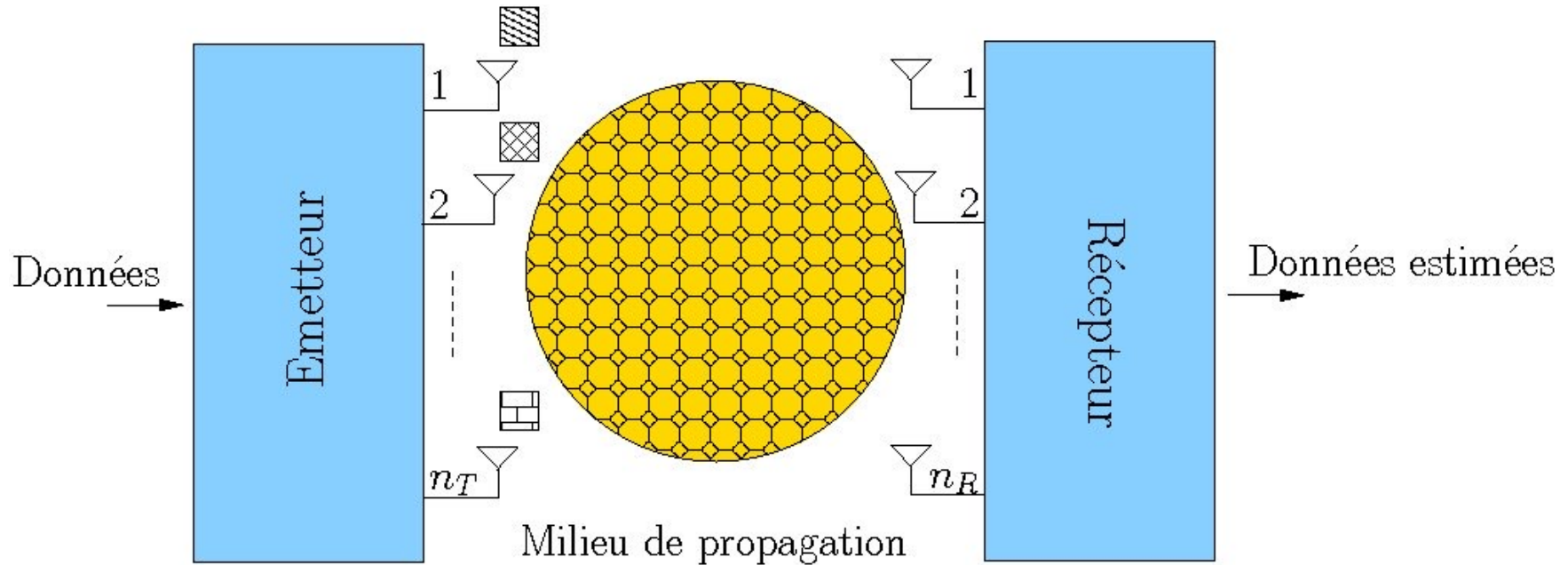
code convolutif (5,7) non récursif,  
 entrelaceur pseudo-aléatoire 16384 bits,  
 modulation MDP-2, canal Proakis C

## ⊕ Partie 4 : turbo annulation d'interférences

- 91 -

- **Récepteur itératifs pour les systèmes MIMO**
  - émission par multiplexage spatial
  - turbo-égalisation MMSE pour l'annulation d'interférences entre antennes
  - Comparaison des performances entre OFDM et monoporteuse

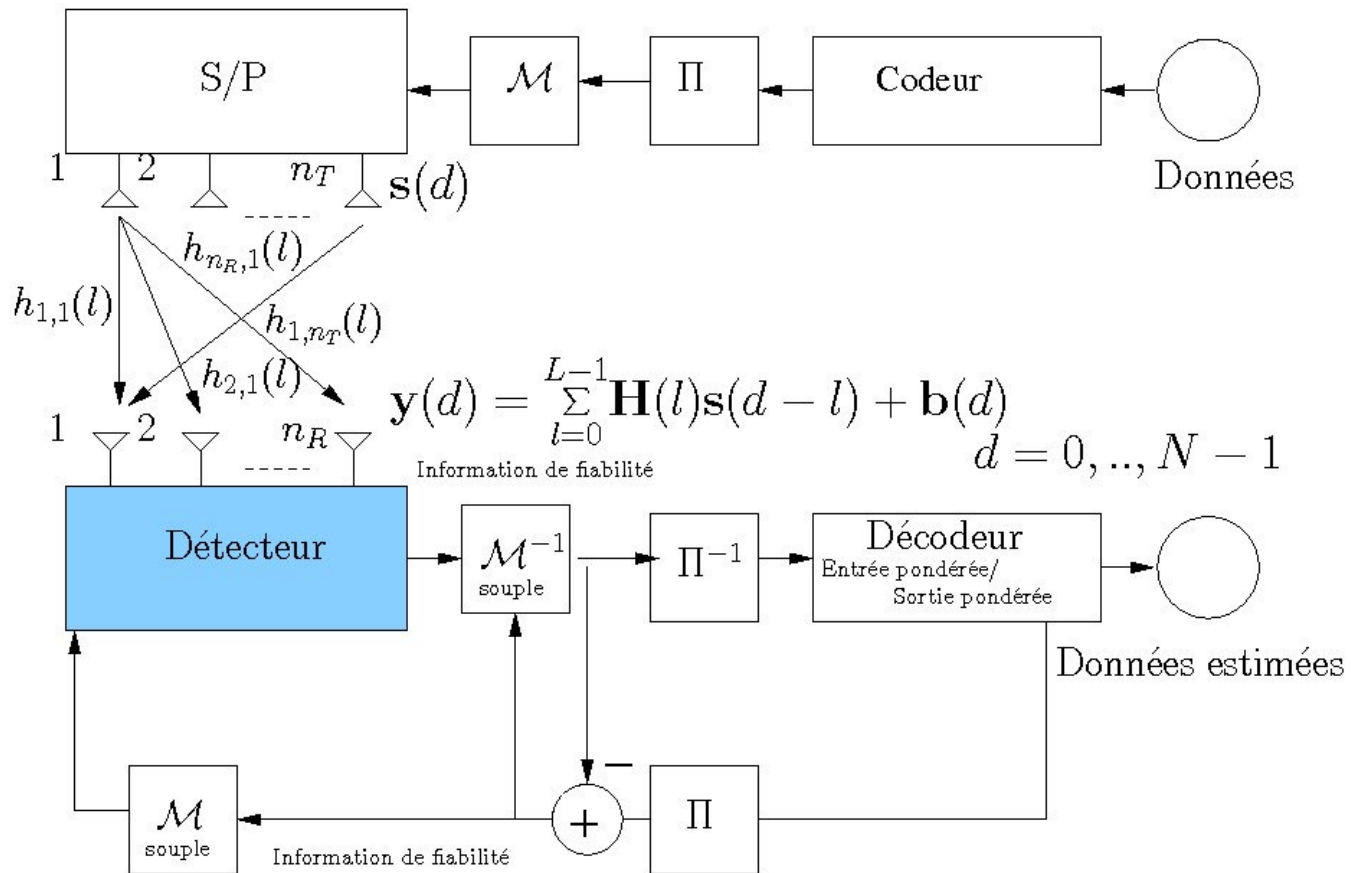
## ⊕ Introduction aux systèmes MIMO



- **Technique de multiplexage spatial**

- émission de symboles différents sur chaque antenne
- multiplie le débit par  $n_T$  sans augmenter la bande du signal émis

## ⊕ Récepteur itératif : annulation d'interférences



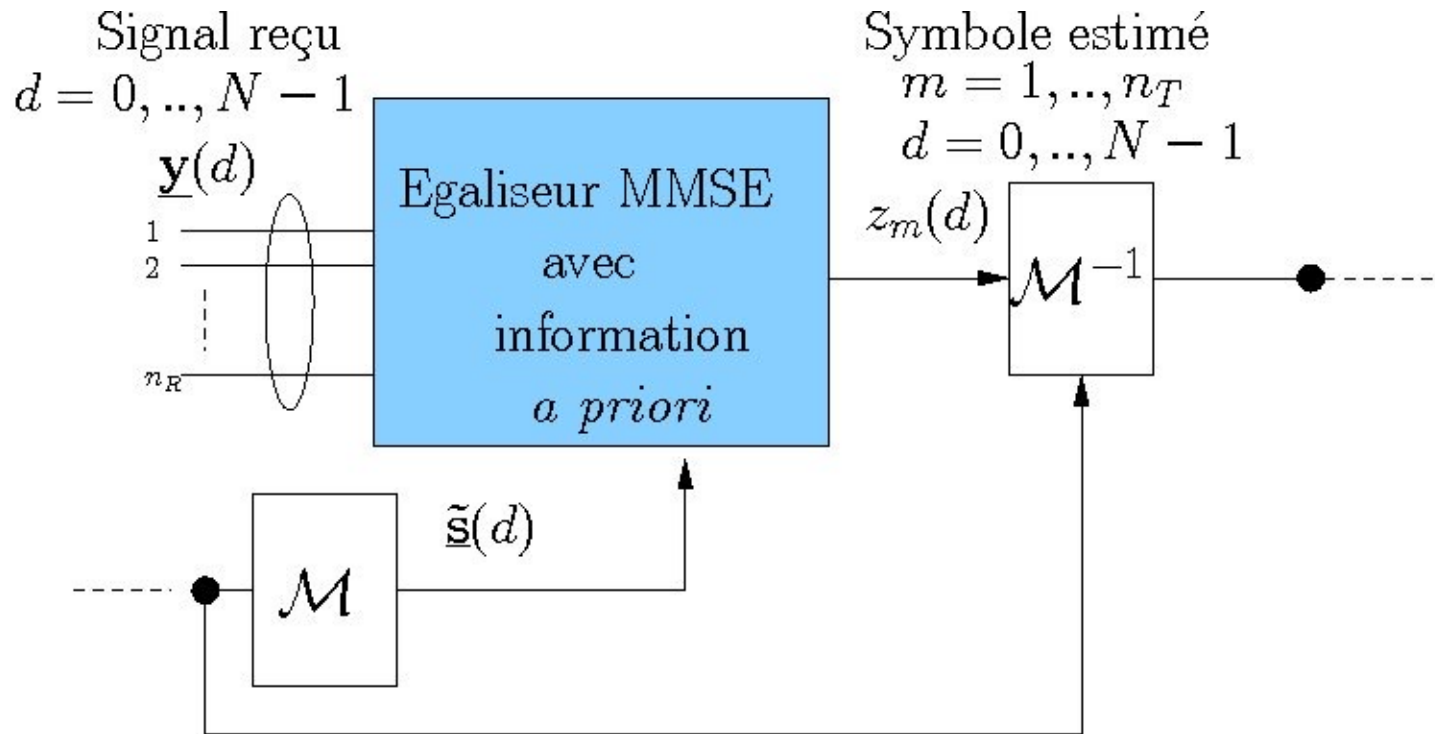
### • Canal MIMO : Rayleigh block fading channel

- IEA (interférences entre antennes)
- IES (interférences entre symboles)

## ⊕ Égaliseur MEQM avec information *a priori*

- 94 -

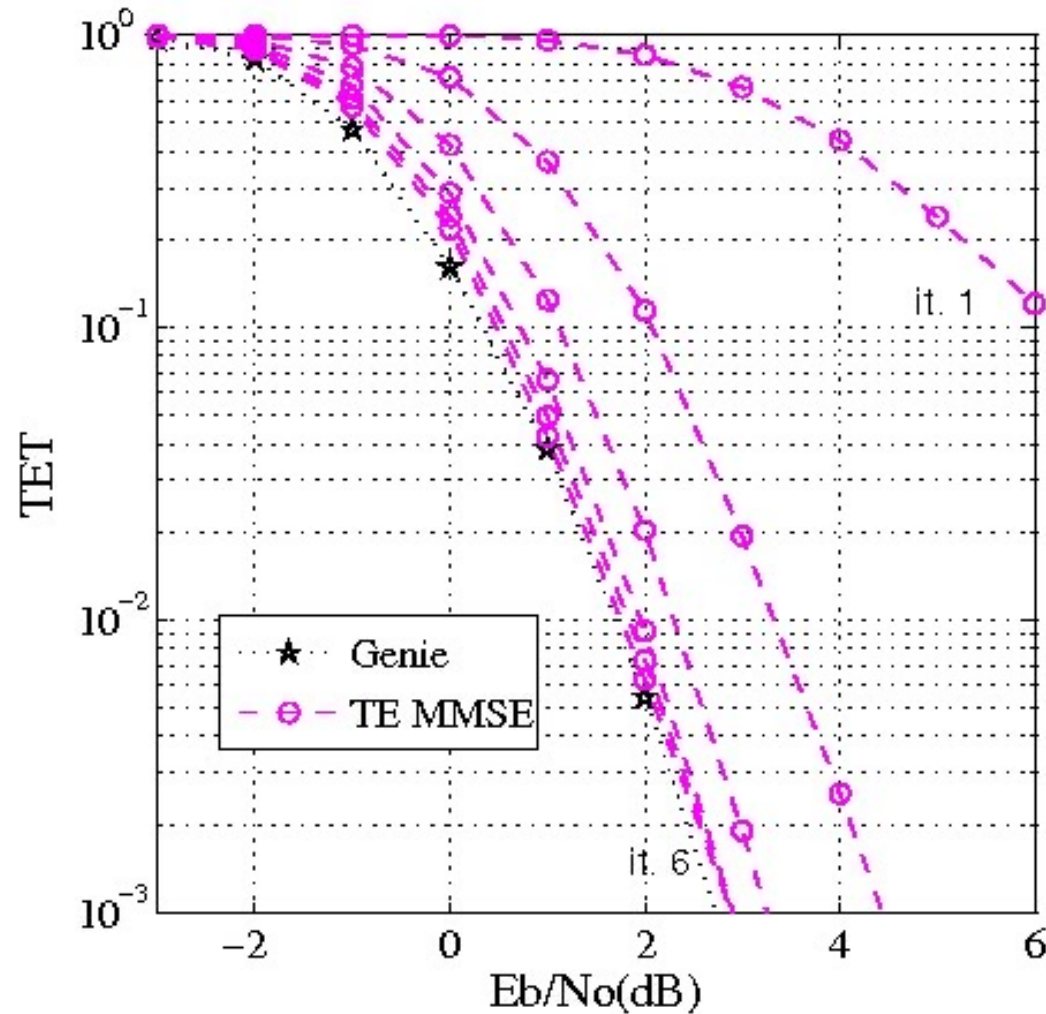
### • Minimisation du critère MMSE



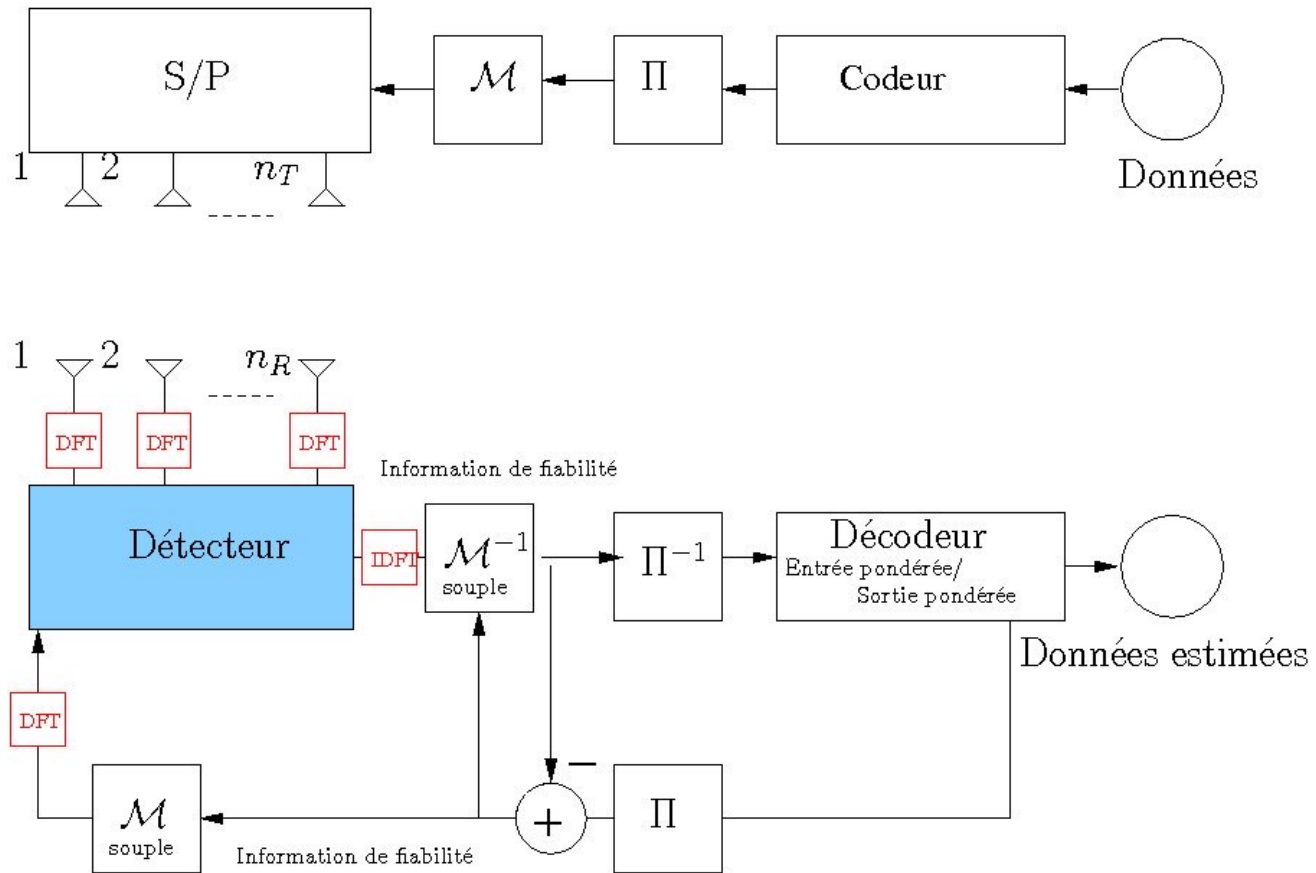
## ⊕ Performances du turbo-égaliseur

- 95 -

- 8-PSK
- $C(133,145,175)_8$
- Système (2x2)
- 10 trajets



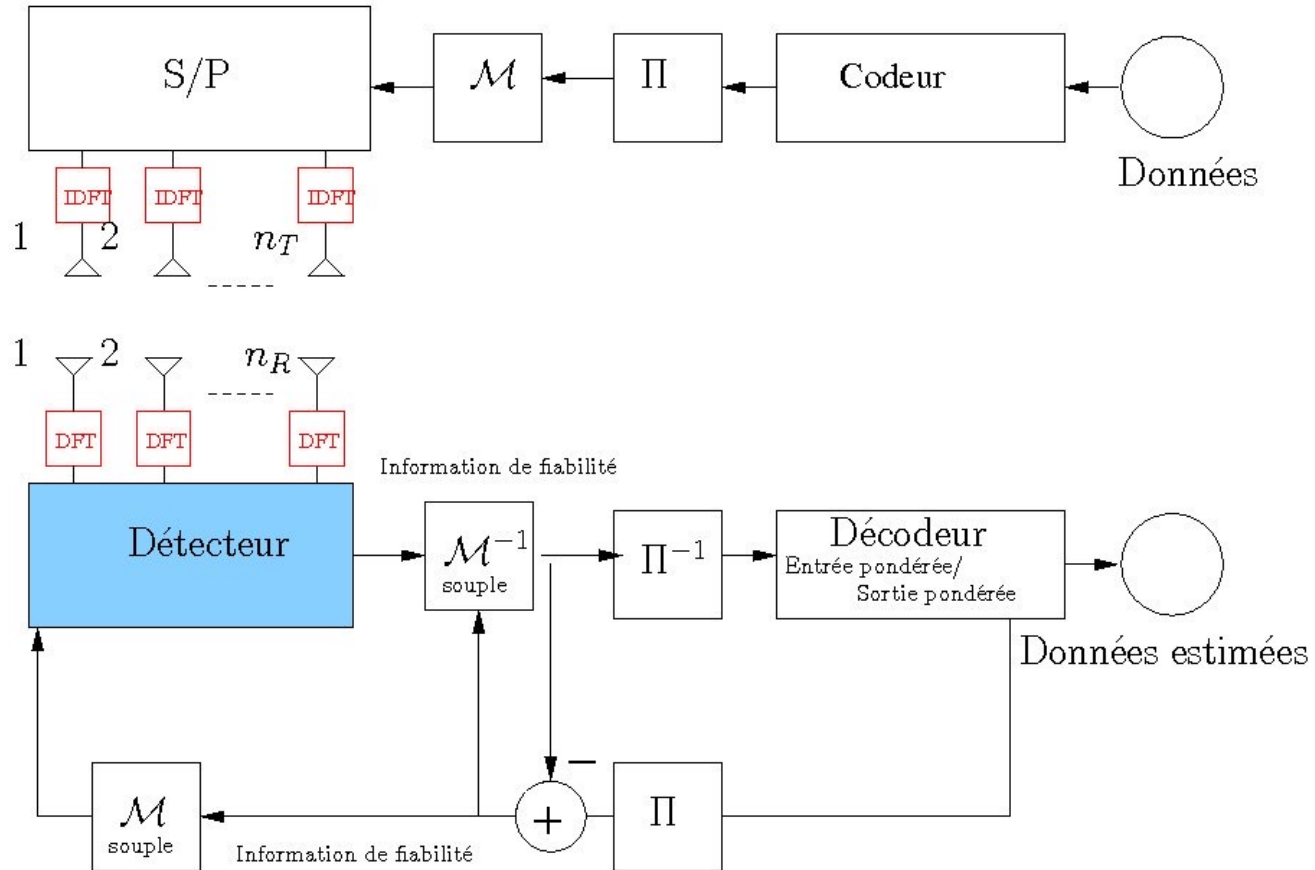
## ⊕ Turbo-égalisation dans le domaine fréquentiel



La transmission mono-porteuse avec égalisation permet d'exploiter la diversité des trajets multiples ce qui n'est pas le cas de l'OFDM.



## ⊕ Turbo-égalisation pour une modulation OFDM

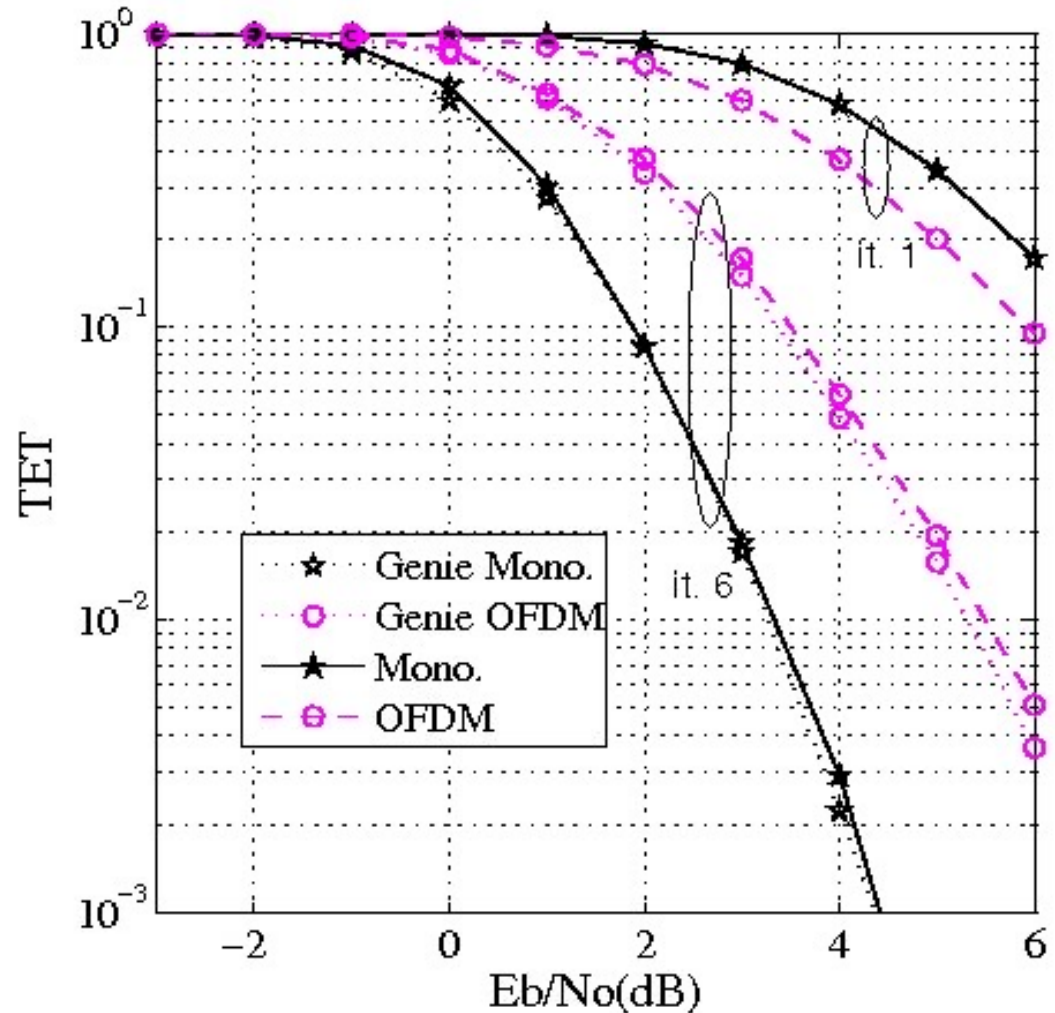


L'OFDM exploite la diversité des trajets multiples par l'intermédiaire du codage de canal

## ⊕ Comparaison monoporteuse et OFDM

- 98 -

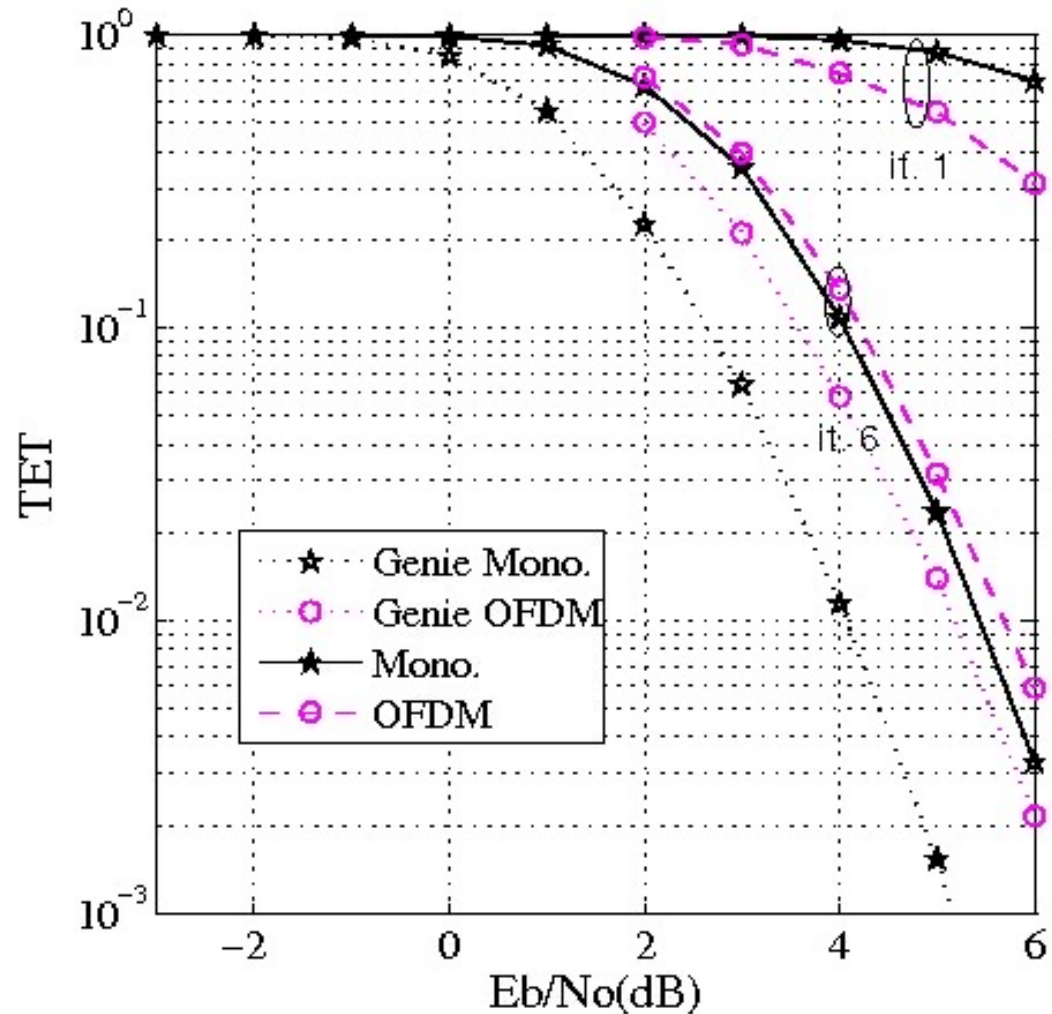
- 4-PSK
- $C(5,7)_8$
- Système (2x2)
- Trame 512 bits codés
- Canal Rayleigh
- 8 trajets



## ⊕ Comparaison monoporteuse et OFDM

- 99 -

- 16-QAM
- $C(133,171)_8$
- Système (2x2)
- Trame 512 bits codés
- Canal Rayleigh
- 8 trajets



## ⊕ Partie 4 : turbo annulation d'interférences

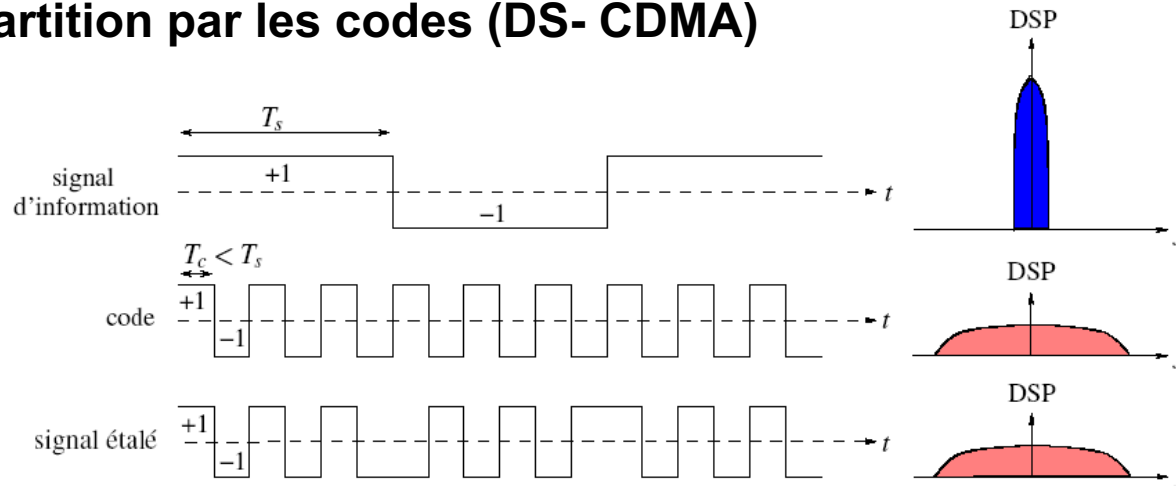
- 100 -

- **Récepteurs itératifs pour le CDMA**
  - introduction au CDMA
  - voie descendante de l'UMTS
  - égalisation au niveau chip
  - turbo-égaliseur MMSE pour l'annulation d'interférences d'accès multiples

## ⌚ Technologie radio de l'UMTS

- 101 -

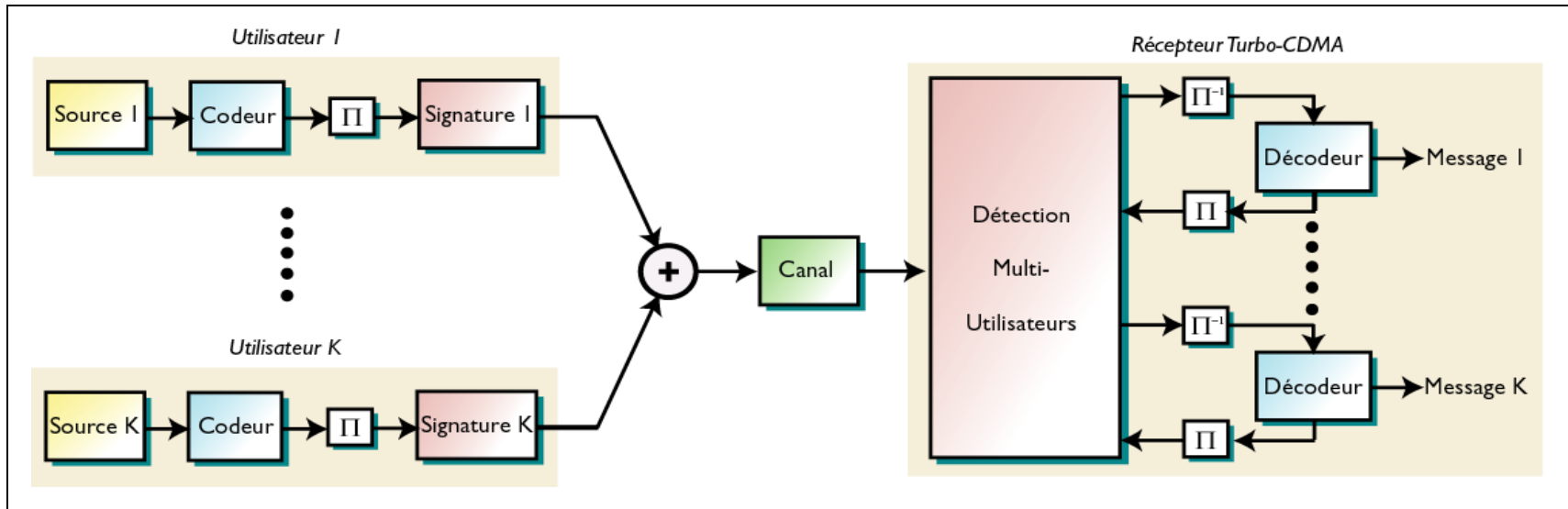
- L'interface radio des systèmes de communications mobiles 3G majoritaires (UMTS et cdma2000) est basée sur l'accès multiple à répartition par les codes (DS- CDMA)



- L'ensemble des utilisateurs du système transmettent leurs signaux simultanément dans la même bande de fréquences
- ➔ L'interférence (IAM, IEC) est le facteur limitant de la capacité !
- ➔ L'optimisation de l'efficacité du système nécessite la mise en oeuvre de techniques de réduction d'interférence avancées au récepteur

## ⌚ Détection multi-utilisateurs en CDMA (Turbo-CDMA)

### ■ Principe



Idée : exploiter les décisions de chaque décodeur pour améliorer la détection des différents utilisateurs, et réciproquement.

### Différentes stratégies pour réaliser la détection multi-utilisateurs

- Détecteur MU selon le MAP
- Égaliseur MMSE, annulation d'interférence

## 🕒 La liaison descendante de l'UMTS

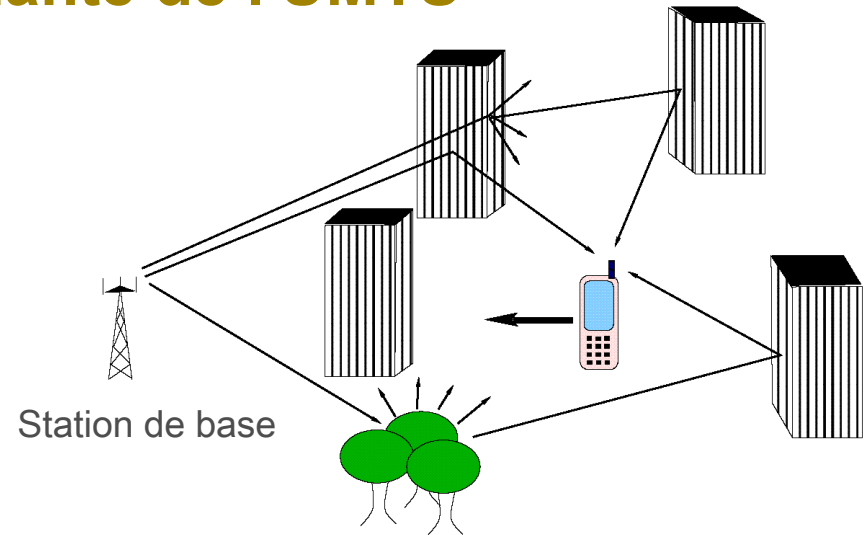
- 103 -

En émission, les signaux sont

- Embrouillés par une séquence pseudo-aléatoire longue dépendant de la cellule

Le récepteur (mobile)

- Ne connaît que les codes qu'il doit décoder
- Est limité en ressources de calcul



Parmi les techniques de réception traditionnelles en CDMA

- Détection ~~multi-utilisateurs~~ (MMSE, décorrélateur, PIC/SIC)
- seul le récepteur en râteau (RAKE) est utilisable

Mais les signaux issus d'une station de base sont

- émis de façon synchrone
  - étalés par des codes orthogonaux
- } L'interférence intra-cellulaire est créée par les trajets multiples.

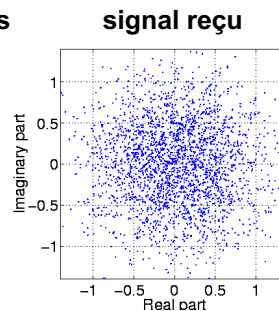
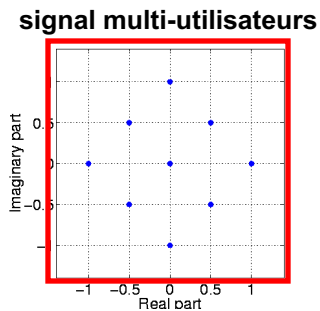
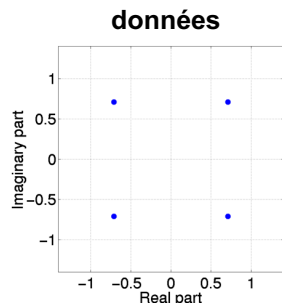
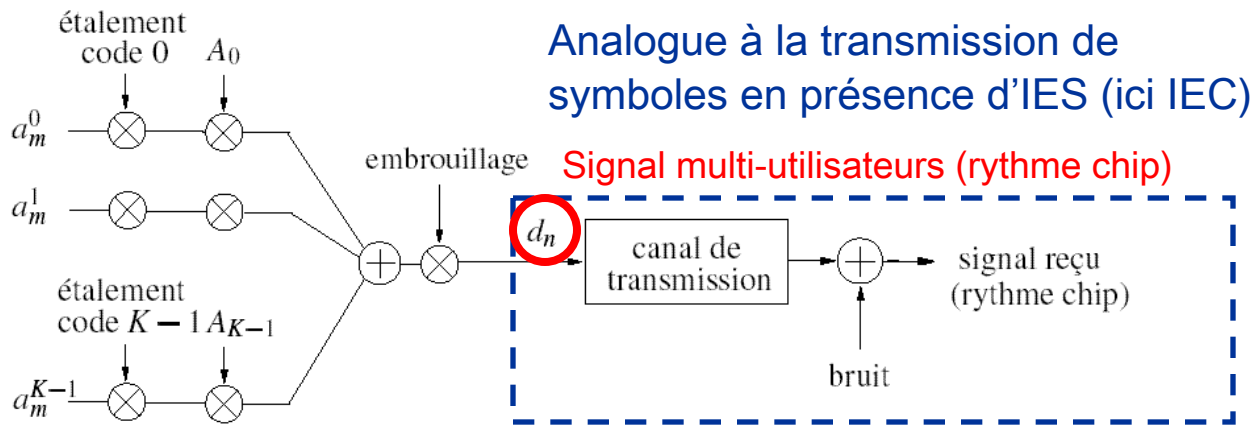


L'interférence peut être combattue par **l'égalisation**

# ➔ L'égalisation au niveau chip

- 104 -

- Modèle discret équivalent de la liaison descendante

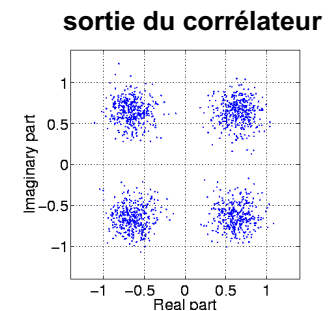
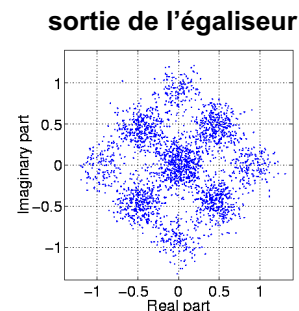
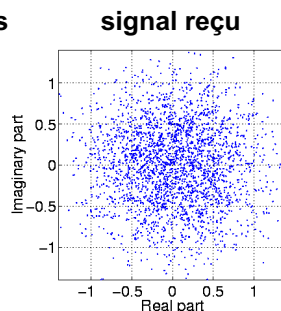
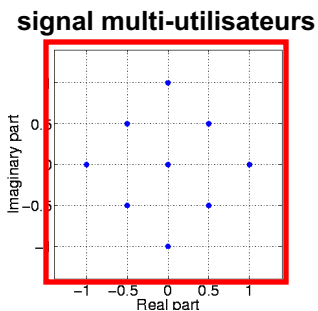
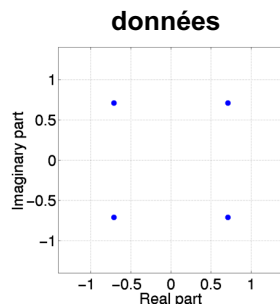
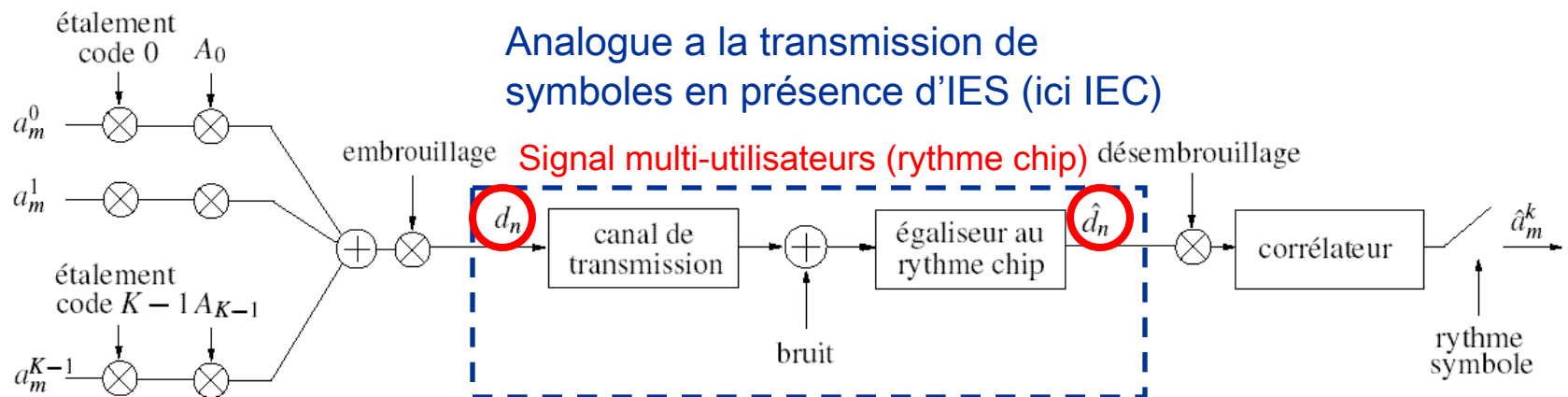




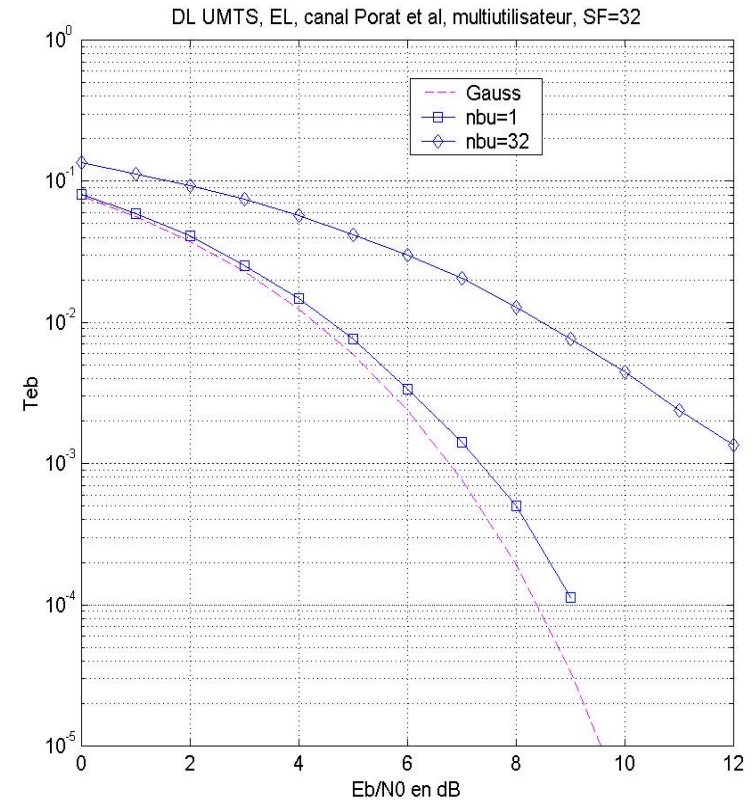
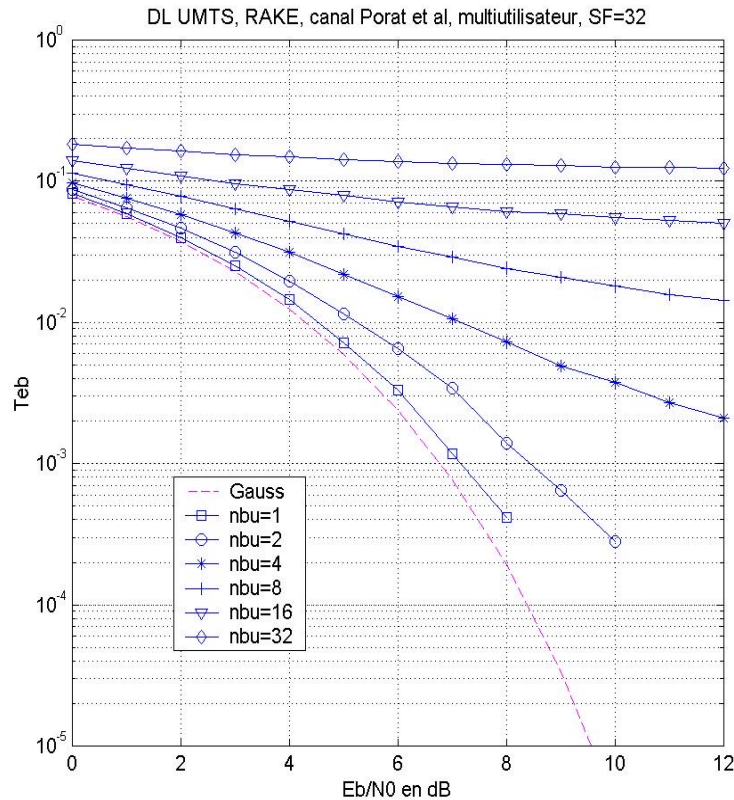
## ➔ L'égalisation au niveau chip

- 105 -

- Principe : retrouver le signal multi-utilisateurs au rythme chip, de façon à restaurer l'orthogonalité entre les codes avant le désétalement [Bossert & Frey 95, Klein 97]



## ➔ Comparaison de performances

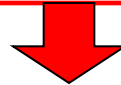


- Les utilisateurs ont une puissance identique
- Le récepteur linéaire MMSE est toujours meilleur que le RAKE

## ➤ Les transmissions multi-codes (MC)

- 107 -

- **L'UMTS alloue plusieurs codes d'étalement à l'utilisateur d'intérêt afin d'accroître son débit**
  - pour atteindre 2Mbits/s en mode circuit ( $\equiv$  3 MC de FE 4)
  - dans le HSDPA (jusqu'à 15 MC de FE 16)
- **Conséquence : le récepteur connaît une grande partie des codes actifs**
  - ➔ Autorise l'emploi de récepteurs à soustraction d'interférence
    - Multipath interference cancellers (MPIC) [Higuchi *et al* 02]



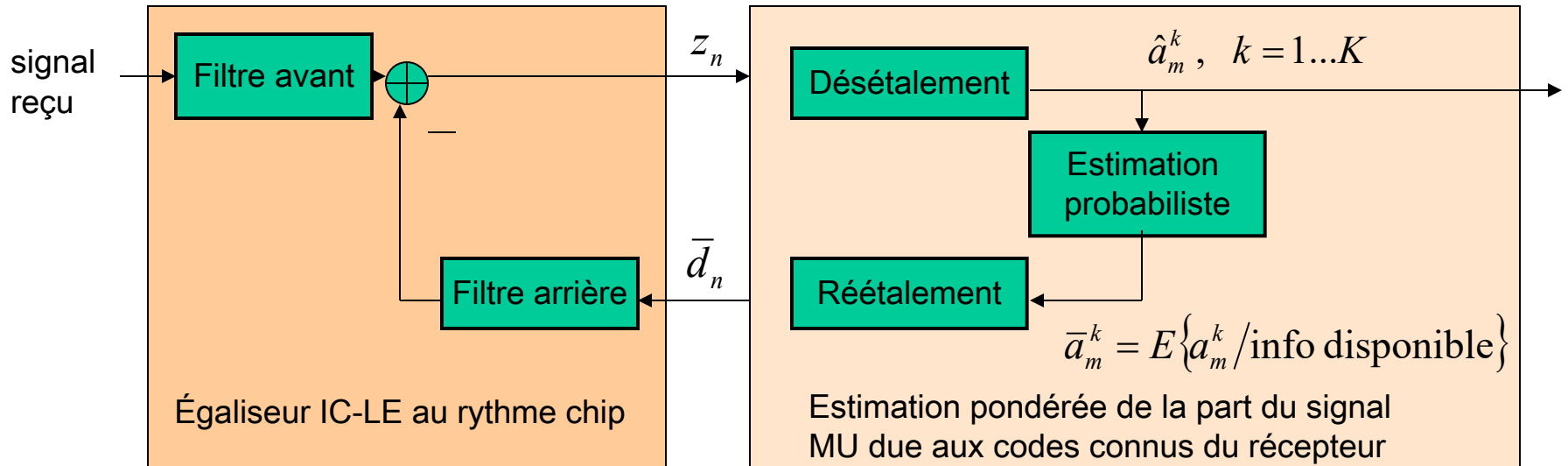
le CDMA-IC-LE (égalisation au niveau chip avec informations *a priori*)

- Analogue aux récepteurs itératifs [Wang&Poor 99, Rößler 02] mais...
  - ...l'égaliseur n'est calculé qu'une fois par itération
- ➔ Complexité réduite, mieux adaptée aux terminaux mobiles

## ⊕ Principe du CDMA-IC-LE

- 108 -

- Basé sur l'égaliseur IC-LE avec information *a priori* (Linear Equalizer – Interference Canceller) [Laot et al 2005]



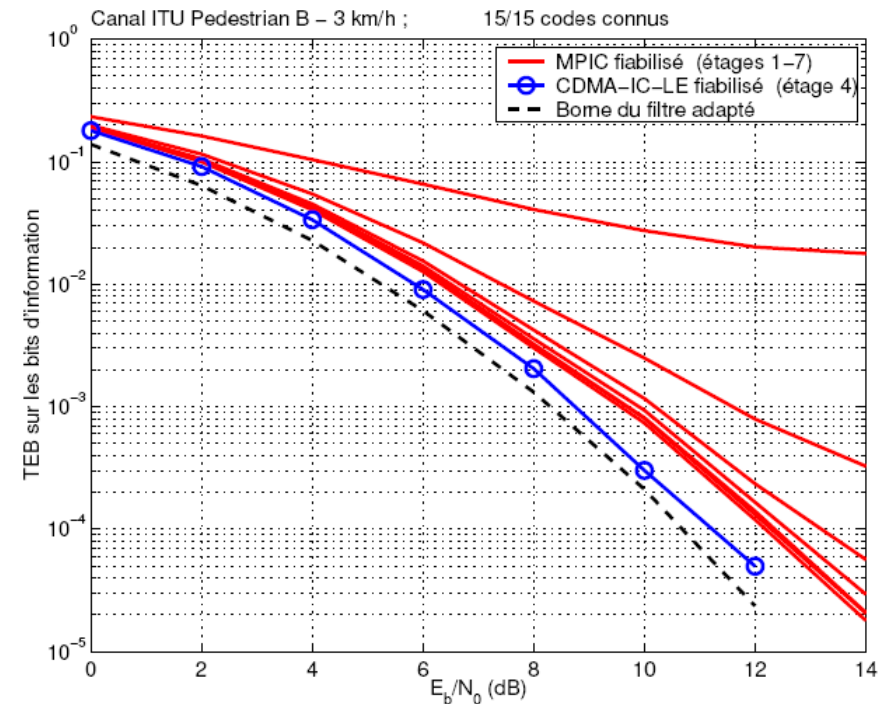
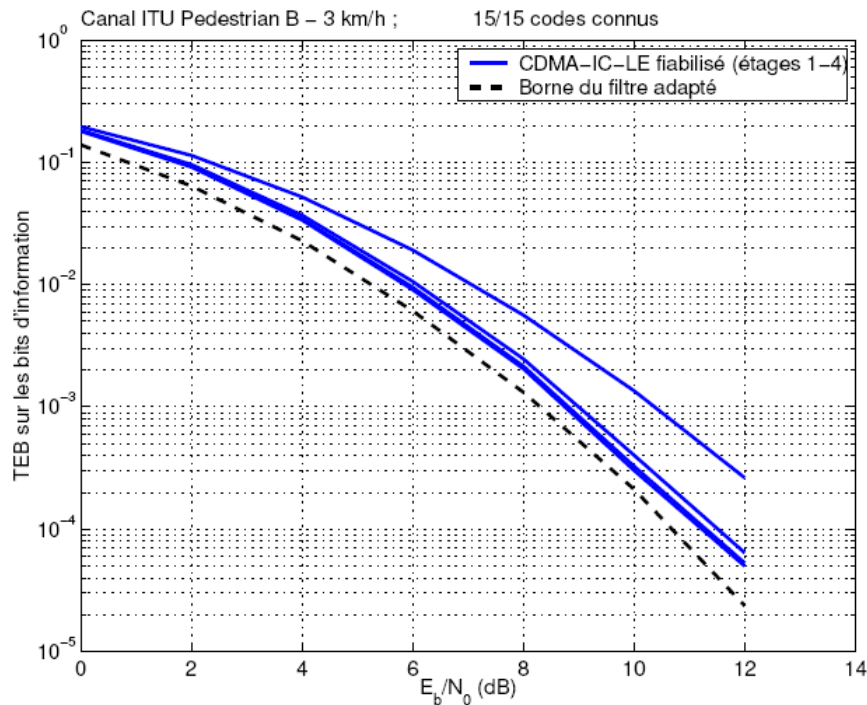
- Première itération : aucune information disponible → Égaliseur linéaire MMSE
- Estimation parfaite des symboles & tous les codes connus → Annuleur d'IEC MMSE
- Entre ces deux situations (codes inconnus) → Structure hybride

◆ avec décodage de canal dans la boucle ⇒ CDMA-IC-LE *fiabilisé*

## ➔ Illustration des performances

### 15 multi-codes de FE=16

Récepteurs idéaux, MDP-4, code convolutif (7,5) R=1/2, décodage MAP BCJR, Canal de Rayleigh, 6 trajets, V=3 km/h.



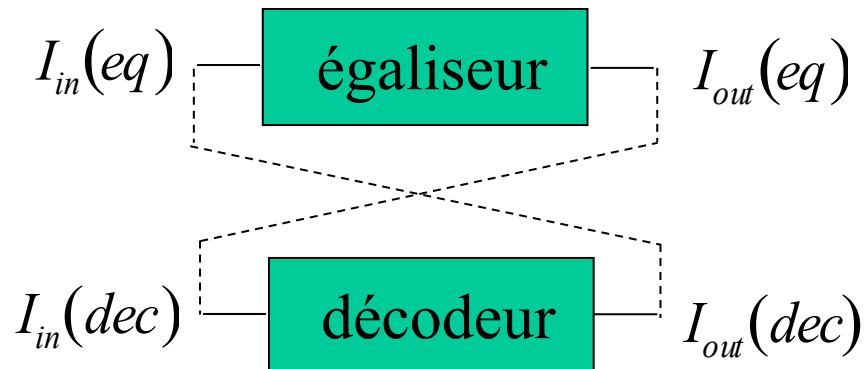
- Le CDMA-IC-LE converge en 3 étages, 5 sont nécessaires au MPIC
- Gain de ~1 dB @ 10<sup>-3</sup> par rapport au MPIC

## ➤ Partie 5 : Diagramme EXIT

- 110 -

Le diagramme EXIT introduit par Ten Brink permet l'analyse de manière théorique du comportement du turbo-égaliseur.

- caractérise indépendamment l'égaliseur et le décodeur (module).
- les entrées et sorties des modules sont supposées Gaussiennes.
- utilise l'information mutuelle d'entrée et de sortie du module.
- suppose un entrelacement de taille infinie.
- superpose les caractéristiques de l'égaliseur et du décodeur sur un même graphe.



## ⌚ Analyse de la convergence

- 111 -

- Objectif

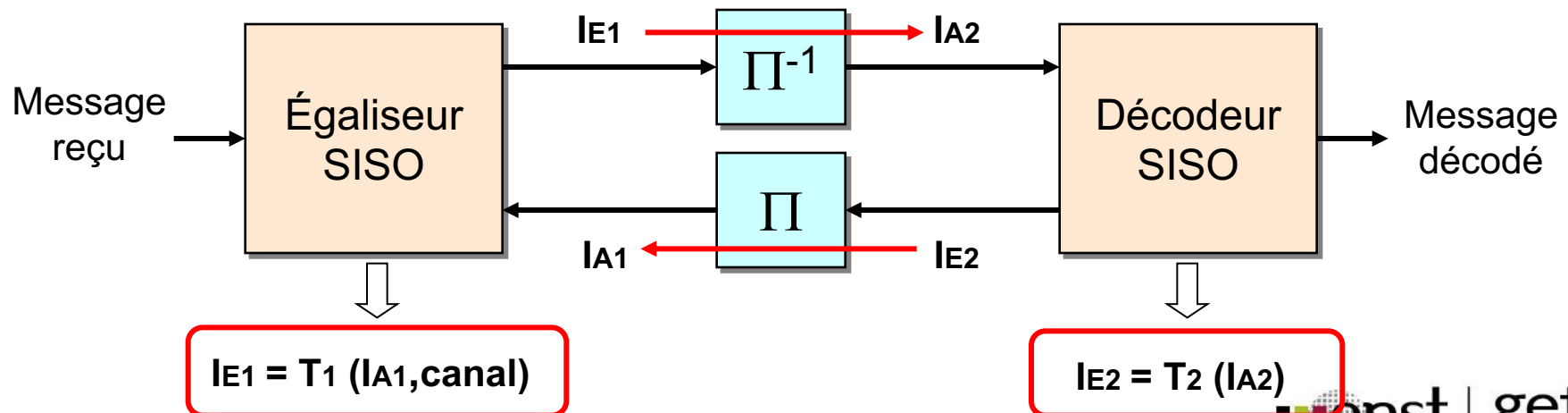
⇒ Identifier les facteurs qui conditionnent la convergence du processus itératif en turbo-égalisation (seuil et rapidité de convergence).

- Diagrammes *EXtrinsic Information Transfer* (EXIT) [ten Brink, 99]

- Notion d'**information mutuelle moyenne** (IMM)

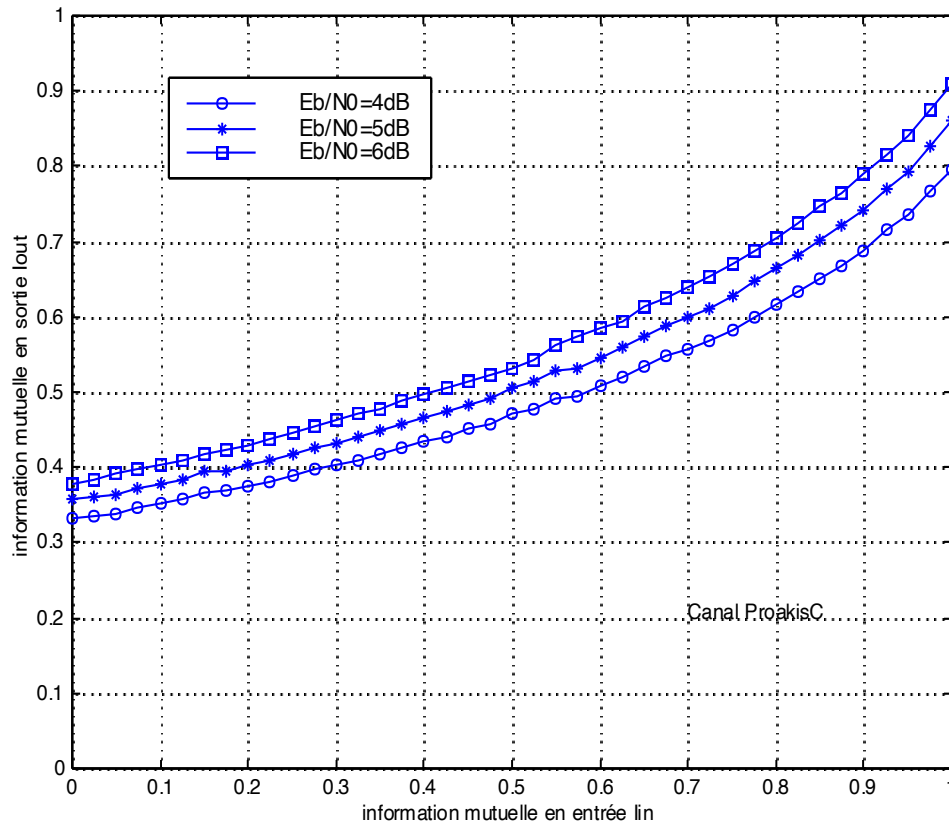
- **IA** → IMM associée à l'info. *a priori* ; **IE** → IMM associée à l'info. extrinsèque

- Caractérisation des modules SISO ⇒ fonction de transfert **IE = T(IA)**



## ➔ Diagramme EXIT

- 112



- MDP2

- Canal Proakis C

[0.227 0.46 0.688 0.46 0.227]

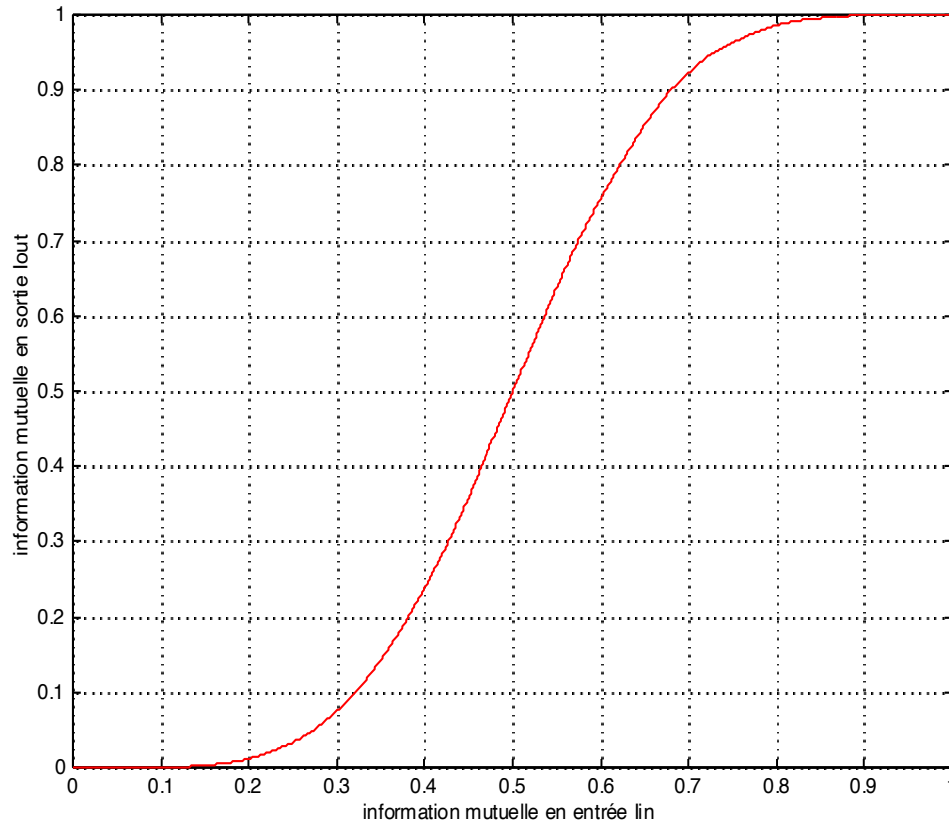
- Canal connu

- IC-LE MMSE



## ➔ Diagramme EXIT

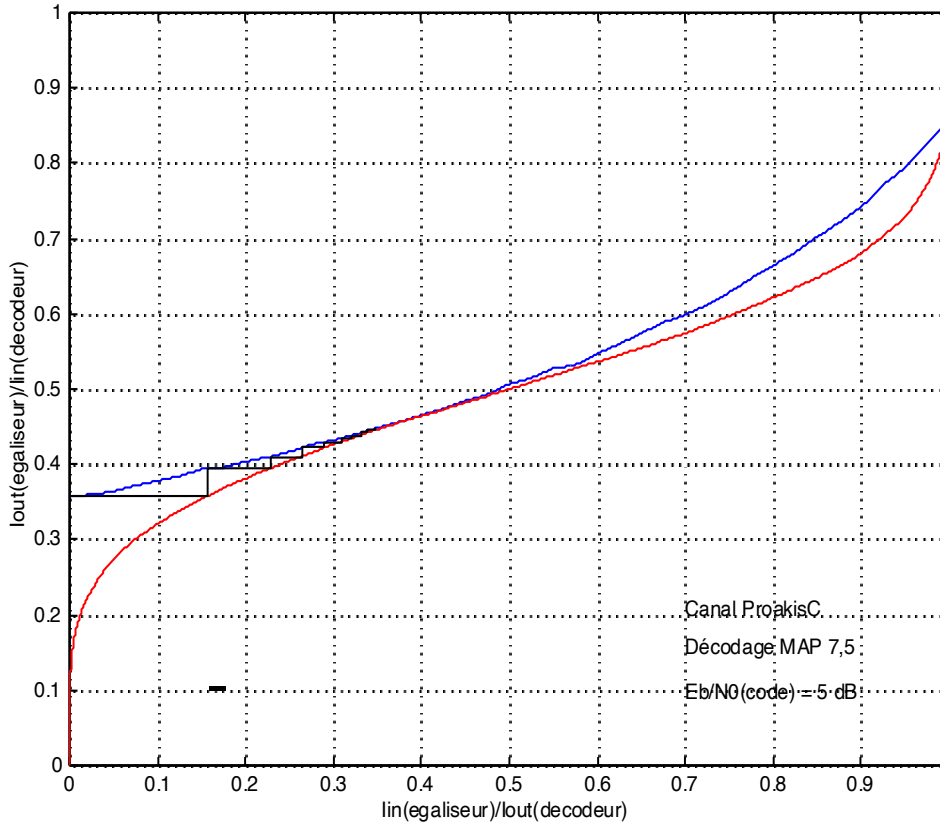
- 113 -



- Décodeur MAP
- Code 5,7

## ➔ Diagramme EXIT

- 114

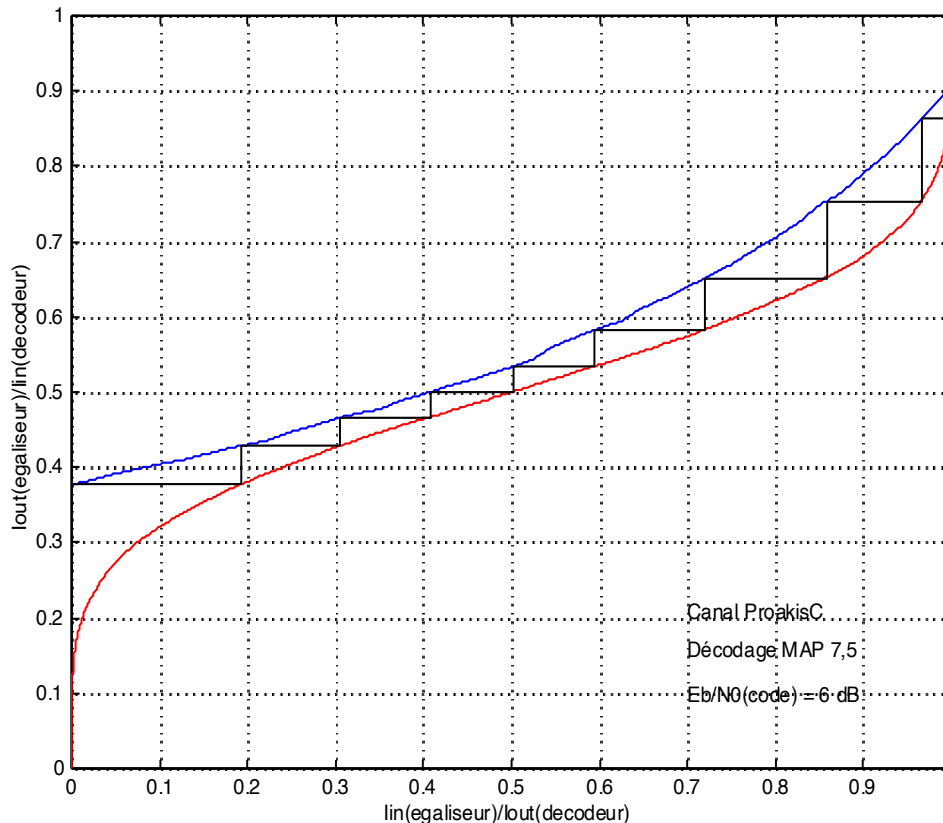


- Décodeur MAP 5,7
- Canal Proakis C
- $E_b/N_0$  (codé) = 5dB

- Convergence avec stabilité pour  $I_{in}$  (décodeur) = 0.45

## ➔ Diagramme EXIT

- 115 -

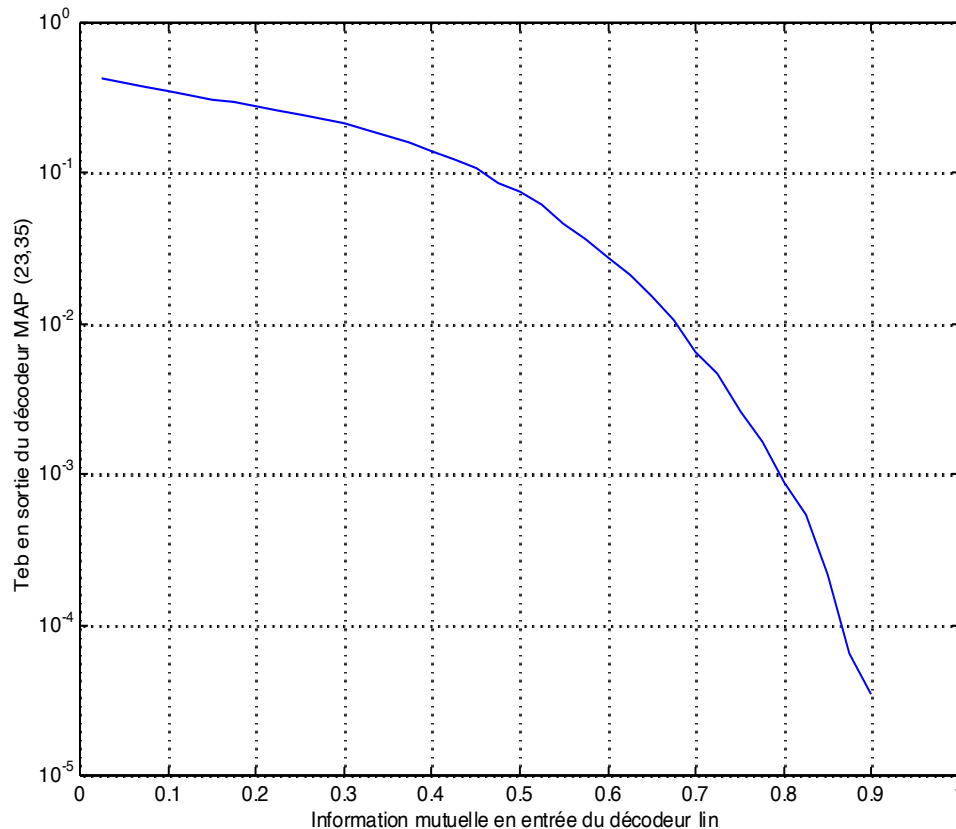


- Décodeur MAP 5,7
- Canal Proakis C
- $E_b/N_0(\text{codé}) = 6 \text{ dB}$

- Convergence avec stabilité pour  $I_{in}(\text{décodeur}) = 0.9$

# ⊕ $T_{eb}$ en fonction de l'information mutuelle d'entrée

- 116 -

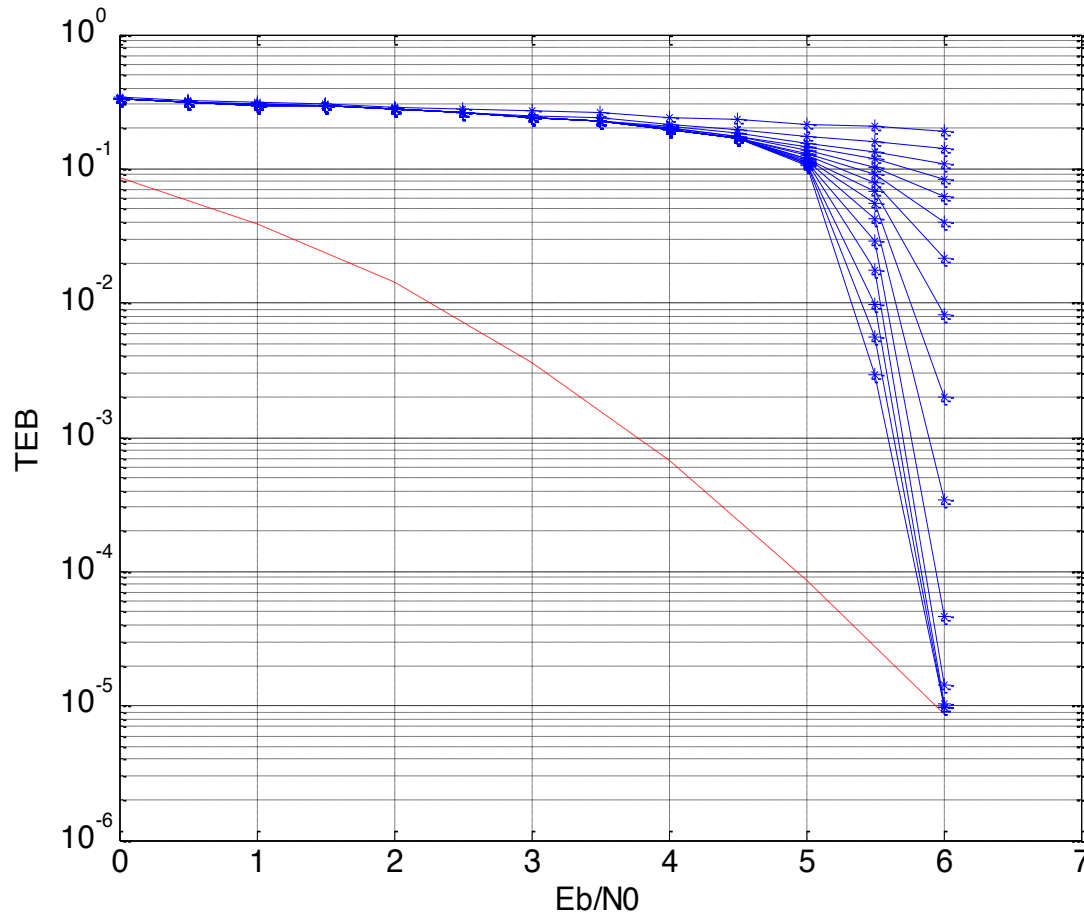


- Décodeur MAP
- Code 5,7

$$I_{in} (\text{décodeur}) = 0.45 \Rightarrow 5\text{dB} \Rightarrow T_{eb} = 1.10e-1$$

$$I_{in} (\text{décodeur}) = 0.9 \Rightarrow 6\text{ dB} \Rightarrow T_{eb} = 2.10e-5$$

## ➔ Performances : canal Proakis C

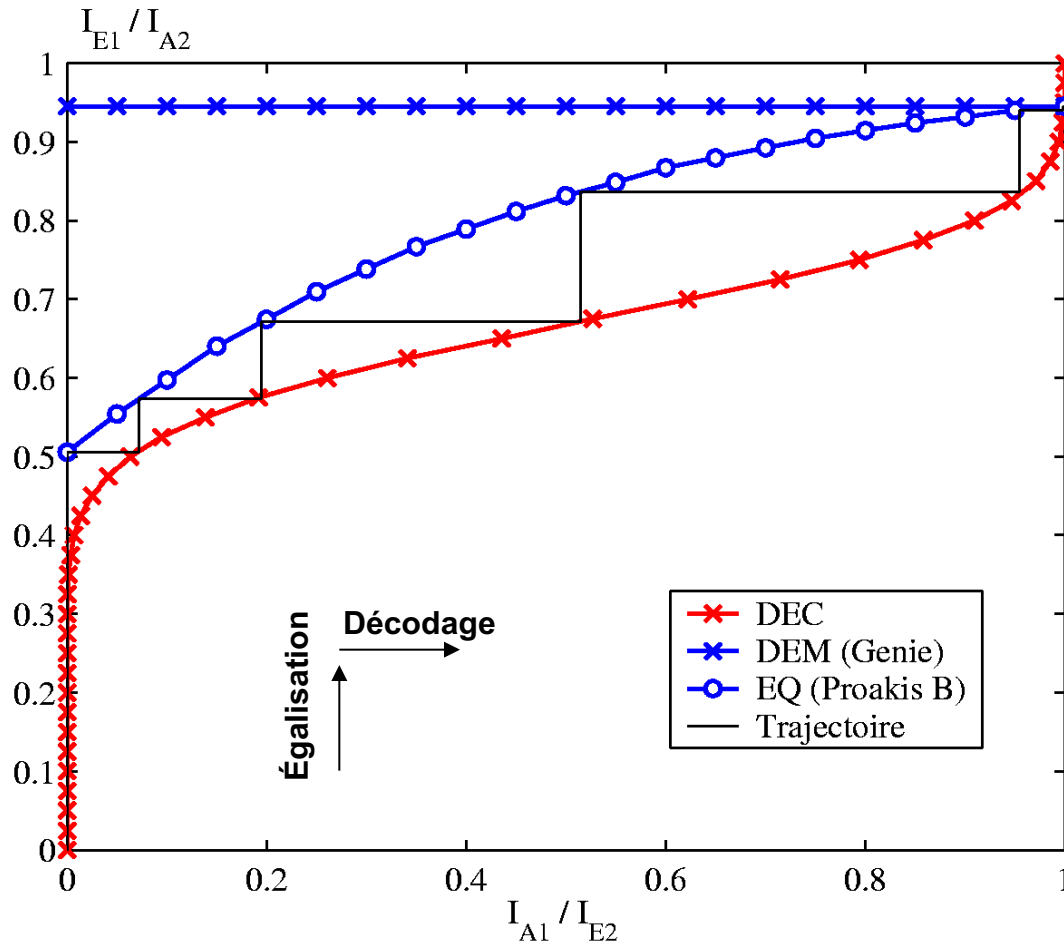


- MDP2
- Décodeur MAP 5,7
- Canal connu

Les résultats obtenus sont cohérents avec les résultats prévus

## ➡ Diagrammes EXIT

Diagramme EXIT = superposition des fonctions de transfert de l'égaliseur et du décodeur sur un même graphe.



Lecture du diagramme :

- Le processus itératif dessine une trajectoire en marche d'escalier
- Intersection des courbes  $\Rightarrow$  saturation (point fixe) du processus itératif

Exemple :

- TE BICM 8-PSK ( $R_c=2/3$ )
- Canal Proakis B (3 coeff.)
- $E_b/N_0 = 7\text{dB}$

## ➤ Apport des diagrammes EXIT

- 119 -

- **Influence de la sévérité du canal**
    - Canal facile à égaliser
      - Seuil de déclenchement à faible RSB
      - Progression lente vers les performances sans IES
    - Canal sévère à égaliser
      - Seuil de déclenchement à fort RSB
      - Progression rapide vers les performances sans IES
  - **Influence du pouvoir de correction du code convolutif (mémoire)**
    - Augmenter la mémoire  $\Rightarrow$  meilleures performances asymptotiques ...
    - ... mais seuil de déclenchement plus élevé
- ➔ **Compromis à trouver dans le choix du code**

## ➔ Partie 6 : conclusions

- 120 -

- turbo égalisation : égalisation et décodage conjoints itératifs.
- performances asymptotiques identiques en turbo égalisation MAP et MMSE.
- annulation de l'IES dès lors que le RSB est suffisant.
- la turbo égalisation MMSE reste de complexité raisonnable (filtrage linéaire)
- les performances sont fonctions du type et de la taille de l'entrelaceur.
- un entrelacement important induit un délai important.
- possibilité d'étendre le concept aux systèmes CDMA.
- possibilité d'étendre le concept aux systèmes MIMO.
- l'égalisation mono-porteuse est une alternative à l'OFDM.
- analyse graphique de la convergence par les diagrammes EXIT.



**La turbo-égalisation traite les interférences,  
mais beaucoup de systèmes sont conçus  
pour éviter les interférences !**

## ➔ Quelques références

- 122

- **Égalisation numérique**
  - J. G. Proakis, *Digital Communications*, 4<sup>th</sup> edition. McGraw-Hill, New-York, 2000.
  - S. U. H. Qureshi, "Adaptive Equalization", *Proc. IEEE*, vol. 73, n°9, pp. 1349-1387, Sept. 1985.
  - J.-M. Brossier, *Signal et Communication Numérique – Egalisation et Synchronisation*, Hermès, Paris, 1997.
  - G. D. Forney Jr, "Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-18, n°3, pp. 363-378, May 1972.
  - A. Duel-Hallen and C. Heegard, "Delayed Decision Feedback Sequence Estimation," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 37, pp 428-436, May 1989.
  - J.M. Cioffi, G.P. Dudevoir, M. Vedat Eyuboglu, G.D. Forney Jr., "MMSE Decision-Feedback Equalizers and Coding – Part I: Equalization Results," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol 43, NO. 10, Oct. 1995.
  - M. Bossert, T. Frey, "Interference Cancellation in the Synchronous Downlink of CDMA-Systems," *ITG-FACHTAGUNG: Mobile Kommunikation*, Sept. 1995.
  - N. Al-Dhahir and J. M. Cioffi, "MMSE Decision-Feedback Equalizers: Finite-Length Results," *IEEE Trans. On Information Theory*, Vol. 41, NO. 4, July 1995.
  - A. Gersho and T.L. Lim, "Adaptive cancellation of intersymbol interference for data transmission," *Bell Syst.Tech. J.*, vol 60, n°11, pp. 1997-2021, Nov. 1981.
  - M.S. Muller and J. Salz, "A unified theory of data-aided equalization," *Bell Syst.Tech. J.*, vol 60, n°9, pp. 2023-2038, Nov. 1981.
  - A.M. Chan, G.W. Wornell, "A Class of Block-Iterative Equalizers for Intersymbols Interference Channels : Fixed Channels Results," *IEEE Trans. On Communications*, VOL. 49, NO. 11, November 2001.

## ➔ Quelques références

- 123 -

- **Turbo-égalisation (ouvrages)**
  - Codes et turbocodes, collection IRIS, sous la direction de C. Berrou, édition springer, 2007.
  - Signal et Télécoms, collection traitement du signal et de l'image IC2, sous la direction de P. Loubaton, édition Lavoisier- Hermès, 2004
- **Turbo-égalisation SOVA**
  - C. Douillard et al, "*Iterative Correction of Intersymbol Interference : Turbo-Equalization*", ETT, vol. 6, n°5, pp. 507-511, Sept.-Oct. 1995
  - P. Didier, *La Turbo-Égalisation et son Application aux Communications Radio-Mobiles*, Thèse de l'UBO, Brest, France, Dec. 1996
- **Turbo-égalisation MAP**
  - G. Bauch et al, "*Iterative Equalization and Decoding in Mobile Communication Systems*", EPMCC'97, Bonn, Germany, pp. 307-312, Sept-Oct. 1997
  - G. Bauch and V. Franz, "*A Comparison of Soft-In Soft-Out Algorithms for Turbo-Detection*", ICT'98, Porto Carras, Greece, pp. 259-263, Jun. 1998
- **Turbo-égalisation MAP à complexité réduite**
  - B. Penther et al, "*A Modified Turbo-Detector for Long Delay Spread Channels*", ISTC'00, Brest, France, pp. 295-298, Sept. 2000
  - R. Visoz, *Iterative and Joint Processing for Wireless Mobile Systems*, Thèse de l'ENST, Paris, 2000
  - M.V. Eyuboglu and S.U. Qureshi, "Reduced-State Sequence Estimation with Set Partitioning and Decision Feedback," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 36, pp. 13-20, Jan. 1988.
  - A. Duel-Hallen and C. Heegard, "Delayed Decision Feedback Sequence Estimation," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 37, pp 428-436, May 1989.

## ➔ Quelques références

- 124

- **Turbo-égalisation MMSE**
  - C. Laot, "égalisation autodidacte et turbo-égalisation", Thèse de l'université de Rennes 1, 1997.
  - M. Tüchler, R. Koetter, A.C. Singer, "Turbo Equalization: principles and new results," *IEEE Trans. on Communications*, 2002.
  - R. Le Bidan, "Turbo-equalization for bandwidth-efficient digital communications over frequency-selective channels", thèse de l'INSA de Rennes, le 7 novembre 2003. .
  - C. Langlais, "Etude et amélioration d'une technique de réception numérique itérative : turbo-égalisation", Thèse de l'INSA de Rennes, le 18 novembre 2002.
  - R. Kötter, A. Singer and M. Tüchler, "turbo equalization", *IEEE Signal Proc. Mag.*, January 2004.
  - A. Roumy. " Egalisation et décodage conjoints : méthodes Turbo" Thèse Université de Cergy-Pontoise, 2000.
  - D. Reynolds and X. Wang, « Low-complexity Turbo-equalization for diversity channels, » *Signal Processing*, vol. 81, no. 5, pp. 989-995, May 2001.
  
- **Turbo-CDMA**
  - X. Wang and V. Poor, "Iterative (Turbo) Soft Interference Cancellation and Decoding for Coded CDMA," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 47, pp. 1046-1061, July 1999.
  - Eric Hardouin, "Egalisation au niveau chip pour la liaison descendante des systèmes de communications mobiles DS-CDMA", le 10 mai 2004
  
- **Turbo-Détection pour les systèmes MIMO**
  - G. Bauch and N. Al-Dhahir, "*Reduced Complexity Space-Time Turbo-Equalization for Frequency Selective MIMO channels*", *IEEE Trans. Wireless. Commun.*, vol. 1, n°4, pp. 819-828, Oct. 2002
  - P.J. Bouvet, "Récepteurs itératifs pour systèmes multi-antennes", Thèse de l'INSA de Rennes, 13 décembre 2005
  - N. Le Josse, Turbo-égalisation MIMO pour une transmission ST-BICM sur canaux sélectifs en fréquence, 2007.
  - Xavier Wautelet, Antoine Dejonghe, and Luc Vanderdorpe, « MMSE-Based Fractional Turbo Receiver for Space-Time BICM Over Frequency-Selective MIMO Fading Channels, » *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, no. 6, June 2004.