

Localisation de sources infrasonores à bandes larges: Analyse comparative

Benjamin POSTE¹, Maurice CHARBIT², Alexis LE PICHON¹, Karim ABED-MERAÏM³

¹CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France.

²Institut Telecom, Telecom ParisTech, CNRS LTCl.

³Membre IUF affilié au laboratoire PRISME, Université d'Orléans, France

benjamin.poste@cea.fr, alexis.le-pichon@cea.fr
mauricecharbit1@gmail.com, karim.abed-meraim@univ-orleans.fr

Résumé – Nous considérons dans ce travail le problème de localisation de sources multiples infrasonores et à larges bandes, en utilisant une antenne plane. Nous proposons une méthode basée sur l'optimisation d'un critère de maximum de vraisemblance mono-source. Nous montrons ensuite que, dans le cas où N signaux sources sont présents, les N maxima de cette même fonction de coût permettent de les localiser, sous certaines conditions. Une étude comparative est finalement présentée pour analyser, dans différents contextes, les performances de notre algorithme vis-à-vis de l'état de l'art, mettant ainsi en évidence les avantages et inconvénients de l'approche proposée.

Abstract – In this work, we consider the problem of wideband, infrasound multi-source localization using a planar antenna array. We introduce a maximum likelihood solution for the mono-source case and then we show that its cost function can still be used in the multi-source case, under certain conditions. A comparative study is provided to assess the performance of our solution, in different scenarios, as compared to the state of the art, hence highlighting the advantages as well as drawbacks of the proposed method.

1 Introduction

Les infrasons englobent les ondes sonores dont la fréquence est inférieure à 20 Hz. Ces basses fréquences permettent une bonne propagation dans tous les milieux et sur de longues distances. Ces capacités sont utilisées à profit pour l'étude de phénomènes naturels ainsi que pour la surveillance du respect de Traité d'Interdiction Complète des Essais Nucléaire (TICE). Pour cela, le Système de Surveillance International (SSI) utilise des stations infrasonores multi-capteurs d'ouvertures kilométriques permettant la détection d'une explosion nucléaire d'une kilotonne minimum [1]. Actuellement, pour traiter les données mesurées, l'algorithme Progressive Multi-Channel Correlation (PMCC) basé sur la cross correlation des signaux pour estimer le vecteur 'lenteur' (i.e. vitesse radiale et azimut) est majoritairement utilisé [2] [3]. Cependant, ce type d'algorithme est incapable d'identifier plusieurs sources arrivant en même temps dans la même bande de fréquence. C'est pourquoi cette étude reprend différentes approches multi-sources de la littérature pour les comparer à un nouvel algorithme de type maximum de vraisemblance que nous introduisons dans cet article. Ces méthodes seront comparées sur la base de signaux synthétiques dans différentes conditions. Nous mettons ici en lumière l'intérêt de ce nouvel algorithme dont le rapport qualité/coût de calcul est avantageux.

2 Modèles des signaux

Considérons une onde plane traversant une antenne de M capteurs alignés sur un même plan. Supposons que cette onde est composée de N sources avec $M > N$ et que ce nombre est connu (i.e. a priori estimé). Alors qu'un signal en bande étroite peut se décrire comme un retard de phase entre chaque capteur, un signal en bande large se définit par un retard temporel

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t - t_m^n) + w_m(t) \quad (1)$$

Où $x_m(t)$ (resp. $w_m(t)$) est l'échantillon (resp. le bruit) au temps t du capteur m , s_n est le signal de la source n . t_m^n désigne le retard au capteur m de la source n par rapport à un capteur de référence, généralement pris comme étant le capteur central de la station. Le retard s'écrit $t_m^n = \mathbf{r}_m^T \mathbf{p}_n$ avec \mathbf{r}_m le vecteur emplacement du capteur m dans un système de coordonnées orthogonales 2D arbitraires et \mathbf{p}_n le vecteur 'lenteur' défini comme $\mathbf{p}_n = v_n^{-1} [\sin(\theta_n), \cos(\theta_n)]^T$, où v_n et θ_n représentent la vitesse de propagation radiale et l'azimut de la n -ème source. On peut appliquer au signal $x_m(t)$ une transformée de Fourier qui ramène alors l'équation précédente à

$$\mathbf{X}(f_i) = \mathbf{A}(f_i)\mathbf{S}(f_i) + \mathbf{W}(f_i) \quad (2)$$

Où $\mathbf{X}(f_i)$ ($M \times 1$), $\mathbf{S}(f_i)$ ($N \times 1$), et $\mathbf{W}(f_i)$ ($M \times 1$) sont les spectres des signaux capteurs, sources et bruits, respectivement. $\mathbf{A}(f_i)$ ($M \times N$) est la matrice des directions d'arrivée,

composée de N vecteurs directionnels s'écrivant $[1, e^{-2i\pi f_i t_1^n}, \dots, e^{-2i\pi f_i t_{M-1}^n}]^T$ (vecteur directionnel associé à la n -ème source et i -ème fréquence, écrit en supposant que le premier capteur est celui de référence).

3 Méthodes existantes

Plusieurs méthodes ont été comparées à un algorithme de recherche par maximum de vraisemblance (méthode proposée). Ici, nous résumons très brièvement le principe de ces méthodes, tout en invitant le lecteur intéressé à voir les détails dans les références citées.

Les statistiques de Fisher : Cet algorithme se base sur les statistiques de Fisher [7], effectuées dans le domaine Fréquence - Nombre d'onde (F-K). Cette technique permet de retracer le faisceau contenant la puissance maximale à travers l'espace F-K, et ainsi, d'évaluer la vitesse apparente du signal et son azimut. Cet algorithme a besoin d'environ quatre capteurs minimum.

MUSIC large bande : L'algorithme Multiple Signal Classification (MUSIC) est usuellement un algorithme à bande étroite. Pour localiser les N sources, MUSIC construit le sous espace bruit ainsi que le sous espace signal orthogonal au précédent grâce aux vecteurs propres de la matrice de covariance des signaux d'entrée. L'algorithme minimise ensuite la norme de la projection d'un vecteur de réponse d'antenne sur le sous espace bruit pour trouver les paramètres de front d'onde. Cependant le modèle considéré ici est celui d'un signal à bande large et non étroite. L'algorithme MUSIC large bande stipule que la bande du signal reçu $[f_{min}; f_{max}]$ doit être subdivisée en j bandes étroites pour ensuite ramener chacune de ces sous bandes f_i à une bande de référence, communément la bande centrale f_c . Pour cela, le principe de focalisation est utilisé à travers la décomposition fréquentielle du signal par une matrice spectrale [4]. Notons que cette focalisation nécessite d'avoir a priori sur la solution (positions) que l'on obtient en pratique via une première estimation grossière par formation de voie.

Test of Orthogonality of Projected Subspaces (TOPS) : La méthode TOPS utilise le sous espace bruit ainsi que le sous espace signal pour estimer l'arrivée de l'onde et ne nécessite pas d'a priori contrairement à l'algorithme MUSIC large bande. L'algorithme sélectionne l'espace signal d'une bande de fréquence f_i qu'il va transformer par la suite dans les autres bandes de fréquence par une matrice de transformation diagonale unitaire [5] [6]. Cette transformation est utilisée pour chaque position hypothétique afin de réaliser un test d'orthogonalité entre sous espace bruit et sous espace signal transformé. Si la position testée correspond à une vraie position, alors l'orthogonalité est préservée, indiquant ainsi un minimum de la fonction de coût construite sur ce principe.

Capon & CLEAN : CLEAN est un algorithme de déflation [9] qui s'appuie sur le spectre F-K de Capon (obtenu par un critère de formation de voie pénalisée [8] et calculé pour chacune des fréquences de la bande) pour évaluer les paramètres de l'onde incidente [10]. De manière itérative, l'algorithme supprime un pourcentage ϕ du signal correspondant de la matrice spectrale. Le pic correspondant aux paramètres du front d'onde est quant à lui stocké dans un spectre "propre". Ainsi au fur et à mesure des itérations, seuls les pics correspondant à une source sont présents dans ce nouveau spectre permettant l'identification précise des paramètres de front d'onde. Un critère d'arrêt est implémenté se basant sur le rapport (ratio) de Fisher permettant ainsi un nombre fini d'itérations [10].

4 Maximum de vraisemblance

L'algorithme MLE (Maximum Likelihood Estimator) utilise la fonction de vraisemblance pour estimer le vecteur d'onde par recherche en grille azimut-vitesse dans le cas où une source temporellement blanche et gaussienne est présente. MLE exploite la position relative des capteurs ainsi que le modèle de propagation des ondes décrit en section 2. Ainsi, l'algorithme aligne les signaux par rapport à un capteur de référence pour tous les retards possibles de la grille (θ, v) . Notons maintenant (θ_*, v_*) les vrais paramètres du front d'onde, le processus obtenu après compensation des retards, i.e. $\tilde{\mathbf{x}}_t(\theta_*, v_*) = [x_1(t), x_2(t + \tau_2(\theta_*, v_*), \dots, x_{M-1}(t + \tau_{M-1}(\theta_*, v_*))]^T$, est alors gaussien centré en zéro et de matrice de covariance :

$$\mathbf{R}_0(s_*^2, \sigma_*^2) = s_*^2 \mathbf{1}_M \mathbf{1}_M^T + \sigma_*^2 \mathbf{I}_M \quad (3)$$

s_*^2 et σ_*^2 sont les puissances du signal source et du bruit, respectivement¹. MLE calcule ensuite la log-vraisemblance pour chaque retard et recherche le maximum de vraisemblance. La log-vraisemblance s'écrit [11] :

$$-2\mathcal{L}(\theta, v) = \log(\det(\mathbf{R}_0) + Tr(\mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{R}_T(\theta, v))) \quad (4)$$

Avec : $\mathbf{R}_T(x, \theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \tilde{\mathbf{x}}_t(\theta, v) \tilde{\mathbf{x}}_t^T(\theta, v)$, la matrice de covariance empirique des signaux reçus (T étant le nombre d'échantillons). En appliquant le lemme d'inversion de Schur à (3), le critère MLE précédent consiste à minimiser la fonction de coût $L_0(\theta, v)$ définie par

$$L_0(\theta, v) = \beta S(\theta, v) - T(\theta, v) \quad (5)$$

où

$$\begin{aligned} S(\theta, v) &= \frac{1}{M} (\mathbf{1}_M^T \mathbf{R}_T(\theta, v) \mathbf{1}_M) \\ T(\theta, v) &= Tr(\mathbf{R}_T(\theta, v)) \\ \beta &= \frac{\rho^2}{1 + \rho^2}, \quad \rho^2 = \frac{M s_*^2}{\sigma_*^2} \end{aligned}$$

Le maximum de vraisemblance calcule ainsi les paramètres du front d'onde (θ, v) de la source. La généralisation de l'algorithme au cas multi-sources se comprend alors avec le principe

1. Nous supposons que ces puissances sont connues ou autrement estimées à partir des valeurs propres de la covariance [11].

suisant. Lorsque l’algorithme calcule la vraisemblance en alignant les signaux pour chaque retard, cette dernière fonction augmente en amplitude pour chaque ondes cohérentes traversant la station. Ainsi, il suffit de chercher les N maxima de la fonction de vraisemblance supposés connus pour estimer les paramètres des différentes sources. L’optimum est affiné sur la grille par une approximation parabolique locale. Ce raisonnement suppose implicitement que les sources sont mutuellement décorréelées et que leurs vecteurs ’lenteurs’ soient suffisamment éloignés pour être résolubles par les maxima du critère $L_0(\theta, v)$. Ce dernier critère peut être considéré comme une approximation de celui d’un MLE multisources exact dont l’optimisation est très onéreuse.

5 Simulations et analyse comparative

La comparaison des algorithmes s’est effectuée sur des signaux synthétiques créés à partir d’un signal aléatoire attribué à un capteur puis retardés pour les autres capteurs de la station selon les paramètres (θ, v) . Les signaux sont échantillonnés à 20 Hz pour une durée de 500 s. Nous considérons ainsi trois sources de même puissance dans les contextes suivants

- Une situation de sources spatialement éloignées dans le plan (θ, v) puis une autre de sources proches sont étudiées pour un SNR de 5 dB et une bande de fréquence de [0.1 - 0.3] Hz et une autre de [0.8 - 1] Hz . Dans le premier cas les azimuts sont de 100° , 200° et 300° pour des vitesses de 340, 400 et 450 m/s. Dans le second cas les azimuts sont de 150° , 170° et 180° pour des vitesses de 340 m/s. La station utilisée est IS31 composée de neuf capteurs et d’ouverture moyenne de 1.4 km.
- Pour un SNR de 0 dB et des sources éloignées dans le plan (θ, v) , l’impact géométrique de la station est étudié à travers l’utilisation de la station IS31 et de la station IS46 composée de quatre capteurs pour une ouverture moyenne de 2.8 km (Figures 1 et 2).
- Pour un SNR de -5 dB et une bande de fréquence de [0.8 - 1] Hz à la station IS31, on observe la dégradation de la qualité de détection pour des sources proches et lointaines dans le plan (θ, v) avec un faible SNR.

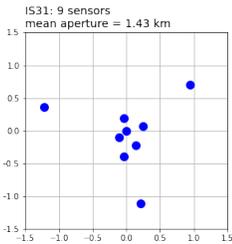


FIGURE 1 – Carte kilométrique de la station IS31.

Les SNR utilisés sont faibles afin de mimer les conditions réelles d’enregistrement. L’algorithme CLEAN est comparé aux

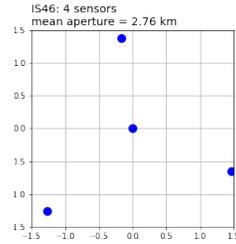


FIGURE 2 – Carte kilométrique de la station IS46.

autres seulement dans les deux dernières situations pour des raisons de coût en temps de calcul. Pour chaque cas, 200 simulations sont effectuées. Les grilles utilisées ont un pas de 2° entre 0 et 360° et de 10 m/s entre 300 et 500 m/s. Nous calculons ainsi les biais et écarts types (RMSE) (désignés par $(\Delta\theta, \Delta v)$) des méthodes considérées. Seules les RMSE supérieures au pas de grille sont représentatives.

Le tableau 1 présente l’impact de la fréquence sur l’estimation avec des sources éloignées puis plus proches pour les deux bandes de fréquence sélectionnées. En ce qui concerne les sources lointaines, on voit que la plupart des algorithmes fournissent des résultats acceptables grâce notamment à un SNR élevé. Ce n’est cependant pas le cas pour l’algorithme Fisher qui baisse en précision à haute fréquence notamment en estimation azimutale alors que la taille des lobes dans le plan (θ, v) est plus petite. Cela s’explique par la présence de lobes secondaires de fortes amplitudes pour cet algorithme qui faussent parfois la localisation des vrais pics. En ce qui concerne les sources proches, on peut voir qu’aucun des algorithmes ne donne de bons résultats lorsque la fréquence est trop basse. En effet, les lobes à basse fréquence étant beaucoup plus grands, les sources se trouvent englobées dans le même lobe. Les autres maxima sont alors pris dans le bruit du spectre. À plus haute fréquence cependant les algorithmes MUSIC, Capon et MLE semblent donner de bons résultats mais pas TOPS qui n’arrive pas à les séparer. Fisher semble avoir des meilleurs résultats qu’au cas avec sources lointaines. Cela s’explique simplement par le fait que deux sources sont correctement localisées et que la dernière est localisée dans un pic secondaire d’une des sources. L’erreur est alors plus basse puisque le lobe secondaire se situe proche de la 3eme vraie source.

TABLE 1 – RMSE ($\bar{x} \pm \sigma$) des algorithmes selon les basses et hautes fréquences (notées BF et HF) pour des sources lointaines (L) et proches (P) à 5 dB pour la station IS31.

	BF L	HF L	BF P	HF P
$\Delta\theta_{Fisher} (^\circ)$	6.2 ± 8.5	11.3 ± 19.3	75.5 ± 12.8	5.9 ± 14.8
$\Delta v_{Fisher} (m/s)$	46.3 ± 12.0	17.8 ± 27.3	86.8 ± 31.2	12.2 ± 15.9
$\Delta\theta_{MUSIC} (^\circ)$	1.9 ± 0.9	$10^{-2} \pm 0.1$	79.1 ± 18.25	$10^{-3} \pm 10^{-2}$
$\Delta v_{MUSIC} (m/s)$	13.7 ± 6.0	1.0 ± 2.2	43.8 ± 29.4	1.8 ± 2.7
$\Delta\theta_{TOPS} (^\circ)$	0.7 ± 0.7	0.5 ± 0.6	81.2 ± 18.2	94.4 ± 11.5
$\Delta v_{TOPS} (m/s)$	6.2 ± 4.0	5.0 ± 3.3	59.4 ± 35.2	51.8 ± 36.0
$\Delta\theta_{Capon} (^\circ)$	1.4 ± 0.7	0	91.8 ± 21.3	0
$\Delta v_{Capon} (m/s)$	9.6 ± 4.7	$10^{-2} \pm 0.6$	58.2 ± 33.5	0.2 ± 1.00
$\Delta\theta_{MLE} (^\circ)$	0.8 ± 0.2	0.2 ± 0.1	70.1 ± 20.0	0.8 ± 0.1
$\Delta v_{MLE} (m/s)$	4.7 ± 1.9	1.2 ± 0.5	30.3 ± 22.2	5.2 ± 0.3

Le tableau 2 montre l’erreur des algorithmes en fonction de la géométrie de la station dans la bande [0.8 - 1] Hz à 0 dB. Il vient immédiatement que seul MLE est résilient lorsque chute le nombre de capteurs. Cela se justifie par l’utilisation précoce dans MLE de la géométrie de la station lors du calcul des re-

tards possibles de la grille. On peut aussi noter que les résultats de Capon et CLEAN sont strictement identiques. Cela s'explique par le fait que la déflation enregistrée dans un nouveau spectre les maxima qui sont les mêmes que dans Capon. Visuellement CLEAN possède des lobes moins grands que Capon mais numériquement les maxima sont identiques.

TABLE 2 – RMSE des algorithmes selon la géométrie à haute fréquence et 0 dB.

	IS31 (9 cap.)	IS46 (4 cap.)
$\Delta\theta_{Fisher} (^{\circ})$	20.4 ± 24.8	94.5 ± 32.1
$\Delta v_{Fisher} (m/s)$	27.6 ± 29.7	57.9 ± 20.3
$\Delta\theta_{MUSIC} (^{\circ})$	0.7 ± 0.7	68.0 ± 32.9
$\Delta v_{MUSIC} (m/s)$	4.6 ± 5.0	70.2 ± 24.6
$\Delta\theta_{TOPS} (^{\circ})$	1.4 ± 0.8	14.9 ± 23.8
$\Delta v_{TOPS} (m/s)$	10.7 ± 5.8	26.8 ± 24.9
$\Delta\theta_{Capon} (^{\circ})$	0.3 ± 0.5	66.7 ± 32.6
$\Delta v_{Capon} (m/s)$	2.4 ± 3	46.4 ± 21.4
$\Delta\theta_{CLEAN} (^{\circ})$	0.3 ± 0.5	66.7 ± 32.6
$\Delta v_{CLEAN} (m/s)$	2.4 ± 3	46.4 ± 21.4
$\Delta\theta_{MLE} (^{\circ})$	0.3 ± 0.1	1.3 ± 8.0
$\Delta v_{MLE} (m/s)$	1.7 ± 0.8	2.3 ± 4.9

Le tableau 3 montre la qualité de l'estimation à haute fréquence pour un faible SNR de -5 dB et les temps de calcul des algorithmes. On voit que les algorithmes MUSIC, TOPS, Capon et CLEAN souffrent du même problème que Fisher dans le tableau 1. MLE semble, lui, plus résilient face à la baisse de SNR. Les dernières remarques portent sur le temps de cal-

TABLE 3 – RMSE et temps de calcul des algorithmes pour SNR de -5 dB à haute fréquence.

	S. lointaines	S. proches	Mean Time (s)
$\Delta\theta_{Fisher} (^{\circ})$	41.0 ± 26.1	9.6 ± 18.9	0.05
$\Delta v_{Fisher} (m/s)$	44.7 ± 26.1	18.4 ± 23.8	
$\Delta\theta_{MUSIC} (^{\circ})$	30.9 ± 28.6	10.0 ± 20.3	1.4
$\Delta v_{MUSIC} (m/s)$	38.5 ± 28.0	15.6 ± 17.5	
$\Delta\theta_{TOPS} (^{\circ})$	32.1 ± 26.7	78.3 ± 29.3	8.8
$\Delta v_{TOPS} (m/s)$	56.3 ± 30.0	69.4 ± 36.2	
$\Delta\theta_{Capon} (^{\circ})$	19.8 ± 26.6	2.7 ± 9.8	5.1
$\Delta v_{Capon} (m/s)$	24.7 ± 24.8	9.4 ± 12.6	
$\Delta\theta_{CLEAN} (^{\circ})$	19.8 ± 26.6	2.7 ± 9.8	719.7
$\Delta v_{CLEAN} (m/s)$	24.7 ± 24.8	9.4 ± 12.6	
$\Delta\theta_{MLE} (^{\circ})$	0.7 ± 3.4	1.4 ± 5.3	3.7
$\Delta v_{MLE} (m/s)$	3.4 ± 4.7	6.1 ± 4.9	

cul des algorithmes. Bien que parallélisé, le temps de calcul de CLEAN est plus important que celui de Capon d'un facteur allant jusqu'à 140 suivant le SNR et la fréquence alors que le résultat est identique. L'algorithme de vraisemblance qui n'est

pas parallélisé est plus rapide que Capon d'un facteur autour de 1.4. L'algorithme MUSIC large bande semble compétitif mais la qualité d'estimation est plus basse que celle de MLE.

6 Conclusion

Nous avons présenté dans cet article une méthode de localisation de sources infrasonores de type MLE qui représente un bon compromis entre optimalité et simplicité calculatoire. Les résultats de simulation, sur la base de données synthétiques, illustrent l'efficacité de cette solution comparée à l'état de l'art.

Références

- [1] Marty, J. (2019). The IMS infrasound network : current status and technological developments. *Infrasound monitoring for atmospheric studies* (pp. 3-62). Springer.
- [2] Cansi, Y. (1995). An automatic seismic event processing for detection and location : The PMCC method. *Geophysical research letters*, 22(9), 1021-1024.
- [3] Brachet, N., Brown, D., Bras, R. L., Cansi, Y., Mialle, P., Coyne, J. (2010). Monitoring the Earth's atmosphere with the global IMS infrasound network. *Infrasound monitoring for atmospheric studies* (pp. 77-118). Springer.
- [4] Hung, H., Kaveh, M. (1988). Focusing matrices for coherent signal-subspace processing. *IEEE Tr. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 36(8), 1272-1281.
- [5] Yoon, Y. S., Kaplan, L. M., McClellan, J. H. (2006). TOPS : New DOA estimator for wideband signals. *IEEE Transactions on Signal processing*, 54(6), 1977-1989.
- [6] Hayashi, H., Ohtsuki, T. (2016). DOA estimation for wideband signals based on weighted Squared TOPS. *EURASIP J. on Wireless Comm. and Networking*, 2016(1).
- [7] Smart, E., Flinn, E. A. (1971). Fast frequency-wavenumber analysis and Fisher signal detection in real-time infrasonic array data processing. *Geophysical journal international*, 26(1-4), 279-284.
- [8] Capon, J. (1969). High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, 57(8), 1408-1418.
- [9] Högbom, J. A. (1974). Aperture synthesis with a non-regular distribution of interferometer baselines. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 15, 417.
- [10] den Ouden, O. F., Assink, J. D., Smets, P. S., Shani-Kadmiel, S., Averbuch, G., Evers, L. G. (2020). CLEAN beamforming for the enhanced detection of multiple infrasonic sources. *Geophysical J. Int.*, 221(1), 305-317.
- [11] B. Poste, M. Charbit, A. Le Pichon, C. Listowski, F. Roueff, J. Vergoz (2022). The Multi-Channel Maximum-Likelihood method : a new approach for infrasound detection and wave parameter estimation. Submitted to *Geophysical Journal International*.