

Compromis performance-complexité pour la détection MIMO à faible complexité : Récepteurs simplifiés BP et EP *

Adam MEKHICHE^{1,2}, Antonio Maria CIPRIANO¹, Charly POUILLIAT²

¹Thales, 4 Avenue des Louvresses, 92230 Gennevilliers, France

²INP - ENSEEIHT, 2 Rue Charles Camichel, 31000 Toulouse, France

{adam.mekhiche,antonio.cipriano}@thalesgroup.com - charly.poulliat@enseeiht.fr

Résumé — Cet article présente une étude comparative du compromis performance/complexité de détecteurs sous contrainte d'estimation de canal et introduit un détecteur faible complexité basé sur BP avec annulation d'interférence et factorisation QR.

Abstract — This paper is a study of the performance/complexity trade-off, of the robustness to channel estimations of low-complexity detectors and introduces a BP-based low-complexity detector with interference cancellation and QR factorisation.

1 Introduction

La technologie MIMO (Multiple Input Multiple Output) est une boîte à outils qui permet, par rapport aux systèmes mono-antennaires, d'augmenter la robustesse aux évanouissements (grâce à la diversité spatiale) et l'efficacité spectrale (par multiplexage de flux), ou éventuellement la portée ou le nombre d'utilisateurs servis (formation de faisceaux et accès multiple par faisceau), mais ces gains de performances ont un coût calculatoire [1]. Pour les systèmes MIMO d'une taille supérieure à 4×4 ou utilisant un ordre de modulation élevé, l'algorithme optimal de détection, le maximum a posteriori (MAP), est inenvisageable en raison de sa complexité calculatoire exponentielle. Ce coût, encore plus grand dans le cas du MIMO massif (mMIMO), a conduit à l'étude de solutions basées sur des algorithmes de passage de messages (MPA), comme la propagation de croyance (BP), la propagation d'espérance (EP), ou encore des algorithmes d'inférence bayésienne approximée basés sur l'algorithme Approximate Message Passing (AMP). Les versions faibles complexité de ces algorithmes présentent des performances quasi optimales obtenues par des itérations internes au détecteur et éventuellement avec le décodeur [2] [3] [4]. Bien que ces MPA simplifiés soient les seuls choix viables dans les systèmes mMIMO, cette étude a pour but d'approfondir leur pertinence dans des contextes MIMO classiques, moins "massifs". Dans ce contexte, notre étude présente un nouveau schéma BP simplifié : la propagation de croyance avec annulation parallèle d'interférence et factorisation QR (BP PIC QR). Nous étudions le compromis

performance/complexité des détecteurs afin de déterminer des points de fonctionnement. Enfin, nous étudions leur robustesse aux estimations de canal imparfaites.

2 Modèle du système

Considérons un système MIMO $N_t \times N_r$ utilisant une modulation codée à bits entrelacés (BICM) et du multiplexage spatial. Soit \mathbb{F}_2 le corps fini de cardinal 2. K bits d'informations $\mathbf{b} = [b_1, \dots, b_K] \in \mathbb{F}_2^K$ sont codés avec un code correcteur d'erreur de rendement $R = K/N$, dans ce travail un code convolutif $R = 1/2$ de polynôme $(133.151)_8$. Les bits codés $\mathbf{c} = [c_1, \dots, c_N]$ sont entrelacés et associés selon un code Gray à un élément de la constellation \mathcal{X} avec $|\mathcal{X}| = M$, chaque symbole représentant $m = \log_2(M)$ bits. Notons $\varphi : \mathbb{F}_2^m \rightarrow \mathcal{X}$ la fonction de modulation et $\varphi_k^{-1} : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{F}_2$, pour $k = 1, \dots, m$, la fonction de démodulation qui donne la valeur du k -ème bit de $s \in \mathcal{X}$. Les symboles générés sont envoyés sur les N_t antennes d'émission. Soit $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_{N_t}]^T \in \xi \subset \mathbb{C}^{N_t}$, où $\xi \triangleq \mathcal{X}^{N_t}$. Le signal reçu peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{w} \quad (1)$$

où $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_{N_r}]^T$ est le vecteur des observations, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ est la matrice du canal de propagation, dont chaque élément $h_{j,i} \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ est supposé estimé imparfaitement au récepteur $\forall i \in \llbracket 1, N_t \rrbracket, \forall j \in \llbracket 1, N_r \rrbracket$. De plus, $\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, N_0 \mathbf{I}_{N_r})$, i.e. $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_{N_r}]^T$ est un vecteur de bruit blanc gaussien additif avec une moyenne $\mathbb{E}(\mathbf{w}) = \mathbf{0}$ et une matrice de covariance $\mathbb{E}(\mathbf{w}\mathbf{w}^H) = N_0 \mathbf{I}_{N_r}$, où $\mathbb{E}(\cdot)$ désigne l'opérateur espérance, $(\cdot)^H$ et $(\cdot)^T$ désignent respectivement les opérateurs de transposition conjuguée et de transposition, et \mathbf{I}_N est la matrice identité de taille N . Par ailleurs, $\forall \eta \in \mathcal{X}$, nous définissons

*Ce travail a été partiellement financé par le projet EVASION (ANR-20-CE25-0008-01) de l'Agence Nationale de Recherche.

$\xi_i^\eta \triangleq \{\mathbf{z} \in \xi | z_i = \eta\}$ et $\forall k \in \llbracket 1, m \rrbracket$, $\xi_{i,k}^+ \triangleq \{\mathbf{s} \in \xi | s_{i,k} = 0\}$ (resp. $\xi_{i,k}^- \triangleq \{\mathbf{s} \in \xi | s_{i,k} = 1\}$) avec s_i le i -ème symbole du vecteur \mathbf{s} et $s_{i,k}$ le k -ème bit du i -ème symbole du vecteur \mathbf{s} . La détection souple optimale est réalisée par l'algorithme MAP [5]. Il calcule un rapport de vraisemblance logarithmique (LLR) a posteriori $\lambda_p^{i,k}$. Introduisons également $\lambda_a^{i,k}$ le LLR a priori associé au k -ème bit du symbole envoyé sur la i -ème antenne avec $\mathbf{s} \in \xi$. Les LLR a posteriori et a priori sont donnés par :

$$\begin{aligned} \lambda_p^{i,k} &= \log \left(\mathbb{P}(\mathbf{s} \in \xi_{i,k}^+ | \mathbf{y}, \mathbf{H}) / \mathbb{P}(\mathbf{s} \in \xi_{i,k}^- | \mathbf{y}, \mathbf{H}) \right) \\ \lambda_a^{i,k} &= \log \left(\mathbb{P}(\mathbf{s} \in \xi_{i,k}^+) / \mathbb{P}(\mathbf{s} \in \xi_{i,k}^-) \right) \end{aligned} \quad (2)$$

où $\lambda_a^{i,k}$ est fourni par le décodeur en cas de turbo-itérations. Notons également $\lambda_e^{i,k} = \lambda_p^{i,k} - \lambda_a^{i,k}$, le LLR extrinsèque dans le cas de la turbo-détection. Les indices concernant les turbo itérations sont volontairement omis pour des raisons de lisibilité.

3 Récepteurs message passing

3.1 Récepteurs BP

3.1.1 Propagation de croyance (BP) classique

Un canal MIMO peut être représenté par un graphe de facteurs comme représenté dans la figure 1 où les nœuds de variables sont associés aux N_t symboles émis, et les nœuds de fonction/contrainte représentent les contraintes du canal MIMO aux N_r antennes de réception. En utilisant cette représentation, on peut appliquer l'algorithme BP dans sa version symbole, qui consiste à échanger des messages extrinsèques (probabilités de symbole ou LLR non binaires équivalents) entre les nœuds de fonctions et les nœuds variables en utilisant à la fois des probabilités a priori et les observations du canal. À chaque itération $l \in \llbracket 1, L \rrbracket$, interne au détecteur BP, pour chaque paire de nœuds connectés, l'algorithme met à jour les messages le long des liens du graphe en calculant deux types de messages, appelés α pour les messages échangés depuis les nœuds variables vers les nœuds de fonction et β depuis les nœuds de fonction vers les nœuds variables. Chaque itération commence par le calcul des messages β , suivi par le calcul des messages α . Dans cet article, les messages sont homogènes aux LLRs symboles, définis comme le logarithme de la probabilité du symbole moins le logarithme de la probabilité d'un symbole de référence conventionnel $\eta_{ref} \in \mathcal{X}$. Tout d'abord, les LLRs symboles a priori sont donnés par, $\lambda_a^i(\eta) = \log \left(\mathbb{P}(s \in \xi_i^\eta) / \mathbb{P}(s \in \xi_i^{\eta_{ref}}) \right)$, $\forall (i) \in \llbracket 1, N_t \rrbracket$, $\forall \eta \in \mathcal{X}$. Par définition, $\lambda_a^i(\eta_{ref}) = 0$.

Notons $\alpha_{i,j}^l$ (resp. $\beta_{i,j}^l$) le vecteur de message de taille $M - 1$ échangé à l'itération l entre le nœud variable i et le nœud de fonction j , correspondant aux observations du canal MIMO depuis la j -ème antenne de réception (resp.

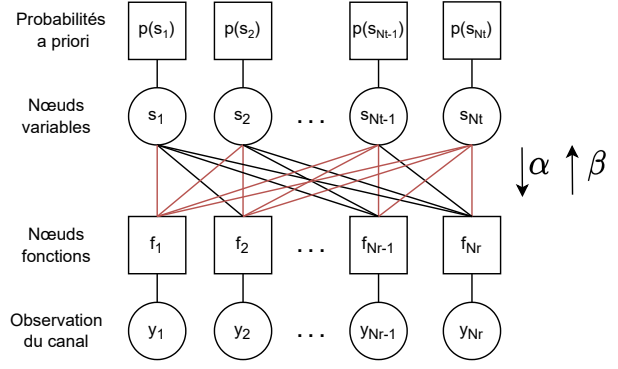


FIGURE 1 – Graphe de facteur équivalent au canal MIMO avec les liens restants après factorisation QR en rouge.

échangé entre du le nœud de fonction j et le nœud variable i). $\forall \eta \in \mathcal{X} \setminus \{\eta_{ref}\}$:

$$\begin{aligned} \alpha_{i,j}^l(\eta) &= \lambda_a^i(\eta) + \sum_{t=1, t \neq j}^{N_r} \beta_{i,t}^l(\eta) \quad (3) \\ \beta_{i,j}^l(\eta) &= \log \left(\frac{\sum_{\mathbf{z} \in \xi_i^\eta} e^{-\frac{\|\mathbf{y}_j - \mathbf{H}_j \mathbf{z}\|^2}{N_0}} \prod_{i'=1, i' \neq i}^{N_t} e^{\alpha_{i',j}^{l-1}(z_{i'})}}}{\sum_{\mathbf{z} \in \xi_i^{\eta_{ref}}} e^{-\frac{\|\mathbf{y}_j - \mathbf{H}_j \mathbf{z}\|^2}{N_0}} \prod_{i'=1, i' \neq i}^{N_t} e^{\alpha_{i',j}^{l-1}(z_{i'})}} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

avec \mathbf{H}_j la j -ème ligne de la matrice \mathbf{H} . Comme pour le détecteur MAP, le $\log(\text{sum}(\exp(\dots)))$ peut être approximé en utilisant un max pour réduire la complexité. Après L itérations internes, la sortie est calculée comme suit

$$\lambda_p^i(\eta) = \lambda_a^i(\eta) + \sum_{t=1}^{N_r} \beta_{i,t}^L(\eta) \quad (5)$$

Dans un système MIMO complet, il existe $N_t N_r$ connexions ce qui entraîne un nombre élevé d'itérations nécessaires pour faire converger BP en performance.

3.1.2 BP PIC QR

La propagation de croyance à annulation d'interférence en parallèle et factorisation QR (BP PIC QR) est une version de BP à complexité réduite. Elle consiste à effectuer une étape d'annulation d'interférence (IC) au début de chaque auto-itération BP ainsi qu'un pré-traitement de la matrice du canal à l'aide d'une factorisation QR [6]. Rappelons que le signal reçu sur l'antenne j peut s'écrire comme suit $\forall i \in \llbracket 1, N_t \rrbracket$

$$y_j = h_{j,i} s_i + \sum_{i'=1, i' \neq i}^{N_t} h_{j,i'} s_{i'} + w_j. \quad (6)$$

La mise à jour du message β est une opération coûteuse, en particulier avec un graphe de facteur entièrement connecté. Afin de réduire considérablement cette

complexité, il est possible de considérer une partie du signal reçu comme un interférent du signal d'intérêt pour la mise à jour de β . Un choix extrême consiste à ne s'intéresser qu'à une paire d'antennes d'émission/réception (i, j) correspondant au seul lien d'intérêt pour la mise à jour de $\beta_{i,j}^l$, comme dans [3]. Ainsi l'ensemble des symboles envoyés possibles est réduit de \mathcal{X} à \mathcal{X} et les autres symboles sont considérés comme des interférents. L'annulation d'interférence est réalisée en soustrayant les symboles interférents de Éq. (6). L'estimation souple de ce terme est calculée pour chaque itération l et pour chaque lien du graphe entre l'antenne émettrice i et l'antenne réceptrice j à partir des α de l'itération $l-1$

$$\hat{s}_{i,j}^l = \sum_{s' \in \mathcal{X}} s' \frac{e^{\alpha_{i,j}^l(s')}}{\sum_{s'' \in \mathcal{X}} e^{\alpha_{i,j}^l(s'')}} \quad (7)$$

$$\sigma_{\hat{s}_{i,j}^l}^2 = \sum_{s' \in \mathcal{X}} \|s' - \hat{s}_{i,j}^l\|^2 \frac{e^{\alpha_{i,j}^l(s')}}{\sum_{s'' \in \mathcal{X}} e^{\alpha_{i,j}^l(s'')}}. \quad (8)$$

Ainsi, lors de la mise à jour de chaque message β , l'observation corrigée du canal sur l'antenne de réception j et la variance corrigée du bruit associé à la paire de nœuds (i, j) (bruit thermique + bruit d'interférence résiduelle) deviennent

$$\tilde{y}_{i,j}^l = y_j - \sum_{i'=1, i' \neq i}^{N_t} h_{j,i'} \hat{s}_{i',j}^l \quad (9)$$

$$\tilde{\sigma}_{\tilde{w}_{i,j}^l}^2 = N_0 + \sum_{i'=1, i' \neq i}^{N_t} \sigma_{\hat{s}_{i',j}^l}^2. \quad (10)$$

Pour une constellation réelle, la pseudo-variance doit être divisée par 2. Dans le reste de l'article, nous sélectionnons un seul nœud variable pour la mise à jour de β , réduisant autant que possible la complexité tout en conservant une perte de performance minimale, comme le montre [3]. La mise à jour de β est toujours réalisée au niveau symbole et $\forall \eta \in \mathcal{X} \setminus \{\eta_{ref}\}$, elle s'effectue comme suit :

$$\beta_{i,j}^l(\eta) = -\frac{\|\tilde{\mathbf{y}}_{i,j}^l - \mathbf{h}_i \eta\|^2}{\sigma_{\tilde{w}_{i,j}^l}^2} + \frac{\|\tilde{\mathbf{y}}_{i,j}^l - \mathbf{h}_i \eta_{ref}\|^2}{\sigma_{\tilde{w}_{i,j}^l}^2}. \quad (11)$$

La mise à jour de α est faite comme pour BP classique (voir Éq. (3)). Le conditionnement QR de \mathbf{H} permet la réduction du nombre d'éléments non nuls, ce qui diminue le nombre de messages échangés et le nombre de cycles. $\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$ décompose la matrice de canal en une matrice triangulaire supérieure \mathbf{R} et une matrice unitaire \mathbf{Q} . Le modèle d'observation peut être mis à jour comme suit :

$$\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{Q}^H \mathbf{y} \quad \text{and} \quad \mathbf{H} \leftarrow \mathbf{R} \quad (12)$$

Les gains de ce conditionnement, une amélioration des performances ainsi qu'une convergence plus rapide, sont montrés pour un récepteur BP classique sans PIC dans [6] et dans ses références.

TABLE 1 – Table de complexité calculatoire [7]

Opération	Symboles	Mult.	Add.	Flops
Addition \mathbb{R}	A_r	0	1	0.5
Mult./Div. \mathbb{R}	M_r	1	0	0.5
Comparaison	C_r	0	0	0.5
Mult./Div. \mathbb{C} - \mathbb{R}	M_{rc}	2	0	1
Addition \mathbb{C}	A_c	0	2	1
Multiplication \mathbb{C}	M_c	4	2	3
Division \mathbb{C}	D_c	8	3	5.5
$\sqrt{\cdot}$ \mathbb{R}	S_r	0	0	3
$ \cdot ^2$ \mathbb{C}	P_c	2	1	1.5
Exponentiel [8]	X_e	1	4	2.5
Accès mémoire	M_a	0	0	0

4 Analyse de complexité et de robustesse

Dans cette partie, nous étudions la complexité calculatoire des différents algorithmes présentés et les comparons à d'autres algorithmes issus de l'inférence bayésienne approximée. Pour cela, nous nous appuyons sur la Table 1 qui quantifie le nombre d'opérations flottantes (en flops) des différents types d'opérations rencontrées dans les algorithmes. Les algorithmes MAP, BP et BP QR ont des complexités en $\mathcal{O}(M^{N_t})$ et sont rapidement inutilisables dans des contextes MIMO avec plus de 4 antennes ou avec des ordres de modulation élevés. En revanche, l'algorithme EP [9] [2] a une complexité de l'ordre de $\mathcal{O}(N_t^3 + MN_t)$ et BP PIC QR de $\mathcal{O}(N_t(N_t + 1)ML)$. En plus de cette analyse asymptotique des complexités, ce document présente une analyse plus fine dans la partie 5 avec les figures 2 et 3 afin d'effectuer une comparaison du compromis performance/complexité entre les algorithmes. Afin de modéliser la robustesse des détecteurs aux imperfections d'estimation de canal, nous avons considéré une version du canal perturbée par un bruit gaussien tel que [10] : $h_{i,j} \leftarrow h_{i,j} + w_{est}, \forall i, j \in \llbracket 1, N_t \rrbracket, \llbracket 1, N_r \rrbracket$ avec $w_{est} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, N_0/a)$ avec a le nombre de symboles pilotes utilisés pour l'estimation de canal. L'étude de la robustesse nous permet de quantifier les pertes de performances en taux d'erreur bit (TEB) par rapport au nombre de symboles pilotes disponibles pour l'estimation de canal.

5 Résultats et conclusion

Dans cette partie, nous évaluons par simulation le compromis performances / complexité des algorithmes sous différents scénarios MIMO ainsi que leur robustesse vis-à-vis de l'estimation de canal. Dans la figure 2, nous évaluons le rapport signal à bruit nécessaire afin d'obtenir un TEB de 10^{-3} en fonction du nombre de turbo-itérations (représentées par un accroissement de la complexité). Dans ce

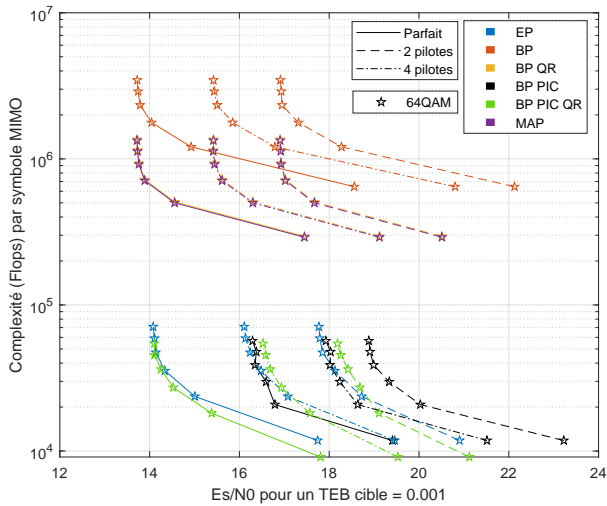


FIGURE 2 – Rapport Performances/Complexité sur canal ergodique 2×2 pour différentes estimations de canal.

cas MIMO 2×2 avec une modulation 64QAM, on identifie les 2 types de récepteurs : ceux à forte complexité (MAP, BP, BP QR) et ceux à faible complexité (EP, BP PIC, BP PIC QR). EP, BP QR et BP PIC QR sont auto-itérés 1 fois, BP 3 fois et BP PIC 4 fois. Les performances en cas de connaissance parfaite du canal sont similaires pour tous les détecteurs à l'exception du BP PIC, qui perd plus que 2 dB par rapport aux performances optimales MAP. En revanche, avec une estimation de canal réaliste, la dégradation des performances est, comme attendu, plus forte pour les détecteurs à faible complexité. Parmi ces derniers, on note également que, en fonction des scénarios, BP PIC QR semble plus sensible au bruit d'estimation, mais il affiche toujours de meilleures performances que BP PIC. De plus, BP PIC QR, à parité de turbo-itération est toujours moins complexe qu'EP et BP PIC. La figure 3 montre le cas MIMO 4×4 . Seuls les détecteurs à faibles complexité ont été simulés en 16QAM car les autres sont trop complexes. En 16QAM (resp. BPSK), EP est auto-itéré 1 (resp. 1) fois, BP PIC QR 2 (resp. 1) fois et BP PIC 6 (resp. 2) fois. On note qu'en cas d'estimation parfaite du canal, les trois algorithmes convergent aux mêmes performances en 16QAM. Pour des estimations à 4 symboles pilotes, BP PIC et BP PIC QR perdent 0.7 dB de plus qu'EP et 1.5 dB de plus avec 2 symboles pilotes. BP PIC QR est toujours moins complexe BP PIC pour des performances égales à convergence.

En conclusion, avec des modulations d'ordre élevé, les algorithmes EP et BP PIC QR atteignent un compromis performances/complexité plus avantageux que celui de MAP, BP, BP QR et BP PIC. Les algorithmes à faible complexités sont plus sensibles aux estimations de canal, en particulier BP PIC et BP PIC QR comparé à EP. BP PIC QR peut être un concurrent à EP dans des petits cas MIMO à haut ordre de modulation sous réserve d'une bonne estimation de canal.

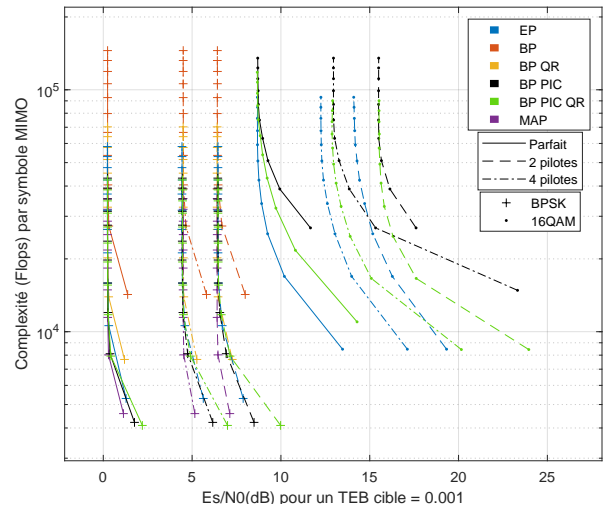


FIGURE 3 – Rapport Performances/Complexité sur canal ergodique 4×4 pour différentes estimations de canal.

Références

- [1] R. W. HEATH et A. LOZANO. *Foundations of MIMO communication*. Cambridge University Press, 2019.
- [2] J. J. MURILLO-FUENTES et al. « A Low-Complexity Double EP-Based Detector for Iterative Detection and Decoding in MIMO ». In : *IEEE Trans. Commun.* (2021), p. 1538-1547.
- [3] W. FUKUDA et al. « Low-Complexity Detection Based on Belief Propagation in a Massive MIMO System ». In : *IEEE VTC Spring* (2013).
- [4] S. WU et al. « Low-Complexity Iterative Detection for Large-Scale Multiuser MIMO-OFDM Systems Using Approximate Message Passing ». In : *IEEE J. Sel. Topics Signal Process* 8.5 (2014), p. 902-915.
- [5] S. M. KAY. *Fundamentals of statistical signal processing : estimation theory*. Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [6] S. PARK. « Scheduled QR-BP Detector with Interference Cancellation and Candidate Constraints for MIMO Systems ». In : *Sensors* 21.11 (mai 2021).
- [7] S. SAHIN. « Advanced receivers for distributed cooperation in mobile ad hoc networks ». INP T, 2019.
- [8] N. N. SCHRAUDOLPH. « A Fast, Compact Approximation of the Exponential Function ». In : *Neural Computation* 11.4 (mai 1999), p. 853-862.
- [9] M. SENST et al. « How the Framework of Expectation Propagation Yields an Iterative IC-LMMSE MIMO Receiver ». In : *IEEE Proc. Globecom*. 2011.
- [10] E. SOUBIGOU et al. « Analyse Multicritères des Performances et de la Complexité des Turbo-égaliseurs à Complexité Réduite à base de Treillis et de Filtres ». In : *GRETSI* (2019).