

# Nouvel Algorithme d'estimation de phases pour InSAR multi-temporelle basé sur le maximum de vraisemblance

Phan Viet Hoa VU<sup>1,2</sup>, Frédéric BRIGUI<sup>1</sup>, Arnaud BRELOY<sup>3</sup>, Yajing YAN<sup>2</sup>, Guillaume GINOLHAC<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ONERA, Palaiseaux; <sup>2</sup> LISTIC, Université Savoie Mont Blanc; <sup>3</sup> LEME, Université Paris Nanterre.

{phan\_viet\_hoa.vu}{frederic.brigui}@onera.fr, {abreloy}@parisnanterre.fr, {yajing.yan}{guillaume.ginolhac}@univ-smb.fr.

**Résumé** – Cet article a pour but de présenter un nouvel algorithme pour améliorer l'estimation des phases SAR interférométriques (InSAR) dans le contexte de séries temporelles. Basée sur l'estimateur du maximum de vraisemblance d'un modèle gaussien multivarié, l'estimation des phases InSAR est résolue en utilisant une approche de Descente en Bloc de Coordonnées (DBC). Par rapport aux approches classiques, l'amélioration principale réside dans l'estimation conjointe de la cohérence interférométrique et des phases InSAR au lieu de l'utilisation d'un estimateur annexe de cohérence, obtenue à partir de la matrice de covariance empirique, ou de la modélisation de la décorrélation temporelle de la cible observée. Les résultats expérimentaux confirment l'amélioration apportée par l'estimateur proposé.

**Abstract** – This paper aims to present a new algorithm for improving the estimation of interferometric SAR (InSAR) phases in the context of phase linking approaches. Based on the maximum likelihood estimator of a multivariate Gaussian model, the estimation of the InSAR phases is solved using the Block Coordinate Descent algorithm. Compared to the state-of-the-art approaches, the main improvement lies on the joint estimation of the coherence and the InSAR phases instead of the use of a plug-in coherence estimate obtained from the sample covariance of the data or the modeling of the temporal decorrelation of the target under observation. Experimental results confirm the improvement brought by the proposed estimator.

## 1 Introduction

Depuis la dernière décennie, la communauté scientifique s'intéresse de plus en plus aux approches InSAR multi-temporelles, car les images SAR satellitaires permettent de surveiller de grandes zones de déformation avec une précision inférieure au centimètre [1]. Récemment, avec les acquisitions systématiques des images Sentinel-1 A/B, la surveillance régulière et opérationnelle des déplacements avec des approches InSAR multi-temporelles constitue un sujet prépondérant dans de nombreuses études.

Les approches InSAR multi-temporelles ont été développées en fonction des propriétés de décorrélation du signal au cours du temps. Pour cela, l'analyse des propriétés de rétrodiffusion des images SAR est nécessaire pour définir les différents types de diffuseurs. Dans la littérature, on distingue deux types de diffuseurs, le diffuseur permanent (PS pour Permanent Scatterer) et le diffuseur distribué (DS pour Distributed Scatterer). Les approches InSAR multi-temporelles actuelles reposent sur les éléments suivants 1) le traitement avec des diffuseurs cohérents dans le temps, les PS, à savoir l'interférométrie PS (PSI) [2]; 2) la construction de réseaux d'interférogrammes redondants en interférométrie DS (DSI) [3]; 3) la combinaison de PSI et de DSI [4]. Les approches PSI ont été largement déployées pour la surveillance des zones urbaines, mais leur application aux zones naturelles est souvent limitée en raison de la faible densité des points PS. En DSI, les approches Small Baseline Subset (SBAS) n'utilisent

que de petites lignes de base temporelles et spatiales des paires d'images SAR dans le réseau d'interférogrammes, dans le but de minimiser la décorrélation des signaux. Avec ces stratégies, un biais de phase a été observé dans l'estimation du déplacement dans le cas de longues séries temporelles [5]. Une autre approche DSI importante correspond à l'approche de phase linking (PL). L'idée principale de cette approche est d'utiliser tous les  $N \times (N - 1) / 2$  interférogrammes générés à partir d'une série temporelle de  $N$  images SAR pour obtenir la meilleure estimation de  $N - 1$  différences de phase par rapport à une image de référence [6]. Cette approche permet d'exploiter pleinement toutes les combinaisons possibles d'une pile d'images SAR en prenant formellement en compte l'impact de la décorrélation temporelle. La plupart des avancées récentes dans le domaine du InSAR multi-temporelle, par exemple l'EMI [7] et l'estimateur séquentiel [8], ont été développées à partir de cette approche de base.

Les approches PL basées sur l'estimateur du maximum de vraisemblance (MV) présentent un estimateur statistiquement optimal pour les paramètres d'intérêt (par exemple, l'erreur du modèle numérique de terrain, la vitesse moyenne de déplacement). En plus de pondérer correctement dans un sens statistique tous les interférogrammes pour limiter la décorrélation spatiale et temporelle, un autre avantage de ces approches PL est que les estimations sont asymptotiquement sans biais avec une variance minimale en vertu des propriétés du MV. En général,

les approches PL nécessitent des informations préalables et fiables sur la cohérence interférométrique pour piloter l'algorithme d'estimation. Par conséquent, les performances des approches PL dépendent fortement de la fiabilité des informations préalables sur la cohérence.

Dans l'état de l'art, les approches PL [6, 4, 9] ne résolvent pas exactement le MV. La matrice de cohérence, nécessaire pour piloter l'algorithme, est remplacée par un estimateur *plug-in* dans la formulation de l'estimation de la phase. Il est connu que cette approche en deux étapes conduit à une performance sous-optimale. Dans cet article, nous proposons donc de développer le véritable MV pour le PL (algorithme noté dans le papier MV-PL) en résolvant conjointement l'estimation de tous les paramètres (phases et cohérence interférométriques). L'approche proposée est basée sur des approches de Descente en Bloc de Coordonnées (DBC) et Majorisation - Minimisation (MM). Il sera démontré que cette approche améliore l'estimation de la différence de phase, en particulier pour un grand support d'échantillon.

## 2 Modèle de données d'une série temporelle d'images SAR

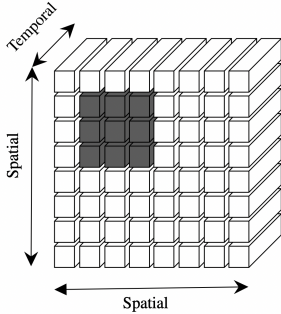


FIG. 1: Représentation d'une série temporelle d'images SAR. Fenêtre glissante (en gris) contient  $L$  pixels  $\mathbf{x}_i$ .

Une série temporelle de  $N$  images SAR est empilée le long des dimensions temporelles et spatiales dans un cube (Figure 1). La fenêtre glissante  $\mathbf{x}_i$  contient une observation locale pour  $N$  dates :

$$\mathbf{x}_i = [x_i^0, \dots, x_i^{N-1}]^\top \quad (1)$$

Dans le cadre de cette étude, nous supposons que l'ensemble  $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^L$  avec  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{C}^N$ ,  $\forall i \in [1, L]$  sont des diffuseurs distribués qui sont spatialement homogènes sur  $L$  pixels adjacents. L'ensemble  $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^L$  est donc un ensemble de vecteurs indépendants et identiquement distribués (i.i.d.). Comme dans la littérature actuelle, nous supposons dans cet article que  $\mathbf{x}_i$  suit une distribution Gaussienne circulaire complexe de moyenne nulle dont la fonction de densité de probabilité est

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{C}) = \frac{1}{\pi^N \text{Det}(\mathbf{C})} \exp(-\mathbf{x}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{x}) \quad (2)$$

Le second moment de  $\mathbf{x}$  se rapporte aux interférogrammes et il vaut  $\forall (k, l) \in [0, N-1]^2$   $\mathbb{E}[x^l (x^k)^*] = \gamma_{k,l} \sigma_k \sigma_l \exp(j(\theta_l - \theta_k))$ , avec

- $\sigma_n^2 = \mathbb{E}[x^n (x^n)^H]$  est la variance de  $x^n$ . Le vecteur de l'écart-type est noté comme suit  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_0, \dots, \sigma_{N-1}]$
- $\gamma_{k,l}$  est le coefficient de corrélation entre  $x^k$  et  $x^l$ . On désigne par  $\boldsymbol{\Gamma}$  la matrice dont les entrées sont  $[\boldsymbol{\Gamma}]_{k,l} = \gamma_{k,l}$ .  $[\boldsymbol{\Gamma}]_{l,l} = 1, \forall l \in [0, N-1]$ .
- $\theta_n$  est la phase de de l'image  $n$ .  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_0, \dots, \theta_{N-1}]$ .

Le second moment de  $\mathbf{x}$  se réécrit sous la forme matricielle suivante

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] \triangleq \mathbf{C} = \text{ediag}(\boldsymbol{\theta}) \underbrace{((\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\sigma}^\top) \circ \boldsymbol{\Gamma})}_{\boldsymbol{\Sigma}} \text{ediag}(\boldsymbol{\theta})^H \quad (3)$$

$$\text{avec } \text{ediag}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{pmatrix} \exp(j\theta_0) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \exp(j\theta_{N-1}) \end{pmatrix} \quad (4)$$

La matrice  $\mathbf{C}$  caractérise entièrement les phases et la cohérence interférométriques. Le principe de l'approche est donc d'estimer tous les éléments de  $\mathbf{C}$ . Étant donné que  $\boldsymbol{\Sigma}$  est inconnu en pratique, plusieurs articles [6, 4, 9] ont utilisé une estimation ad-hoc, le module de la covariance empirique (SCM pour Sample Covariance Matrix)  $|\mathbf{S}|$ , donnant un algorithme en deux étapes. Cette approche donne de bons résultats en pratique, mais elle est connue pour être sous-optimale puisque  $|\mathbf{S}|$  est une estimation biaisée de  $\boldsymbol{\Sigma}$ . Nous proposons dans cet article d'estimer conjointement la matrice  $\mathbf{C}$  et la différence de phase en résolvant le maximum de vraisemblance avec une approche itérative.

## 3 Nouvelle estimation des phases InSAR basée sur le MV

Nous paramétrisons différemment l'équation (3)

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\theta}) = \text{ediag}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\Sigma} \text{ediag}(\boldsymbol{\theta})^H \quad (5)$$

L'estimateur du MV correspond aux solutions du problème de minimisation

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\theta}} \quad & \mathcal{L}(\mathbf{C}(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\theta})) \\ \text{sous la contrainte} \quad & \boldsymbol{\Sigma} \text{ symétrique réel} \\ & \theta_0 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

où  $\mathcal{L}$  est la log-vraisemblance associée au modèle (2). Nous proposons un algorithme de DBC pour calculer le MV. Cela correspond à un algorithme qui minimise itérativement l'objectif par rapport à chaque variable ( $\boldsymbol{\Sigma}$  ou  $\boldsymbol{\theta}$ ) tout en gardant l'autre fixe.

### Mise à jour de $\boldsymbol{\Sigma}$

Mettons à jour la variable  $\boldsymbol{\Sigma}$  en minimisant  $\mathcal{L}$  avec  $\boldsymbol{\theta}$  fixe. Le problème devient

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{\Sigma}} \quad & \log |\boldsymbol{\Sigma}| + \text{Tr} \{ \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \text{ediag}(\boldsymbol{\theta})^H \mathbf{S} \text{ediag}(\boldsymbol{\theta}) \} \\ \text{s. l. c.} \quad & \boldsymbol{\Sigma} \text{ symétrique réel} \end{aligned} \quad (7)$$

où on utilise les 2 formules suivantes

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^{-1}(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\theta}) &= (\text{ediag}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\Sigma}\text{ediag}(\boldsymbol{\theta})^H)^{-1} \\ &= \text{ediag}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\text{ediag}(\boldsymbol{\theta})^H \end{aligned} \quad (8)$$

$$\log |\mathbf{C}(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\theta})| = \log |\boldsymbol{\Sigma}| \quad (9)$$

et on abandonne la constante multiplicative  $L$ . Le minimiseur est alors obtenu comme la partie réelle de la SCM modifiée

$$\boldsymbol{\Sigma}^* = \text{real}(\text{ediag}(\boldsymbol{\theta})^H \mathbf{S} \text{ediag}(\boldsymbol{\theta})) \quad (10)$$

### Mise à jour de $\boldsymbol{\theta}$

En fixant  $\boldsymbol{\Sigma}$ , le problème est appelé estimation de phase linking (PL) [9] ou triangulation de phase [6], qui s'énonce comme suit

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{\theta}} \quad & \text{Tr} \{ \text{ediag}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\text{ediag}(\boldsymbol{\theta})^H \mathbf{S} \} \\ \text{s. l. c.} \quad & \theta_0 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Notons  $\mathbf{w}_{\boldsymbol{\theta}} = [e^{j\theta_0}, \dots, e^{j\theta_{N-1}}]^T$ . Nous avons alors la relation

$$\text{Tr} \{ \text{ediag}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\text{ediag}(\boldsymbol{\theta})^H \mathbf{S} \} = \mathbf{w}_{\boldsymbol{\theta}}^H (\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \circ \mathbf{S}) \mathbf{w}_{\boldsymbol{\theta}}. \quad (12)$$

Désignons également l'ensemble des vecteurs ayant des entrées à norme unitaire comme suit

$$\mathcal{U}_N = \{ \mathbf{w} \in \mathbb{C}^N \mid |[\mathbf{w}]_i| = 1, \forall i \in [0, N-1] \}. \quad (13)$$

À partir de ces notations, nous devons savoir comment résoudre le problème générique

$$\min_{\mathbf{w} \in \mathcal{U}_N} \mathbf{w}^H \mathbf{M} \mathbf{w} \quad (14)$$

qui nous permet d'obtenir une solution  $\boldsymbol{\theta}^*$  pour (11) à partir des phases d'une solution  $\mathbf{w}^*$  de (14) (en rappelant que  $\mathbf{M} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \circ \mathbf{S}$ ). Si nous restreignons  $\mathbf{w}$  à l'ensemble contraint  $\mathcal{U}_N$ , nous avons la relation suivante

$$\mathbf{w}^H (\mathbf{M} - \lambda_{\max}^{\mathbf{M}} \mathbf{I}) \mathbf{w} = \mathbf{w}^H \mathbf{M} \mathbf{w} - \underbrace{N \lambda_{\max}^{\mathbf{M}}}_{\text{const.}} \quad (15)$$

Ainsi, l'optimisation de l'objectif de (14) ou de (15) sur  $\mathcal{U}_N$  conduira à la même solution. La forme quadratique  $\mathbf{w}^H (\mathbf{M} - \lambda_{\max}^{\mathbf{M}} \mathbf{I}) \mathbf{w}$  étant concave, elle peut être majorée au point  $\mathbf{w}_t$  par son développement de Taylor du premier ordre

$$g(\mathbf{w} | \mathbf{w}_t) = 2\Re \{ \mathbf{w}^H \underbrace{(\mathbf{M} - \lambda_{\max}^{\mathbf{M}} \mathbf{I}) \mathbf{w}_t}_{-\tilde{\mathbf{w}}_t} \} + \text{const.} \quad (16)$$

avec égalité au point  $\mathbf{w}_t$ . Minimiser cette nouvelle fonction correspond au problème

$$\max_{\mathbf{w} \in \mathcal{U}_N} 2\Re \{ \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{w}}_t \} \quad (17)$$

dont la solution est  $\mathbf{w}^* = \mathcal{P}_{\mathcal{U}_N} \{ \tilde{\mathbf{w}}_t \}$ , où  $\mathcal{P}_{\mathcal{U}_N} \{ \cdot \}$  est l'opérateur qui projette chaque entrée d'un vecteur sur le cercle complexe unitaire (c'est-à-dire la normalisation par entrée). Par conséquent, nous avons un algorithme de MM [10] pour résoudre (14). L'algorithme est résumé dans l'encadré Algorithme 1. L'algorithme final est présenté dans l'encadré Algorithme 2 et est désigné par MV-PL.

---

### Algorithm 1 Algorithme MM pour PL (11)

---

- 1: **Entrée** :  $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ ,  $\mathbf{w}_0 \in \mathcal{U}_N$
  - 2: **repeat**
  - 3:   Calcul  $\tilde{\mathbf{w}}_t = (\lambda_{\max}^{\mathbf{M}} \mathbf{I} - \mathbf{M}) \mathbf{w}_t$
  - 4:   Mise à jour  $\mathbf{w}_t = \mathcal{P}_{\mathcal{U}_N} \{ \tilde{\mathbf{w}}_t \}$
  - 5:    $t = t + 1$
  - 6: **until** Convergence
  - 7: **Sortie** :  $\mathbf{w} \in \mathcal{U}_N$
- 

---

### Algorithm 2 Algorithme DCB pour le MV (6)

---

- 1: **Entrée** : SCM  $\mathbf{S}$
  - 2: **repeat**
  - 3:   Mise à jour  $\boldsymbol{\Sigma}$  avec (10)
  - 4:   Appel Algorithme 1 avec  $\mathbf{M} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \circ \mathbf{S}$
  - 5:   Mise à jour  $\boldsymbol{\theta}$  à partir de l'algorithme 1
  - 6: **until** Convergence
  - 7: **Sortie** : MVs  $\boldsymbol{\Sigma}$ ,  $\boldsymbol{\theta}$  et  $\mathbf{C}(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\theta})$
- 

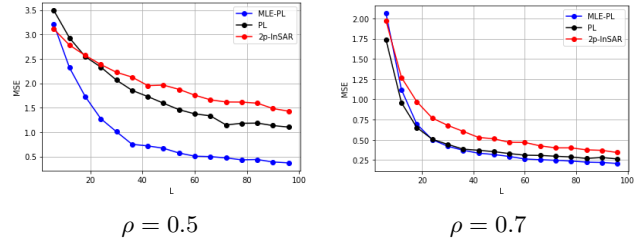


FIG. 2: EQM des estimations des phases utilisant les méthodes 2p-InSAR, PL et MV-PL avec des données d'entrée distribuées selon une loi gaussienne.  $N = 5$ , 1000 tirages.

## 4 Simulation numériques

Tout d'abord, nous utilisons des données simulées pour évaluer les performances de l'algorithme proposé. Dans cet objectif, nous générons une matrice  $\mathbf{C}$  à partir de (3). La matrice de cohérence  $\boldsymbol{\Sigma}$  est choisie comme une matrice Toeplitz avec un coefficient de corrélation  $\rho$  compris entre 0.5 et 0.9. Les  $N$  phases InSAR simulées sont des valeurs aléatoires dans  $(-\pi, \pi)$ . Enfin,  $L$  échantillons i.i.d. sont ensuite simulés à partir de la distribution (2). La fenêtre spatiale de  $L$  pixels est comprise entre 6 et 100, avec  $N = 5$  dates. Pour comparaison, d'autres méthodes sont également testées. L'algorithme classique fourni par le logiciel SNAP, qui est un simple interférogramme entre 2 dates, est noté dans la suite 2p-InSAR. PL est l'estimation de phase linking conventionnelle [9] qui est une approche en 2 étapes où la cohérence réelle  $\boldsymbol{\Sigma}$  est remplacée par  $|\mathbf{S}|$ . Pour notre algorithme MV-PL, le nombre d'itérations est fixé à 10 pour assurer la convergence.

La figure 2 présente l'erreur quadratique moyenne

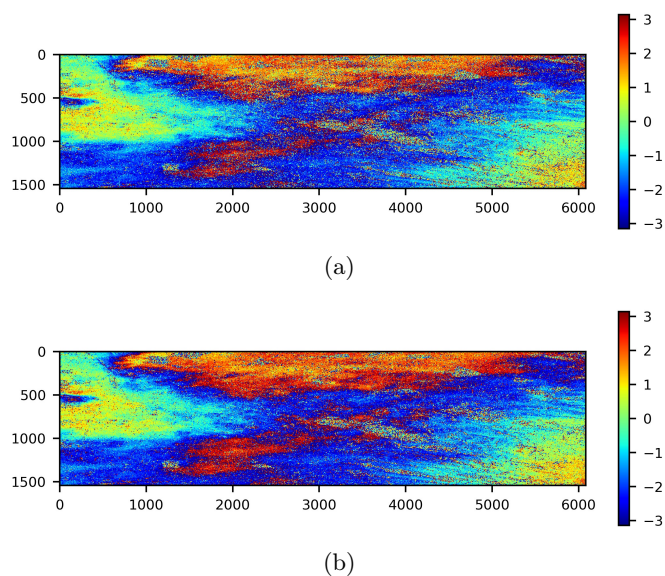


FIG. 3: Interférogramme entre 03/07/2019 et 20/08/2019 obtenu avec (a) PL (b) MLE-PL.

(EQM) des phases InSAR estimées par les différentes méthodes et en fonction du nombre  $L$  de pixels. Différentes valeurs du facteur de corrélation ont été étudiées avec  $\rho = 0.7$  et  $\rho = 0.5$ . Pour ces deux valeurs, l’EQM de toutes les méthodes diminue avec le nombre d’échantillons disponibles, ce qui est attendu. PL et MLE-PL présentent une EQM inférieure pour  $\rho = 0.5$  par rapport à 2p-InSAR. Pour une  $\rho = 0.7$ , toutes les méthodes donnent les mêmes résultats car l’EQM optimale est rapidement atteinte. En général, MLE-PL a besoin de plus d’échantillons pour atteindre son erreur minimale par rapport à PL. En effet MLE-PL résout un double problème d’estimation : phases InSAR et la matrice de cohérence alors que PL estime uniquement les phases. Enfin, pour un nombre élevé d’échantillons, MLE-PL donne une EQM inférieure à celle de PL quand  $\rho$  augmente.

Afin d’évaluer l’amélioration apportée par l’approche proposée en cas de données réelles, nous avons appliqué MLE-PL et PL original à une série temporelle d’images Sentinel-1 pour mesurer la subsidence au Mexique. Nous avons gardé les mêmes paramètres utilisés pour les données simulées, en particulier  $N = 5$  et  $L = 50$ . Nous avons donc sélectionné 5 images Sentinel-1 acquises entre le 3 juillet 2019 et le 20 août 2019. Dans les deux approches, le même nombre d’itérations est utilisé. Les interférogrammes entre le 03/07/2019 et le 20/08/2019 obtenus avec les 2 approches, sont présentés dans la figure 3. L’interférogramme obtenu par l’approche MLE-PL est moins bruité que celui obtenu par le PL. Il restera dans un futur travail à quantifier cet apport sur les données réelles.

## 5 Conclusion

Dans cet article, un nouvel algorithme d’estimation de phase InSAR basé sur le MV a été proposé et appliqué à des données simulées et réelles. Les résultats montrent que l’approche proposée a des performances similaires à celles des approches conventionnelles basées sur 2 étapes. Une légère amélioration est observée avec notre approche quand la cohérence est faible. Outre la différence de phase, l’approche proposée fournit également une estimation non biaisée de la cohérence.

## References

- [1] R. Prêbet, Y. Yan, M. Jauvin, and E. Trouvé, “A data-adaptive eof-based method for displacement signal retrieval from insar displacement measurement time series for decorrelating targets,” *IEEE Trans. on Geo. and Rem. Sens.*, vol. 57, no. 8, pp. 5829–5852, 2019.
- [2] A. Ferretti, C. Prati, and F. Rocca, “Permanent scatterers in sar interferometry,” *IEEE Trans. on Geo. and Rem. Sens.*, vol. 39, no. 1, pp. 8–20, 2001.
- [3] R. Lanari, O. Mora, M. Manunta, J. Mallorqui, P. Berardino, and E. Sansosti, “A small-baseline approach for investigating deformations on full-resolution differential sar interferograms,” *IEEE Trans. on Geo. and Rem. Sens.*, vol. 42, no. 7, pp. 1377–1386, 2004.
- [4] A. Ferretti, A. Fumagalli, F. Novali, C. Prati, F. Rocca, and A. Rucci, “A New Algorithm for Processing Interferometric Data-Stacks: SqueeSAR,” *IEEE Trans. on Geo. and Rem. Sens.*, vol. 49, no. 9, pp. 3460–3470, 2011.
- [5] H. Ansari, F. De Zan, and A. Parizzi, “Study of systematic bias in measuring surface deformation with sar interferometry,” *IEEE Trans. on Geo. and Rem. Sens.*, vol. 59, no. 2, pp. 1285–1301, 2021.
- [6] A. Monti-Guarnieri and S. Tebaldini, “On the exploitation of target statistics for SAR interferometry applications,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 46, no. 11, pp. 3436–3443, 2008.
- [7] H. Ansari, F. De Zan, and R. Bamler, “Efficient phase estimation for interferogram stacks,” *IEEE Trans. on Geo. and Rem. Sens.*, vol. 56, no. 7, pp. 4109–4125, 2018.
- [8] —, “Sequential estimator: Toward efficient insar time series analysis,” *IEEE Trans. on Geo. and Rem. Sens.*, vol. 55, no. 10, pp. 5637–5652, 2017.
- [9] N. Cao, H. Lee, and H. C. Jung, “Mathematical framework for phase-triangulation algorithms in distributed-scatterer interferometry,” *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 12, no. 9, pp. 1838–1842, 2015.
- [10] Y. Sun, P. Babu, and D. P. Palomar, “Majorization-minimization algorithms in signal processing, communications, and machine learning,” *IEEE Trans. on Sig. Pro.*, vol. 65, no. 3, pp. 794–816, 2016.