

Polarisation des modes en acoustique sous-marine *

Julien FLAMANT¹, Julien BONNEL², Nicolas LE BIHAN³,

¹Université de Lorraine, CNRS, CRAN, F-54000 Nancy, France

²Applied Ocean Physics & Engineering, Woods Hole Oceanographic Institution, Woods Hole, MA 02540, USA

³CNRS/GIPSA-Lab, 38402 Saint Martin d'Hères cedex, France

julien.flamant@cnrs.fr, julien.bonnel@whoi.edu

nicolas.le-bihan@gipsa-lab.fr

Résumé – Cet article s'intéresse à l'exploitation de la mesure de vitesse particulière, une modalité émergente en acoustique sous-marine. Dans le cadre d'une propagation modale, nous montrons comment la nature vectorielle bivariée de la vitesse particulière peut être pleinement exploitée par l'utilisation d'observables dits de Stokes liés à la polarisation de ces signaux. En outre, nous démontrons leur supériorité en termes de sensibilité par rapport à l'existant dans le cadre de l'estimation de paramètres géo-acoustiques de l'environnement sous-marin.

Abstract – This paper focuses on exploiting particle velocity measurements, an emerging modality in underwater acoustics. In the context of modal propagation, we show how the bivariate vector nature of particle velocity can be fully exploited by using so-called Stokes observables related to the polarization of these signals. Furthermore, we demonstrate their superiority in terms of sensitivity compared to the existing ones in the context of the estimation of geo-acoustic parameters of the underwater environment.

1 Introduction

La description de la propagation acoustique dans l'océan est classiquement basée sur la pression p , une quantité scalaire mesurable avec des hydrophones. Une autre observable acoustique existe pourtant, c'est la vitesse particulière \mathbf{v} , qui, elle, est une grandeur vectorielle [1, Chap. 2]. La pression et la vitesse particulière sont reliées par l'équation d'Euler :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{-1}{\rho} \nabla p, \quad (1)$$

où ∇ l'opérateur de différentiation spatiale et ρ la densité du milieu. Depuis quelques années, des mesures jointes de la pression et la vitesse particulière en milieu océanique ont été menées [2], avec pour objectif initial d'estimer l'intensité complexe $\mathbf{I} = p\mathbf{v}^*$ [3, 4]. La possibilité d'enregistrer la vitesse particulière permet également d'envisager une analyse directe de cette quantité vectorielle.

Dans cet article, nous montrons comment la nature vectorielle de la vitesse particulière peut être prise en compte et exploitée dans l'estimation de paramètres géo-acoustiques, pour une propagation modale (configuration "petits-fonds"). Dans ce contexte, une hypothèse classique [1] est l'invariance par rotation autour de la source acoustique, qui permet de dire que la vitesse particulière n'est fonction que de la distance source-capteur r , la profondeur z et le temps t (ou son dual la fréquence f). Une conséquence est que la vitesse particulière peut être décrite par un vecteur bidimensionnel $\mathbf{v} = [v_r, v_z]^T$ possédant

une composante radiale et une composante verticale. Ainsi, le signal acoustique associé à la vitesse particulière peut être modélisé comme un signal bivarié. Par la suite, nous faisons usage des travaux récents [5] sur les signaux bivariés pour proposer des observables fréquentielles (paramètres de Stokes) pour l'analyse et le traitement de la vitesse particulière en acoustique sous-marine. Enfin, nous démontrons le potentiel de cette approche dans le cadre de l'estimation de paramètres de l'environnement marin – une problématique centrale en acoustique sous-marine, appelée *inversion géoacoustique*.

2 Vitesse particulière modale

L'étude de la propagation à basses fréquences des ondes acoustiques en eaux peu profondes repose sur la théorie des modes normaux [1, Chap. 5]. Plus précisément, soit $\Omega(f)$ la signature en fréquence d'une source large bande émettant à la profondeur z_s dans un guide d'onde invariant en distance, le champ de pression p reçu à la profondeur z après un parcours de longueur r depuis la source s'exprime comme suit :

$$p(f, r, z) = Q \Omega(f) \sum_{n=1}^M \Psi_n(f, z_s) \Psi_n(f, z) \frac{e^{-jr k_n(f)}}{\sqrt{k_n(f) r}}, \quad (2)$$

où M est le nombre de modes, Ψ_n la fonction modale, et Q une constante dépendant de la densité ρ du milieu. Le nombre d'onde complexe associé au mode n est $k_n(f) = k_n^{(r)}(f) - j\beta_n(f)$, où $k_n^{(r)}$ et β_n sont réels, avec β_n représentant l'atténuation du milieu. Leur dépendance en fonction de la fréquence f

*Ce travail a été en partie soutenu par le projet ANR RICOCHET n° ANR-21-CE48-0013.

encode le caractère dispersif du milieu de propagation. Il est possible de réécrire la pression acoustique dans (2) comme la superposition de M modes : $p(f, r, z) = \sum_{n=1}^M p_n(f, r, z)$, où la pression associée au mode n est donnée par :

$$p_n(f, r, z) = A_n(f, r)\Psi_n(f, z)$$

avec
$$A_n(f, r) = Q\Omega(f) \sum_{n=1}^M \Psi_n(f, z_s) \frac{e^{-jrk_n(f)}}{\sqrt{k_n(f)r}}. \quad (3)$$

Les modes associés à la vitesse particulière s'obtiennent en insérant (3) dans la transformée de Fourier de l'équation (1). Des calculs classiques mènent à l'expression de la composante horizontale de la vitesse particulière pour le mode n :

$$V_{r_n}(f, z) \approx \frac{A_n(f)}{2\pi f\rho} k_n(f)\Psi_n(f, z), \quad (4)$$

tandis que sa composante verticale est donnée par :

$$V_{z_n}(f, z) = j \frac{A_n(f)}{2\pi f\rho} \frac{\partial \Psi_n(f, z)}{\partial z}. \quad (5)$$

Ces deux équations définissent complètement le signal bivarié $\mathbf{V}_n(f, z) = [V_{r_n}(f, z), V_{z_n}(f, z)]^T$. En pratique, on s'intéressera à l'analyse de son contenu spectral à profondeur z fixée.

3 Polarisation des signaux bivariés

Des travaux récents [5,6] ont montré la portée générale de la notion physique de *polarisation* pour l'analyse et le traitement des signaux bivariés. Ces travaux reposent sur une représentation spectrale quaternionique. En outre, il est démontré dans [6] comment les quantités quadratiques géométrico-énergétiques que sont les paramètres de Stokes (couramment utilisé en optique pour la description des états de polarisation de la lumière [7]) permettent une formulation complète d'outils de traitement du signal (par ex. densité spectrale de puissance, filtres linéaires, spectrogrammes).

Comme détaillé dans [6,8], les paramètres de Stokes $S_i(f), i = 0, \dots, 3$ peuvent être définis en toute rigueur en fonction des densités spectrales de puissance (DSP) d'un signal bivarié. Ici, notre signal est $v(t)$, de composantes $v_r(t)$ et $v_z(t)$ et les paramètres de Stokes s'expriment de la façon suivante :

$$S_0(f) = P_{rr}(f) + P_{zz}(f), \quad S_1(f) = P_{rr}(f) - P_{zz}(f),$$

$$S_2(f) = 2\Re[P_{rz}(f)], \quad S_3(f) = 2\Im[P_{rz}(f)]. \quad (6)$$

où $P_{rr}(f)$ et $P_{zz}(f)$ sont les DSP de $v_r(t)$ et $v_z(t)$, $P_{rz}(f)$ la DSP croisée entre v_r et v_z , et où $\Re[\cdot]$ et $\Im[\cdot]$ dénotent les parties réelle et imaginaire. Pour l'interprétation de ces paramètres, il est d'usage de normaliser S_1, S_2, S_3 par l'énergie S_0 pour toutes les fréquences où $S_0(f) \neq 0$. On définit ainsi les *paramètres de Stokes normalisés*, à valeurs dans $[-1, 1]$, comme $s_i(f) = S_i(f)/S_0(f), i = 1, \dots, 3$. On peut montrer que, $\forall f$, $s_1(f)^2 + s_2(f)^2 + s_3(f)^2 = 1$ est toujours vérifié pour des signaux déterministes, qui est le cadre de notre étude ici. Les paramètres de Stokes normalisés vivent ainsi sur une sphère, dite de Poincaré, qui confère une description géométrique des différents états de polarisation (linéaire, elliptique et circulaire).

4 Modes normaux polarisés

Expression analytique Pour un mode n fixé, nous établissons à présent le lien entre vitesse particulière définie par (4) et (5) et les paramètres de Stokes définis en (6). Dans le domaine spectral, les composantes du signal bivarié $\mathbf{V}(f, z)$ sont $V_{r_n}(f, z)$ et $V_{z_n}(f, z)$, et en supposant une durée d'acquisition T , on obtient (voir [9] pour les détails) l'expression suivante pour le paramètre *énergétique* $S_0^{(n)}(f, z)$ associé au mode n :

$$S_0^{(n)}(f, z) = \left| \frac{A_n(f)}{2\pi f\rho T} \right|^2 \left[|k_n(f)|^2 \Psi_n(f, z)^2 + \left(\frac{\partial \Psi_n(f, z)}{\partial z} \right)^2 \right], \quad (7)$$

et pour les *Stokes normalisés associés* :

$$s_1^{(n)}(f, z) = \frac{|k_n(f)|^2 \Psi_n(f, z)^2 - \left(\frac{\partial \Psi_n(f, z)}{\partial z} \right)^2}{|k_n|^2 \Psi_n(f, z)^2 + \left(\frac{\partial \Psi_n(f, z)}{\partial z} \right)^2}, \quad (8)$$

$$s_2^{(n)}(f, z) = 2\beta_n(f) \frac{\Psi_n(f, z) \frac{\partial \Psi_n(f, z)}{\partial z}}{|k_n|^2 \Psi_n(f, z)^2 + \left(\frac{\partial \Psi_n(f, z)}{\partial z} \right)^2}, \quad (9)$$

$$s_3^{(n)}(f, z) = -2k_n^{(r)}(f) \frac{\Psi_n(f, z) \frac{\partial \Psi_n(f, z)}{\partial z}}{|k_n|^2 \Psi_n(f, z)^2 + \left(\frac{\partial \Psi_n(f, z)}{\partial z} \right)^2}. \quad (10)$$

Les équations (8)-(10) caractérisent entièrement la polarisation des modes normaux de la vitesse particulière. Les *Stokes normalisés* sont indépendants de la durée d'acquisition T . Ils sont fonctions du nombre d'onde (complexe) $k_n(f)$, de la fonction modale $\Psi_n(f, z)$ et la profondeur du capteur z . Une propriété fondamentale réside dans l'invariance des paramètres de Stokes (8)-(10) à la position de la source : en effet, $s_1^{(n)}, s_2^{(n)}, s_3^{(n)}$ sont tous les trois indépendants de la distance récepteur-émetteur r et de la profondeur de la source z_s . Cette robustesse rend ces nouveaux observables particulièrement attractifs pour l'inversion de paramètres géoacoustiques en acoustique sous-marine.

Une seconde propriété importante réside dans le couplage direct entre polarisation et propriétés d'atténuation du milieu. En effet, à une fréquence f donnée, $\beta_n(f) = 0$ (absence d'atténuation) est équivalent à $s_2^{(n)}(f, z) = 0$. De plus dans ce cas, $k_n = k_n^{(r)}$ et les expressions (6) montrent que $P_{r_n z_n}$ est ainsi purement imaginaire. Cela indique que les composantes spectrales V_{r_n} et V_{z_n} sont en quadrature de phase. En d'autres termes, l'absence d'atténuation est caractérisée par une *polarisation elliptique* des modes, où l'axe principal de l'ellipse est horizontal. Enfin, en présence d'atténuation, $s_2^{(n)}$ est une fonction linéaire de β_n , illustrant à nouveau la bonne sensibilité des observables de Stokes aux paramètres acoustiques du milieu de propagation.

Simulations numériques On se propose ici d'illustrer le comportement des paramètres de Stokes (7)-(10) au travers d'une simulation reproduisant la campagne de mesure SBCEX17 [10] réalisée sur le New England Mud Patch. Une caractéristique

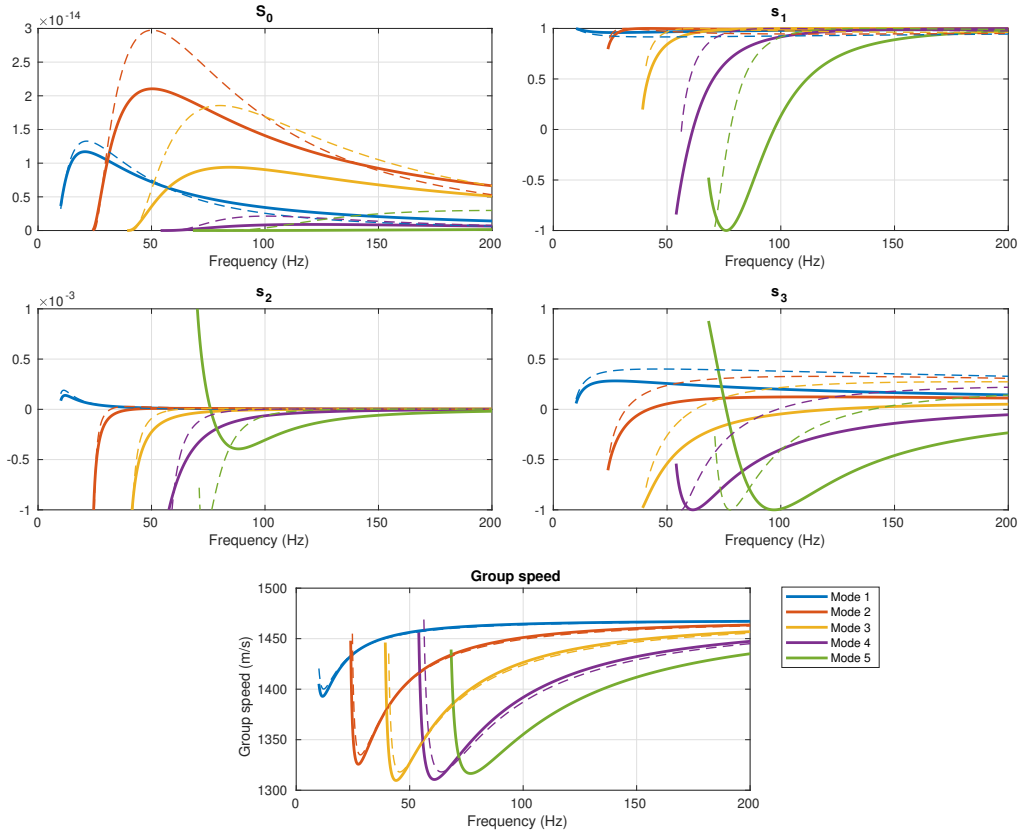


FIGURE 1 – Paramètres de Stokes et vitesse de groupe pour un environnement simulé, constitué soit d’une couche de boue (lignes continues) soit d’une couche de sable (lignes pointillés).

importante de l’environnement est la présence d’une épaisse couche de boue sur le plancher océanique. Une approximation de ce milieu est donnée par le choix de paramètres géoacoustiques suivant :

- colonne d’eau isocélère : hauteur $D = 74.4$ m, célérité $c_w = 1468.3$ m/s ;
- couche de boue : épaisseur $h_{mud} = 11$ m, gradient de célérité $c_{mud}^{TOP} = 1460$ m/s à $c_{mud}^{BOT} = 1550$ m/s, densité constante $\rho_{mud} = 1.6$ et atténuation constante $\alpha_{mud} = 0.05$ dB/ λ)
- plancher semi-infini : célérité $c_b = 1800$ m/s, densité $\rho_b = 2$ et atténuation $\alpha_b = 0.1$ dB/ λ .
- profondeur capteur $z_r = 72.2$ m.

La figure 1 (lignes continues) présente les paramètres de Stokes s_0, s_1, s_2, s_3 correspondant au 5 premiers modes du milieu simulé pour les fréquences allant de 0 à 200 Hz. Tout d’abord, on observe une dépendance des paramètres de Stokes en fonction du mode et de la fréquence, caractéristique de la dispersion modale du milieu. Par ailleurs, on note la très faible valeur relative de s_2 comparée à s_1 et s_3 : ceci s’explique par le fait que $s_2(f) \propto \beta_n(f)$, typiquement un nombre très petit.

La figure 1 (lignes pointillées) présente également les paramètres obtenus pour un environnement où la couche de boue est remplacée par du sable, avec $c_{mud}^{TOP} = c_{mud}^{BOT} = 1600$ m/s.

De manière remarquable, on constate une forte différence avec l’environnement précédent – en particulier sur s_3 , illustrant ainsi la sensibilité des paramètres de Stokes à une variation des paramètres géo-acoustiques. À titre de comparaison, on représente également la vitesse de groupe, un observable classiquement utilisé pour l’estimation des paramètres géo-acoustiques [11, 12]. La plus grande sensibilité des Stokes à une variation de l’environnement offre d’excellentes perspectives pour l’estimation des paramètres géo-acoustiques.

5 Inversion géo-acoustique et discussion

Cette dernière section présente une étude de la sensibilité des observables de polarisation (7)–(10) pour l’estimation des paramètres géo-acoustiques du milieu. On exclut toutefois s_2 en faisant l’hypothèse que l’atténuation est négligeable dans le milieu. Pour se faire, on s’intéresse à la distribution a posteriori des paramètres géo-acoustiques – pris individuellement – en utilisant une approche bayésienne détaillée dans [13]. L’environnement test est celui décrit précédemment. Pour référence, on calcule également les densités a posteriori obtenues pour la vitesse de groupe, un observable classique obtenu à partir de la mesure de pression. L’inférence est réalisée à partir d’observables bruités par un bruit blanc centré, un modèle réaliste lors

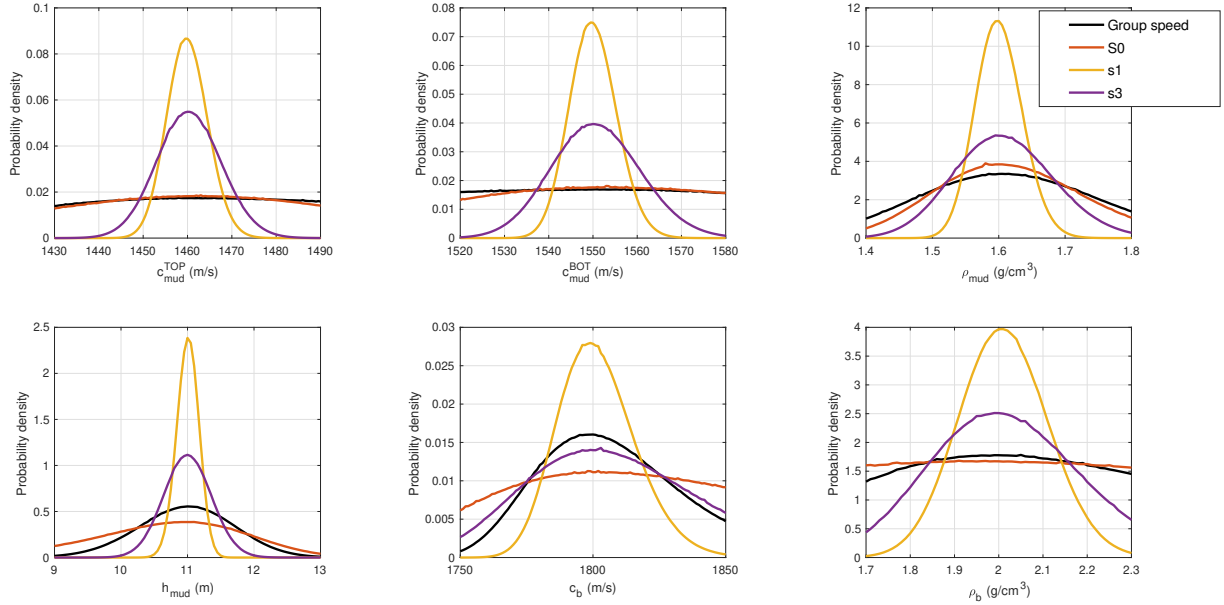


FIGURE 2 – Densité de probabilité a posteriori pour chaque paramètre géo-acoustique – calculé individuellement

de leur estimation par analyse temps-fréquence de la dispersion modale via des techniques de *warping* [14]. L'écart-type du bruit est fixé à 2% de la variation fréquentielle totale de l'observable considérée, contexte envisageable en pratique.

La figure 2 présente les différentes densités a posteriori pour chacun des paramètres géo-acoustiques considérés. Les densités calculées à partir de s_1 et s_3 apparaissent plus concentrées autour de la valeur théorique que celles calculées à partir de S_0 ou de la vitesse de groupe. Autrement dit, les paramètres de polarisation s_1 et s_3 sont significativement plus sensibles à l'environnement comparativement aux observables classiques, basés sur une information purement énergétique (S_0) ou de pression (vitesse de groupe). Ces premiers résultats démontrent l'intérêt de la mesure et de l'exploitation de la vitesse particulière en acoustique sous-marine par l'utilisation d'observables liés à la polarisation.

Références

- [1] F. Jensen, W. Kuperman, M. Porter, and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*, 2nd ed. American Institute of Physics, New York, 2011.
- [2] P. Dahl and D. Dall'Osto, "Vector acoustic analysis of time-separated modal arrivals from explosive sound sources during the 2017 seabed characterization experiment," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2019, DOI : 10.1109/JOE.2019.290250.
- [3] D. R. Dall'Osto, P. H. Dahl, and J. Woong Choi, "Properties of the acoustic intensity vector field in a shallow water waveguide," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 131, no. 3, pp. 2023–2035, 2012.
- [4] G. D'spain, W. Hodgkiss, and G. Edmonds, "Energetics of the deep ocean's infrasonic sound field," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 89, no. 3, pp. 1134–1158, 1991.
- [5] J. Flamant, "A general approach for the analysis and filtering of bivariate signals," Ph.D. dissertation, Thèse de doctorat, Centrale Lille, 2018.
- [6] J. Flamant, N. Le Bihan, and P. Chainais, "Spectral analysis of stationary random bivariate signals," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 65, no. 23, pp. 6135–6145, 2017.
- [7] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*, 6th ed. Pergamon Press, 1980.
- [8] P. J. Schreier and L. L. Scharf, *Statistical signal processing of complex-valued data : the theory of improper and noncircular signals*. Cambridge university press, 2010.
- [9] J. Bonnel, J. Flamant, D. R. Dall'Osto, N. Le Bihan, and P. H. Dahl, "Polarization of ocean acoustic normal modes," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 150, no. 3, pp. 1897–1911, 2021.
- [10] P. S. Wilson, D. P. Knobles, and T. B. Neilsen, "Guest editorial an overview of the seabed characterization experiment," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 45, no. 1, pp. 1–13, 2020.
- [11] G. Potty, J. Miller, J. Lynch, and K. Smith, "Tomographic inversion for sediment parameters in shallow water," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 108, pp. 973–986, 2000.
- [12] J. Bonnel, S. E. Dosso, D. P. Knobles, and P. S. Wilson, "Transdimensional inversion on the new england mud patch using high-order modes," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2021.
- [13] J. Bonnel, D. R. Dall'Osto, and P. H. Dahl, "Geoacoustic inversion using vector acoustic modal dispersion : a sensitivity study," in *OCEANS 2019-Marseille*. IEEE, 2019, pp. 1–5.
- [14] J. Bonnel, A. Thode, D. Wright, and R. Chapman, "Nonlinear time-warping made simple : A step-by-step tutorial on underwater acoustic modal separation with a single hydrophone," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 147, no. 3, pp. 1897–1926, 2020.