

# Approches tensorielles couplées pour la fusion aveugle d’images multispectrale et hyperspectrale

Clémence PRÉVOST<sup>1</sup>, Konstantin USEVICH<sup>1</sup>, Pierre COMON<sup>2</sup>, David BRIE<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>CRAN, Université de Lorraine, CNRS, Vandoeuvre-lès-Nancy, France,

<sup>2</sup>GIPSA-Lab, Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Saint-Martin d’Hères, France

clemence.prevost[a]univ-lorraine.fr, konstantin.usevich[a]univ-lorraine.fr

pierre.comon[a]gipsa-lab.grenoble-inp.fr, david.brie[a]univ-lorraine.fr

**Résumé** – Nous proposons une nouvelle approche pour la super-résolution hyperspectrale, fondée sur l’approximation tensorielle de rang faible d’un modèle de Tucker couplé. Ce papier montre que la reconstruction de l’image de super-résolution est possible pour un panel de rangs multilinéaires. De plus, nous proposons un algorithme fondé sur la SVD, simple et rapide, permettant de résoudre ce problème avec des performances similaires à celles de la littérature, sans connaissance a priori des matrices de dégradation spatiale.

**Abstract** – We propose a novel approach for hyperspectral super-resolution that is based on low-rank tensor approximation for a coupled low-rank multilinear (Tucker) model. We show that the correct recovery holds for a wide range of multilinear ranks. For coupled tensor approximation, we propose an SVD-based algorithm that is simple and fast, but with a performance comparable to that of the state-of-the-art methods, without a priori knowledge of the spatial degradation operators.

## 1 Introduction

La *super-résolution hyperspectrale* (SRH) [15] consiste à fusionner une image multispectrale (IMS), ayant une bonne résolution spatiale mais peu de bandes spectrales, et une image hyperspectrale (IHS), dont la résolution spatiale est inférieure à celle de l’IMS. Le but de cette méthode est d’estimer une *image à super-résolution* (ISR), possédant une bonne résolution à la fois dans le domaine spatial et spectral. Ce problème est étroitement relié au *pansharpening hyperspectral* [7, 2], où l’ISH est fusionnée avec une image panchromatique.

Plusieurs méthodes ont été développées pour résoudre ce problème : entre autres, CNMF [16], HySure [10], FUMI [14], et des méthodes basées sur la résolution d’équations de Sylvester [13]. Découlant du modèle de mélange linéaire, communément adopté pour le démélange d’images hyperspectrales, la plupart de ces méthodes sont basées sur une approche matricielle et sur une approximation couplée de rang faible des deux images. Des méthodes analytiques basées sur la décomposition tensorielle [5, 9] ont récemment été proposées, et requièrent une connaissance précise de la dégradation à l’oeuvre.

Dans la réalité, les opérateurs de dégradation liant l’ISR aux images à basse résolution sont inconnus : à cet effet, une méthode de résolution tensorielle est proposée [4], utilisant une approche hybride basée sur la décomposition CP et l’approximation de rang faible. Un algorithme est développé, garantissant des performances compétitives avec celles de l’état de l’art. Les points clés de cette approche sont l’identifiabilité du

modèle ainsi que la séparation des images en blocs indépendants. Cependant, elle présente plusieurs inconvénients : par exemple, le rang idéal de la décomposition CP, inconnu *a priori*, peut être éloigné du nombre réel de matériaux ; il peut aussi affecter la convergence de l’algorithme.

Dans ce papier, nous proposons une approche similaire à [4], mais fondée sur une approximation multilinéaire (de Tucker) de rang faible couplée. Tout d’abord, un algorithme analytique basé sur la SVD multilinéaire (HOSVD) est proposé. Ensuite, nous montrons que, même si la décomposition de Tucker n’est pas identifiable<sup>1</sup>, l’estimation correcte de l’ISR est possible pour un large panel de rangs, à l’inverse de la factorisation de Tucker usuelle, généralement non-unique. Nos simulations montrent que cet algorithme propose des performances similaires à celles de [4].

Le présent article est organisé comme suit. Dans la Section 2, on rappelle le modèle ISR et l’algorithme SCUBA proposé dans [4]. Dans la Section 3, nous présentons notre modèle fondé sur la décomposition de Tucker ainsi que BSCOTT, un algorithme basé sur la SVD. Dans la Section 4, les résultats d’identifiabilité du modèle couplé sont présentés. La Section 5 contient les simulations. Les preuves et détails omis dans ce papier sont consultables dans sa version longue [8].

**Notation.** Nous adoptons les notations introduites dans [3] et [6] pour la notation. On note  $\boxtimes$  le produit de Kronecker, et  $\odot$  le produit de Khatri-Rao. Le symbole  $\text{vec}\{\cdot\}$  est utilisé pour le dépliement matriciel d’un tenseur par colonnes. L’opérateur  $\bullet_p$  désigne la contraction sur l’indice  $p$  d’un tenseur ; par exem-

\*This work was partially supported by the Agence Nationale de la Recherche under grant OPTIFIN (ANR-14-CE27-0002).

1. C’est la raison pour laquelle le modèle de Tucker a été écarté dans [5] pour la résolution du problème.

ple,  $[\mathcal{A} \bullet_1 M]_{ijk} = \sum_{\ell} \mathcal{A}_{\ell jk} M_{i\ell}$ . Etant donnés un tenseur  $\mathcal{G}$  et des matrices  $U, V, W$ , on utilise la notation abrégée

$$[\mathcal{G}; U, V, W] = \mathcal{G} \bullet_1 U \bullet_2 V \bullet_3 W.$$

Pour des matrices  $A \in \mathbb{R}^{I \times F}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{J \times F}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{K \times F}$ , la décomposition CP est notée

$$[[A, B, C]] = [\mathcal{I}_F; A, B, C]$$

où  $\mathcal{I}_F \in \mathbb{R}^{F \times F \times F}$  est le tenseur diagonal contenant des 1. Le premier dépliement d'un tenseur  $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$  est noté  $\mathbf{Y}^{(1)} \in \mathbb{R}^{JK \times I}$ . Par tSVD $_R(X)$ , on définit la matrice des  $R$  premiers vecteurs singuliers à droite de la matrice  $X$ .

## 2 Modèle de la fusion de données hyperspectrales

### 2.1 Positionnement et modèle

On considère une IMS  $\mathcal{Y}_M \in \mathbb{R}^{I \times J \times K_M}$  et une IHS  $\mathcal{Y}_H \in \mathbb{R}^{I_H \times J_H \times K}$  acquises par des capteurs tels que LANDSAT ou QuickBird. Les images représentent le même objet; ainsi, on peut voir  $\mathcal{Y}_M$  et  $\mathcal{Y}_H$  comme deux versions dégradées d'une même ISR  $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ . La fusion de données hyperspectrales [15] consiste en l'estimation de  $\mathcal{Y}$  à partir de  $\mathcal{Y}_M$  et  $\mathcal{Y}_H$ .

Dans cet article, nous adoptons le modèle suivant, formulé comme une contraction de l'ISR avec des matrices de dégradation :

$$\begin{cases} \mathcal{Y}_M = \mathcal{Y} \bullet_3 P_M + \mathcal{E}_M, \\ \mathcal{Y}_H = \mathcal{Y} \bullet_1 P_1 \bullet_2 P_2 + \mathcal{E}_H, \end{cases} \quad (1)$$

où  $\mathcal{E}_M$  et  $\mathcal{E}_H$  représentent des termes de bruit,  $P_M \in \mathbb{R}^{K_M \times K}$  la matrice de dégradation spectrale (qui opère par sélection et moyennage), ( $K_M < K$ ), et  $P_1 \in \mathbb{R}^{I_H \times I}$ ,  $P_2 \in \mathbb{R}^{J_H \times J}$ , ( $I_H < I$ ,  $J_H < J$ ) les matrices de dégradation spatiale, communément générées à partir du protocole de Wald [12]. Dans la réalité,  $P_1$  et  $P_2$  sont généralement inconnues.

### 2.2 Décomposition CP hybride (SCUBA)

Dans [5],[4], l'ISR est modélisée par un tenseur de rang faible  $\mathcal{Y} = [[A, B, C]]$ , où  $A \in \mathbb{R}^{I \times F}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{J \times F}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{K \times F}$  sont les facteurs de la décomposition CP et  $F$  le rang du tenseur. Dans ce cas, on peut écrire le problème SRH comme un problème d'approximation CP couplé :

$$\underset{\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}}{\text{minimiser}} f_{CP}(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}), \quad (2)$$

avec  $f_{CP}(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}) =$

$$\|\mathcal{Y}_H - [[\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}]]\|_F^2 + \lambda \|\mathcal{Y}_M - [[\hat{A}, \hat{B}, P_M \hat{C}]]\|_F^2,$$

avec  $\hat{A} = P_1 A \in \mathbb{R}^{I_H \times F}$  et  $\hat{B} = P_2 B \in \mathbb{R}^{J_H \times F}$ . Dans le cas non bruité  $\mathcal{E}_H, \mathcal{E}_M = \mathbf{0}$ , le modèle est (généralement) identifiable si  $F \leq \min\{2^{\lfloor \log_2(K_M J) \rfloor - 2}, I_H J_H\}$ ; nous renvoyons à [5] pour une preuve détaillée.

Afin de résoudre (2), l'algorithme SCUBA (Super-Resolution Cube Algorithm) est proposé dans [4]. SCUBA sépare  $\mathcal{Y}_M$  et

$\mathcal{Y}_H$  en  $L$  blocs indépendants. Pour chaque bloc  $l$ , les matrices  $\hat{A}_{(l)}, \hat{B}_{(l)}$  sont évaluées par décomposition CP de  $\mathcal{Y}_M$  et  $\hat{C}_{(l)}$  est obtenue par résolution d'un système déterminé basé sur la SVD de  $\mathbf{Y}_H^{(3)}$ , sous la contrainte  $R_3 \leq K_M$ . Le traitement par blocs rend cette contrainte peu restrictive, puisque chaque bloc contient généralement un faible nombre de matériaux. Ainsi, le choix de  $R_3$  peut être proche du nombre réel de matériaux contenus dans chaque bloc. Les détails de l'algorithme figurent dans [4].

## 3 Fusion de données par décomposition de Tucker

### 3.1 Problème d'approximation et modèle

Dans ce papier, nous proposons une alternative à SCUBA utilisant un modèle basé exclusivement sur la décomposition de Tucker. Soit  $R = (R_1, R_2, R_3)$  le rang multilinéaire de l'ISR $^2$ , et soient  $\mathcal{Y} = [[\mathcal{G}; U, V, W]]$  sa décomposition de Tucker,  $U \in \mathbb{R}^{I \times R_1}$ ,  $V \in \mathbb{R}^{J \times R_2}$  et  $W \in \mathbb{R}^{K \times R_3}$  les facteurs de la décomposition et  $\mathcal{G} \in \mathbb{R}^{R_1 \times R_2 \times R_3}$  le tenseur-coeur.

Ainsi, l'Equation (1) devient

$$\begin{cases} \mathcal{Y}_M = [[\mathcal{G}; U, V, P_M W]] + \mathcal{E}_M, \\ \mathcal{Y}_H = [[\mathcal{G}; \tilde{U}, \tilde{V}, W]] + \mathcal{E}_H, \end{cases}$$

avec  $\tilde{U} = P_1 U \in \mathbb{R}^{I_H \times R_1}$  et  $\tilde{V} = P_2 V \in \mathbb{R}^{J_H \times R_2}$ .

La formulation du problème devient donc

$$\underset{\hat{\mathcal{G}}, \hat{U}, \hat{V}, \hat{W}}{\text{minimiser}} f_T(\hat{\mathcal{G}}, \hat{U}, \hat{V}, \hat{W}), \quad \text{avec} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} f_T(\hat{U}, \hat{V}, \hat{W}, \hat{\mathcal{G}}) = & \|\mathcal{Y}_H - [[\hat{\mathcal{G}}; \hat{U}, \hat{V}, \hat{W}]]\|_F^2 \\ & + \lambda \|\mathcal{Y}_M - [[\hat{\mathcal{G}}; \hat{U}, \hat{V}, P_M \hat{W}]]\|_F^2. \end{aligned} \quad (4)$$

### 3.2 Algorithme basé sur la SVD

Il est possible de trouver une solution sous-optimale au problème (3) par une approche basée sur la HOSVD. Pour ce faire, l'Algorithme 1 présente BSCOTT (Blind Superresolution based on COupled Tucker Tensor approximation), qui effectue une approximation de rang faible de l'ISR.

La complexité de l'Algorithme 1 est

$$O(\min(R_1, R_2) I J K_M + R_3 I_H J_H K);$$

l'étape 2, réalisant la SVD, est la plus coûteuse.

## 4 Identifiabilité

Dans cette partie, on établit un résultat d'unicité pour la reconstruction de l'ISR dans le cadre d'un modèle de Tucker couplé.

2. Contrairement à la décomposition CP, les rangs  $R_1, R_2, R_3$  ne sont pas forcément égaux.

**input :**  $\mathcal{Y}_M \in \mathbb{R}^{I \times J \times K_M}$ ,  $\mathcal{Y}_H \in \mathbb{R}^{I_H \times J_H \times K}$ ,  
 $(R_1, R_2, R_3)$ ,  $\mathbf{P}_M$

**output:**  $\hat{\mathcal{Y}} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$

Séparer  $\mathcal{Y}_H$  et  $\mathcal{Y}_M$  en  $L$  blocs indépendants selon les dimensions spatiales.

**for**  $l=1 : L$  **do**

1.  $[\hat{\mathcal{G}}_{(l)}; \hat{\mathbf{U}}_{(l)}, \hat{\mathbf{V}}_{(l)}, \hat{\mathbf{W}}_{(l)}] \stackrel{\text{HOSVD}}{\approx} \mathcal{Y}_{M(l)}$
2.  $\mathbf{Z}_{(l)} \leftarrow \text{tSVD}_{R_3}(\mathbf{Y}_H^{(3)})_{(l)}$
3.  $\hat{\mathbf{W}}_{(l)} \leftarrow \mathbf{Z}_{(l)}(\mathbf{P}_M \mathbf{Z}_{(l)})^\dagger \hat{\mathbf{W}}_{(l)}$
4.  $\hat{\mathcal{Y}}_{(l)} = [\hat{\mathcal{G}}_{(l)}; \hat{\mathbf{U}}_{(l)}, \hat{\mathbf{V}}_{(l)}, \hat{\mathbf{W}}_{(l)}]$ .

**end**

**Algorithm 1:** BSCOTT

**Théorème 4.1.** Soient  $\mathbf{P}_1 \in \mathbb{R}^{I_H \times I}$ ,  $\mathbf{P}_2 \in \mathbb{R}^{J_H \times J}$ , and  $\mathbf{P}_M \in \mathbb{R}^{K_M \times K}$  des matrices fixées de rang plein. Soit

$$\mathcal{Y} = [\mathcal{G}; \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}], \quad (5)$$

avec  $\mathcal{G} \in \mathbb{R}^{R_1 \times R_2 \times R_3}$ ,  $R_1 \leq I$ ,  $R_2 \leq J$ ,  $R_3 \leq K$ , et  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{I \times R_1}$ ,  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{J \times R_2}$ ,  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{K \times R_3}$  des matrices à coefficients aléatoires, distribués selon une loi absolument continue. On suppose que  $\mathcal{E}_M, \mathcal{E}_H = \mathbf{0}$  dans (1).

1. Si  $R_3 \leq K_M$  ou  $(R_1, R_2) \leq (I_H, J_H)$  et

$$\begin{cases} R_1 \leq \min(R_3, K_M)R_2, \\ R_2 \leq \min(R_3, K_M)R_1 \\ R_3 \leq \min(R_1, I_H) \min(R_2, J_H), \end{cases} \quad (6)$$

alors il existe avec une probabilité de 1 un unique tenseur  $\hat{\mathcal{Y}}$  tel que  $\hat{\mathcal{Y}}_M = \mathcal{Y}_M$  et  $\hat{\mathcal{Y}}_H = \mathcal{Y}_H$ .

2. Si  $R_3 > K_M$  et  $(R_1 > I_H$  ou  $R_2 > J_H)$ , alors la reconstruction est non-unique, i.e. il existe un ensemble continu de  $\hat{\mathcal{Y}}$  tels que  $\hat{\mathcal{Y}}_M = \mathcal{Y}_M$  et  $\hat{\mathcal{Y}}_H = \mathcal{Y}_H$ .

La preuve du Théorème 4.1 est fournie dans [8]. La Figure 1 illustre le Théorème 4.1 dans le cas où  $I = J$ ,  $I_H = J_H$  et  $R_1 = R_2$ . Ici, l'espace des paramètres  $(R_1, R_3)$  est séparé en deux régions : une zone identifiable et une zone non-identifiable. La partie hachurée correspond à un jeu de paramètres pour lesquels la condition (6) n'est pas satisfaite.

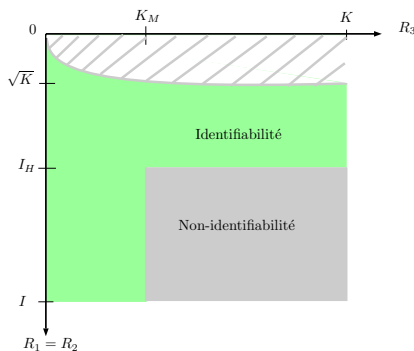


FIGURE 1 – Identifiabilité en fonction de  $R_1$  et  $R_3$

Dans [8], deux observations sont formulées : tout d'abord, on montre que la reconstruction de l'ISR peut être vue comme

un cas particulier de la complétion de tenseurs. Dans notre cas, la contrainte supplémentaire  $R_3 \leq K_M$  vient s'ajouter afin que le système à l'étape 3 de l'Algorithme 1 soit déterminé.

## 5 Simulations

Toutes les simulations ont été réalisées sur un MacBook Pro avec un processeur Intel Core i5 2.4 GHz et 16GB de RAM. Les opérations basiques sur les tenseurs ont été réalisées à l'aide de TensorLab 3.0 [11]. Les résultats sont reproductibles et les codes MATLAB disponibles en ligne à l'adresse suivante :

[https://github.com/cprevost4/HSR\\_Tucker](https://github.com/cprevost4/HSR_Tucker).

Afin d'analyser les performances de notre algorithme, différentes métriques tirées de [2] sont considérées, avec en particulier le Rapport signal-à-bruit de reconstruction (R-SNR), visant à évaluer la qualité de l'ISR reconstruite  $\hat{\mathcal{Y}}$ .

$$\text{R-SNR} = 10 \log_{10} \left( \frac{\|\mathcal{Y}\|_F^2}{\|\hat{\mathcal{Y}} - \mathcal{Y}\|_F^2} \right).$$

On considère différents jeux de données semi-réels, disponibles en ligne à l'adresse [1]. Pour chaque jeu de données considéré, l'IHS est générée en suivant le protocole de Wald [12] et l'IMS est construite selon les spécifications des capteurs.

La première ISR considérée est une image de l'université de Pavia. L'IMS est générée à partir des spécifications QuickBird et la résolution spatiale de l'IHS est 4 fois inférieure à celle de l'ISR : ainsi,  $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{608 \times 366 \times 103}$ ,  $\mathcal{Y}_H \in \mathbb{R}^{152 \times 84 \times 103}$  et  $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{608 \times 366 \times 4}$ . On compare les performances de SCUBA et BSCOTT pour différents nombres de blocs (resp. 16 et 64) et différents rangs. Pour HySure, on considère le nombre de matériaux  $E = 9$ . Les résultats sont présentés dans le Tableau 1 :

Algorithme	R-SNR	CC	SAM	ERGAS	time
SCUBA [4, 4], [120, 3]	25.66	0.99	3.24	1.97	20.07
BSCOTT [4, 4], [152, 84, 3]	26.4	0.99	2.97	1.83	0.68
SCUBA [8, 8], [120, 3]	26.47	0.99	2.94	1.81	53.59
BSCOTT [8, 8], [76, 42, 3]	26.5	0.99	2.93	1.81	0.64
HySure	23.45	0.99	3.55	2.27	104.9

TABLE 1 – Métriques pour « Université de Pavia »

Le second jeu de données considéré, appelé Cuprite, utilise les spécifications LANDSAT pour l'IMS et la même résolution spatiale pour l'IHS que dans le cas précédent. Ici, le nombre de matériaux utilisé pour HySure est  $E = 10$ . Les résultats sont présentés dans le Tableau 2. Sur les Figures 2 et 3, on compare visuellement la qualité de la reconstruction pour différents algorithmes.

Dans la version longue du papier [8], on montre que BSCOTT permet également une bonne estimation de l'ISR dans le cadre du pansharpening hyperspectral, contrairement aux algorithmes basés sur la décomposition CP, qui requièrent a minima deux bandes spectrales dans l'IMS.

Algorithme	R-SNR	CC	SAM	ERGAS	time
SCUBA [4, 4], [45, 3]	31.69	0.97	1.12	6.6	11.88
BSCOTT [4, 4], [45, 45, 3]	31.9	0.97	1.08	6.6	0.78
SCUBA [8, 8], [45, 3]	34.64	0.99	0.92	6.22	34.93
BSCOTT [8, 8], [45, 45, 3]	34.65	0.99	0.91	6.23	1.27
HySure	32.25	0.98	1.1	7.67	241.94

TABLE 2 – Métriques pour « Cuprite »

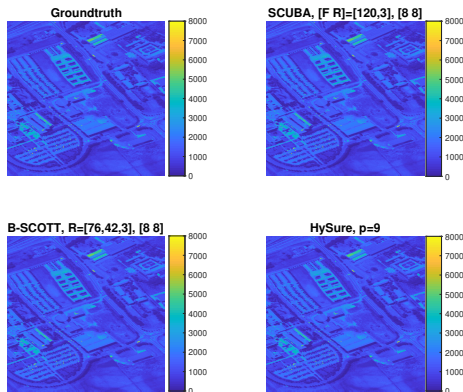


FIGURE 2 – Université de Pavia, bande spectrale 44

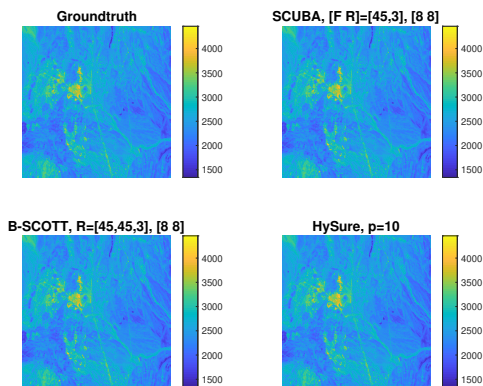


FIGURE 3 – Cuprite, bande spectrale 44

## 6 Conclusion

Dans ce papier, nous avons montré que notre algorithme, basé sur la décomposition de Tucker, présente des performances similaires à celles de l'état de l'art dans le cas où les opérateurs de dégradation spatiale sont inconnus. En particulier, BSCOTT permet une estimation plus rapide de l'ISR pour un large panel de rangs satisfaisant les conditions d'identifiabilité.

## Références

[1] Grupo de inteligencia computacional (gic). [http://www.ehu.es/ccwintco/index.php/Hyperspectral\\_Remote\\_Sensing\\_Scenes](http://www.ehu.es/ccwintco/index.php/Hyperspectral_Remote_Sensing_Scenes). accessed : 2018-10-23.

[2] B. AIAZZI, L. ALPARONE, S. BARONTI, A. GARZELLI, M. SELVA et C. CHEN : 25 years of pansharpening : a critical review and new developments. *Signal and Image Processing for Remote Sensing*, pages 533–548, 2011.

[3] P. COMON : Tensors : A brief introduction. *IEEE Signal Processing Magazine*, 31(3):44–53, 2014.

[4] C. I. KANATSOULIS, X. FU, N. D. SIDIROPOULOS et W. MA : Hyperspectral super-resolution : Combining low rank tensor and matrix structure. In *2018 25th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages 3318–3322, Oct 2018.

[5] C. I. KANATSOULIS, X. FU, N. D. SIDIROPOULOS et W.-K. MA : Hyperspectral super-resolution : A coupled tensor factorization approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 66(24):6503–6517, 2018.

[6] Tamara G. KOLDA et Brett W. BADER : Tensor decompositions and applications. *SIAM Review*, 51(3):455–500, 2009.

[7] L. LONCAN, L. B. de ALMEIDA, J. M. BIOUSCAS-DIAS, X. BRIOTTET, J. CHANUSSOT, N. DOBIGEON, S. FABRE, W. LIAO, G. A. LICCIARDI, M. SIMOES, J. TOURNERET, M. A. VEGANZONES, G. VIVONE, Q. WEI et N. YOKOYA : Hyperspectral pansharpening : A review. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 3(3):27–46, 2015.

[8] C. PRÉVOST, K. USEVICH, P. COMON et D. BRIE : Hyperspectral Super-Resolution with Coupled Tucker Approximation : Identifiability and SVD-based algorithms. Rapport technique, 2018. available from <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01911969>.

[9] C. PRÉVOST, K. USEVICH, P. COMON et D. BRIE : Coupled tensor low-rank multilinear approximation for hyperspectral super-resolution. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 2019. available from <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02025385>.

[10] M. SIMOËS, J. BIOUSCAS-DIAS, L. B. ALMEIDA et J. CHANUSSOT : A convex formulation for hyperspectral image superresolution via subspace-based regularization. *IEEE Geoscience and Remote Sensing*, 53(6):3373–3388, 2015.

[11] N. VERVLIEET, O. DEBALS, L. SORBER, M. VAN BAREL et L. DE LATHAUWER : Tensorlab 3.0, Mar. 2016. Available online.

[12] L. WALD, T. RANCHIN et M. MANGOLINI : Fusion of satellite images of different spatial resolutions : Assessing the quality of resulting images. *Photogrammetric engineering and remote sensing*, 63(6):691–699, 1997.

[13] Q. WEI, J. BIOUSCAS-DIAS, N. DOBIGEON et J.-Y. TOURNERET : Hyperspectral and multispectral image fusion based on a sparse representation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 53(7):3658–3668, 2015.

[14] Q. WEI, J. BIOUSCAS-DIAS, N. DOBIGEON et J.-Y. TOURNERET : Multiband image fusion based on spectral unmixing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 54(12):7236–7249, 2016.

[15] N. YOKOYA, C. GROHNFELDT et J. CHANUSSOT : Hyperspectral and multispectral data fusion : A comparative review of the recent literature. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 5(2):29–56, 2017.

[16] N. YOKOYA, T. YAIRI et A. IWASAKI : Coupled nonnegative matrix factorization unmixing for hyperspectral and multispectral data fusion. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 50(2):528–537, 2012.