

# Traitement d'antenne adaptatif robuste appliqué à l'imagerie passive de la cavitation

Maxime POLICHETTI<sup>1,2</sup>, François VARRAY<sup>1</sup>, Bruno GILLES<sup>2</sup>, Jean-Christophe BÉRA<sup>2</sup>, Barbara NICOLAS<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Univ Lyon, INSA-Lyon, UCBL, UJM-Saint-Etienne, CNRS, Inserm, CREATIS UMR 5220, U1206, Lyon, France

<sup>2</sup>Université de Lyon, Inserm U1032, LabTau, Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon, France

maxime.polichetti@univ-lyon1.fr

**Résumé** – L'imagerie ultrasonore passive de la cavitation est essentielle pour le contrôle de la thérapie ultrasonore. La méthode de reconstruction d'image conventionnelle souffre d'une mauvaise résolution ne localisant pas toujours précisément les bulles de cavitation. De plus, elle opère dans le domaine temporel : l'analyse fréquentielle des signaux reçus est limitée, pourtant très utile à l'identification des différents régimes de cavitation. Afin de pallier ces limitations, la méthode adaptative robuste de Capon dans le domaine de Fourier est adaptée à l'imagerie passive de la cavitation. La méthode est évaluée en simulation sur des modèles de cavitation stable et inertielle.

**Abstract** – The passive acoustic imaging of cavitation is essential for the control of the ultrasound therapy. The conventional image reconstruction method suffers from a poor resolution which hinders the precise localization of the cavitation bubbles. Moreover, since it operates in the time domain, it does not allow the frequency analysis of the received signals, yet required for the identification of the cavitation regimes. To overcome these limitations, the robust adaptive Capon's method in the Fourier domain is adapted to passive cavitation imaging. The method is evaluated in simulation on stable and inertial cavitation models.

## 1 Introduction

Une partie des ultrasons thérapeutiques reposent sur un phénomène physique complexe : la cavitation ultrasonore [1]. Elle correspond à la formation, l'oscillation et l'implosion de bulles de gaz dans un liquide soumis à des variations de pression provoquées par des ultrasons focalisés de forte intensité. En fonction des conditions d'excitation, différents effets sont induits : l'oscillation des bulles provoque l'échauffement des tissus et des effets mécaniques modérés (cavitation stable), tandis que l'implosion des bulles induit des dommages mécaniques destructifs (cavitation inertielle). La dynamique de ces bulles est complexe, non linéaire et aléatoire : il peut en apparaître hors du foyer théorique de l'instrument, au cours de la thérapie. Ainsi, la localisation spatio-temporelle des bulles de cavitation est essentielle pour surveiller la région effectivement traitée.

Afin de localiser la cavitation, une sonde d'imagerie ultrasonore composée d'éléments piézoélectriques est utilisée pour recevoir passivement les signaux acoustiques provenant de bulles de cavitation. Ces derniers sont traités via des algorithmes de traitement d'antenne pour fournir des cartographies en temps réel de l'activité de cavitation.

La première méthode pour l'imagerie passive de la cavitation proposée par Gyongy *et al.* [2] est le Passive Acoustic Mapping (PAM). En chaque point de l'image, elle focalise et intègre au cours du temps les signaux reçus. Ainsi, une cartographie de la puissance acoustique émise par le milieu est obtenue. Toutefois, le PAM fait face à trois limites : 1) il dispose d'une très faible résolution qui ne localise pas toujours préci-

sément la cavitation, 2) il ne différencie pas la cavitation stable de l'inertielle, et 3) la focalisation des signaux dans le domaine temporel est très lourde en temps de calcul. Dès lors, plusieurs variantes du PAM ont été proposées.

D'une part, pour améliorer la qualité des cartographies de la cavitation, des méthodes adaptatives ont été utilisées. Ces algorithmes consistent à combiner de manière non linéaire les signaux ultrasonores [3, 4]. La méthode robuste de Capon (Robust Capon Beamforming : RCB [5]) a été adaptée à l'imagerie de la cavitation [6]. Elle fournit une meilleure résolution et une meilleure suppression des lobes secondaires que l'approche conventionnelle, tout en étant robuste aux erreurs de modèle. En revanche, cette approche opère dans le domaine temporel, ce qui la rend très lourde en temps de calcul.

D'autre part, des variantes du PAM ont été proposées dans le domaine de Fourier [7]. Elles facilitent l'analyse fréquentielle des données afin de distinguer les différents types de cavitation : l'oscillation des bulles de cavitation stable génère plutôt des signaux acoustiques harmoniques à bande étroite, tandis que l'implosion des bulles de cavitation inertielle créent un bruit large bande. Ces approches s'affranchissent de la conception de filtre fréquentiel [8, 9]. De plus, la focalisation des signaux revient à un simple décalage de phase réduisant considérablement le temps de calcul [10].

Dans ce papier, nous proposons d'adapter au cas de l'imagerie passive de la cavitation, la méthode adaptative robuste de Capon dans le domaine de Fourier. Nous comparons en simulation deux méthodes dans le Domaine de Fourier (FD) : une

approche non-adaptative (FD-PAM) et une approche adaptative (FD-RCB). Les avantages de l'approche fréquentielle ayant déjà été démontrés [7, 10], nous nous attachons dans ce papier à montrer que l'approche adaptative FD-RCB fournit une meilleure localisation que la méthode non-adaptative FD-PAM.

Le papier est organisé comme suit : la deuxième section présente la méthodologie pour les algorithmes de reconstruction, la troisième décrit les simulations réalisées, la quatrième expose et discute les résultats, la dernière conclut l'étude.

## 2 Méthodologie

Les notations et la méthodologie relatives à l'imagerie passive de la cavitation sont introduites. Elles s'appliquent dans le domaine de Fourier, dans le cas de sources large bande. Elles sont dérivées des méthodes d'estimation d'angle d'arrivée décrites par Li et Stoica dans le domaine temporel pour des sources bande étroite [5, 11]. L'adaptation du domaine temporel au domaine fréquentiel a déjà été proposée dans le contexte d'estimation d'angle d'arrivée en aéro-acoustique [12].

### 2.1 Contexte et objectif du filtrage spatial

Une source située en  $\vec{r}_0$  émet un signal  $s(t)$  réel, large bande, centré, et stationnaire. Ce signal est reçu passivement par une sonde linéaire uniforme de  $N$  capteurs, où  $n$  est l'indice du capteur ( $n = 1 \dots N$ ). Le vecteur colonne  $\mathbf{y}(\vec{r}_0, t)$  contient ces  $N$  observations, tel que :

$$\mathbf{y}(\vec{r}_0, t) = [s(t - \tau_1(\vec{r}_0)) \dots s(t - \tau_N(\vec{r}_0))]^T + \mathbf{b}(t), \quad (1)$$

avec  $(.)^T$  l'opérateur de transposition,  $\mathbf{b}(t)$  le bruit de chaque capteur (supposé centré et décorréolé spatialement) et  $\tau_n(\vec{r}_0)$  le temps de vol de l'onde depuis la position  $\vec{r}_0$  jusqu'à chaque capteur situé en  $\vec{r}_n = [x = x_n; z = 0]$ .  $x$  est l'axe latéral (parallèle à la sonde linéaire) et  $z$  l'axe de profondeur.

Dans le domaine de Fourier, pour une fréquence donnée  $f$ , le vecteur d'observation s'exprime comme suit :

$$\mathbf{Y}(\vec{r}_0, f) = S(f) \cdot \mathbf{a}(\vec{r}_0, f) + \mathbf{B}(f), \quad (2)$$

avec  $\mathbf{a}(\vec{r}_0, f) = [e^{-i2\pi f \tau_1(\vec{r}_0)} \dots e^{-i2\pi f \tau_N(\vec{r}_0)}]^T$  le vecteur de propagation,  $S(f)$  la transformée de Fourier de  $s(t)$ , et  $\mathbf{B}(f)$  la transformée de Fourier de  $\mathbf{b}(t)$ .

Les filtres spatiaux FD-PAM et FD-RCB consistent à appliquer  $N$  coefficients complexes contenus dans le vecteur ligne  $\mathbf{h}^*(\vec{r}, f)$  aux  $N$  observations de  $\mathbf{Y}(\vec{r}_0, f)$  pour 1) compenser le déphasage induit par  $\mathbf{a}(\vec{r}_0, f)$  sur les signaux reçus, et 2) en faire la somme pondérée. L'estimée de la puissance émise en  $\vec{r}$  à la fréquence  $f$ , notée  $\hat{P}(\vec{r}, f)$ , est :

$$\hat{P}(\vec{r}, f) = E \langle |\mathbf{h}^*(\vec{r}, f) \mathbf{Y}(\vec{r}_0, f)|^2 \rangle \quad (3)$$

avec  $(.)^*$  l'opérateur de transposée conjuguée. Ici, l'estimation de puissance est calculée à une fréquence donnée. Il est possible d'intégrer  $\hat{P}(\vec{r}, f)$  sur la bande de fréquence de la source acoustique considérée pour en estimer la puissance totale [7].

L'équation (3) se réécrit sous la forme :

$$\hat{P}(\vec{r}, f) = \mathbf{h}^*(\vec{r}, f) \mathbf{R}(\vec{r}_0, f) \mathbf{h}(\vec{r}, f), \quad (4)$$

avec  $\mathbf{R}(\vec{r}_0, f) = E \langle \mathbf{Y}(\vec{r}_0, f) \mathbf{Y}^*(\vec{r}_0, f) \rangle$  la matrice interspectrale, décrivant la corrélation spatiale à la fréquence  $f$ .

A noter que la différence entre FD-PAM et FD-RCB est le vecteur de pointage  $\mathbf{h}(\vec{r}, f)$ . La suite présente l'estimation de  $\mathbf{R}(\vec{r}_0, f)$  (§ 2.2), puis de la puissance pour la méthode FD-PAM (§ 2.3.1), et pour la méthode FD-RCB (§ 2.3.2).

### 2.2 Estimation de la matrice interspectrale

Afin d'obtenir une estimation robuste de  $\mathbf{R}(\vec{r}_0, f)$ , les signaux reçus  $\mathbf{y}(\vec{r}_0, t)$  sont supposés issus d'un processus ergodique et stationnaire au second ordre.  $\mathbf{y}(\vec{r}_0, t)$  est découpé en  $K$  signaux contigus, de même durée  $T_{snap}$ , notés  $\mathbf{y}_k(\vec{r}_0, t)$  pour créer artificiellement  $K$  réalisations. Ensuite la transformée de Fourier est appliquée à chacune de ces réalisations pour obtenir  $\mathbf{Y}_k(\vec{r}_0, f)$ . Ainsi, l'estimation de la matrice interspectrale est :

$$\hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f) = \sum_{k=1}^K \mathbf{Y}_k(\vec{r}_0, f) \mathbf{Y}_k^*(\vec{r}_0, f). \quad (5)$$

Afin d'encore augmenter artificiellement le nombre de réalisations  $K$ , un recouvrement  $p_{ov}$  des  $\mathbf{y}_k(\vec{r}_0, t)$  est introduit. Il est exprimé en pourcentage de  $T_{snap}$ .

La méthodologie proposée ici est une adaptation de celle de Li et Stoica [5, 11]. L'estimation de la matrice de corrélation spatiale diffère en deux points. Pour Li et Stoica, 1) elle est obtenue à partir des signaux temporels analytiques (démodulés à la fréquence d'oscillation des ondes reçues, supposés à bande étroite), et 2) chaque instant d'échantillonnage est une réalisation pour estimer la matrice de corrélation spatiale.

### 2.3 Méthodes d'estimation de puissance

L'estimation de puissance de l'équation (4) utilise le même  $\hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f)$  pour les méthodes FD-PAM et FD-RCB : seul le calcul des coefficients du vecteurs de pointage  $\mathbf{h}(\vec{r}, f)$  diffère.

#### 2.3.1 Méthode non-adaptative FD-PAM

Pour la méthode non-adaptative FD-PAM, la construction du vecteur de pointage  $\mathbf{h}(\vec{r}, f)$  ne dépend pas des données reçues. La formulation du problème et l'obtention de sa solution analytique sont rigoureusement décrites en [11] dans le contexte d'estimation d'angle d'arrivée, et ne sont pas détaillées ici. En adaptant cette approche au problème d'imagerie passive de la cavitation, la carte de puissance estimée en chaque position, est donnée par :

$$\hat{P}_{FD-PAM}(\vec{r}, f) = \frac{\mathbf{a}^*(\vec{r}, f) \hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f) \mathbf{a}(\vec{r}, f)}{N^2} \quad (6)$$

Le cas où  $K = 1$  (*i.e.*  $T_{snap}$  est égal à la durée totale d'acquisition  $T_{rec}$ ) correspond à l'approche de Haworth *et al.* [7]. La méthode FD-PAM proposée dans ce papier, fournit une estimation plus robuste de la matrice interspectrale, et diminue la variance de l'estimateur de puissance.

#### 2.3.2 Méthode adaptative FD-RCB

Pour la méthode adaptative FD-RCB, la construction du vecteur de pointage  $\mathbf{h}(\vec{r}, f)$  est issue d'un problème de minimisation sous contrainte, qui dépend des données reçues. C'est une

version robuste de la méthode à minimum de variance de Capon qui offre de très bonnes performances en résolution, mais qui est très sensible aux erreurs de modèle. La formulation du problème et sa solution analytique, pour la méthode RCB, sont rigoureusement décrites en [5], et ne sont pas détaillées ici. L'estimateur de puissance du FD-RCB est donné par :

$$\hat{P}_{FD-RCB}(\vec{r}, f) = \frac{1}{\mathbf{a}^*(\vec{r}, f) \mathbf{U} \mathbf{V} (\lambda^{-2} \mathbf{I} + 2\lambda^{-1} \mathbf{V} + \mathbf{V}^2)^{-1} \mathbf{a}(\vec{r}, f)} \quad (7)$$

avec  $\mathbf{V}$  et  $\mathbf{U}$  les matrices des valeurs propres et des vecteurs propres de  $\hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f)$ , telles que :  $\hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f) = \mathbf{U} \mathbf{V} \mathbf{U}^*$ , et  $\lambda$  un paramètre optimal qui s'obtient par une méthode numérique de type Newton-Raphson. Il dépend d'un paramètre  $\epsilon$  à régler qui réalise le compromis entre la robustesse et la performance du FD-RCB.  $\epsilon$  ajuste la tolérance aux erreurs de modèle [5].

A noter que la méthode FD-RCB implique l'inversion de la matrice  $\hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f)$ . En pratique, l'inversibilité est assurée si  $K > N$  et si la matrice de covariance du bruit est définie positive [11]. Il est donc nécessaire d'introduire une estimation robuste de la matrice  $\hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f)$  (comme vu en 2.2). Une estimation de  $\hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f)$  à partir d'une seule réalisation ( $K = 1$ ) [7] n'est donc pas envisageable pour le RCB.

### 3 Paramètres de simulation et modèles

La simulation comprend une sonde linéaire uniforme de  $N = 128$  capteurs, espacés de  $298 \mu\text{m}$ , de bande passante à  $-6 \text{ dB}$  de  $[3, 5 - 7, 5] \text{ MHz}$ . Les acquisitions durent  $T_{rec} = 500 \mu\text{s}$  échantillonnées à  $f_s = 50 \text{ MHz}$ .

La configuration A simule deux bulles de cavitation (considérées comme ponctuelles) : une de type stable en  $\vec{r}_s = [-5; 48] \text{ mm}$  et une de type inertielle en  $\vec{r}_i = [+2; 52] \text{ mm}$ . La première émet un signal dont le spectre est composé de dix harmoniques de 1 à 10 MHz décroissantes en amplitude en  $1/m^2$  (avec  $m$  le numéro de l'harmonique). La seconde émet un bruit blanc centré dont le niveau moyen se situe 50 dB sous celui de la première harmonique [9]. Le spectre d'un signal enregistré par la sonde est donné en figure 1 (a). La configuration B simule un nuage de cavitation inertielle centré en  $\vec{r}_c = [0; 50] \text{ mm}$ , composé de 30 bulles. La position des bulles suit une loi gaussienne centrée en  $\vec{r}_c$ , d'écart type 0,5 mm en  $x$  et  $z$ . Dans les deux configurations, la vitesse de propagation des ondes ultrasonores est supposée constante à  $c_0 = 1540 \text{ m/s}$ . Un bruit blanc gaussien centré décorréolé spatialement est ajouté aux données, tel que le rapport signal à bruit vaut 10 dB.

L'estimation de la matrice interspectrale  $\hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f)$  se fait avec  $K = 130$  vérifiant ainsi  $K > N$ , avec un recouvrement  $p_{ov} = 80 \%$  ce qui entraîne un  $T_{snap} = 19.2 \mu\text{s}$ . Les cartes sont reconstruites à  $f_1 = 5, 0 \text{ MHz}$  et  $f_2 = 5, 5 \text{ MHz}$ . Puisque le FD-RCB est adaptatif, le paramètre  $\epsilon$  dépend de la configuration :  $\epsilon = 5$  pour la A et  $\epsilon = 1$  pour la B. Les valeurs de  $\epsilon$  optimales sont déterminées empiriquement en quelques essais : les performances varient lentement sur des grandes plages de valeurs de  $\epsilon$  [5, 6]. L'objectif étant la localisation et non la quantification, les cartes sont normalisées puis affichées en décibels.

Afin de quantifier les performances, les résolutions axiale et

latérale, ainsi que le contraste sont mesurés sur chaque image. Les résolutions sont obtenues en mesurant la largeur à mi-hauteur dans la longueur et la largeur des lobes principaux localisant chaque nuage de cavitation. Le contraste est le rapport de la moyenne des pixels de la région théorique de cavitation, sur la moyenne des pixels d'une région d'artefacts, en décibels. Ces régions sont indiquées sur les figures 1 et 2.

## 4 Resultats et discussions

La figure 1 présente les cartes de cavitation pour la configuration A (sources ponctuelles). Premièrement, grâce à l'approche fréquentielle, les différents types de cavitation sont identifiés : les images sont cohérentes avec le spectre 1(a). Les deux bulles sont localisées par les deux algorithmes sur les images (b, d) à  $f_1 = 5 \text{ MHz}$ , où coexistent les deux types de cavitation. De même, seulement la bulle de droite est localisée sur l'image à  $f_2 = 5, 5 \text{ MHz}$  (c, e), où seule la cavitation inertielle existe. Ensuite, l'approche adaptative FD-RCB améliore effectivement la qualité d'image. Une grande partie des artefacts de reconstruction est rejetée sur l'image FD-RCB (d) par rapport à l'image FD-PAM (b). Cela se traduit par un fort gain de contraste +22 dB pour la bulle stable et +14 dB pour l'inertielle. La résolution spatiale du FD-PAM est améliorée avec le FD-RCB sur la bulle stable (+76 % en axial, +76 % en latéral), et sur l'inertielle (+70 % en axial et +68 % en latéral). Des tendances similaires sont observées pour les images (c, d) à la fréquence  $f_2 = 5, 5 \text{ MHz}$ .

La figure 2 présente les cartes obtenues pour la configuration B en nuage. Le FD-PAM (a) et le FD-RCB (b) localisent une source complexe comme le nuage de cavitation inertielle. Ici, les cartes sont reconstruites à  $f_1 = 5 \text{ MHz}$ , mais des résultats similaires sont obtenus à d'autres fréquences de la bande. Le FD-RCB améliore nettement la qualité d'image, en comparaison du FD-PAM : la résolution axiale est améliorée de +49 % et le contraste de +18 dB. En revanche, la résolution latérale s'est légèrement dégradée de -25 % à cause du paramètre  $\epsilon$  qui ajuste la robustesse du FD-RCB.

## 5 Conclusions

La méthode robuste de Capon dans le domaine de Fourier a été validée en simulation pour des sources ponctuelles (bulles seules) et étendues (nuage), pour l'imagerie de la cavitation stable et inertielle. Comme dans le domaine temporel, elle améliore la résolution et le contraste des images, et donc la localisation de la cavitation de l'approche non-adaptative FD-PAM.

Le FD-RCB bénéficie en plus des avantages de l'approche fréquentielle. Le temps de calcul de  $\hat{\mathbf{R}}(\vec{r}_0, f)$  par FFT reste négligeable devant celui de focalisation pour les signaux large bande dans le domaine temporel. Des signaux de quelques centaines de microsecondes suffisent à l'estimer : le suivi temporel de la thérapie dont les tirs durent plusieurs millisecondes reste possible. L'analyse fréquentielle des signaux de cavitation est facilitée. Enfin, le formalisme fréquentiel donne accès à la littérature pour l'imagerie acoustique sous-marine et aérienne [11], plus avancée que celle de l'imagerie passive ultrasonore.

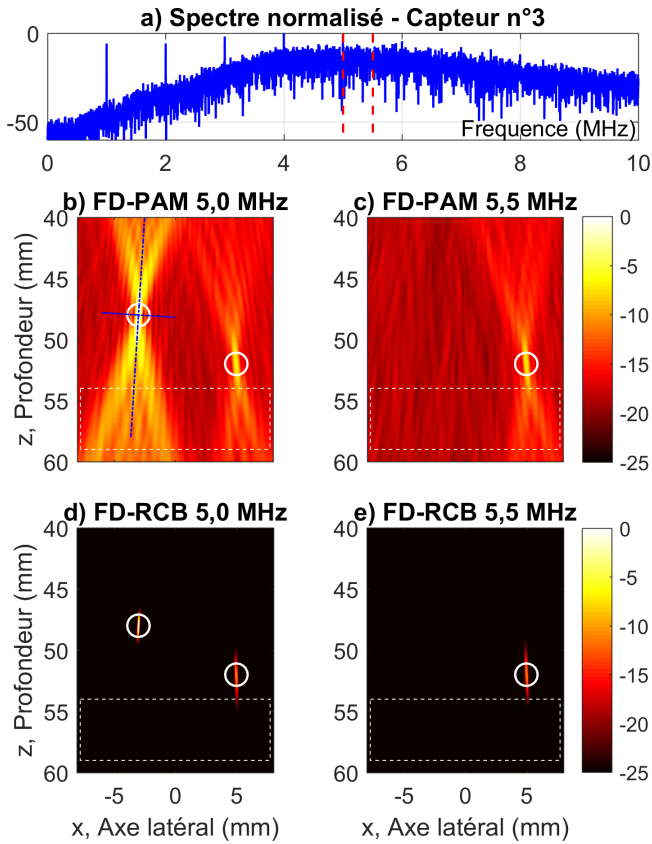


FIGURE 1 – Cartes (b,c) FD-PAM et (d,e) FD-RCB pour la configuration A : deux sources ponctuelles. (a) Exemple de spectre reçu sur la sonde, avec des contributions stables aux fréquences harmoniques de 1 à 10 MHz, et inertielles large bande. La position théorique des bulles est repérée par le centre des ronds blancs : pour la stable en  $\vec{r}_s = [-5; 48]$  mm, et pour l’inertielle en  $\vec{r}_i = [+2; 52]$  mm. Les cartes sont reconstruites (b,d) à  $f_1 = 5$  MHz et (c,e) à  $f_2 = 5,5$  MHz. Les coupes sont indiquées en pointillés bleus en (b). Le rectangle blanc en pointillés délimite la région d’artefacts pour les mesures de contraste. Les cartes sont normalisées par rapport à (b).

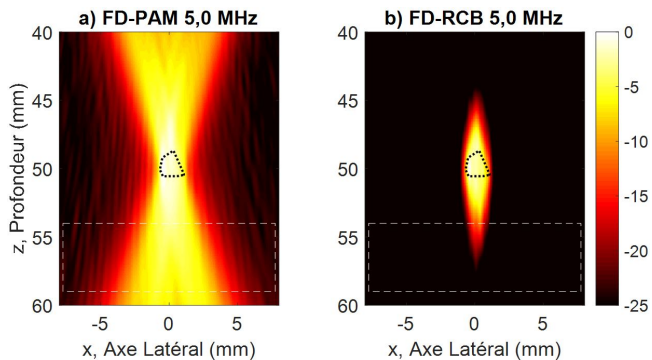


FIGURE 2 – Cartes (a) FD-PAM, et (b) FD-RCB à  $f_1 = 5$  MHz, pour la configuration B : un nuage de cavitation inertielle centré en  $\vec{r}_c = [0; 50]$  mm. Les bords du nuage sont délimités par les pointillés noirs. Le rectangle blanc en pointillés délimite la région d’artefacts pour les mesures de contraste. Les cartes sont normalisées par rapport à (a).

## Remerciements

Ce travail a été réalisé grâce au soutien financier du LABEX CeLyA (ANR-10-LABX-0060) et au sein du LABEX PRIMES (ANR-11-LABX-0063) de l’Université de Lyon, dans le cadre du programme "Investissements d’Avenir" (ANR-16-IDEX-0005) géré par l’Agence Nationale de la Recherche (ANR).

## Références

- [1] M. Wan, Y. Feng, and G. ter Haar, *Cavitation in biomedicine*. Springer, 2015.
- [2] M. Gyöngy and C. C. Coussios, "Passive spatial mapping of inertial cavitation during hifu exposure," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 57, no. 1, pp. 48–56, 2010.
- [3] P. Boulos *et al.*, "Weighting the passive acoustic mapping technique with the phase coherence factor for passive ultrasound imaging of ultrasound-induced cavitation," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, (in press), 2018.
- [4] M. Polichetti *et al.*, "Advanced beamforming techniques for passive imaging of stable and inertial cavitation," in *2018 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*. IEEE, 2018, pp. 1–4.
- [5] J. Li, P. Stoica, and Z. Wang, "On robust capon beamforming and diagonal loading," *IEEE transactions on signal processing*, vol. 51, no. 7, pp. 1702–1715, 2003.
- [6] C. Coviello *et al.*, "Passive acoustic mapping utilizing optimal beamforming in ultrasound therapy monitoring," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, no. 5, pp. 2573–2585, 2015.
- [7] K. J. Haworth *et al.*, "Quantitative frequency-domain passive cavitation imaging," *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 64, no. 1, pp. 177–191, 2017.
- [8] C. R. Jensen *et al.*, "Spatiotemporal monitoring of high-intensity focused ultrasound therapy with passive acoustic mapping," *Radiology*, vol. 262, no. 1, pp. 252–261, 2012.
- [9] E. Lyka *et al.*, "Sum-of-harmonics method for improved narrowband and broadband signal quantification during passive monitoring of ultrasound therapies," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 140, no. 1, pp. 741–754, 2016.
- [10] C. D. Arvanitis *et al.*, "Passive acoustic mapping with the angular spectrum method," *IEEE transactions on medical imaging*, vol. 36, no. 4, pp. 983–993, 2017.
- [11] P. Stoica and R. Moses, *Spectral analysis of signals*. Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 2005.
- [12] M. R. Azimi-Sadjadi, A. Pezeshki, and N. Roseveare, "Wideband doa estimation algorithms for multiple moving sources using unattended acoustic sensors," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 44, no. 4, pp. 1585–1599, Oct 2008.