

Algorithme d'égalisation fractionnée fondé sur l'EP-MMSE-DFE

Titouan PETITPIED^{1,2}, Romain TAJAN¹, Guillaume FERRÉ¹, Pascal CHEVALIER^{2,3}, Sylvain TRAVERSO²

¹IMS, Univ. Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS (UMR 5218), F-33405 Talence (FRANCE)

²THALES, 4 avenue des Louvresses, 92230 Gennevilliers (FRANCE)

³CEDRIC laboratory – CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS
292 rue Saint-Martin, 75141 Paris Cedex 3 (FRANCE)

prénom.nom@{¹ims-bordeaux.fr, ²thalesgroup.com, ³cnam.fr}

Résumé – L'augmentation de l'efficacité spectrale des communications numériques s'accompagne de modèles de canaux de plus en plus sélectifs en fréquence et leur traitement requiert une complexité croissante. Afin de traiter ce problème, nous proposons un nouvel algorithme d'égalisation fondé sur le critère MMSE capable de tirer pleinement parti de l'estimation du canal à multi-trajets. Pour cela, nous étendons des solutions existantes d'Expectation Propagation avec Decision Feedback à un récepteur fractionné, et nous proposons une nouvelle implémentation à faible complexité aux performances comparables à celles des solutions existantes au prix d'une estimation de canal sur une plus large bande. Cela conduit à un gain en Rapport Signal à Bruit supérieur à 2 dB sur les canaux considérés.

Abstract – In order to increase the spectral efficiency of modern digital communications, we consider more and more frequency selective channel which channel models requiring a growing processing complexity. In order to address this problem, we propose a new MMSE based equalization algorithm able to fully take advantage of the channel multipath estimation. To do so, we extend existing Expectation Propagation solutions with Decision Feedback to a Fractionally-Spaced receiver and we propose a new low-complexity implementation to stay competitive with existing solutions at the price of a channel estimation over a larger bandwidth. This leads to more than 2 dB Signal-to-Noise Ratio gain on tested channels.

1 Introduction

Les futurs standards de communications représentent un enjeu décisif pour répondre aux besoins des utilisateurs. Ils doivent proposer des débits plus importants tout en partageant une ressource fréquentielle limitée. Ce gain en efficacité spectrale entraîne également des canaux de plus en plus sélectifs en fréquence qui sont généralement contournés en utilisant des techniques multi-porteuses comme en WiFi, 4G, 5G New Radio ou DVB-T2. En revanche, ces formes d'onde entraînent des facteurs crêtes élevés diminuant l'efficacité énergétique des systèmes. Ainsi, certaines communications restent mono-porteuses malgré l'Interférence Entre Symboles (IES) générée dont le traitement est facilité par la capacité calculatoire croissante des appareils communicants.

Différentes techniques ont déjà été proposées pour aborder le problème de sélectivité du canal. Le premier type de récepteurs est fondé sur le critère de Maximum de Vraisemblance (MV) qui optimise le taux d'erreurs trame sous l'hypothèse de symboles équiprobables. Cependant, un tel récepteur devient rapidement trop complexe lorsque l'on considère des scénarios réels à haute efficacité spectrale ou d'importants étalements temporels de canaux. Ainsi, des récepteurs sous-optimaux fondés sur le MV ont plus récemment été proposés [1] mais restent trop complexes pour être réellement mis en oeuvre. De manière alternative, des approches d'égalisation Minimum Mean Square Error (MMSE) se présentent comme des alternatives bas-coût mais offrent de moins bonnes performances pour traiter de fortes IES, en particulier à haute efficacité spectrale et

à fort Rapport Signal à Bruit (RSB). Des extensions non linéaires de tels égaliseurs tels que le Decision Feedback Equalizer (DFE) conduisent à de meilleurs Taux d'Erreurs Binaires (TEB) mais souffrent de propagation d'erreurs à faible RSB.

Plus récemment, des approches fondées sur le machine learning telles que Expectation Propagation (EP) ont été appliquées aux communications numériques pour estimer la séquence Maximum A Posteriori (MAP) connaissant le signal reçu [2, 3]. L'algorithme résultant utilise un égaliseur MMSE itératif [4] et offre un bon compromis entre complexité calculatoire et performances.

Dans cet article, nous considérons un système de communications général que nous représentons de manière équivalente à la formulation en temps continu avec un formalisme matriciel fractionné. Nous appliquons ensuite à ce système une version généralisée de l'algorithme EP-MMSE-DFE développé dans [5] correspondant à une version fractionnée de ce dernier dans un contexte de canaux invariants dans le temps. Ce nouvel égaliseur implémente un filtre adapté au canal à une cadence d'échantillonnage deux fois supérieure au rythme symbole, suivi d'un sous-échantillonneur au temps symbole. Cependant, cette structure empêche l'utilisation de la méthode de réduction de complexité développée dans [5]. Nous proposons donc une alternative robuste, compatible avec notre généralisation, et n'entraînant pas d'augmentation de complexité. Ce nouveau récepteur fractionné (Fractionnally-Spaced) appelé FS-EP-MMSE-DFE offre un gain supérieur à 2 dB pour les canaux considérés, tout en requérant une estimation du canal sur une bande de fréquence plus importante.

2 Système considéré

Dans cet article, nous considérons le système de communication en bande de base représenté en Fig. 1. Des paquets de N_b bits d'information $\mathbf{b} \in \{0, 1\}^{N_b}$ indépendants et uniformément distribués sont transmis. Ces bits sont ensuite modulés par une constellation complexe $\mathcal{M} \in \mathbb{C}$ de M états pour former les symboles $\mathbf{s} \in \mathcal{M}^{N_s}$ avec $N_b = \log_2(M)N_s$. Les symboles \mathbf{s} sont mis en forme avec un filtre en racine de cosinus sur-élevé $h_t(t)$ de facteur d'excès de bande α (rRC(α)) et de largeur de bande $W = \frac{1+\alpha}{T}$ où T représente la durée d'un symbole. Par la suite, ce filtre est supposé être nul pour $t \notin [-LT; LT]$ avec L un coefficient de troncature. Le signal résultant $x(t)$ est alors transmis sur un canal sélectif en fréquence de réponse impulsionnelle $h_c(t)$; le signal reçu est donc donné par :

$$r(t) = \sum_{n=0}^{N_s-1} s_n h(t - nT) + w(t) \quad (1)$$

où $h(t) = \int_{\tau \in \mathbb{R}} h_c(\tau) h_t(t - \tau) d\tau$ avec $w(t)$ un bruit additif blanc gaussien. Sans perte de généralité, nous échantillons (1) à $\frac{T}{2}$ et supposons un filtre anti-repliement idéal afin d'exprimer le signal discret résultant sous forme matricielle. Pour cela, nous introduisons \mathbf{H}_t la matrice telle que $(\mathbf{H}_t)_{i,j} = h_t((j-i)\frac{T}{2})$ où $i, j \in \llbracket 0, N_s - 1 \rrbracket$. De façon similaire, nous définissons \mathbf{H}_c la matrice du canal et \mathbf{w} le vecteur de composantes BABG échantillonné à $\frac{T}{2}$. Nous posons également les matrices de sur-échantillonnage \mathbf{U} et de sous-échantillonnage \mathbf{D} telles que $(\mathbf{U})_{i,j} = \delta_{j-\lfloor \frac{i}{2} \rfloor}$ et $\mathbf{D} = \mathbf{U}^\dagger$. Les filtres de canal et de mise en forme sont synthétisés dans $\mathbf{H} = \mathbf{H}_c \mathbf{H}_t$.

Ainsi, (1) peut se réécrire de manière équivalente :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}_c \mathbf{H}_t \mathbf{U} \mathbf{s} + \mathbf{w} = \mathbf{H} \mathbf{U} \mathbf{s} + \mathbf{w}$$

où $\mathbf{r} = [r_{-2L}, r_{-2L+1}, \dots, r_{2N_s+2L-1}]$ est tel que $r_i = r(i\frac{T}{2} + LT)$. De tels indices pour \mathbf{r} facilitent le traitement des problèmes de causalité.

3 Récepteur EP-MMSE-DFE

EP est une méthode itérative de machine learning Bayésien applicable aux problèmes rencontrés dans les communications numériques [3]. Son principe repose sur un échange itératif de messages probabilistes entre des fonctions locales afin de résoudre un problème d'optimisation global. Afin de simplifier les expressions manipulées, EP impose une contrainte sur les distributions décrites par l'échange de messages, donnant lieu à une résolution sous-optimale mais peu complexe

calculatoirement. Dans notre cas d'application, la méthode EP est appliquée afin de maximiser la probabilité *a posteriori* $p(\mathbf{s}|\mathbf{r}) \propto p(\mathbf{r}|\mathbf{s})p(\mathbf{s})$. Les messages échangés décrivent les variables iid discrètes s_n et suivront par hypothèse des lois jointes gaussiennes multivariées et circulaires \mathcal{G} à matrice de covariance diagonale. Afin de forcer cette distribution des variables, EP échange comme message les paramètres de la distribution gaussienne q la plus proche de la distribution réelle p par la méthode des moments.

3.1 Égaliseur EP

L'égaliseur EP de [5] suppose que le signal reçu \mathbf{r} a été sous-échantillonné après filtrage adapté à \mathbf{H}_t et sous-échantillonnage à T . Il travaille donc avec le signal $\mathbf{r}' = \mathbf{D} \mathbf{H}_t^\dagger \mathbf{r}$ et calcule la distribution approximée $q^e(\mathbf{s}|\mathbf{r}') \in \mathcal{G}$ de la distribution réelle *a posteriori* $p(\mathbf{s}|\mathbf{r}')$:

$$q^e(\mathbf{s}|\mathbf{r}') = \mathcal{G}(\tilde{\mathbf{s}}^e, \text{diag}(\tilde{\mathbf{v}}^e)) = \underset{q(\mathbf{s}) \in \mathcal{G}}{\text{argmin}} \text{KL}(p(\mathbf{r}'|\mathbf{s})q^d(\mathbf{s})||q(\mathbf{s}))$$

où $\text{KL}(\cdot||\cdot)$ représente la divergence de Kullback Leibler. L'exposant \cdot^e renvoie à l'égaliseur alors que \cdot^d fait référence au démodulateur (voir Sec. 3.2). De plus, les couples $(\tilde{s}_n^X, \tilde{v}_n^X)$ caractérisent l'information *a posteriori* alors que (s_n^X, v_n^X) représentent l'information extrinsèque avec \cdot^X valant \cdot^d ou \cdot^e .

L'information extrinsèque $q^e(s_n|\mathbf{r}) = \mathcal{G}(s_n^e, v_n^e)$ peut ensuite être calculée avec un récepteur MMSE-IC non biaisé ce qui conduit directement à :

$$s_n^e = s_n^d + c_n^{-1} \mathbf{e}_n^\dagger \mathbf{H}_{c,a}^\dagger \Sigma'^{-1} (\mathbf{r}' - \mathbf{H}_{c,a} \mathbf{s}^d) \quad (2)$$

$$v_n^e = c_n^{-1} - v_n^d \quad (3)$$

où $\Sigma' = \sigma_w^2 \mathbf{I}_N + \mathbf{H}_{c,a} \mathbf{V}^d \mathbf{H}_{c,a}^\dagger$ avec $\mathbf{V}^d = \text{diag}(\mathbf{v}^d)$ et $c_n = \mathbf{e}_n^\dagger \mathbf{H}_{c,a}^\dagger \Sigma'^{-1} \mathbf{H}_{c,a} \mathbf{e}_n$, le vecteur \mathbf{e}_n étant le $(n+1)^{\text{ème}}$ de la base canonique et $\mathbf{H}_{c,a} = \mathbf{D} \mathbf{H}_t^\dagger \mathbf{H}_c \mathbf{H}_t \mathbf{U}$ est le filtre résultant en sortie de sous-échantillonnage après filtrage adapté.

3.2 Démodulateur EP

L'objectif du démodulateur EP est de fournir une estimation souple du symbole $s_n \sim \mathcal{G}(s_n^e, v_n^e)$ connaissant la constellation \mathcal{M} et étant donnée une information *a priori* provenant de l'égaliseur EP. Les distributions sur les symboles égalisés sont donc traitées par le démodulateur EP qui retourne une distribution gaussienne extrinsèque $q^d(s_n)$. La distribution *a posteriori* approximée $\mathcal{G}(\tilde{s}_n^d, \tilde{v}_n^d)$ est calculée en projetant $p^d(s_n)$ sur \mathcal{G} , i.e en calculant la moyenne et la variance de $s_n \sim p^d(s_n)$:

$$\tilde{s}_n^d = \mathbb{E}[s_n] = M^{-1} \sum_{s \in \mathcal{M}} s \cdot \mathcal{G}(s : \tilde{s}_n^e, \tilde{v}_n^e) \quad (4)$$

$$\tilde{v}_n^d = \mathbb{E}|s_n|^2 - |\tilde{s}_n^d|^2 \quad (5)$$

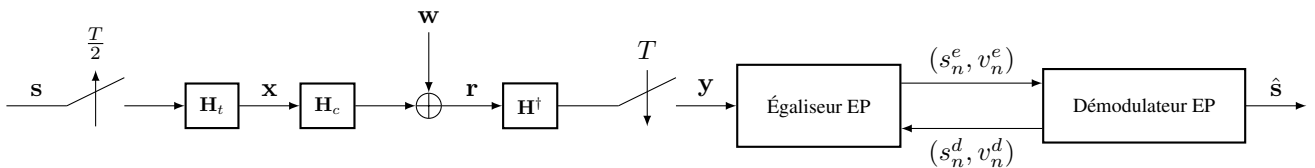


FIGURE 1 – Système considéré et récepteur proposé

L'information extrinsèque $q^d(s_n)$ du démodulateur est enfin déterminée en retirant l'information *a priori* fournie par l'égaliseur $q^e(s_n|\mathbf{r})$ de l'information *a posteriori* :

$$q^d(s_n) = \mathcal{G}(s_n^d, v_n^d) \propto \frac{\mathcal{G}(\tilde{s}_n^d, \tilde{v}_n^d)}{\mathcal{G}(s_n^e, v_n^e)} \Rightarrow \begin{cases} s_n^d = \frac{\tilde{s}_n^d v_n^e - s_n^e \tilde{v}_n^d}{v_n^e - \tilde{v}_n^d} \\ v_n^d = \frac{v_n^e \tilde{v}_n^d}{v_n^e - \tilde{v}_n^d} \end{cases} \quad (6)$$

Le message (s_n^d, v_n^d) peut ensuite être retourné à l'égaliseur.

4 Récepteur FS-EP-MMSE-DFE proposé

Dans cette section nous proposons d'étendre le récepteur EP-MMSE-DFE existant défini dans [5] à un contexte FS pour donner lieu au FS-EP-MMSE-DFE proposé. Ceci donne lieu à un égaliseur EP différent présenté dans la sous-section suivante, alors que le démodulateur EP reste inchangé. Par ailleurs, notez que le détail des calculs est disponible en libre accès [6].

4.1 Égaliseur FS-EP-MMSE-DFE

Le MMSE-IC suppose que les symboles transmis suivent une distribution *a priori* gaussienne jointe multivariée. Le critère consiste donc à optimiser l'expression suivante [7] :

$$(\mathbf{f}_n, p_n) = \underset{(\mathbf{f}, p)}{\operatorname{argmin}} \mathbb{E} |\mathbf{f}^\dagger \mathbf{r} + p - s_n|^2, \mathbf{s} \sim \mathcal{G}(\mathbf{s}^d, \mathbf{V}^d) \quad (7)$$

Ce critère conduit à une distribution \mathcal{G} paramétrée par $(\tilde{s}_n^e = \mathbf{f}_n^\dagger \mathbf{r} + p_n, \tilde{v}_n^e = \mathbb{E} |\tilde{s}_n^e - s_n|^2)$. Ainsi, l'estimation des symboles \mathbf{s} par une structure MMSE-IC fractionnée non biaisée est donnée par l'expression :

$$s_n^e = s_n^d + c_n^{-1} \mathbf{e}_n^\dagger \Sigma^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{G} \mathbf{s}^d) \quad v_n^e = c_n^{-1} - v_n^d \quad (8)$$

où $c_n = \mathbf{e}_n^\dagger \Sigma^{-1} \mathbf{G} \mathbf{e}_n$.

Les instructions algorithmiques correspondantes au récepteur proposé sont présentées dans l'algorithme 1. Le nombre d'itérations EP τ doit être ajusté en fonction du taux d'erreur cible ou de la complexité visée. Par ailleurs, on peut interpréter comme un point fixe de l'algorithme un cas pour lequel la variance avant et après démodulation est la même.

La complexité calculatoire de cet algorithme est majorée par l'inversion de la matrice Σ à chaque itération EP. Nous proposons une solution de plus faible complexité, stable et compatible avec le FS-EP-MMSE-DFE.

4.2 Réduction de la complexité calculatoire

L'algorithme de réduction de la complexité présenté dans [5] suppose que Σ' est une matrice de corrélation et peut donc être efficacement traitée en utilisant une décomposition de Cholesky avec une complexité en $O(K^2)$. Dans notre cas, Σ n'étant pas Hermitienne, on se propose de développer une nouvelle méthode compatible avec le récepteur proposé.

Une approximation avec réponse impulsionnelle finie peut être réalisée pour calculer (s_n^e, v_n^e) qui consiste à considérer

Algorithme 1 FS-EP-MMSE-DFE

Entrée : \mathbf{r}, \mathbf{H}

$\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{D} \mathbf{H}^\dagger \mathbf{r}$

$\mathbf{G} \leftarrow \mathbf{D} \mathbf{H}^\dagger \mathbf{H} \mathbf{U}$

$\forall n : (s_n^d, v_n^d) \leftarrow (0, 1)$

pour $t = 0, \dots, \tau$ **faire**

pour $n = 0, \dots, N_s - 1$ **faire**

$(s_n^e, v_n^e) \leftarrow$ eq. (8)

$(\tilde{s}_n^d, \tilde{v}_n^d) \leftarrow$ eq. (4) et (5)

si $v_n^e - \tilde{v}_n^d < \epsilon \approx 10^{-6}$ \Leftarrow convergence atteinte **alors**

$(s_n^d, v_n^d) \leftarrow [(\tilde{s}_n^e, \tilde{v}_n^e) \text{ ou } (s_n^e, v_n^e)]$

sinon

$(s_n^d, v_n^d) \leftarrow$ eq. (6)

fin si

fin pour

fin pour

$\forall n : \hat{s}_n \leftarrow s_n^e$

retourne $\hat{\mathbf{s}}$

que s_n^e dépend uniquement des K_p symboles précédents et K_n suivants [8]. Cela conduit à égaliser s_n avec :

$$\tilde{s}_n^e \approx s_n^d + c_n^{-1} \mathbf{e}_{K_p}^\dagger \Sigma_n^{-1} (\mathbf{y}_n - \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s}_n^d)$$

où $\Sigma_n = \sigma_w^2 \mathbf{I}_K + \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{V}_n^d$ et $\tilde{\mathbf{G}}$ est une matrice de taille $(K \times K)$ issue de l'approximation circulante de \mathbf{G} , $\mathbf{V}_n^d = \operatorname{diag}([v_{n-K_p}^d \dots v_{n+K_n}^d]^T)$, $\mathbf{s}_n^d = [s_{n-K_p}^d \dots s_{n+K_n}^d]^T$ et $K = K_p + K_n + 1$.

Afin de calculer efficacement la matrice inverse Σ_n^{-1} , nous remarquons que \mathbf{V}_n^d peut se réécrire :

$$\mathbf{V}_n^d = \mathbf{P}^\dagger \mathbf{V}_{n-1}^d \mathbf{P} + \epsilon_n \quad (9)$$

où \mathbf{P} est une matrice de permutation telle que $(\mathbf{P}^\dagger \mathbf{A} \mathbf{P})_{i,j} = (\mathbf{A})_{i+1,j+1}$ et ϵ_n la matrice de rang 2 suivante :

$$\epsilon_n = \beta_{K_p-1} \mathbf{e}_{K_p-1} \mathbf{e}_{K_p-1}^\dagger + \beta_{K-1} \mathbf{e}_{K-1} \mathbf{e}_{K-1}^\dagger$$

avec $\beta_i = (\mathbf{V}_n^d)_{i,i} - (\mathbf{V}_{n-1}^d)_{i+1,i+1}$. En injectant (9) dans l'expression de Σ_n , nous avons :

$$\Sigma_n = \sigma_w^2 \mathbf{I} + \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{P}^\dagger \mathbf{V}_{n-1}^d \mathbf{P} + \tilde{\mathbf{G}} \epsilon_n \quad (10)$$

$$= \tilde{\Sigma}_{n-1} + \beta_{K_p-1} \mathbf{g}_{K_p-1} \mathbf{e}_{K_p-1}^\dagger + \beta_{K-1} \mathbf{g}_{K-1} \mathbf{e}_{K-1}^\dagger$$

où $\tilde{\Sigma}_{n-1} = \mathbf{P}^\dagger \Sigma_{n-1} \mathbf{P}$ d'inverse $\tilde{\Sigma}_{n-1}^{-1} = \mathbf{P}^\dagger \Sigma_{n-1}^{-1} \mathbf{P}$ et $\mathbf{g}_i = \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{e}_i$. Le passage des lignes 1 à 2 de (10) est rendu possible par l'hypothèse circulante sur $\tilde{\mathbf{G}}$. Par conséquent, le calcul de la matrice Σ_n^{-1} , peut se faire en utilisant deux fois la formule de Sherman-Morrison (lemme d'inversion matricielle). Cela conduit à une complexité en $O(K^2)$ alors que la méthode d'inversion naïve requiert une complexité en $O(K^3)$.

Le nouvel égaliseur FS-EP-MMSE-DFE proposé évite donc le repliement du canal tout en traitant l'égalisation au temps symbole sans augmentation notable de la complexité. Une telle modification conduit donc à une meilleure exploitation de la diversité de trajets, permettant ainsi un gain de performances comme présenté en section suivante.

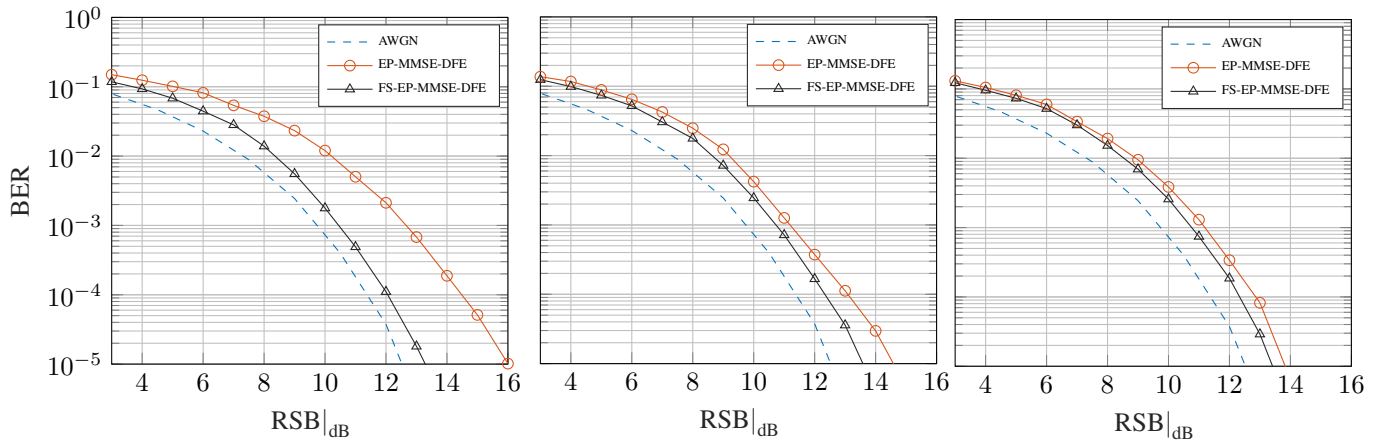


FIGURE 2 – Comparaison de BER du EP-MMSE-DFE pour un modèle de canal 3GPP ETU (gauche), EVA (milieu), EPA (droite)

5 Comparaison de performances

Cette section présente les performances du nouvel égaliseur FS-EP-MMSE-DFE comparativement au récepteur EP-MMSE-DFE existant pour des communications non codées. Comme mentionné précédemment, notre nouvel algorithme est supposé fournir de meilleures performances grâce à l'application du filtre adapté au rythme $\frac{2}{T}$ pour éviter le repliement. Cependant, le gain en performance est difficilement quantifiable pour des canaux multi-trajets et nous avons donc confronté les deux algorithmes pour mettre en évidence l'amélioration obtenue avec l'approche proposée.

Pour cela, nous avons choisi un ensemble de modèles de canaux 3GPP pour lesquels nous n'avons pas considéré de fading de Rayleigh. Ceux-ci sont définis sur une largeur de bande de 100MHz et représentent divers scénarios [9] :

- Extended Typical Urban model (ETU),
- Extended Vehicular A model (EVA),
- Extended Pedestrian A model (EPA).

Des trames de $N_s = 1000$ symboles QPSK avec un rRC($\alpha = 0.5$) sont transmis, occupant une largeur de bande de $W = 10$ MHz pour les modèles ETU et EVA, tandis que le modèle EPA est évalué en considérant une bande $W = 20$ MHz. Le filtre de mise en forme $h_t(t)$ est tronqué en considérant $L = 30$, et 3 EP-itérations sont appliquées. De plus, nous avons tronqué le filtre MMSE en sélectionnant $K_n = K_p = 10$ coefficients et avons appliqué l'algorithme de réduction de la complexité calculatoire introduit dans la section précédente.

La Fig. 2 présente les performances à la fois de l'EP-MMSE-DFE et de l'algorithme proposé FS-EP-MMSE-DFE pour des canaux ETU, EVA et EPA. Pour un BER cible de 10^{-5} , le FS-EP-MMSE-DFE offre un gain de 2.7 dB pour un modèle d'environnement typiquement urbain tout en proposant une complexité calculatoire similaire. De plus, pour des modèles de canaux véhiculaires et pédestres, le gain en performances est accru respectivement de 0.4 dB et 1 dB. Ainsi, l'algorithme proposé apparaît être plus intéressant pour des étalement temporels importants.

6 Conclusion

Cet article propose un récepteur original FS-EP-MMSE-DFE fondé sur l'algorithme existant EP-MMSE-DFE. Le modèle considéré conduit à appliquer un filtrage adapté au filtre de mise en forme et au canal au temps d'échantillonnage, puis à égaliser au temps symbole. Une nouvelle expression de l'égaliseur en découle, empêchant l'utilisation d'une méthode de faible complexité existante d'inversion de la matrice d'égalisation MMSE. Ainsi, nous proposons un algorithme alternatif numériquement stable, de complexité similaire à l'existant, et qui à l'avantage d'être compatible avec notre modèle. Le gain du récepteur FS-EP-MMSE-DFE est au final supérieur à 2 dB par rapport au EP-MMSE-DFE lorsque l'on considère un modèle classique de canal urbain à fort RSB.

Références

- [1] C. Fragouli, N. Al-Dhahir, S. N. Diggavi, and W. Turin. Prefiltered space-time M-BCJR equalizer for frequency-selective channels. *IEEE Transactions on Communications*, 50(5) :742–753, May 2002.
- [2] A. Fletcher, M. Sahraee-Ardakan, S. Rangan, and P. Schniter. Expectation consistent approximate inference : Generalizations and convergence. In *2016 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, pages 190–194, July 2016.
- [3] Yuan Qi and T. Minka. Expectation propagation for signal detection in flat-fading channels. In *IEEE International Symposium on Information Theory, 2003. Proceedings.*, pages 358–358, June 2003.
- [4] I. Santos, J. J. Murillo-Fuentes, E. Arias de Reyna, and P. M. Olmos. Turbo EP-based equalization : A filter-type implementation. *IEEE Transactions on Communications*, 66(9) :4259–4270, Sept 2018.
- [5] S. Şahin, A. M. Cipriano, C. Poulliat, and M. Boucheret. Iterative equalization with decision feedback based on expectation propagation. *IEEE Transactions on Communications*, 66(10) :4473–4487, Oct 2018.
- [6] T. Petitpied, R. Tajan, G. Ferré, P. Chevalier, and S. Traverso. Technical note for FS-MMSE-IC : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02063288>.
- [7] M. Tuchler, A. C. Singer, and R. Koetter. Minimum mean squared error equalization using a priori information. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(3) :673–683, March 2002.
- [8] N. Al-Dhahir and J. Cioffi. Finite-length vs. infinite-length MMSE-DFE : the connection. In *Proceedings of 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pages 677–681 vol.1, Nov 1993.
- [9] Evolved Universal Terrestrial Radio Access. User equipment (UE) radio transmission and reception. *3GPP TS*, 36 :V10, 2011.