

Problèmes inverses en imagerie astronomique: Modélisation de la fonction d'étalement du point

Romain JL. FÉTICK^{1,2}, Thierry FUSCO^{1,2}, Benoit NEICHEL¹,
Laurent MUGNIER², Laurent JORDA¹, Pierre VERNAZZA¹

¹Aix Marseille Univ, CNRS, CNES, Laboratoire d'Astrophysique de Marseille, Marseille, France

²ONERA, The French Aerospace Lab BP72, 29 avenue de la Division Leclerc, 92322 Chatillon Cedex, France

romain.fetick@lam.fr

Résumé – Pour l'astronomie depuis le sol, la turbulence atmosphérique limite dramatiquement la résolution des télescopes. L'optique adaptative (OA) permet une compensation partielle en temps réel de la turbulence, augmentant le pouvoir de résolution vers la limite de diffraction du télescope. Cependant des résidus non corrigés de turbulence induisent une forme particulière de la fonction d'étalement du point (PSF, pour Point Spread Function), laquelle forme est susceptible d'évoluer au cours de la même nuit d'observation et dépend également de la magnitude de l'objet guide pour le système d'OA. Cette forte variabilité est contraignante pour les algorithmes de déconvolution, extrêmement sensibles à la PSF pour l'estimation de l'objet. Nous montrons comment la paramétrisation de la PSF permet de mieux comprendre son impact sur la déconvolution, et permet également réduire le nombre de degrés de liberté pour diminuer les dégénérescences de la déconvolution. De plus certains paramètres du modèle de PSF (tel le paramètre de Fried r_0) sont de nature physique, ce qui permet de les corrélérer ou les estimer par des mesures externes (SLODAR ou DIMM par exemple). Nous posons ainsi les bases pour une déconvolution myope paramétrique.

Abstract – Ground-based telescopes are severely limited in resolution by atmospheric turbulence. Adaptive optics (AO) is a partial real-time compensation of the turbulent wavefront, resulting in a resolution closer to the telescope diffraction limit. However uncorrected residues of the turbulence produce a peculiar shape of the point spread function (PSF), highly variable along the night and depending on the magnitude of the AO guide star. This high variability is an issue for deconvolution algorithms, which are very sensitive to the shape of the PSF for estimating correctly the object of interest. We show here how the parameterization of the PSF reduces possible degeneracies of the deconvolution process by reducing the number of degrees of freedom. We use physical parameters such as the Fried r_0 parameter, so they can be correlated or constrained by external measurements. This work sets up the foundations for future blind parametric deconvolution.

1 Introduction

Les observations astronomiques depuis les télescopes au sol sont fortement perturbées par la turbulence atmosphérique [1]. Cette turbulence est le résultat de mélanges permanents de masses d'air hétérogènes en température (densité) ou humidité. Or ces paramètres physiques influent sur la propagation des ondes électromagnétiques. Le front d'onde de l'objet observé est alors déformé, ce qui se traduit sur le détecteur en plan focal par un étalement conséquent de la fonction d'étalement du point (PSF, pour Point Spread Function en anglais). En l'état les plus grands télescopes, dont le Very Large Telescope de 8m de diamètre ou le futur Extremely Large Telescope de 39m, seraient limités en résolution par la turbulence à un télescope équivalent d'à peine une quinzaine de centimètres dans le visible [2].

Dans les années 80-90 a été développée une technique de compensation en temps réel de la turbulence atmosphérique, appelée optique adaptative (OA) [3]. Ce système d'OA est notamment composé d'un détecteur de front d'onde qui mesure à une cadence d'environ 1 kHz la perturbation de la

phase de l'onde électromagnétique incidente, d'un ordinateur qui calcule des commandes à partir des mesures de phase, et enfin d'un miroir déformable (d'une centaine à plus de 1000 actionneurs) qui applique les commandes pour corriger le front d'onde. Cette technique d'OA augmente grandement la résolution des télescopes et permet de se rapprocher de leur limite théorique de diffraction. Cependant le système d'OA n'est pas parfait et des résidus de turbulence subsistent, ce qui se traduit par une forme complexe de la PSF sur le détecteur. De plus cette PSF varie dans le temps à cause de l'évolution de la turbulence au cours de la nuit, ou bien de la magnitude de l'objet observé. L'estimation de cette PSF doit donc être renouvelée à chaque observation.

La connaissance précise de cette PSF est pourtant cruciale pour les astronomes. En effet l'extraction des paramètres d'intérêt d'une image nécessite souvent la connaissance de la PSF. La déconvolution en particulier est une technique de post-traitement de l'image qui permet de retrouver des bords francs et des détails de l'objet observé. L'algorithme MISTRAL [4, 5] est particulièrement adapté pour retrouver

des bords francs sur des objets optiquement résolus tels que des satellites dans des applications militaires ou des astéroïdes ou planètes dans des applications scientifiques. Ces algorithmes de déconvolution sont très sensibles à la PSF fournie en entrée. Autrement dit, une erreur de la PSF d’entrée conduit à une mauvaise estimation de l’objet déconvolué. Comme la PSF en astronomie évolue rapidement et peut être difficilement mesurable, il est nécessaire de développer des algorithmes de déconvolution myope (dont MISTRAL) qui estiment à la fois l’objet et la PSF. Ces algorithmes myopes laissent de la liberté sur la PSF, ce qui la dé-contraint, mais en même temps augmentent le nombre de paramètres à estimer au risque de dégénérer le problème: l’algorithme converge mais vers un couple {objet, PSF} erroné.

Réduire le nombre de degré de libertés est important pour éviter de telles dégénérescences. Nous proposons de paramétriser la PSF atmosphérique à partir de la phase de la turbulence. Une telle paramétrisation réduit considérablement le nombre de degrés de libertés des algorithmes myopes, elle assure que la PSF estimée par l’algorithme a un sens physique en interdisant certaines formes de PSF ou certaines valeurs de paramètres. Enfin nous utilisons certains paramètres physiques avec leurs unités, notamment la force de la turbulence donnée par le paramètre de Fried. Ceci permet d’établir des corrélations entre paramètres estimés par ajustement de PSF, déconvolution et estimations externes (SLODAR, DIMM par exemple).

2 Algorithme de déconvolution

Nous utilisons l’algorithme de déconvolution MISTRAL [4, 5], minimisant par descente de gradient un critère J , qui est l’anti-logarithme de la probabilité à posteriori sur l’objet. Cet algorithme peut fonctionner de manière “classique” (PSF fixée) ou myope (PSF variable). Le critère “classique” s’écrit

$$J(o) = \frac{1}{2} \left\| \frac{i - o \star h}{\sigma} \right\|^2 + \mu \cdot \phi \left(\frac{\nabla o}{\delta} \right) \quad (1)$$

où i est l’image, h la PSF, o l’objet estimé, et σ la carte de l’écart-type bruit de mesure. L’opérateur \star dénote la convolution, et ∇ le gradient spatial. Les hyper-paramètres μ et δ sont réglés de manière supervisées lors de l’initialisation de MISTRAL. La fonction de régularisation ϕ correspond à une norme L1-L2, qui pénalise quadratiquement les faibles variations (bruit) et linéairement les fortes variations (signal).

En mode myope, un terme de régularisation sur la PSF est ajouté à l’Eq. (1). La convergence en mode myope est plus difficile car il faut estimer à la fois o et h pour minimiser le critère J . Bien qu’améliorant légèrement la déconvolution en cas de mauvaise mesure de PSF, l’algorithme doit être initialisé avec une PSF estimée (observée) proche de la PSF vraie. La méthode s’est montrée insatisfaisante dans notre cas, et de manière générale ne permet pas la déconvolution en l’absence

de PSF observée. Notre objectif est une paramétrisation fiable de la PSF corrigée par optique adaptative. Nous étudions son effet sur la déconvolution classique donnée Eq. (1). La mise en place de déconvolutions myopes ou aveugles incluant des PSF paramétriques est une future application de ces travaux.

3 Déconvolution par une PSF Moffat

Avant d’aborder des modèles complexes de PSF, on a étudié la possibilité d’effectuer de la déconvolution avec un modèle de PSF couramment utilisé en astronomie : la fonction de Moffat [6]. Cette fonction est particulièrement utile en OA car elle imite le pic étroit de la PSF associé à de larges ailes. L’avantage de cette PSF est sa simplicité, elle ne demande que 2 paramètres dans le cas à symétrie circulaire et 4 paramètres si un axe de la PSF est plus allongé que l’autre (isophotes elliptiques). Nous utilisons le modèle à symétrie circulaire car nos PSFs sont peu allongées. De plus, l’anisoplanétisme est négligé dans nos applications de déconvolution d’images d’astéroïdes. En désignant par r la distance d’un pixel avec le centre du détecteur, la Moffat à symétrie circulaire s’écrit simplement:

$$M(r) = \frac{\beta - 1}{\pi \alpha^2} \frac{1}{(1 + r^2/\alpha^2)^\beta} \quad (2)$$

où α est le paramètre d’extension radiale, et β la loi de puissance. Le facteur de normalisation assure une énergie unitaire de la PSF sur le plan focal.

Nous avons effectué un ajustement (couramment appelé “fitting” par anglicisme) par moindres carrés ce modèle de Moffat (Fig. 3, courbe verte) sur des PSFs de l’imageur haute-résolution SPHERE/Zimpol [7] du VLT. Dans [9] nous avons alors montré l’impact des paramètres du modèle de Moffat sur la déconvolution de l’astéroïde 4-Vesta (Fig. 1, gauche) observé au cours d’un ESO Large Program (P.I.: P. Vernazza). Dans le cas de l’astéroïde Vesta, nous avons accès à la vérité terrain grâce aux images haute résolution de la sonde spatiale Dawn [8] de la NASA (Fig. 1, droite). Nous pouvons alors comparer l’objet estimé par déconvolution avec les images Dawn, et ainsi quantifier les erreurs dues à la déconvolution. Dans l’article [9] nous montrons notamment que la déconvolution avec l’algorithme MISTRAL permet de retrouver les cratères principaux et les variations d’albédo de l’astéroïde. Cette étude montre la possibilité de déconvoluer des objets astronomiques avec des PSF paramétriques. Le modèle de Moffat est une relativement bonne approximation de la PSF corrigée par AO car il décrit bien le pic central très étroit de la PSF. Il est à noter que ce modèle généralise la lorentzienne (pour $\beta \rightarrow 1$, mais apparait alors un problème d’énergie infinie sur le plan) et la gaussienne (pour $\beta \rightarrow \infty$). Cependant le modèle de Moffat ne prend pas bien en compte le halo turbulent de la PSF corrigée par OA. De plus les paramètres de Moffat sont mathématiques, ils ne sont pas directement reliés à des grandeurs physiques. Enfin, le modèle de Moffat ne prend pas en compte la fréquence de coupure à D/λ du télescope

ou tout effet diffractif. C'est pour pallier ces défauts que nous avons créé un modèle de PSF plus physique, paramétré à partir de la phase résiduelle de la turbulence et de la PSF instrumentale.

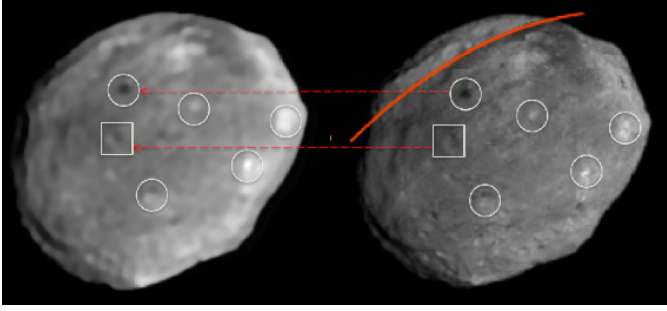


Figure 1 – SPHERE/Zimpol image de Vesta déconvoluée par une fonction de Moffat (gauche) et image générée à partir des données Dawn (droite). Pour l'image Dawn, aucune information d'albédo n'est disponible au dessus de $30^\circ N$, symbolisé par la ligne orange. Le carré de l'intensité est affiché pour augmenter le contraste visuel.

4 Modèle de PSF via la phase résiduelle

Les travaux successifs de Goodman [10] et Roddier [1] ont montré que la PSF longue pose est totalement déterminée par la connaissance de la PSF instrumentale et de la densité spectrale de puissance (DSP) de la phase résiduelle de la turbulence. Sous hypothèse de stationnarité de la phase dans la pupille, on peut effectivement séparer la PSF en tant que convolution d'une PSF instrumentale (diffraction) et d'une PSF de phase résiduelle atmosphérique

$$h = h_T \star h_A \quad (3)$$

avec h_T la PSF du télescope, et h_A la PSF atmosphérique longue pose. La PSF instrumentale est donnée par la diffraction de la pupille du télescope considéré, ce qui permet notamment d'inclure la fréquence de coupure du télescope, absente sur le modèle de Moffat. Quant à la PSF atmosphérique, en omettant les variables de position par soucis de concision, elle s'écrit

$$h_A = e^{-\sigma_\phi^2} \cdot \mathcal{F}^{-1} \left\{ e^{\mathcal{F}^{-1}\{W_\phi\}} \right\} \quad (4)$$

avec W_ϕ la DSP de phase résiduelle, \mathcal{F} la transformation de Fourier, et σ_ϕ^2 l'intégrale de la DSP. Ce qui montre que la PSF atmosphérique longue pose ne dépend que de la DSP de la phase résiduelle. On sépare cette DSP selon deux zones complémentaires du plan fréquentiel:

- Zone corrigée par l'OA, correspondant à un disque des basses fréquences spatiales. En cas de bonne correction OA, la forme de la PSF est identique à la forme de la DSP [11, 12, 13]. Etant donné que la fonction de Moffat décrit correctement le coeur de la PSF, nous l'utilisons alors pour paramétriser le coeur de la DSP.

- Zone non corrigée par l'OA, correspondant à tout le plan moins le disque précédent des basses fréquences. Sur cette zone la DSP est purement turbulente, elle suit donc le modèle de Kolmogorov $W_\phi(f) = 0.023 r_0^{-5/3} f^{-11/3}$. La forme de la DSP sur cette zone est fortement contrainte, seul le paramètre de Fried r_0 est une variable. Il peut de plus être estimé par les mesures des pentes résiduelles du senseur de front d'onde, ou par des instruments externes.

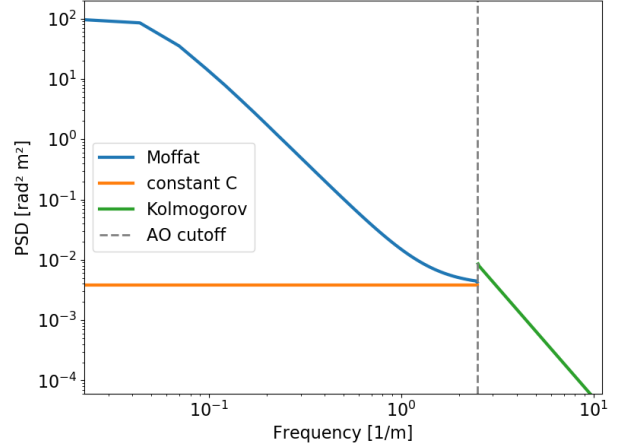


Figure 2 – Les trois composantes de notre modèle de DSP: la Moffat (bleu), la constante (orange) et le spectre de Kolmogorov de la turbulence (vert). Les pointillés verticaux indiquent la fréquence f_{OA} de coupure du système d'OA.

La séparation entre la zone corrigée et non corrigée est déterminée par le système d'OA. En effet la fréquence de coupure de l'OA est $f_{OA} \simeq N_{act}/(2D)$, avec N_{act} le nombre linéaire d'actionneurs et D le diamètre de la pupille. Notre modèle complet de DSP à symétrie circulaire s'écrit alors

$$W_\phi(f) = \begin{cases} A \frac{M(f)}{1 - (1 + f_{OA}^2/\alpha^2)^{1-\beta}} + C & , f \leq f_{OA} \\ 0.023 r_0^{-5/3} f^{-11/3} & , f > f_{OA} \end{cases} \quad (5)$$

où le dénominateur sous la Moffat assure la normalisation en énergie sur un cercle de rayon f_{OA} . Les paramètres du modèle sont alors $\{A, C, \alpha, \beta, r_0\}$. La Fig. 2 montre un exemple de modèle de DSP. Quant à la Fig. 3, elle montre l'ajustement d'une PSF de l'instrument Zimpol avec une simple Moffat (Sec. 3) et avec notre modèle à partir de la DSP. Alors que la Moffat ne décrit correctement que le centre de la PSF, notre modèle est correct à la fois dans le pic central et le halo. Ce modèle plus précis de PSF est alors plus adapté à la déconvolution qu'une Moffat (voir l'exemple de la Fig. 4). L'avantage d'une telle modélisation repose également sur l'utilisation du paramètre de Fried r_0 , qui représente la force de la turbulence atmosphérique. Nous pouvons alors corrélérer le r_0 estimé par ajustement de PSF, et le r_0 estimé par la boucle d'OA à partir des pentes résiduelles. Nous trouvons une corrélation supérieure à 90% entre ces deux estimations

du paramètre de Fried, ce qui démontre la cohérence des deux méthodes d'estimation par ajustement ou par données d'OA. Dans la suite de nos travaux, nous prévoyons alors d'utiliser la donnée d'OA du r_0 pour contraindre les paramètres du modèle de PSF lors d'une déconvolution myope paramétrique.

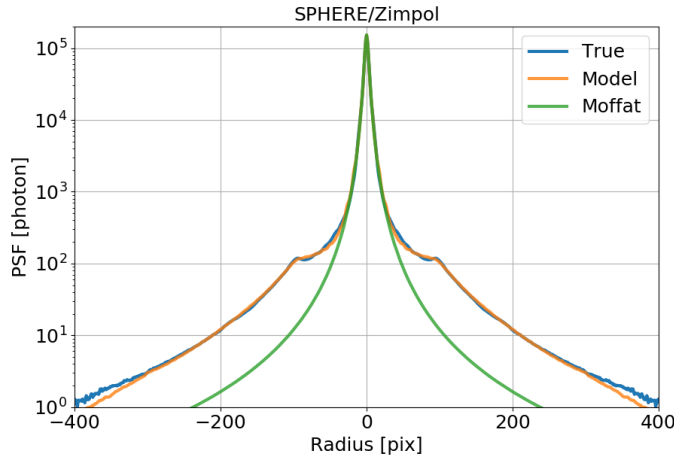


Figure 3 – PSF de l'instrument SPHERE/Zimpol au cours d'une observation longue-pose (bleu), ajustement par une Moffat (vert), ajustement par notre modèle utilisant la DSP (orange).

Les résultats montrés ici sur SPHERE/Zimpol ont également été validés sur le spectromètre à champ intégral MUSE du VLT, et sur PSF simulées numériquement avec la librairie OOMAO [14] de Matlab. La validation sur différents systèmes est importante pour démontrer la stabilité et la flexibilité de notre modèle de PSF.

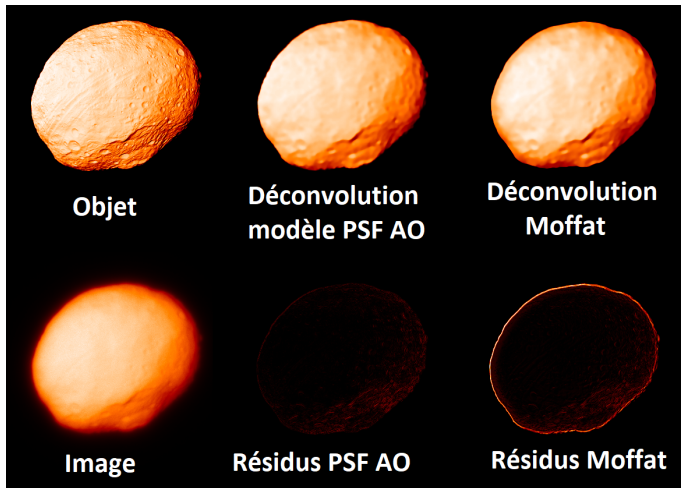


Figure 4 – Déconvolution d'un objet de synthèse (VESTA, crédit L. Jorda, LAM) avec notre modèle de PSF pour OA, et avec une Moffat. Les résidus entre objet vrai et objets estimés par déconvolution sont aussi montrés.

5 Conclusions

En astronomie, la difficulté d'estimation de la PSF rend difficile le post-traitement des images. Nous avons montré grâce aux observations de l'astéroïde Vesta qu'il est possible d'effectuer des déconvolutions d'images astronomiques avec des PSF paramétriques. Ces PSFs sont assez précises pour la déconvolution. En développant un modèle plus complexe et plus physique de PSF, nous voulons améliorer la qualité de l'objet estimé grâce à la forme plus précise de la PSF, et éviter d'éventuelles dégénérescences du problème par des contraintes physiques de la forme de la PSF. Enfin chaque paramètre ayant une signification physique peut être mesuré lors de l'observation et fourni à l'algorithme de déconvolution pour contraindre ce paramètre. Des méthodes de marginalisation [15] de l'objet pour estimer les paramètres de la PSF sont également envisageables.

Le développement d'une déconvolution myope paramétrique évite d'avoir à imager explicitement la PSF lors de chaque observation, seuls des paramètres réduits sont nécessaires. On gagne ainsi en temps d'observation et en réduction de données. En effet 10 paramètres suffisent à retrouver la PSF, au lieu d'une image 1024x1024 dans le cas de Zimpol, ce qui représente une augmentation importante du contraste statistique, c'est à dire du ratio données sur inconnues.

References

- [1] F. Roddier. *Progress in Optics*. North-Holland Publishing Co, 1981.
- [2] DL. Fried. *JOSA*, 1966.
- [3] F. Roddier. *Adaptive optics in astronomy*. Cambridge university press, 1999.
- [4] L. Mugnier, et al. *JOSAA*, 2004.
- [5] T. Fusco, et al. *Proc. SPIE*, 2003.
- [6] AFJ. Moffat. *Astronomy and Astrophysics*, 1969.
- [7] HM. Schmid, et al. *Astronomy and Astrophysics*, 2018.
- [8] CT. Russell, et al. *Springer*, 2011.
- [9] R. Fétick, et al. *Astronomy and Astrophysics*, 2019.
- [10] JW. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill Inc, 1968.
- [11] R. Racine, et al. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 1999
- [12] L. Jolissaint et J-P. Veran, *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, 2002
- [13] R. Fétick, et al. *MNRAS*, 2018.
- [14] R. Conan, C. Correia. *Proc. SPIE*, 2014.
- [15] L. Blanco et L. Mugnier. *Optics Express*, 2011.