

Reconstruction et classification des temps de relaxation multi-exponentielle en IRM

Christian EL HAJJ^{1,2}, Saïd MOUSSAOUI¹, Guylaine COLLEWET², Maja MUSSE².

¹LS2N – UMR CNRS 6004

1, rue de la Noë, BP 92101, 44321 Nantes Cedex 3, France

²IRSTEA, UR OPAALE

CS 64427, 35044 Rennes, France

Christian.Elhajj@irstea.fr, Saïd.Moussaoui@ec-nantes.fr

Guylaine.Collewet@irstea.fr, Maja.Musse@irstea.fr

Résumé – L’obtention puis l’exploitation des cartographies des temps de relaxation multi-exponentielles à l’échelle d’une image entière, à partir des données IRM bruitées de module, nécessite la résolution d’un problème inverse de grande taille. Nous proposons une reconstruction précise des cartographies T_2 multi-exponentielles et des intensités relatives associées à l’échelle du voxel. Cette méthode de reconstruction est fondée sur l’estimateur du maximum de vraisemblance exploitant l’hypothèse d’un bruit de Rice et une régularisation spatiale favorisant la régularité des cartographies. Le problème d’optimisation en grande dimension qui en résulte est résolu en utilisant une approche de majoration-minimisation. Enfin, nous proposons une méthode de caractérisation des tissus végétaux à partir des paramètres estimés en utilisant un algorithme de classification non supervisée.

Abstract – Extracting and interpreting multi-exponential relaxation time maps from noisy magnitude MRI images is an ill posed problem that requires solving a large scale inverse problem. A spatially regularized Maximum-Likelihood estimator accounting for the Rician distribution of the noise is introduced. To deal with the large-scale optimization problem, a Majoration-Minimization approach coupled with an adapted non-linear least squares algorithm is implemented. Also, we propose a method for the detection of fruit tissues and their T_2 distributions using an unsupervised classification method.

1 Introduction

La séquence multi écho de spin (M-ES) [1] est une technique d’acquisition d’images IRM utilisée pour mesurer les temps de relaxation transversale. Pour cela, des images multi-temporelles sont acquises, avec un temps d’échantillonnage fixe et les valeurs des temps de relaxations T_2 (constante de temps d’un signal de décroissance exponentielle) et leurs amplitudes respectives A_0 sont extraites dans chaque voxel de l’image IRM. La résolution spatiale de l’IRM est de l’ordre du mm^3 . Ainsi, un voxel peut contenir soit plusieurs tissus, soit un seul tissu constitué de plusieurs pools d’eau caractérisés par des temps de relaxation différents. Le premier cas se rencontre par exemple dans l’estimation du taux de myéline en imagerie cérébrale [2], le second cas dans l’imagerie IRM des végétaux où l’objectif est de caractériser les différents compartiments cellulaires (paroi, vacuole et cytoplasme). Ainsi, il est apparu nécessaire de développer une approche IRM de mesure de relaxation T_2 multi-exponentielle afin de pouvoir accéder à des informations plus précises sur les fractions d’eau dans des principaux compartiments cellulaires [3].

Le bruit IRM est supposé gaussien indépendant et identiquement distribué dans l’espace complexe des mesures (partie réelle et partie imaginaire). Compte tenu de la sensibilité de la phase à différents phénomènes physiques non maîtrisables, celle-ci est écartée et c’est le module du signal qui est utilisé. Or, les images en module suivent une distribution de Rice [4]. Pour un rapport signal sur bruit (RSB) élevé cette distribution de bruit peut être assimilée à une distribution gaussienne, mais ce n’est pas le cas à RSB faible. Les cartographies T_2 sont estimées à partir d’un signal de relaxation qui doit être échantillonné pendant un temps suffisamment long pour obtenir une estimation précise. Cela amène à l’acquisition de données à très faible RSB pour les derniers échantillons temporels. Ainsi, si la distribution de Rice n’est pas prise en compte, elle entraîne un biais sur les paramètres estimés.

Dans cet article nous proposons une méthode d’estimation conjointe des paramètres basée sur une approche de maximisation de vraisemblance (MV) qui prend compte de la nature ricienne du bruit. De plus, une régularisation spatiale est ajoutée afin de réduire la sensibilité des résultats au bruit. En premier temps, nous proposons d’utiliser une approche de majoration-minimisation (MM) qui permet l’estimation de tous les paramètres simultanément au niveau de l’image. En

¹Nous tenons à remercier le GdR-ISIS et la région Bretagne pour le financement de ce projet.

plus nous proposons d'utiliser un algorithme de Levenberg-Marquardt (LM) en introduisant la règle d'Armijo pour assurer la convergence de l'algorithme et en définissant un pas maximal qui garantit la positivité des paramètres. Enfin, nous proposons une méthode d'exploitation de résultat basée sur une classification automatique des paramètres en utilisant un algorithme de K-means [5]. Nous présentons dans les sections suivantes les développements réalisés et des résultats obtenus à partir d'images simulées sur un fantôme et à partir de données IRM acquises sur une tomate.

2 Estimation des paramètres

Les données IRM en modules, acquises avec une séquence M-ES, sont composées de N_t images. Pour un modèle de décroissance multi-exponentielle avec N_c composantes, le signal mesuré $m_j(\tau)$ au voxel j est approché par le modèle $A(\tau, \theta_j)$ exprimé par :

$$A(\tau, \theta_j) = \sum_{c=1}^{N_c} A_{0(c,j)} e^{-\frac{\tau}{T_{2(c,j)}}}, \quad \text{pour } \tau = \tau_1, \dots, \tau_{N_t} \quad (1)$$

où $\theta_j = [A_{0(1,j)}, T_{2(1,j)}, \dots, A_{0(N_c,j)}, T_{2(N_c,j)}]$ est le vecteur des paramètres inconnus de longueur $N_p = 2N_c$ avec $T_{2(c,j)}$ et $A_{0(c,j)}$ représentent respectivement la valeur du temps de relaxation et de son amplitude correspondante de la composante c au voxel j .

2.1 Formulation du problème

En prenant en compte la densité de probabilité ricienne des mesures, l'estimateur de MV est obtenu en maximisant :

$$L(\mathbf{m}, \boldsymbol{\theta}) = \prod_{j=1}^{N_v} \prod_{\tau=\tau_1}^{\tau_{N_t}} \frac{m_j(\tau)}{\sigma^2} e^{-\left[\frac{m_j(\tau)^2 + A(\tau, \theta_j)^2}{2\sigma^2}\right]} I_0(D_{j\tau}) \quad (2)$$

où \mathbf{m} est le vecteur des données mesuré pour les différents voxels de l'image, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \dots \theta_j]$, $I_0(\cdot)$ est la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre zéro, $D_{j\tau} = \frac{m_j(\tau)A(\tau, \theta_j)}{\sigma^2}$, et σ^2 est la variance du bruit gaussien. La fonction objective à minimiser pour l'estimation des paramètres du modèle $A(\tau, \theta_j)$ par MV s'exprime par :

$$J_{MV}(\mathbf{m}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{j=1}^{N_v} \sum_{\tau=\tau_1}^{\tau_{N_t}} \left[\frac{A(\tau, \theta_j)^2}{2\sigma^2} - \log(I_0(D_{j\tau})) \right], \quad (3)$$

étant donné le caractère mal posé du problème d'inversion pour l'estimation des paramètres, nous proposons d'introduire une régularisation spatiale favorisant la régularité de la distribution spatiale des paramètres. En effet, il a été constaté que la régularisation spatiale permet d'assurer une réduction sur l'erreur d'estimation [6]. Ainsi, nous introduisons un critère de régularisation basée sur une fonction de pénalité ψ :

$$R(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{p=1}^{N_p} \beta(p) \sum_{j=1}^{N_v} \sum_{i \in V_j} \psi(\theta_j(p) - \theta_i(p)) \quad (4)$$

où V_j correspond à un voisinage du voxel d'indice j et β est un vecteur de paramètres de régularisation. Le critère à minimiser pour l'estimation régularisée s'écrit donc sous la forme :

$$F(\mathbf{m}, \boldsymbol{\theta}) = J_{MV}(\mathbf{m}, \boldsymbol{\theta}) + R(\boldsymbol{\theta}) \quad (5)$$

2.2 Algorithme d'optimisation proposé

Nous présentons dans cette section les étapes majeures de l'algorithme d'optimisation. Il s'agit d'une approche fondée sur le principe de MM couplée à un algorithme de moindres carrés non-linéaires. La fonction objectif (5) n'admet pas une solution explicite, donc un algorithme d'optimisation itérative peut être appliqué. Nous optons pour un algorithme de descente du type MM [7]. Comme $f(\cdot) = -\log I_0(\cdot)$ est une fonction concave, celle-ci peut être majorée en tout point $A(\tau, \theta_j^{(k)})$ par une fonction affine et la minimisation de $J_{MV}(\mathbf{m}, \theta_j^{(k)})$ revient à minimiser le critère quadratique non linéaire suivant :

$$Q_{MV}^{(k)}(\mathbf{m}, \boldsymbol{\theta}^{(k)}) = \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^{N_v} \sum_{\tau=\tau_1}^{\tau_{N_t}} \left[m_j(\tau) R(D_{j\tau}^{(k)}) - A(\tau, \theta_j) \right]^2$$

où $R(\cdot) = \frac{I_1(\cdot)}{I_0(\cdot)}$ avec $I_1(\cdot)$ est la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre 1.

Par ailleurs, en s'appuyant sur les travaux d'Erdogan et Fessler [8], dans le cas d'une fonction de pénalité ψ convexe, une fonction majorante séparable peut être calculée. En effet, la relation suivante peut être établie :

$$\psi(z_j - z_i) \leq \frac{1}{2} \psi \left(2z_j - (z_j^{(k)} + z_i^{(k)}) \right) + \frac{1}{2} \psi \left(2z_i - (z_j^{(k)} + z_i^{(k)}) \right) \quad (6)$$

La fonction majorante du critère est donc constituée de la somme de deux fonctions convexes et séparables par voxels à chaque itération k de l'algorithme MM; $Q_{MV}^{(k)}$ (Critère de majoration du critère J_{MV}) et $Q_{reg}^{(k)}$ (Critère de majoration du critère R) où :

$$Q_{reg}^{(k)}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_v} \sum_{i \in V_j} \left[\beta(p)^{\frac{1}{2}} \psi^{\frac{1}{2}} \left(2\theta_j(p) - (\theta_j^{(k)}(p) + \theta_i^{(k)}(p)) \right) \right]^2, \quad (7)$$

où, pour une fonction de régularisation de type L1-L2, $\psi(x) = \sqrt{x^2 + \delta^2} - \delta$. Cette approche de majoration quadratique séparable permet de simplifier l'étape d'optimisation qui sera réalisée de façon indépendante entre les voxels, ce qui réduit le gain mémoire et le coût de calcul.

Compte tenu de la formulation du critère majorant comme un critère de moindres carrés non-linéaires, l'algorithme de Levenberg-Marquardt a été employé pour sa minimisation pour lequel nous avons introduit deux ingrédients essentiels; le pas de déplacement maximal est imposé afin de garantir le respect de la contrainte de non-négativité des paramètres et

une recherche de pas du type Armijo est réalisée à chaque itération pour garantir une descente suffisante du critère. Si l'estimation des temps de relaxation mono-exponentielle T_2 donne implicitement des cartes de répartition spatiale des différents compartiments, l'interprétation des distributions dans le cas multi-exponentiel nécessite la résolution d'un problème de clustering en exploitant les informations temporelles. À notre connaissance, cette problématique n'a jamais été traitée dans le contexte de la relaxométrie IRM. Dans une première approche, nous avons adopté une technique de classification du type K-means dans l'espace défini par les paramètres multi-exponentiels estimés. Afin de faciliter l'exploitation des résultats nous proposons une méthode de visualisation des résultats en traçant la distribution des paramètres T_2 et I_0 à l'intérieur de chaque classe identifiée par l'algorithme K-means.

3 Évaluation

3.1 Données synthétiques

Le fantôme, construit sur un disque dans une image de 128×128 voxel, est constitué d'un anneau extérieur et de 9 disques intérieurs de tailles différentes. Les valeurs des paramètres utilisés sont proches de celles trouvés dans les différents tissus de la tomate. De plus, la variabilité des paramètres à l'intérieur de chaque classe a été prise en compte (13% sur les A_0 et 8% sur les T_2). Les signaux à l'intérieur des disques ont été simulés en ajoutant du bruit avec un RSB réaliste. Le RSB est calculé comme suit : $RSB = \frac{\sum_{j=1}^{N_v} m_j(\tau_1)}{\sigma_{N_v}}$.

3.2 Données expérimentales

Les données expérimentales ont été acquises à l'aide d'une séquence M-ES sur un scanner IRM de 1.5T (Magnetom, Avanto, Siemens, Erlangen, Germany) avec $\Delta TE = 6.5ms$ et un nombre d'images $N_t = 512$. Le plan médian du fruit (section transversale au milieu du fruit) a été imagé avec un nombre de voxel 128×128 et une épaisseur de coupe de 5 mm ainsi, la taille du voxel est de $1.19 \times 1.19 \times 5 mm^3$. Deux ensembles d'images IRM ont été acquis ; le premier avec 32 répétitions afin d'obtenir un RSB élevé (687) et l'utiliser comme référence et le second avec une seule répétition afin de tester la stabilité de l'algorithme sur le RSB le plus faible (145). Enfin, afin de corriger les résultats des inhomogénéités spatiales de l'antenne de mesure, les amplitudes estimées ont été corrigées *a posteriori* en utilisant un modèle de variation du signal en fonction de la position estimé sur un fantôme d'eau.

3.3 Critères d'évaluation

Pour la régularisation spatiale, nous avons choisi une fonction de pénalisation $\psi(\cdot)$ du type L1-L2. Le vecteur de poids de régularisation β et le vecteur de paramètres L1-L2 ont été choisis par essai erreur afin de garantir une bonne séparation entre les différentes structures.

Les résultats numériques ont été obtenus en calculant la racine de l'erreur quadratique moyenne normalisée (REQMN):

$$REQMN = 100 \sqrt{\frac{1}{N_v N_p} \sum_{j=1}^{N_v} \sum_{p=1}^{N_p} \frac{(\theta_j(p) - \theta_j^*(p))^2}{\theta_j^*(p)^2}}, \quad (8)$$

où $\theta_j^*(p)$ les valeurs références au voxel j pour le paramètre p .

4 Résultats

Dans la figure 1 nous illustrons les résultats sur le fantôme en utilisant la méthode proposée et en la comparant à une version non régularisée en fixant $\beta = 0$. En comparant les deux versions visuellement, l'importance de la régularisation pour réduire le bruit dans les paramètres estimés et pour enrichir le contraste entre certaines régions est clairement démontrée. En outre, on a obtenu une valeur de REQMN de 5.9% pour la version régularisée et 20.9% pour la version non régularisée.

La figure 2 montre les résultats de la classification dans l'espace des paramètres estimés à partir du fantôme. 98.9% des voxels ont été attribué à leurs vraies classes. La très faible erreur de classification concerne les deux classes rouge et noire qui présentent des caractéristiques physiques similaires ce qui implique des valeurs de paramètres proches. Les distributions des amplitudes en fonction des temps de relaxation à l'intérieure de chaque classe sont illustrées. Sur les données expérimentales, visuellement, la figure 3 valide la robustesse de la méthode proposée pour des RSB différents. En effet, des cartographies très similaires pour les données avec des grands et des petits RSB ont été obtenues. De plus, on obtient une valeur faible de REQMN égale à 5.56%.

Dans la figure 4, nous illustrons le résultat de la classification sur les données réelles d'une tomate acquises avec une répétition. Trois structures de la tomate parmi les cinq cherchées ont été identifiées. En effet, la classe rouge regroupe le péricarpe radial, le péricarpe externe et le noyau. Ces structures présentent des temps de relaxation proches mais ont été distinguées en simulation avec le fantôme. Cependant le fantôme ne reproduit pas la même répartition spatiale de ces tissus qui sont directement voisins dans le cas de la tomate ce qui peut constituer une difficulté supplémentaire pour les distinguer dans la mesure où la régularisation spatiale peut avoir eu tendance à les unifier. Un fantôme plus proche de la tomate permettra d'étudier plus précisément les capacités de séparation de tous les tissus de la tomate. Cependant ces résultats restent très satisfaisants dans la mesure où il a été possible de distinguer différentes zones du fruit tout en mesurant les valeurs des temps de relaxation et des amplitudes associées des pools d'eau sous-jacents au voxel.

5 Conclusion

Dans cet article nous avons proposé un algorithme d'estimation des cartes de distributions des temps de relaxation multi-exponentiels à partir de données IRM dans un contexte de

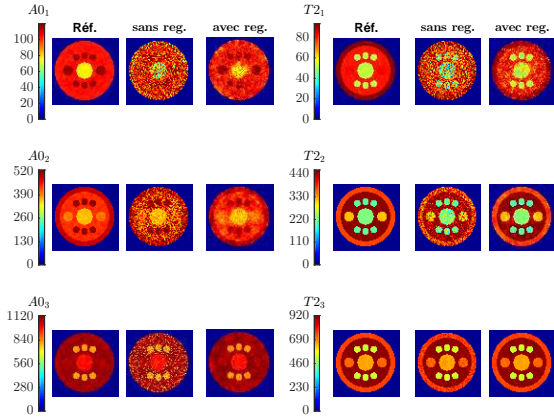


FIG. 1: Les cartographies de A_0 et T_2 de référence (premières colonnes), estimées avec la version non régularisée (deuxièmes colonnes) et estimées avec l’algorithme régularisé proposé (troisièmes colonnes).

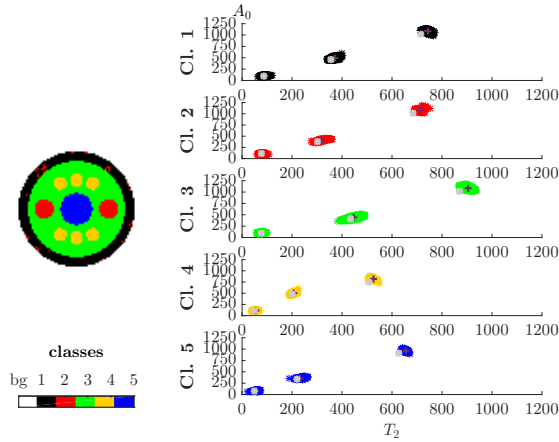


FIG. 2: Carte de répartition spatiale des 5 classes identifiées par K-means et distributions conjointes des paramètres (T_2 , A_0) des trois composantes de chaque classe. Les disques gris représentent les valeurs utilisés pour la simulation et les croix représentent les centroïdes des classes estimées par K-means.

bruit de Rice. Afin de résoudre ce problème inverse mal posé une régularisation spatiale a été introduite et des algorithmes d’optimisation dédiés ont été proposés afin d’alléger le coût de calcul. Des améliorations sont possibles pour le choix des paramètres de régularisation qui reste un problème ouvert. Par ailleurs, des algorithmes de classification plus sophistiqués peuvent être envisagés et le problème de détection de tous les tissus du fruit reste un problème ouvert.

References

[1] Hans Adriaensen, Maja Musse, Stéphane Quéllec, Alexandre Vignaud, Mireille Cambert, and François Mariette, “MSE-MRI sequence optimisation for measurement of bi- and tri-exponential T2 relaxation in a phantom and fruit,” *Magnetic Resonance Imaging*, vol. 31, no. 10, pp. 1677–1689, 2013.

[2] Cornelia Laule, Irene M Vavasour, Shannon H Kolind, David KB Li, Tony L Traboulsee, GR Wayne Moore, and Alex L MacKay,

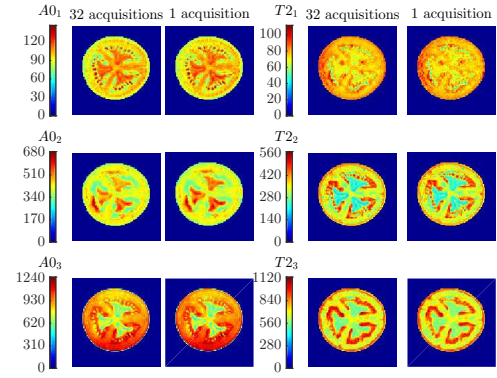


FIG. 3: Les cartographies de A_0 et T_2 reconstruit avec des images IRM d’une tomate avec 32 acquisitions (premières colonnes) et avec 1 acquisition (deuxièmes colonnes).

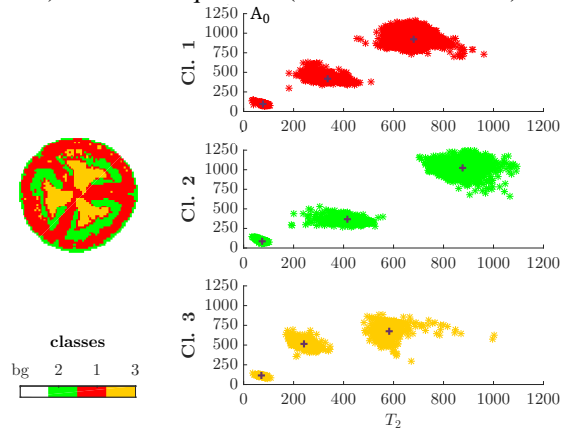


FIG. 4: Carte de répartition spatiale des 3 classes identifiées par K-means et distributions conjointes des paramètres (T_2 , A_0) des trois composantes de chaque classe.

“Magnetic resonance imaging of myelin,” *Neurotherapeutics*, vol. 4, no. 3, pp. 460–484, 2007.

[3] Maja Musse, Stéphane Quéllec, Mireille Cambert, Marie-Françoise Devaux, Marc Lahaye, and François Mariette, “Monitoring the postharvest ripening of tomato fruit using quantitative mri and nmr relaxometry,” *Postharvest Biology and Technology*, vol. 53, no. 1-2, pp. 22–35, 2009.

[4] Hákon Gudbjartsson and Samuel Patz, “The Rician distribution of noisy MRI data,” *Magnetic resonance in medicine*, vol. 34, no. 6, pp. 910–914, 1995.

[5] John A Hartigan and Manchek A Wong, “Algorithm as 136: A k-means clustering algorithm,” *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, vol. 28, no. 1, pp. 100–108, 1979.

[6] Dushyant Kumar, Thanh D Nguyen, Susan A Gauthier, and Ashish Raj, “Bayesian algorithm using spatial priors for multi-exponential t2 relaxometry from multiecho spin echo mri,” *Magnetic resonance in medicine*, vol. 68, no. 5, pp. 1536–1543, 2012.

[7] Divya Varadarajan and Justin P Haldar, “A majorize-minimize framework for Rician and non-central Chi MR images,” *IEEE transactions on medical imaging*, vol. 34, no. 10, pp. 2191–2202, 2015.

[8] Erdogan Hakan and Jeffrey A. Fessler, “Ordered subsets algorithms for transmission tomography,” *Physics in Medicine & Biology*, vol. 44, no. 2835–2851, 1999.