

# Autocalibration bayésienne de phase pour le suivi de cible

Gilles CHARDON<sup>1</sup>, Matthieu DELATTRE<sup>1</sup>, Jacques MANDERSCHIED<sup>1</sup>, Michel NAROZNY<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Signaux et Systèmes  
CentraleSupélec, CNRS, Univ. Paris-Sud, Université Paris-Saclay  
91192 Gif-sur-Yvette

<sup>2</sup>Thales LAS France SAS  
2, avenue Gay-Lussac  
78990 Elancourt

gilles.chardon@centralesupelec.fr, michel.narozny@thalesgroup.com

**Résumé** – Le problème de l'autocalibration en phase des capteurs d'un réseau pour le suivi de cible est étudié. En particulier, un formalisme bayésien est utilisé, permettant l'estimation itérative des paramètres (position de la cible et déphasage des capteurs) au cours du déplacement de la cible. La méthode bayésienne variationnelle (VBEM) est testée numériquement, et il est montré que ses performances sont comparables, voire meilleures que le filtrage particulaire, pour un temps de calcul plus faible.

**Abstract** – Phase autocalibration in a target tracking scenario is considered. In particular, the parameters (target position and phase calibration) are estimated using an iterative Bayesian method. The Variational Bayesian Expectation Maximization method is tested, and numerical experiments show that it yields comparable results to particle filtering, with a reduced computational complexity.

## 1 Introduction

Les méthodes de localisation de source classiques [1] font généralement l'hypothèse que la chaîne d'acquisition des signaux est connue avec précision. Cependant, les sources d'incertitude sont nombreuses [2, 3] :

- positions des éléments rayonnants et des capteurs, la forme du réseau pouvant se modifier à cause de contraintes mécaniques exercées sur sa structure,
- couplages électromagnétiques,
- variations de gains et de phases, tant dans les capteurs que dans la chaîne d'acquisition (câbles, amplificateurs, convertisseurs, etc.) [4, 5].

Cette calibration peut être faite a priori, en utilisant des signaux d'entrée connus et en mettant à jour le modèle du système. Cependant, cette procédure n'est pas toujours possible, et le système peut s'être décalibré au moment des mesures réelles. Il est alors nécessaire d'estimer conjointement la direction des sources et les paramètres du système : le système doit s'autocalibrer. Cette autocalibration est encore plus nécessaire quand les propriétés du système changent au cours même des mesures.

Cette communication porte sur le problème de l'autocalibration en phase, dans un contexte de suivi de cible. Après une présentation générale du problème, un modèle simplifié d'autocalibration pour le suivi de cible est présenté. Le formalisme bayésien variationnel (VBEM, Variational Bayes Expectation-Maximization) est ensuite appliqué à ce problème, et des simulations numériques montrent la pertinence de cette approche,

tant en termes d'erreurs d'estimation que de temps de calcul.

## 2 Autocalibration de phase pour la localisation de sources

Nous considérons ici un problème de localisation dans le plan. En présence d'une source dans la direction  $\theta$ , le signal reçu par un réseau de  $M$  capteurs à une fréquence  $f$  donnée s'écrit

$$\mathbf{m} = A\mathbf{a}(\theta) + \mathbf{n} \quad (1)$$

où  $\mathbf{a}(\theta) = (a_1(\theta), \dots, a_M(\theta))^t$  est un vecteur de  $M$  coefficients prenant comme valeurs  $a_m(\theta) = \exp(ik\mathbf{u}_\theta \cdot \mathbf{r}_m)$ ,  $\mathbf{u}_\theta$  étant le vecteur directeur d'angle  $\theta$  et  $r_m$  la position du capteur  $m$ ,  $A$  l'amplitude complexe de la source,  $k = 2\pi f/c$  le nombre d'onde,  $c$  la vitesse de propagation des ondes et  $\mathbf{n}$  le bruit perturbant les mesures. De nombreuses méthodes existent pour estimer la direction d'arrivée d'une ou plusieurs sources. Pour le problème d'autocalibration, nous considérons ici le cas d'une source unique. Dans ce cas simple en apparence, la forme de  $\mathbf{a}(\theta)$  montre que toute l'information sur la direction de la source est contenue dans la phase des signaux, qui n'est pas observable. Il est donc nécessaire d'inclure de l'information a priori dans l'estimation.

De nombreuses méthodes ont été proposées pour ce problème [11, 12, 13, 5]. Ces méthodes ont des limites :

- certaines supposent des erreurs de phase faibles, pour pouvoir linéariser la perturbation,

- d'autres sont limitées à des formes particulières de réseau (linéaire [12] ou rectangulaire [14]), ou à des cas particuliers de dimension de l'espace et de nombre de sources,
- des méthodes bayésiennes utilisent l'estimateur de maximum a posteriori [11], qui ne permet pas de construire un a priori pour l'estimation séquentielle.

L'information a priori sur les phases est généralement donnée par la contrainte que l'erreur moyenne de phase est nulle, ou en minimisant la norme  $\ell_2$  des erreurs de phase.

On notera que la forme particulière du dictionnaire rend l'estimation impossible par les méthodes telles que PhaseLift [9] ou PhaseCut [10], qui ne considèrent pas d'a priori sur les phases.

Dans un contexte de suivi de cible, la direction d'arrivée de la source est estimée itérativement : à chaque étape, une distribution *a priori* de la direction de la cible est construite à partir d'un modèle dynamique de la cible et des mesures précédentes. Cet a priori est fusionné avec les mesures actuelles pour construire une estimation *a posteriori* de la direction de la cible, sous la forme d'une densité de probabilité. Ce processus est alors itéré, en construisant l'a priori suivant à partir de cette loi a posteriori.

Dans les cas simples (modèles linéaires, mesures linéaires, bruits gaussiens), les paramètres des lois (moyenne et covariances) sont donnés par le filtre de Kalman [7]. Dans le cas général, des modifications du filtre de Kalman peuvent être utilisées, ainsi que les méthodes de type filtrage particulière [8], ou Monte-Carlo séquentiel, plus généraux mais également plus complexes.

Le formalisme bayésien variationnel sera utilisé, notamment la méthode de calibration en phase proposée par Drémeau et Herzet [6]. Cette méthode permet une estimation moins coûteuse des distributions a posteriori des paramètres, au prix d'une simplification de la forme de ces distributions. Elle est ici utilisée dans chaque étape de l'estimation dynamique des déphasages et de la position de la cible, la contribution principale de cette communication étant la mise en forme du problème d'autocalibration de phase dans une forme permettant son application.

### 3 Modèles de suivi de cible et d'erreurs de phase

On suppose que si plusieurs cibles sont présentes, un prétraitement des données (par ex. RADAR Doppler) permet de séparer les contributions de ces cibles et de ne considérer qu'une seule source.

#### 3.1 Un modèle simple de suivi de cible

Les mesures  $\mathbf{m}_j$  à un instant  $t_j$  s'écrivent

$$\mathbf{m}_j = A_j \mathbf{a}(\theta_j) + \mathbf{n}_j, \quad (2)$$

où  $A_j$  est l'amplitude complexe de la source,  $\theta_j$  sa direction, et  $\mathbf{n}_j$  le bruit à l'instant  $t_j$ . On suppose que la direction  $\theta_{j-1}$  de la cible à l'instant  $t_{j-1}$  est connue, au moins approximativement, et que le déplacement de la cible entre les instants  $t_j$  et  $t_{j-1}$  est assez petit pour qu'une approximation linéaire soit possible :

$$\mathbf{m}_j = A_j \mathbf{a}(\theta_{j-1}) + A_j (\theta_j - \theta_{j-1}) \mathbf{a}'(\theta_{j-1}) + \tilde{\mathbf{n}}_j \quad (3)$$

où  $\mathbf{a}'(\theta)$  est la dérivée de  $\mathbf{a}(\theta)$  par rapport à  $\theta$ , et  $\tilde{\mathbf{n}}_j$  est la somme du bruit de mesure et de l'erreur d'approximation linéaire. Avec  $\mathbf{D}_j = (\mathbf{a}(\theta_{j-1}) \ \mathbf{a}'(\theta_{j-1}))$  et  $\mathbf{x}_j = (A_j \ A_j (\theta_j - \theta_{j-1}))^t = (A_j \ B_j)^t$ ,

$$\mathbf{m}_j = \mathbf{D}_j \mathbf{x}_j + \tilde{\mathbf{n}}_j. \quad (4)$$

En l'absence de déphasage, une estimation  $\hat{\mathbf{x}}_j = (\hat{A}_j \ \hat{B}_j)^t$  de  $\mathbf{x}_j$  est donnée par :

$$\hat{\mathbf{x}}_j = \mathbf{D}_j^\dagger \mathbf{m}_j \quad (5)$$

où  $\cdot^\dagger$  est la pseudo-inverse de Moore-Penrose, et le déplacement de la cible  $\Delta\theta_j = \theta_j - \theta_{j-1}$  est estimé par

$$\widehat{\Delta\theta}_j = \hat{B}_j / \hat{A}_j. \quad (6)$$

La nouvelle estimation de la position est alors simplement

$$\hat{\theta}_j = \hat{\theta}_{j-1} + \widehat{\Delta\theta}_j. \quad (7)$$

Ce modèle est bien entendu limité au cas d'une seule cible et aux petits déplacements, mais permet de réduire l'estimation de la nouvelle position à un simple problème de moindres carrés de dimension 2 (dimension 3 si deux paramètres décrivent la direction d'arrivée).

#### 3.2 Erreurs de phase

Le modèle précédent, et notamment l'estimation (5), suppose que le réseau soit bien calibré en phase. Dans le cas contraire, les erreurs de phase sont modélisées de la façon suivante. L'équation (4) est remplacée par

$$\mathbf{m}_j = \Phi_j A_j \mathbf{a}(\theta_j) + \mathbf{n}_j, \quad (8)$$

où  $\Phi_j$  est une matrice diagonale de termes  $\exp(i\Delta\phi_{mj})$ , modélisant les erreurs de phases. On note  $\Delta\phi_j$  le vecteurs contenant ces déphasages. L'autocalibration du réseau est alors obtenue par la résolution du problème non linéaire suivant :

$$\mathbf{m}_j = \Phi_j \mathbf{D}_j \mathbf{x}_j + \tilde{\mathbf{n}}_j, \quad (9)$$

de  $M$  équations, à  $M+2$  inconnues, les déphasages  $\Delta\phi_{mj}$  ainsi que  $A_j$  et  $B_j$ . L'estimation de ces paramètres sans information a priori est donc impossible :

- un terme de déphasage global  $\Delta\phi_{0j}$  peut être appliqué à tous les coefficients de  $\mathbf{m}_j$ , ou de façon équivalente, aux déphasages  $\Delta\phi_{mj}$ . Cette ambiguïté est sans gravité, le terme de déphasage global disparaissant dans l'estimation de la mise à jour de la direction de la cible (6),
- un terme de déphasage équivalent à un déplacement de la cible (de la forme  $\Delta\phi_{mj} = ik(\mathbf{u}_{\theta'} - \mathbf{u}_\theta) \cdot \mathbf{r}_m$ ) peut être appliqué, introduisant un biais dans l'estimation.

Dans la section suivante, des a priori sur les erreurs de phase sont utilisés pour les estimer.

## 4 Application de l'approximation bayésienne variationnelle

Les distributions a posteriori (plus précisément, leurs approximations) des déphasages et des paramètres  $A_j$  et  $B_j$  à partir de l'équation (9) sont obtenues par la méthode VBEM. Les a priori sur les déphasages et  $A_j$  et  $B_j$  suivants sont utilisés :

- les déphasages  $\Delta\phi_{m_j}$  sont obtenus par l'ajout d'un bruit gaussien centré de variance  $\sigma_t^2$  aux déphasages à l'étape précédente. Ce modèle permet de rendre compte d'une dérive des déphasages au cours du temps. Leur distribution est précisée plus bas.
- les paramètres  $A_n$  et  $B_n$  suivent des loi normales centrées de variances  $\sigma_A^2$  et  $\sigma_A^2\Omega^2$ , où  $\sigma_A^2$  est la puissance moyenne de la source, et  $\Omega$  est l'ordre de grandeur des déplacements attendus. Cette modélisation simplifiée sera affinée dans nos prochains travaux pour prendre en compte des modèles dynamiques d'évolution de la direction d'arrivée.

La vraisemblance  $p(\mathbf{m}_j|\Delta\phi_j, A_j, B_j)$  est donnée par l'équation (9), où le bruit  $\tilde{\mathbf{n}}_j$  est supposé suivre une loi normale de variance  $\sigma_n^2$ .

La méthode VBEM est basée sur l'approximation de la distribution a posteriori des paramètres à estimer

$$p(\Delta\phi_j, A_j, B_j|\mathbf{m}_j) \propto p(\mathbf{m}_j|\Delta\phi_j, A_j, B_j)p(\Delta\phi_j, A_j, B_j)$$

par un produit séparable de fonctions de chacun des paramètres<sup>1</sup> :

$$p(\Delta\phi_j, A_j, B_j|\mathbf{m}_j) \approx q(A_j)q(B_j) \prod_{m=1}^M q(\Delta\phi_{m_j}). \quad (10)$$

VBEM consiste alors à minimiser la divergence de Kullback-Leibler entre cette approximation et la vraie loi a posteriori. Les formes spécifiques des a priori, de la vraisemblance, et de l'approximation rendent dans ce cas le calcul possible numériquement.

En sortie de l'algorithme, les distributions approchées des  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $\Delta\phi_{m_j}$  sont normales, indépendantes, de moyennes respectives  $\hat{A}_j$ ,  $\hat{B}_j$ ,  $\widehat{\Delta\phi_{m_j}}$ , et de variances  $\sigma_{A_j}^2$ ,  $\sigma_{B_j}^2$ ,  $\sigma_{\Delta\phi_{m_j}}^2$ .

Ces estimations permettent de construire les a priori pour l'étape suivante, notamment pour la phase  $\Delta\phi_{m,j+1}$ , dont la distribution a priori est gaussienne, de moyenne  $\Delta\phi_{m_j}$  et de variance  $\sigma_{m,j+1}^2 = \sigma_{\Delta\phi_{m_j}}^2 + \sigma_t^2$ ,  $\sigma_t^2$  étant la variance de la dérive en phase entre deux pas de temps.

Les détails de cette méthode sont disponibles dans [6]. Les résultats numériques de la partie suivante utilisent le code mis à disposition par les auteurs.

## 5 Résultats numériques

La méthode VBEM est testée et comparée à d'autres méthodes existantes.

<sup>1</sup>. Les indices des différents fonctions  $q$  sont sous-entendus pour ne pas alourdir la notation.

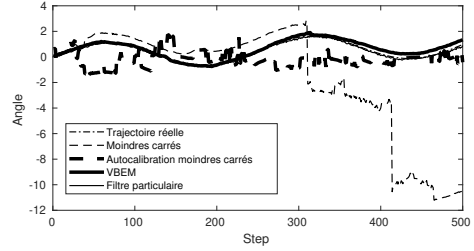


FIGURE 1 – Trajectoire estimée par les quatre méthodes testées

**Estimation aux moindres carrés :** cette méthode néglige les erreurs de phase, et consiste à itérer les équation (5) et (6).

**Autocalibration aux moindres carrés :** en supposant le réseau linéaire et uniforme, le problème de l'estimation des phases peut être approximé par un problème de moindres carrés [12].

**Filtrage particulaire :** le filtrage particulaire consiste à approximer les différentes densités de probabilité intervenant dans l'estimation par des sommes pondérées de masses de Dirac et donne une description approchée des lois des paramètres à estimer dans le cas général de modèles non linéaires et d'a priori et vraisemblances non gaussiens. On utilise ici le filtre bootstrap. Le nombre de particules est un paramètre important de ces méthodes : il est de l'ordre de l'exponentiel du nombre de paramètres pour garantir une estimation correcte [15]. Cette condition est peu contraignante dans les cas classiques, où la dimension de l'état reste faible (par ex., 6 pour la position et la vitesse d'un point dans l'espace). Or, dans notre cas, les déphasages sont inclus dans l'état, dont la dimension est augmentée du nombre de capteurs. Le filtrage particulaire est donc très demandeur en puissance de calcul et mémoire pour des réseaux de grande taille.

Les quatre méthodes sont comparées dans le cas d'une mauvaise calibration initiale et d'une dérive au cours du temps :

- variance des phases à l'initialisation :  $\sigma_0^2 = 2^2$
- variance de la dérive en phase :  $\sigma_t^2 = 0.1^2$
- variance du bruit de mesure :  $\sigma_n^2 = 0.1^2$
- nombre de pas :  $J = 500$
- nombre de snapshots :  $N_s = 5$
- nombre de capteurs :  $M = 12$
- amplitude de la source :  $A_j \sim \mathcal{N}(1, 0.1^2)$

À chaque pas,  $I = 50$  itérations de VBEM sont calculées, et  $L = 10000$  particules sont simulées pour le filtrage particulaire. La position de la source est supposée connue à l'initialisation. Les temps de calcul sont de 0.02s pour les moindres carrés, 0.1s pour l'autocalibration en moindres carrés, 4s pour le filtrage particulaire et 0.5s pour VBEM.

La figure 1 montre un cas typique : les méthodes de moindres carrés arrivent à suivre la cible mais décrochent quand la variation de phase est trop forte. Inversement, le filtrage particulaire et VBEM arrivent à suivre la cible. Le biais et l'erreur quadratique moyenne des quatre méthodes au cours du temps sont donnés figures 2 et 3, estimés en répétant 40 fois la simulation. On observe que le filtrage particulaire et VBEM ont des performances semblables, avec un avantage certain pour VBEM

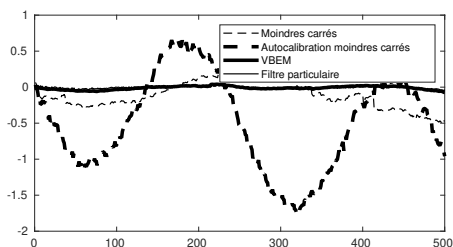


FIGURE 2 – Biais de l'estimation de la trajectoire au cours du temps, estimé sur 40 réalisations

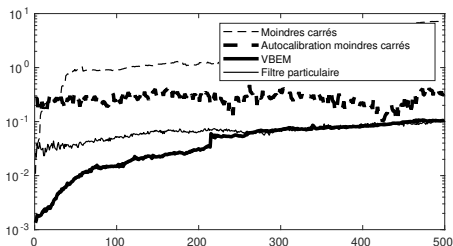


FIGURE 3 – Variance des estimations au cours du temps

en terme de temps de calcul.

## 6 Conclusion

L'utilisation de la méthode VBEM pour l'autocalibration dans un cas simple de suivi de trajectoire a été testée. Par rapport aux méthodes existantes, VBEM est moins sensible à la décalibration initiale et à la dérive en phase, tout en étant moins demandeur en temps de calcul que le filtrage particulaire. Les travaux futurs consisteront en l'intégration de modèles dynamiques plus sophistiqués, ainsi que l'étude des autres sources de décalibration (gain, position des capteurs, etc.). De plus, le cas de sources multiples pourra être traité en utilisant la méthode VBEM pour le modèle Bernoulli-Gaussien[6], qui permettra également de s'affranchir de l'hypothèse des petits déplacements (des simulations numériques montrent une augmentation du biais de l'estimation quand cette hypothèse n'est plus vérifiée).

## Références

[1] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research : the parametric approach," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 13, no. 4, pp. 67–94, July 1996.

[2] A. L. Swindlehurst and T. Kailath, "A performance analysis of subspace-based methods in the presence of model errors. i. the MUSIC algorithm," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 40, no. 7, pp. 1758–1774, July 1992.

[3] B. Friedlander, "A sensitivity analysis of the MUSIC algorithm," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 38, no. 10, pp. 1740–1751, Oct 1990.

[4] Anthony J. Weiss and Benjamin Friedlander, "Eigenstructure methods for direction finding with sensor gain and phase uncertainties," *Circuits, Systems and Signal Processing*, vol. 9, no. 3, pp. 271–300, Sep 1990.

[5] A. Paulraj and T. Kailath, "Direction of arrival estimation by eigenstructure methods with unknown sensor gain and phase," in *ICASSP '85. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, April 1985, vol. 10, pp. 640–643.

[6] A. Drémeau and C. Herzet, "DOA estimation in structured phase-noisy environments," in *2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, March 2017, pp. 3176–3180.

[7] John B. Moore Brian D. O. Anderson, *Optimal filtering*, Prentice-Hall, 1979.

[8] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp, "A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 2, pp. 174–188, Feb 2002.

[9] Emmanuel J. Candès, Thomas Strohmer, and Vladislav Voroninski, "PhaseLift : Exact and stable signal recovery from magnitude measurements via convex programming," *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 66, no. 8, pp. 1241–1274, nov 2012.

[10] Irène Waldspurger, Alexandre d'Aspremont, and Stéphane Mallat, "Phase recovery, maxcut and complex semidefinite programming," *Mathematical Programming*, vol. 149, no. 1, pp. 47–81, Feb 2015.

[11] A. Swindlehurst, "A maximum a posteriori approach to beamforming in the presence of calibration errors," in *Proceedings of 8th Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, June 1996, pp. 82–85.

[12] M. P. Wylie, S. Roy, and H. Messer, "Joint DOA estimation and phase calibration of linear equispaced (LES) arrays," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 12, pp. 3449–3459, Dec 1994.

[13] Youming Li and M. H. Er, "Theoretical analyses of gain and phase error calibration with optimal implementation for linear equispaced array," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 2, pp. 712–723, Feb 2006.

[14] P. Heidenreich, A. M. Zoubir, and M. Rubsamen, "Joint 2-D DOA estimation and phase calibration for uniform rectangular arrays," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 9, pp. 4683–4693, Sept 2012.

[15] Peter Bickel, Bo Li, and Thomas Bengtsson, *Sharp failure rates for the bootstrap particle filter in high dimensions*, vol. Volume 3 of *Collections*, pp. 318–329, Institute of Mathematical Statistics, Beachwood, Ohio, USA, 2008.