

Estimation de connectivité effective par décomposition polyadique sous contraintes : application aux signaux EEG

PIERRE-ANTOINE CHANTAL¹, AHMAD KARFOUL¹, REGINE LE BOUQUIN JEANNES¹

¹ Univ Rennes, Inserm, LTSI – UMR 1099, F-35000 Rennes, France

pierre-antoine.chantal@univ-rennes1.fr, ahmad.karfoul@univ-rennes1.fr, regine.le-bouquin-jeannes@univ-rennes1.fr

Résumé – La connectivité effective se définit par l’influence, directe ou non, qu’exerce un système sur un autre. Cet article propose une méthode basée sur une décomposition tensorielle appelée décomposition canonique polyadique (DCP) sous contraintes pour estimer cette connectivité dans le cadre de la compréhension des systèmes neuronaux et de la localisation du foyer épileptique à partir d’enregistrements électroencéphalographiques intracérébraux (iEEG). La recherche d’un graphe de propagation d’information dans le cerveau humain permet en effet de mieux comprendre la crise et d’en localiser la source. L’inférence de ce graphe de propagation est rendue possible par cette DCP sous contraintes d’un tenseur de connectivité obtenu par une modélisation autorégressive vectorielle des données iEEG observées. La méthode proposée permet de caractériser les nœuds du graphe les plus émetteurs et les plus récepteurs d’information. L’efficacité de la méthode proposée est validée sur des données simulées et des données réelles enregistrées lors d’une crise d’épilepsie.

Abstract – Effective connectivity can be defined as the influence, direct or not, applied by a system on another. This article addresses a method based on a constrained canonical polyadic decomposition to estimate this connectivity in the context of brain networks and the localization of epileptogenic zones using intracerebral electroencephalographic (iEEG) signals. Defining a propagation graph in the cerebral cortex allows a better understanding of the epilepsy mechanisms and the localization of the epileptic sources. Searching for the propagation graph is made possible thanks to this constrained canonical polyadic decomposition of a connectivity tensor issued from a vectorial autoregressive modelling of the observed iEEG data. This method helps in identifying the most sending and receiving information nodes in the graph. The efficiency of the proposed method is assessed on simulated data and real epileptic signals.

1 Introduction

Ce travail s’inscrit dans le cadre de la recherche sur l’épilepsie dans le but de déterminer l’influence de certaines régions du cerveau sur d’autres. Pour ce faire, nous utilisons la notion de causalité effective qui complète les notions de causalités fonctionnelle et structurelle puisqu’elle permet de construire des réseaux basés sur les influences causales d’une zone du cerveau sur une autre. Il s’agit d’un outil très utile pour l’analyse de réseaux cérébraux, particulièrement pour la caractérisation de crises d’épilepsie.

Dans ce contexte, il existe principalement deux types d’approches, celles basées sur des modèles physiologiques ([1]-[3]) et celles pilotées par les données où le principe de la causalité de Wiener-Granger ([4]-[14]) est utilisé. Quelle que soit la technique choisie, l’objectif est d’obtenir un graphe dirigé de propagation noté ici $\mathcal{G}(N, V)$. Ce dernier est composé de N nœuds (représentant des neurones ou des populations neuronales) et de V liens (représentant les synapses). Obtenir ce graphe à partir de signaux électroencéphalographiques intracérébraux (iEEG) reste un challenge du fait que (i) les connectivités entre plusieurs régions sont toujours difficiles à estimer et (ii) les mesures de connectivité doivent être estimées sur une durée relativement courte du fait de l’évolution rapide des crises.

En se basant sur un modèle vectoriel autorégressif (VAR) des données observées, une décomposition canonique polyadique (DCP) [15] permet d’effectuer

une étude sur le graphe dirigé de connectivité permettant une caractérisation efficace des zones de cerveau les plus émettrices et les plus réceptrices impliquées durant la crise épileptique. En effet, la modélisation VAR des données peut être écrite en termes de tenseur de connectivité dont les coefficients reflètent pour un retard donné les relations causales, au sens de la causalité de Granger, entre les différents signaux considérés. L’estimation de ce tenseur de connectivité ainsi que l’analyse du graphe dirigé précédemment évoqué s’obtiennent en une seule étape grâce à une DCP sous contraintes. Ce travail est inspiré de [16] qui explore l’intérêt d’une DCP dans l’estimation de connectivité en partant d’un modèle VAR sur des données issues d’imagerie par résonance magnétique avec des contraintes différentes, propres au traitement d’image. Notre idée est alors d’exploiter la décomposition tensorielle pour estimer la connectivité sur signaux EEG.

Ce papier est organisé comme suit : la section 2 décrit la méthode proposée après avoir défini certaines notations et notions mathématiques. Les expériences et les résultats sont décrits en section 3 avant de conclure en section 4 sur l’intérêt de la méthode.

2 Méthodes et Matériels

2.1. Notations

Dans ce papier, les scalaires, vecteurs, matrices et tenseurs sont respectivement notés en minuscule (a), en

gras (\mathbf{a}), en majuscule (\mathbf{A}) et en caractère calligraphique gras (\mathcal{A}). De plus, \otimes , \boxtimes et \odot désignent respectivement le produit externe, le produit de Kronecker et le produit de Khatri Rao comme définis dans [16]. Les notations $\|\cdot\|_F$ et $\|\cdot\|_1$ désignent respectivement la norme de Frobenius et la norme L1. Notons aussi que l'opérateur $vec(\mathbf{A})$ ($\mathbf{A} (I \times J)$) définit l'opération de vectorisation de la matrice \mathbf{A} où la $i + (j - 1)I$ -ème composante du vecteur obtenu correspond à l'élément de coordonnées (i, j) , $A_{i,j}$, de \mathbf{A} . $Diag(\mathbf{X})$ est une matrice diagonale dont la diagonale correspond à celle de la matrice \mathbf{X} , \dagger désigne l'opérateur pseudo-inverse, \mathbf{I}_N est la matrice identité de taille $N \times N$, $\mathbf{1}_N$ est un vecteur de taille N contenant uniquement des 1. Enfin, $\mathbf{E}_{p,n}^{P \times N}$ est une matrice de zéros de taille $(P \times N)$ à l'exception du (n, p) -ème élément qui vaut 1.

2.2. Rappels mathématiques

Définition 1 : le produit externe $\mathcal{A} = \mathbf{u}^{(1)} \otimes \dots \otimes \mathbf{u}^{(N)}$ de N vecteurs $\mathbf{u}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n}$ est un tenseur de rang 1 de taille $(I_1 \times \dots \times I_N)$ dont les éléments sont $\mathcal{A}_{i_1, \dots, i_N} = u_{i_1}^{(1)} \dots u_{i_N}^{(N)}$.

Définition 2 : la DCP d'un tenseur de N dimensions $\mathcal{A}(I_1 \times \dots \times I_N)$ est donnée par le nombre minimal de tenseurs de rang 1 de mêmes dimensions que \mathcal{A} nécessaires pour la construction de ce dernier :

$$\mathcal{A} = \llbracket \mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(R)} \rrbracket = \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r^{(1)} \otimes \dots \otimes \mathbf{a}_r^{(N)} \quad (1)$$

où $\mathbf{a}_r^{(n)}$ est la r -ème colonne de la matrice facteur $\mathbf{A}^{(n)}$ associée à la n -ème direction de \mathcal{A} et R est le rang de \mathcal{A} .

Définition 3 : la contraction de deux tenseurs $\mathcal{A}(I_1 \times \dots \times I_N \times J_1 \times \dots \times J_M)$ et $\mathcal{B}(J_1 \times \dots \times J_M \times K_1 \times \dots \times K_P)$ noté $\mathcal{T} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{B} \rangle_{J_1, \dots, J_M}$ est de taille $(I_1 \times \dots \times I_N \times K_1 \times \dots \times K_P)$ et se calcule ainsi [17], [18] :

$$\mathcal{T}_{i_1, \dots, i_N, k_1, \dots, k_P} = \sum_{l_1, \dots, l_M=1}^{J_1, \dots, J_M} \mathcal{A}_{i_1, \dots, i_N, l_1, \dots, l_M} \mathcal{B}_{l_1, \dots, l_M, k_1, \dots, k_P} \quad (2)$$

2.3. Ecriture tensorielle de la modélisation VAR

Soit $\mathbf{x}(t)$ un vecteur de taille N , N étant le nombre d'observations prises au temps t . Une modélisation VAR de ce vecteur s'écrit :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{\tau=1}^L \mathbf{A}_\tau \mathbf{x}(t - \tau) + \mathbf{w}(t) \quad (3)$$

où $\mathbf{A}_\tau (N \times N)$ est la matrice contenant les coefficients du modèle VAR associés au retard τ , $\mathbf{w}(t)$ est un vecteur de taille N des innovations de bruit qui suivent une loi normale centrée et L désigne le nombre de retards inclus dans le modèle VAR (*i.e.* l'ordre du modèle). D'après (3) et la définition 3, la matrice spatio-temporelle d'observations $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(T)] (N \times T)$ peut s'écrire

$$\mathbf{X} = \sum_{\tau=1}^L \mathbf{A}_\tau \mathbf{X}_\tau + \mathbf{W} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{X}_\tau \rangle_{N,L} + \mathbf{W} = \mathbf{A}_{(1)} \mathbf{X}_{\tau,(3)}^\dagger + \mathbf{W} \quad (4)$$

où $\mathbf{X}_\tau = [\mathbf{x}(1 - \tau), \dots, \mathbf{x}(T - \tau)]$ est une version retardée de \mathbf{X} , $\mathbf{W} = [\mathbf{w}(1), \dots, \mathbf{w}(T)]$ est la matrice spatio-temporelle d'innovations, $\mathcal{A} (N \times L \times N)$ et $\mathcal{X}_\tau (N \times L \times T)$ sont deux tenseurs d'ordre 3, dont les tranches latérales sont respectivement \mathbf{A}_τ et \mathbf{X}_τ . Ainsi, la modélisation VAR peut s'écrire comme le produit tensoriel de \mathcal{A} qui contient tous les coefficients du modèle VAR et de \mathcal{X}_τ qui contient toutes les données retardées.

2.4. Méthode

Les coefficients du modèle VAR reflétant l'influence des signaux les uns sur les autres, ils infèrent une notion de liens causaux (au sens de Wiener-Granger) entre les différents signaux. Le tenseur \mathcal{A} défini indirectement dans (4) sera considéré par la suite comme tenseur de connectivité. En continuant dans la logique selon laquelle a été construit ce tenseur, la l -ème tranche latérale de $\mathcal{A} (N \times L \times N)$ est la matrice de connectivité associée au l -ème retard. Dans le contexte de l'identification de la zone responsable de la crise d'épilepsie, les experts s'intéressent à l'identification des zones cérébrales les plus émettrices d'information (influentes) et les plus réceptrices (influencées). Une analyse du graphe dans ce sens est donc nécessaire. Le tenseur de connectivité reflétant, par construction, les interactions entre les différents nœuds du système (d'un nœud émetteur vers un nœud récepteur), il contient des informations sur les signatures spatiales des nœuds émetteurs et des nœuds récepteurs qui peuvent être fournies à l'aide de la décomposition DCP. La DCP de \mathcal{A} s'écrit $\llbracket \mathbf{P}, \mathbf{C}, \mathbf{S} \rrbracket$, où $\mathbf{S} (N \times R)$ et $\mathbf{P} (N \times R)$ sont respectivement les matrices signatures spatiales des nœuds émetteurs et récepteurs, et $\mathbf{C} (L \times R)$ est la matrice facteur associée aux différents retards dans le modèle VAR. Le rang, R , du tenseur étant *a priori* inconnu, il est possible de l'estimer en utilisant le critère CorConDia (Core Consistency Diagnostic Analysis) [18] sur une première estimée de \mathcal{A} calculée sous contrainte de positivité sur \mathbf{P} et \mathbf{S} .

Les matrices signatures spatiales d'émission et de réception sont estimées en résolvant le problème d'optimisation sous contraintes suivant :

$$\min_{\mathbf{P}, \mathbf{S}, \mathbf{C}} \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \langle \mathcal{A}, \mathcal{X}_\tau \rangle_{N,L}\|_F^2 + \lambda (\|\mathbf{S}\|_1 + \alpha \|\mathbf{P}\|_1) \right) \quad (5)$$

s. t. $\mathcal{A} = \llbracket \mathbf{P}, \mathbf{C}, \mathbf{S} \rrbracket, \mathbf{P} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0$

où les contraintes de parcimonie sur \mathbf{S} et \mathbf{P} traduisent l'*a priori* que seules certaines régions sont émettrices ou réceptrices, λ et α sont des paramètres réels de pénalité. Les contraintes de positivité sur \mathbf{S} et \mathbf{P} permettent d'améliorer l'identification de la solution et de faciliter l'interprétation des liens causaux obtenus dans le graphe final. Le problème de minimisation (5) est résolu en utilisant la méthode ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers) [19] qui introduit les variables latentes \mathbf{Y} et \mathbf{Z} , et permet de réécrire le problème d'optimisation précédent (5) sous la forme :

$$\min_{P,S,C,Z,Y} \left(\frac{1}{2} \|X - \mathcal{A} X_{\tau} >_{N,L}\|_F^2 + \lambda (\|Y\|_1 + \alpha \|Z\|_1) \right) \quad (6)$$

s. t. $\mathcal{A} = \llbracket P, C, S \rrbracket, P \geq 0, S \geq 0, Y = S, Z = P$

Ce dernier problème est résolu en minimisant le lagrangien augmenté associé à (6) et dont découlent les équations de mise à jour des matrices P , C et S , des variables latentes Y et Z ainsi que des matrices des multiplicateurs de Lagrange U et H :

$$Vec(P)^\top = \left[Vec(\rho Y + U)^\top + Vec(X_{\tau,(3)}^\top)^\top M^\top \right] \times (M^\top M + \rho I_{NR})^\dagger$$

$$Vec(C)^\top = Vec(S X_{\tau,(3)}^\top)^\top \times (D^\top)^\dagger \quad (7)$$

$$Vec(S)^\top = \left[Vec(\rho Z + H)^\top + Vec(X_{\tau,(3)}^\top)^\top N^\top \right] \times (N^\top N + \rho I_{NR})^\dagger$$

$$Y = Prox_{L_1, \lambda/\rho} \left(S + \frac{U}{\rho} \right), Z = Prox_{L_1, \lambda/\rho} \left(P + \frac{Z}{\rho} \right) \quad (8)$$

$$\Delta U = \rho(S - Y), \quad \Delta H = \rho(P - Z) \quad (9)$$

Avec $M = ((P \otimes S)^\top X_{\tau,(3)}^\top) \otimes I_N, D = (X_{\tau,(3)}^\top \otimes S) K(I_R \otimes P) \otimes I_L, N = (X_{\tau,(3)}^\top \otimes M) K(Diag(\mathbf{1}_N \otimes S) I_{NR} \otimes \mathbf{1}_L)$, notons que la matrice K ($NLR \times NLR$) se définit pour X ($NL \times R$) par la formule $Vec(X^\top) = K \cdot Vec(X)$ et s'obtient comme suit $K = \sum_{n=1}^{N,L} \sum_{p=1}^R E_{p,n}^{R \times N,L} \otimes E_{n,p}^{N,L \times R}$. La fonction $Prox$ désigne l'opérateur qui gère la fonction ϕ non lisse (ici $\phi = \|\cdot\|_1$ [20]). Les multiplicateurs de Lagrange U et H s'obtiennent par l'algorithme de remontée de gradient [19]. Pour la contrainte de positivité, celle-ci est assurée à chaque itération de l'algorithme en mettant à zéro les valeurs négatives. Les équations de mise à jour (7), (8) et (9) sont effectuées à chaque itération jusqu'à ce que l'erreur entre deux itérations successives soit inférieure ou égale à un certain seuil prédéfini ou lorsque le nombre maximal d'itérations est atteint. Une fois le tenseur de connectivité estimé, seuls les coefficients supérieurs à un seuil empirique sont conservés pour une représentation finale du graphe dirigé.

3 Expériences et résultats

3.1. Données simulées

Pour évaluer notre méthode, nous considérons tout d'abord des données simulées générées grâce à deux modèles VAR, le premier constitué de trois signaux présentant les caractéristiques de signaux épileptiques en début de crise [21], le second, contenant dix signaux correspondant à une autre activité cérébrale [22]. Le premier modèle, dénommé « modèle 1 », s'écrit suivant les équations données en (10), tandis que le second modèle, dénommé « modèle 2 », est décrit suivant (11) :

$$\begin{aligned} x_1(t) &= 0.95\sqrt{2}x_1(t-1) - 0.9025x_1(t-2) + w_1(t) \\ x_2(t) &= -0.5x_1(t-1) + 0.25\sqrt{2}x_2(t-1) + w_2(t) \\ x_3(t) &= -0.5x_2(t-2) - 0.25\sqrt{2}x_3(t-2) + w_3(t) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= 0.95\sqrt{2}x_1(t-1) - 0.9025x_1(t-2) + w_1(t) \\ x_2(t) &= 0.5x_1(t-2) + w_2(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} x_3(t) &= 0.9x_2(t-3) + w_3(t) \\ x_4(t) &= -0.5x_1(t-2) + w_4(t) \\ x_5(t) &= 0.8x_4(t-4) - 0.4x_9(t-2) + w_5(t) \\ x_6(t) &= -0.8x_4(t-4) + w_6(t) \\ x_7(t) &= 0.4x_4(t-4) - 0.4x_1(t-2) + w_7(t) \\ x_8(t) &= -0.9x_7(t-2) + 0.4x_8(t-3) + 0.3x_9(t-3) \\ &\quad + w_8(t) \\ x_9(t) &= -0.3x_8(t-3) - 0.4x_9(t-3) + w_9(t) \\ x_{10}(t) &= -0.75x_7(t-4) + w_{10}(t) \end{aligned}$$

Les résultats obtenus sont moyennés sur 100 réalisations de Monte Carlo pour deux tailles d'échantillons différentes de signaux simulés, à savoir 500 et 1000 points. Les graphes estimés des deux modèles (modèle 1 et modèle 2) pour une taille d'échantillons de 500 et de 1000 sont représentés respectivement sur les Figures 1 et 2. On note, d'après ces figures, que la qualité de l'estimation s'améliore avec la taille de l'échantillon temporel des signaux considérés. Pour 1000 points (Figures 1.c et 2.c) on retrouve à l'identique le graphe théorique.

Pour aller plus loin dans l'analyse des tenseurs, nous introduisons des indices globaux d'émission et de réception pour chaque nœud $\Psi_n^{(l)}$, $1 \leq n \leq N, l \in \{s, r\}$ (s pour émetteur et r pour récepteur) définis par : $\Psi_n^{(l)} = \sum_{r=1}^R F_{n,r}$, avec $F_{n,r}$, le (n, r) -ème élément de la matrice $F \in \{S, P\}$.

Comme on le voit sur les Figures 1 et 3, dans le cas du modèle 1, le nœud 1 est clairement le foyer émetteur de la crise tandis que le nœud 3 est le plus récepteur. De même, pour le modèle 2, d'après les Figures 2 et 4, le nœud 1 suivi des nœuds 4 et 7 sont les principaux émetteurs. Concernant les récepteurs de ce modèle, les indices globaux de réception sont globalement moins élevés que les indices d'émission, le nœud 8 se révélant toutefois le plus récepteur, ce qui est en accord avec le modèle (11). D'autre part, du fait de la contribution importante du nœud 1 sur lui-même, celui-ci apparaît également comme l'un des récepteurs sur cette figure.

3.2. Données iEEG réelles

Dans un deuxième temps, nous évaluons la méthode proposée sur des données réelles de signaux iEEG obtenus lors d'une crise d'épilepsie. Nous avons sélectionné trois signaux pour lesquels une vérité-terrain est apportée par l'expert clinicien. Ces trois signaux sont étiquetés en deux groupes selon leur rôle dans l'évolution de la crise. Les nœuds 1 et 2 sont supposés appartenir au groupe initiateur à l'origine de la crise (zone du cortex indispensable à la mise en place de la crise) et le nœud 3 correspond au groupe de propagation (zone sensible à la propagation de la crise). Le nombre de points temporels utilisé ici est égal à 500 ce qui correspond à un signal de 2s pour une fréquence d'échantillonnage de 256 Hz (cette durée d'estimation est raisonnable dans le cas de signaux réels qui peuvent rapidement évoluer). Pour ces deux premières secondes de la phase ictale, le graphe dirigé obtenu représenté sur

la Figure 5 et l'indice global d'émission/réception de la Figure 6 apparaissent en cohérence avec l'expertise clinique quant au caractère émetteur des voies 1 et 2 et au caractère récepteur de la voie 3. En revanche, l'influence de la première voie sur la seconde n'a pas pu être mise en évidence par le clinicien.

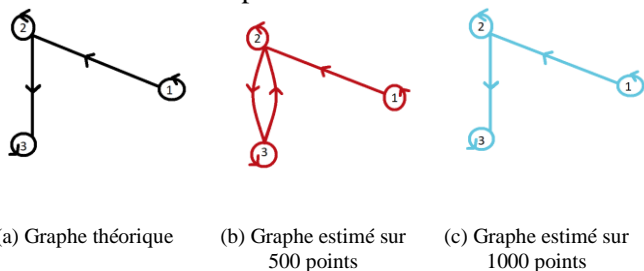


Figure 1 : Graphes théorique et estimés pour le modèle 1

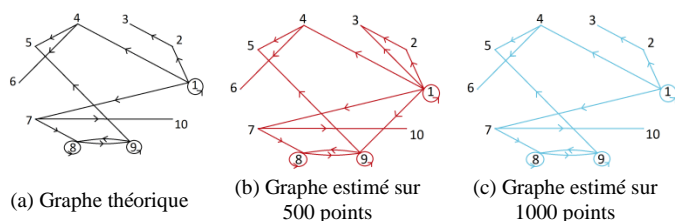


Figure 2 : Graphes théorique et estimés pour le modèle 2

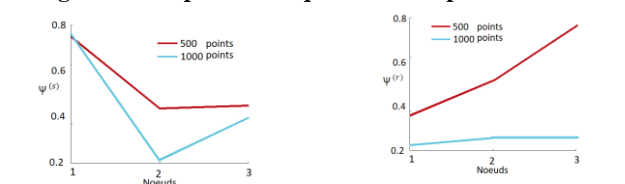


Figure 3 : Indice global d'émission/réception pour le modèle 1

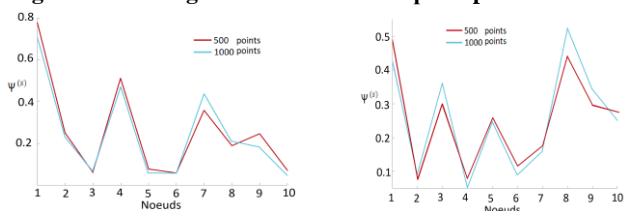


Figure 4 : Indice global d'émission/réception pour le modèle 2

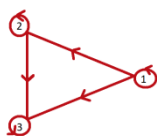


Figure 5 : Graphe estimé sur données iEEG réelles et 500 points

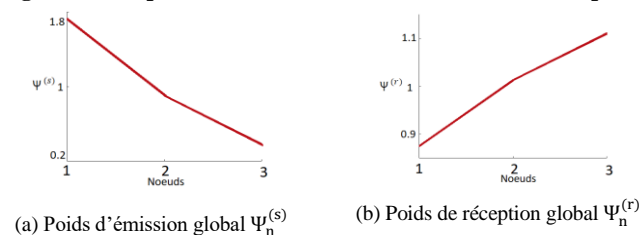


Figure 6 : Indice global d'émission/réception sur données iEEG réelles et 500 points

4 Discussion et conclusion

Ce papier explore l'intérêt de la DCP pour inférer la connectivité effective d'un réseau cérébral, en particulier dans le contexte de l'épilepsie. La DCP du

tenseur de connectivité obtenu par modélisation VAR des données observées a été effectué. Cette dernière a permis à la fois d'inférer la connectivité effective et l'identification des zones les plus émettrices et les plus réceptrices d'information. L'efficacité de la méthode a été validée sur données simulées et réelles. Les résultats obtenus sont en accord avec la vérité terrain dont nous disposons même pour des durées de signaux relativement courtes, étant entendu que, pour des durées plus longues, il est possible d'atteindre de meilleures performances, du moins sur données simulées pour lesquelles le graphe est parfaitement connu.

Références

- [1] K. Friston *et al.*, "On nodes and modes in resting state fMRI", *NeuroImage*, Vol. 99, pp. 533-547, 2014.
- [2] K. Friston *et al.*, "A DCM for resting state fMRI", *NeuroImage*, Vol. 94, pp. 396-407, 2014.
- [3] PA. Valdes-Sosa *et al.*, "Effective connectivity: Influence, causality and biophysical modeling", *NeuroImage*, Vol. 58, Issue 2, pp. 339-361, 2011.
- [4] C. Granger *et al.*, "Investigating Causal Relations by Econometric models and Cross-Spectral Methods", *Econometrica*, 37, pp. 141-438, 1969.
- [5] B. Gourévitch *et al.*, "Linear and nonlinear causality between signals: methods and neurophysiological applications", *Biological Cybernetics*, Vol. 95, pp. 349-369, 2006.
- [6] K. Sameshima *et al.*, "Using partial directed coherence to describe neuronal ensemble interactions", *Journal of Neuroscience Methods*, Vol. 94, no. 1, pp. 93-103, 1999.
- [7] W. Hesse *et al.*, "The use of time-variant EEG Granger causality for inspecting directed interdependencies of neural assemblies", *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 124, no. 1, pp. 27-44, 2003.
- [8] L. Astolfi *et al.*, "Estimation of effective and functional human cortical connectivity with structural equation modeling and directed transfer function applied to high-resolution EEG", *Magnetic Resonance Imaging*, Vol. 22, Issue 10, pp. 1457-1470, 2004.
- [9] M. Eichler, "On the evaluation of information flow in multivariate systems by the directed transfer function", *Biological Cybernetics*, Vol. 94, no. 6, pp.469-482, 2006.
- [10] M. Martini *et al.*, "Inferring directional interactions from transient signals with symbolic transfer entropy", *Physical review E*, Vol. 83, Issue 1, 011919, 2011.
- [11] K. Blinowska *et al.*, "Review of the methods of directed connectivity from multichannel data", *Medical & Biological Engineering & Computing*, Vol. 49 Issue 5, pp. 521-529, 2011.
- [12] F. He, "A new NARX-based Granger linear and nonlinear causal influence detection method with applications to EEG data", *Journal of Neuroscience Methods*, Vol. 212, Issue 1, pp. 79-86, 2013.
- [13] P. Van Mierlo *et al.*, "Ictal-onset localization through connectivity analysis of intracranial EEG signals in patients with refractory epilepsy", *Epilepsia*, Vol. 54, Issue 8, pp. 1409-1418, 2013.
- [14] D. Marinazzo, "Kernel method for nonlinear Granger causality", *Physical Review Letters*, Vol. 100, Issue 14, 2008.
- [15] R. Bro *et al.*, "PARAFAC, Tutorial and applications", *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, Vol. 39, pp.149-171, 1997.
- [16] E. Karahan *et al.*, "Tensor Analysis and Fusion of Multimodal Brain Images", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 103, issue 9, pp. 1531-1559, June 2015.
- [17] T. Kolda *et al.*, "Tensor Decompositions and Applications", *SIAM Review*, Vol. 51, no. 3, pp. 455-500, 2009.
- [18] R. Bro *et al.*, "A new efficient method for determining the number of components in PARAFAC models", *Journal of Chemometrics*, Vol. 17, pp. 274-298, 2003.
- [19] S. Boyd, *et al.*, "Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers", *Foundations and Trends in Machine Learning*, Vol. 3, no. 1, pp. 1-122, 2010.
- [20] N. Parikh, S. Boyd, "Proximal Algorithms", *Foundations and Trends in Optimization*, Vol. 1, Issue 3, pp. 123-231, 2013.
- [21] C. Yang, "Contribution to analysis of effective connectivity in epilepsy", Ph.D. Thesis, University of Rennes 1, 2012.
- [22] A. Fasoula *et al.*, "Comparative performance evaluation of data-driven causality measures applied to brain networks", *Journal of Neuroscience Methods*, 215(2), pp. 170-189, 2013.