

Modèles de Bruit de Phase pour les Communications Sub-TeraHertz *

Simon BICAÏS, Jean-Baptiste DORÉ

CEA-Leti, Minatec Campus,
17 Avenue des Martyrs, 38054 Grenoble, France

simon.bicais@cea.fr, jean-baptiste.dore@cea.fr

Résumé – Cet article aborde la question de la modélisation de bruit de phase pour les communications sub-THz. Deux modèles de bruit de phase sont introduits et comparés : un corrélé, précis mais complexe, et un non-corrélé, analytiquement plus simple. L’expression du rapport de vraisemblance nous permet de proposer une condition analytique afin de sélectionner le meilleur des deux modèles pour un spectre d’oscillateur donné. Il est montré, à partir des oscillateurs de la littérature, qu’un processus gaussien non-corrélé est adéquat pour modéliser le bruit de phase dans les systèmes sub-THz.

Abstract – This paper discusses the appropriate choice of phase noise model for sub-THz communications. Two phase noise models are introduced and compared: one correlated, accurate but complex, and another uncorrelated, analytically simpler. The expression of the likelihood ratio enables us to propose an analytical condition to select the best of the two models for a measured oscillator characteristic. It is shown that an uncorrelated Gaussian process is appropriate to model the impact of phase noise in sub-THz systems.

1 Introduction

Les plusieurs GHz de bande disponibles dans les fréquences sub-THz entre 100 et 300 GHz pourraient permettre de répondre à la croissance exponentielle du trafic de données. Pour atteindre des débits de l’ordre du Tbits/s, les architectures cohérentes classiques sont combinées avec des modulations à haute efficacité spectrale [1]. Cela impose de nombreuses contraintes sur la conception des composants radiofréquence, notamment au niveau de l’oscillateur. Le fort bruit phase (PN pour Phase Noise) des oscillateurs haute fréquence [2] dégrade de manière significative les performances des systèmes sub-THz. Il est donc essentiel d’aborder la question de la modélisation du PN pour permettre la spécification des circuits et le développement de systèmes de communication sub-THz performants.

De nombreux modèles de PN ont d’ores et déjà été introduits : non-linéaire, Tikhonov, Wiener, *etc.* Le choix d’un modèle de PN dépend essentiellement de l’application envisagée. Pour les systèmes millimétriques, le PN est communément modélisé par un processus de Wiener corrélé [3]. Cependant, les systèmes sub-THz exploitent des bandes plus larges. Or, il a été montré dans [3] que les performances des systèmes large bande sont bien plus impactées par le PN non-corrélé que le PN corrélé. Ce résultat nous incite à comparer les modèles de PN corrélé et non-corrélé pour les communications large bande et en particulier les systèmes sub-THz.

L’objectif de cet article est de fournir des outils analytiques pour la conception des systèmes sub-THz. Le modèle de PN gaussien non-corrélé est comparé à un modèle corrélé, plus complexe mais plus précis, à travers une analyse analytique et des simulations numériques. À partir de l’expression du rapport de vraisemblance, une condition analytique est proposée pour sélectionner le meilleur des deux modèles compte tenu de la caractérisation spectrale de l’oscillateur. Les résultats proposés sont appliqués pour définir le modèle de PN d’un oscillateur sub-THz de l’état de l’art. Il est montré qu’un modèle gaussien

non-corrélé est adéquat pour modéliser le PN dans les systèmes sub-THz.

2 Système de Communication

2.1 Canal

Les récentes campagnes de mesure [4] ont montré que le trajet direct est dominant aux fréquences sub-THz. Le canal peut donc être considéré comme plat. Nous admettons de plus que le récepteur est synchronisé en temps et en fréquence, et que l’effet du canal est égalisé¹. Par conséquent, nous considérons le modèle discret d’un canal de bruit blanc additif gaussien impacté par du PN. Le symbole reçu à l’instant k est exprimé par :

$$r_k = s_k e^{j\phi_k} + w_k, \quad (1)$$

où s_k est le symbole modulé de durée T et $w_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_w^2)$. Le processus stochastique discret ϕ_k représente le PN de l’oscillateur qui doit être modélisé. Le modèle discret utilisé dans l’équation (1) est discuté dans [5]. Les conditions sur l’intensité du PN et sur la fréquence d’échantillonnage du système sont données pour assurer que ce modèle soit valide. Il convient également de mentionner que les systèmes de communication peuvent utiliser des oscillateurs séparés à l’émetteur et au récepteur. Dans ce cas, les différentes contributions de PN des oscillateurs doivent être additionnées.

2.2 Oscillateur

La modélisation de la sortie complexe v d’un oscillateur de fréquence f_0 est donnée par :

$$v(t) = (1 + \varepsilon(t)) \cdot \exp(j2\pi(f_0 + \zeta)t + j\phi(t)), \quad (2)$$

où ε , ζ et ϕ représentent respectivement le bruit d’amplitude, le décalage de fréquence porteuse et le PN. Le bruit d’amplitude ε peut être atténué par l’application d’un limiteur à la sortie de l’oscillateur et est donc considéré comme négligeable [6].

* Les recherches qui ont abouti à ces résultats ont été financées par l’Agence Nationale de la Recherche (ANR-17-CE25-0013) dans le cadre du projet BRAVE.

1. La phase est compensée et le gain normalisé.

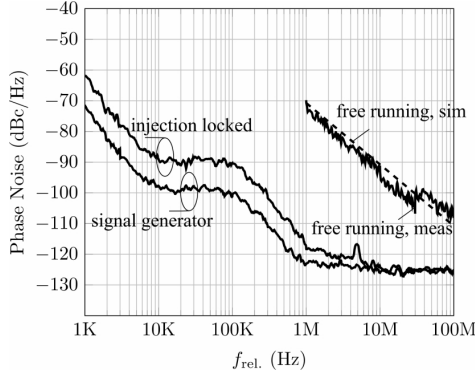


FIGURE 1 – DSP de l'oscillateur à 200 GHz considéré [7].

Il est également supposé que le récepteur est synchronisé en fréquence et que le terme ζ est compensé. Concernant le PN, les performances d'un oscillateur sont communément caractérisées par son spectre à bande latérale unique $\mathcal{L}(f)$ obtenu à travers les mesures suivantes :

$$\mathcal{L}(f) = \frac{S_v(f_0 + f)}{P_v}, \quad (3)$$

avec S_v la Densité Spectrale de Puissance (DSP) et P_v la puissance en sortie de l'oscillateur. La puissance totale d'un oscillateur devrait être idéalement concentrée en f_0 . Cependant, le PN induit un étalement de puissance autour de f_0 . Nous notons S_ϕ la DSP du PN ϕ . L'approximation $S_\phi(f) \simeq \mathcal{L}(f)$ est valide pour f grand [6]. Cette équation relie le PN ϕ à la sortie de l'oscillateur v et nous permet de définir le modèle de PN à partir de la caractérisation spectrale de l'oscillateur. Par ailleurs, l'objectif de cet article est de confronter les modèles de PN sur des données réalistes. Le PN simulé correspondra donc à un oscillateur sub-THz de l'état de l'art, tiré de [7]. La DSP du PN respectera la caractérisation spectrale de l'oscillateur présentée en figure 1. Le lecteur peut se référer à [3] pour la simulation d'un PN à partir de sa DSP. Dans ce travail, la DSP de l'oscillateur est décomposée en quatre caractéristiques pour simuler le PN.

3 Modèles de Bruit de Phase

3.1 Bruit de phase corrélé

Les oscillateurs utilisés dans les systèmes de communication sont stabilisés par une boucle à verrouillage de phase. À partir du modèle linéaire de cette dernière, le mécanisme de génération du PN dans les oscillateurs peut être modélisé comme l'amplification et l'intégration des bruits présents dans le circuit [3] [6]. Sous l'hypothèse que l'oscillateur n'est sujet qu'au bruit thermique blanc², le PN ϕ_k peut être modélisé par la superposition d'un processus de Wiener (marche aléatoire gaussienne) $\phi_{w,k}$ et d'un processus gaussien $\phi_{g,k}$ [6] *i.e.*

$$\phi_k = \phi_{w,k} + \phi_{g,k}. \quad (4)$$

Le PN gaussien $\phi_{g,k} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_g^2)$ est causé par l'amplification du bruit thermique dans l'oscillateur. Le PN de Wiener est défini par :

$$\phi_{w,k} = \phi_{w,k-1} + \delta\phi_{w,k}, \quad (5)$$

2. L'influence du bruit de scintillation en $1/f$ n'est pas prise en compte dans cet article.

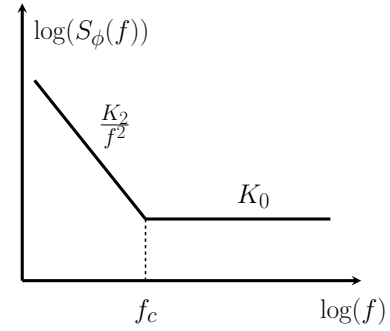


FIGURE 2 – DSP du bruit de phase corrélé considéré.

où $\delta\phi_{w,k} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$. Il exprime l'intégration du bruit par la boucle à verrouillage de phase et confère au PN une nature cumulative et corrélée. La figure 2 présente la DSP décrite par ce PN, composée de deux caractéristiques. Le processus gaussien non-corrélé a pour densité spectrale K_0 et pour variance $\sigma_g^2 = K_0/T$, tandis que le PN de Wiener corrélé présente une caractéristique lorentzienne [6] de densité K_2 , avec une dépendance en $1/f^2$. La variance de l'accroissement $\delta\phi_{w,k}$ est donnée par $\sigma_w^2 = 4\pi^2 K_2 T$ [6]. Les variances σ_g^2 et σ_w^2 sont liées par la fréquence de coupure $f_c^2 = K_2/K_0$. Par la suite, nous utiliserons la fréquence de coupure normalisée $f_c \cdot T$. Ce modèle de PN est noté M_W et est fréquemment exploité [3] pour sa précision mais reste complexe, ce qui motive l'introduction du modèle de PN gaussien non-corrélé.

3.2 Bruit de phase gaussien non-corrélé

La définition d'un modèle représente un compromis entre l'exactitude et la complexité de la description d'un phénomène physique. La faible complexité analytique d'un modèle peut ainsi être privilégiée plutôt que sa précision, puisque le développement des systèmes de communication bénéficie amplement des analyses analytiques. Par exemple, la simplicité mathématique du modèle gaussien a été exploitée pour optimiser la démodulation en présence de PN [8]. Nous nous détournons donc un instant de M_W , précis mais complexe, pour introduire le modèle de PN gaussien noté M_G . En plus de sa simplicité, la distribution gaussienne est également un modèle de PN pertinent pour les systèmes large bande. Lorsque l'on considère des systèmes haut-débit, le plancher de PN de l'oscillateur – caractéristique K_0 dans la figure 2 – représente la plus grande contribution au PN total et dégrade le plus les performances [3]. Ce résultat peut être intuitivement apprécié en évaluant le rapport suivant :

$$\gamma = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_g^2} = 4\pi^2 f_c^2 T^2. \quad (6)$$

Pour les systèmes large bande, nous avons $f_c \ll 1/T$ ce qui conduit à $\sigma_w^2 \ll \sigma_g^2$. Ainsi dans l'équation (4), le PN corrélé devient négligeable comparé au PN non-corrélé. Pour ces raisons, il peut être pertinent de décrire le PN de l'oscillateur par :

$$\phi_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_g^2). \quad (7)$$

Puisque la phase est naturellement comprise entre $-\pi$ et π , la distribution gaussienne doit être tronquée et la densité de probabilité normalisée pour assurer que $\int_{-\pi}^{\pi} p(\phi) d\phi = 1$.

4 Sélection du Modèle

4.1 Rapport de vraisemblance

Dans cette partie, nous comparons les efficacités de M_W et de M_G pour modéliser des observations de PN $\phi = \{\phi_k\}_{1 \leq k \leq N}$. Nous notons N le nombre de symboles de PN correspondant à la longueur d'une trame de communication. Deux trames de communication représenteront ainsi deux observations indépendantes de PN. Étant donné la DSP d'un oscillateur, la comparaison de M_W et M_G peut être réalisée en évaluant le logarithme du rapport de vraisemblance (LLR pour Log-Likelihood Ratio) des modèles à partir des observations :

$$\Lambda_{G/W} = \ln \left(\frac{P(\phi|M_G)}{P(\phi|M_W)} \right), \quad (8)$$

noté Λ par concision. Tandis que le signe de Λ nous indique le modèle à sélectionner (M_G si $\Lambda \geq 0$, M_W sinon), sa valeur absolue quantifie la fiabilité de cette décision. Ainsi, les valeurs faibles de $|\Lambda|$ mènent à la conclusion que M_G et M_W sont aussi probables. En revanche, une valeur élevée de $|\Lambda|$ indique que les observations sont particulièrement en faveur d'un modèle plutôt que l'autre.

Pour parvenir à l'expression de Λ , les distributions conjointes $p(\phi|M_G)$ et $p(\phi|M_W)$ doivent être exprimées. Concernant M_G , il peut être déduit de l'équation (7) que :

$$\begin{aligned} p(\phi|M_G) &= \prod_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \cdot \exp \left(-\frac{\phi_k^2}{2\sigma_g^2} \right), \\ &= (2\pi\sigma_g^2)^{-\frac{N}{2}} \cdot \exp \left(-\sum_{k=1}^N \frac{\phi_k^2}{2\sigma_g^2} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Quant à M_W , le PN corrélé décrit une chaîne de Markov d'ordre 1, tel que :

$$p(\phi|M_W) = \prod_{k=1}^N p(\phi_k|M_W, \phi_{k-1}). \quad (10)$$

Pour évaluer les termes de ce produit, nous posons $\Delta\phi_k = \phi_k - \phi_{k-1}$, ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} p(\phi_k|M_W, \phi_{k-1}) &\sim \mathcal{N}(\phi_{k-1}, \sigma_g^2(2+\gamma)), \\ &= p(\Delta\phi_k|M_W) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_g^2(2+\gamma)), \end{aligned} \quad (11)$$

où γ a été défini dans l'équation (6). La probabilité conjointe prend donc la forme suivante :

$$\begin{aligned} p(\phi|M_W) &= \prod_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2(2+\gamma)}} \cdot \exp \left(-\frac{\Delta\phi_k^2}{2\sigma_g^2(2+\gamma)} \right), \\ &= (2\pi\sigma_g^2(2+\gamma))^{-\frac{N}{2}} \cdot \exp \left(-\sum_{k=1}^N \frac{\Delta\phi_k^2}{2\sigma_g^2(2+\gamma)} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Nous pouvons en déduire l'expression analytique du LLR :

$$\Lambda = \frac{N}{2} \ln(2+\gamma) + \sum_{k=1}^N \frac{\Delta\phi_k^2}{2\sigma_g^2(2+\gamma)} - \sum_{k=1}^N \frac{\phi_k^2}{2\sigma_g^2}. \quad (13)$$

4.2 Simulations avec bruit de phase corrélé

Nous considérons dans un premier temps des observations de PN générées par M_W dont la DSP correspond à la figure 2. L'espérance $E[\Lambda]$ nous indique quel modèle est sélectionné en moyenne. Nous tentons ici d'évaluer $E[\Lambda]$ pour sélectionner le modèle de PN en fonction de $f_c \cdot T$ et de N . Dans le cas où ϕ_k est décrit par M_W , il peut être aisément montré que :

$$\sum_{k=1}^N \frac{\Delta\phi_k^2}{\sigma_g^2(2+\gamma)} \sim \chi_N^2, \quad \text{avec } E[\chi_N^2] = N. \quad (14)$$

La deuxième somme de l'équation (13) vérifie :

$$\begin{aligned} E \left[\sum_{k=1}^N \phi_k^2 \right] &= \sum_{k=1}^N E [(\phi_{w,k} + \phi_{g,k})^2], \\ &= \sum_{k=1}^N E [\phi_{w,k}^2] + E [2\phi_{w,k} \cdot \phi_{g,k}] + E [\phi_{g,k}^2], \\ &= \sigma_g^2 \cdot \sum_{k=1}^N (1 + k \cdot \gamma). \end{aligned} \quad (15)$$

L'espérance du LLR est ainsi donnée par :

$$E[\Lambda] = \frac{N}{2} \left(\ln(2+\gamma) - \gamma \cdot \frac{N+1}{2} \right). \quad (16)$$

Il est important de remarquer que $E[\Lambda] \propto -\gamma \cdot N$, ce qui implique que plus N est grand, plus $f_c \cdot T$ doit être faible pour garantir que le PN est non-corrélé. Même lorsque le PN est généré à partir de M_W , $E[\Lambda]$ peut être supérieur à zéro si γ est faible. Le LLR pénalise la complexité de M_W par rapport à M_G et illustre le principe du rasoir d'Occam : si les modèles M_G et M_W modélisent aussi bien les observations, alors le modèle le plus simple doit être privilégié. De plus, il est possible de donner une condition entre N et $f_c \cdot T$ pour assurer que le PN corrélé reste négligeable. En évaluant l'inégalité $E[\Lambda] \geq 0$ avec une approximation d'ordre 1, nous pouvons déduire que M_G est plus efficace que M_W pour modéliser le PN si :

$$N \cdot (f_c \cdot T)^2 \leq \frac{\ln(2)}{2\pi^2}. \quad (17)$$

Pour le développement de systèmes de communication, l'équation (17) peut être exploitée pour spécifier la fréquence de coupure de l'oscillateur ou pour définir la longueur de trame. La figure 3 présente la valeur moyenne du LLR pour différentes longueurs de trame avec un PN simulé correspondant à M_W . Les résultats de simulations concordent parfaitement avec les attentes analytiques et confirment les propriétés mentionnées ci-dessus.

4.3 Simulations avec bruit de phase réaliste

Dans ce paragraphe, les résultats de simulations sont présentés pour un PN réaliste correspondant à l'oscillateur sub-THz décrit dans la figure 1. La figure 4 présente la valeur moyenne du LLR en fonction de la largeur de bande du système de communication $1/T$ pour plusieurs longueurs de trame N . Nous pouvons déduire de ces résultats que la condition donnée dans l'équation (17) assure en effet qu'un modèle de PN non-corrélé

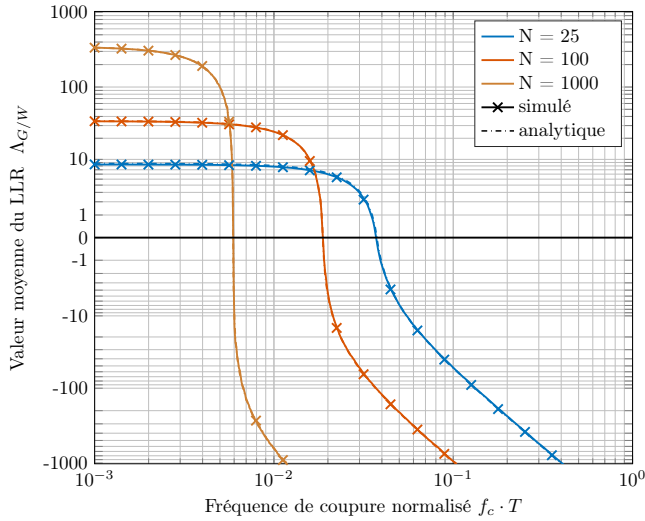


FIGURE 3 – Valeur moyenne du LLR $\Lambda_{G/W}$ pour un bruit de phase corrélé.

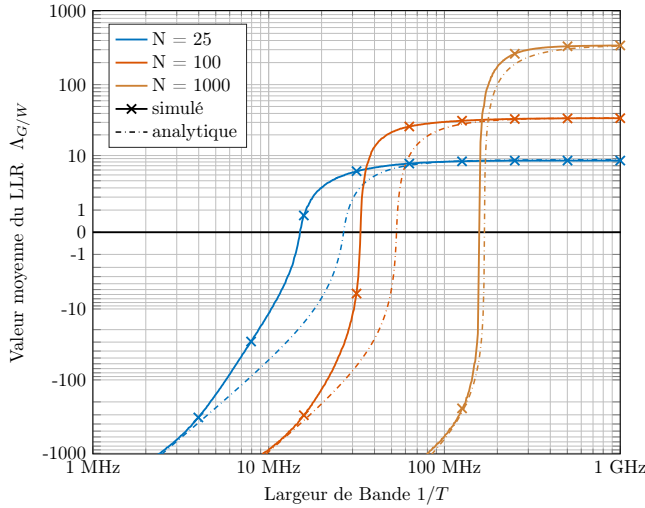


FIGURE 4 – Valeur moyenne du LLR $\Lambda_{G/W}$ pour un bruit de phase réaliste correspondant à l’oscillateur sub-THz [7].

est valide. Néanmoins, il peut être observé que cette condition analytique est légèrement conservatrice au regard des résultats obtenus par simulation. Ceci peut être expliqué par le fait que le PN corrélé de l’oscillateur proche de la fréquence centrale est moins fort que celui décrit par une caractéristique lorentzienne. En d’autres termes, M_W modélise une contribution du PN corrélé plus forte que celle qui peut être mesurée en pratique. Par ailleurs, si l’on considère que les largeurs de bande des systèmes sub-THz seront de l’ordre du GHz [1], nous pouvons conclure de ces résultats qu’un modèle gaussien non-corrélé est approprié pour décrire le PN dans les communications sub-THz.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons abordé la question de la modélisation du PN pour les communications sub-THz. Dans la littérature, le bruit de phase est habituellement modélisé par un processus corrélé. Ici, deux modèles de PN ont été introduits et comparés : un corrélé, précis mais complexe, et un non-corrélé, analytiquement plus simple. Nous avons exprimé analytiquement le rapport de vraisemblance de ces deux modèles pour des observations de PN. À partir du rapport de vraisemblance, nous avons proposé une condition analytique afin de sélectionner le meilleur des deux modèles étant données la largeur de bande du système, la longueur de trame et la caractérisation spectrale de l’oscillateur. Des simulations numériques ont été effectuées avec PN correspondant à un oscillateur sub-THz de l’état de l’art. Nous avons montré que le modèle gaussien non-corrélé est approprié pour décrire le PN dans les systèmes sub-THz.

Références

- [1] J.-B. Doré, Y. Corre, S. Bicaïs, J. Palicot, E. Faussurier, D. Kténas, and F. Bader, “Above-90GHz Spectrum and Single-Carrier Waveform as Enablers for Efficient Tbit/s Wireless Communications,” in *25th International Conference on Telecommunications (ICT’2018)*, Saint-Malo, France, Jun. 2018.
- [2] M. Voicu, D. Pepe, and D. Zito, “Performance and Trends in Millimetre-Wave CMOS Oscillators for Emerging Wireless Applications,” *International Journal of Microwave Science and Technology*, vol. 2013, p. 6, 2013.
- [3] M. R. Khanzadi, D. Kuylenstierna, A. Panahi, T. Eriksson, and H. Zirath, “Calculation of the performance of communication systems from measured oscillator phase noise,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, vol. 61, no. 5, pp. 1553–1565, May 2014.
- [4] L. Pometcu and R. D’Errico, “Characterization of Sub-THz and mmWave Propagation Channel for Indoor Scenarios,” in *12th European Association on Antennas and Propagation (EurAAP 18)*, Apr 2018.
- [5] M. Martalo, C. Tripodi, and R. Raheli, “On the information rate of phase noise-limited communications,” in *2013 Information Theory and Applications Workshop (ITA)*, Feb 2013, pp. 1–7.
- [6] A. Demir, “Computing Timing Jitter From Phase Noise Spectra for Oscillators and Phase-Locked Loops With White and $1/f$ Noise,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, vol. 53, no. 9, pp. 1869–1884, Sept 2006.
- [7] S. Li, D. Fritsche, C. Carta, and F. Ellinger, “A 200-GHz Sub-Harmonic Injection-Locked Oscillator with 0-dBm Output Power and 3.5DC-to-RF-Efficiency,” in *2018 IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium (RFIC)*, June 2018, pp. 212–215.
- [8] S. Bicaïs, J.-B. Doré, and J.-L. Gonzalez Jimenez, “On the Optimum Demodulation in the Presence of Gaussian Phase Noise,” in *2018 International Conference on Telecommunications (ICT)*, June 2018.