Détection d'anomalie de composantes principales pour des cibles mobiles étendues en SAR

A. TAYLOR¹, A. BRELOY¹, M.N. EL KORSO¹,

¹ Laboratoire Energétique Mécanique Electromagnétisme - Université Paris Ouest 50 rue de Sèvres, 92410 Ville d'Avray, France

ataylor@u-paris10.fr, a.breloy@u-paris10.com,m.elkorso@u-paris10.fr

Résumé – L'estimation de composantes principales communes à un ensemble de matrices de covariance a une large gamme d'application : génétique, climatologie... Dans ce papier, nous nous intéressons à un problème de détection de cibles mobiles sur des images Synthetic Aperture Radar (SAR). Dans un premier temps, l'estimateur au sens du Maximum de Vraisemblance est calculé. N'existant pas de solution analytique, un algorithme d'estimation itératif de type Majoration-Minimisation est ensuite proposé. Plus précisément, cet estimateur est utilisé dans le rapport de vraisemblance, ce qui constitue un nouveau détecteur de cibles mobiles. Enfin, nous comparerons les performances de ce détecteur à celles d'un détecteur basé sur un test de proportionnalité de matrices de covariance à l'aide de simulations.

Abstract – Common principal components estimation is a mathematical problem with a wide sets of applications, such as genetics or climatology. In this paper, moving target detection on Synthetic Aperture Radar (SAR) images is considered. The Maximum Likelihood estimator is designed, nevertheless, since analytical solution does not exist, a Majorization-Minimization based algorithm to iteratively calculate the estimate is proposed. The obtained estimates are then used in the likelihood ratio, which forms a new moving target detector. Through simulations, the detector capacities are compared to those of state-of-art, specifically, detectors based on testing the proportionality of covariance matrices.

1 Introduction

Dans ce papier, on considère le problème de détection sur des images Synthetic Aperture Radar (SAR) [1]. Le SAR est un traitement qui consiste à compenser le déphasage lié au mouvement de la plateforme pour générer une antenne synthétique, plus longue que l'antenne réelle, permettant ainsi une amélioration de la résolution. Cependant, le mouvement des cibles mobiles induit un déphasage supplémentaire, qui n'est pas compensé par le traitement SAR. Ainsi, une cible mobile apparaîtra à une position différente de sa position réelle : on parle de délocalisation. Grâce à l'utilisation d'une géométrie d'image particulière, que l'on appellera flash par la suite, un vecteur spatiotemporel de direction est associé à une colonne sur l'image SAR [2, 3]. On peut alors utiliser un détecteur STAP (Space-Time Adaptive Processing) sous-optimal, peu coûteux en temps de calcul [4], mais qui en plus des cibles mobiles, détecte les points brillants fixes (doubles rebonds des bâtiments, trièdres...). Pour répondre à ce problème, un test statistique de proportionnalité de matrices de covariance a été proposé [4]. Ce test permet de séparer les cibles fixes des points brillants. Cependant, il présente des limites, notamment dans le cas où la puissance du bruit n'est pas négligeable devant celle du fouillis. Dans ce papier, une nouvelle méthode permettant cette discrimination entre points brillants et cibles mobiles est proposée. Cette méthode exploite les anomalies au niveau des vecteurs propres, créées par la délocalisation des cibles mobiles. Pour cela, un test statistique d'égalité des vecteurs propres principaux de I

matrices de covariance est mis en place. Ce problème a d'abord été considéré d'un point de vu mathématique par Flury [5] dans les années 80, puis plus récemment par Browne et McNicholas [6], qui ont proposé des algorithmes efficaces pour des dimensions de matrices importantes. Par la suite, cette méthode a été utilisée dans des domaines variés (génétique [7], ontogenèse [8], ou encore imagerie médicale [9], mais à notre connaissance, pas pour des problématique de détection en radar. Dans un premier temps, nous présenterons une modélisation du problème, ainsi que le test de proportionnalité présenté dans [4]. Cette méthode pouvant s'avérer insuffisante dans certains cas limites, nous proposerons alors une nouvelle méthode, plus robuste : un test statistique d'égalité de sous-espaces principaux. Ces sous-espaces étant inconnus, il convient de les estimer. Pour cela, l'estimateur au sens du Maximum de Vraisemblance sera utilisé. Cependant, il n'existe pas d'expression analytique de cet estimateur. Ainsi, un algorithme itératif de type Majoration-Minimisation [10] sera proposé dans ce papier. Enfin, nous comparerons les performances de ces deux méthodes, au travers de simulations.

2 Contexte

2.1 Modèle des observations

On considère l'observation x comme la somme de la signature s de plusieurs réflecteurs (mobiles ou fixes), d'azimut θ_r , de vitesse radiale v_r et de puissance α_r , et d'un bruit thermique **b**, soit :

$$\mathbf{x} = \mathbf{s} + \mathbf{b} = \sum_{r=1}^{R} \alpha_r \mathbf{p}(\theta_r, v_r) + \mathbf{b}$$

Notons que la spécification du vecteur **p** n'est pas nécessaire pour les développement à suivre. Le signal utile est distribué selon $\mathbf{s} \sim \mathbb{CN}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_R)$, où la matrice de covariance du signal s'exprime à l'aide d'un modèle de rang R (ici, supposé connu et fixe) par sa SVD :

$$\boldsymbol{\Sigma}_{R}\left(\{\alpha_{r}, \theta_{r}, v_{r}\}\right) = \mathbb{E}\left[\mathbf{s}\mathbf{s}^{H}\right] = \sum_{r=1}^{R} \lambda_{r} \mathbf{v}_{r} \mathbf{v}_{r}^{H} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}$$

où Λ est une matrice diagonale contenant les vecteurs propres λ_r et \mathbf{V} est la matrice concaténant les vecteurs propres \mathbf{v}_r . Le bruit \mathbf{b} est supposé blanc gaussien avec $\mathbf{b} \sim \mathbb{C}\mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma_n^2 \mathbf{I})$.

2.2 Problème considéré

On considère le jeu de données total partitionné en I sousensembles. Pour chaque sous-ensemble, $i \in [\![0, I]\!]$, on dispose de plusieurs observations i.i.d., notées $\{x_k\}_{k\in[\![1,K_i]\!]}^i$. Ceci signifie soit, qu'une cible mobile s'observe sur plusieurs points (ce qui est le cas en haute résolution), soit, que nous observons une zone de fouillis localement homogène en terme de puissance. Les distributions de ces variables aléatoires sont données par :

$$\mathbf{x}_{k}^{i} \sim \mathbb{CN}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{R}\left(\{\boldsymbol{\alpha}_{r}^{i}, \boldsymbol{\theta}_{r}^{i}, \boldsymbol{v}_{r}^{i}\}\right) + \sigma_{n}^{2}\mathbf{I})$$
(1)

Le problème considéré est de détecter la présence d'une cible mobile (non spécifiée) sur un jeu de données noté $\{x_k\}_{k \in [\![1, K_0]\!]}^0$ en supposant que les sous-ensembles pour $i = [\![1, I]\!]$ constituant les données secondaires possèdent les mêmes sous-espaces propres principaux.

2.3 Détection par test de proportionnalité

A cause de sa vitesse radiale, une cible mobile n'a pas le même vecteur de direction que le fouillis environnant ¹, ceci se traduit par un changement dans la distribution des observations. En effet, pour les pixels contenant seulement du fouillis, la matrice de covariance du signal sera de la forme $\Sigma_R(\{\alpha_r^i, \theta_r^i, v_r^i = 0\})$, alors que pour un pixel contenant de la cible, au moins un des réflecteurs aura une vitesse $v_r^i \neq 0$. Sous l'hypothèse de fort RSB (rapport signal à bruit), $\sigma_n^2 \ll 1$, on peut donc, en première approximation, supposer que les matrices de covariances des *I* sous-ensembles sont toutes proportionnelles entre elles si les sous-ensembles ne contiennent pas de cibles mobiles (i.e. on observe seulement une variation locale de la puissance du fouillis). En revanche, en présence de cibles mobiles, ce ne sera plus le cas. Partant de ce constat, un détecteur basé sur un test statistique de proportionnalité a été proposé dans [4]. Ce test a

pour expression :

$$T_{prop} = \prod_{i=1}^{I} \left(\frac{\widehat{\beta}_i \mid \widehat{\mathbf{R}}_0 \mid}{\mid \widehat{\mathbf{S}}_i \mid} \right)^{K_i}$$

avec $\hat{\beta}_i$ et $\hat{\mathbf{R}}_0$ les coefficients de proportionnalités et la matrice de covariance commune, estimés par l'Estimateur du Point Fixe Généralisé (EPFG) [11], et les $\hat{\mathbf{S}}_i$ représentent la SCM (*sample covariance matrix*). Cette méthode a été testée dans [4] sur données réelles, afin de discriminer points brillants fixes et cibles mobiles, après une étape de pré-détection. Cependant, cette derniére n'est valide que si la puissance du bruit est suffisamment petite devant la puissance du fouillis. Cette condition n'est pas toujours vérifiée, notamment en bord de diagramme d'antenne. De plus, ce test n'exploite pas la structure rang faible des matrices de covariance précédemment explicitées. C'est pourquoi dans ce papier, nous proposons une nouvelle approche, basée cette fois-ci sur l'étude des vecteurs propres de ces matrices de covariance.

3 Test d'égalité de sous-espace

Afin de prendre en compte la présence de bruit blanc, ainsi que le structure rang faible de la matrice des observations, nous formulons le test d'hypothèses suivant.

• \mathcal{H}_0 : aucune cible mobile n'est présente dans les données, les matrices de covariances du fouillis sont toutes proportionnelles à $\Sigma_R(\{\alpha_r^i, \theta_r^i, v_r^i = 0\}) = \mathbf{V}_c \mathbf{\Lambda}_c \mathbf{V}_c$. Ainsi, les sous-espaces engendrés par les vecteurs propres dominants de ces matrices sont tous identiques.

• \mathcal{H}_1 : le jeu $\{x_k\}_{k\in[\![1,K_0]\!]}^0$ contient la réponse d'au moins une cible mobile. Au moins un de ses vecteurs propres principaux n'est pas contenu dans le sous-espace engendré par celui des jeux de données secondaires \mathbf{V}_c .

Ainsi, on suppose qu'aucune cible n'est présente dans les jeux de données $\{x_k\}_{k\in [\![1,K_i]\!]}^i, \forall i \in [\![1,I]\!]$. On cherche à savoir si les sous-espaces principals engendrés par la matrice de covariance du jeu de données $\{x_k\}_{k\in [\![1,K_0]\!]}^0$ est identique à ceux des autres jeux de données. Le test de vraisemblance se ré-exprime en termes de vecteurs propres :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 &: \mathbf{V}_0 = \mathbf{V}_c \\ \mathcal{H}_1 &: \mathbf{V}_0 \neq \mathbf{V}_c \end{cases}$$
(2)

Nous proposons de développer un test d'hypothèse adaptatif de type 2-STEP GLRT : on exprime le rapport de vraisemblance en fonction des paramètres supposés connus. On réinjectera dans un second temps des estimateurs de ces paramètres dans ce test.

3.1 Expression du rapport de vraisemblance

La log-vraisemblance sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 s'exprime :

^{1.} Cette cible mobile apparaît de plus délocalisée sur une image SAR. Cependant, son vecteur de direction demeure le vecteur de direction correspondant à sa vraie position en géométrie *flash*.

$$L_{0|\mathcal{H}_{0}} = -K_{0} \left(\sum_{r=1}^{R} \ln \left(\widehat{\lambda}_{r}^{0} + \sigma_{n}^{2} \right) + Tr \left[\widehat{\mathbf{S}}_{0} \left(\widehat{\mathbf{V}}_{c} \widehat{\mathbf{\Lambda}}_{0} \widehat{\mathbf{V}}_{c} \right)^{-1} \right] \right) + \gamma$$
(3)

où $\widehat{\mathbf{S}}_0$ est la SCM calculée sur le jeu de données principal, $\widehat{\mathbf{A}}_0$ est la matrice des valeurs propres obtenues par SVD sur $\widehat{\mathbf{S}}_0$, et γ une constante indépendante des paramètres de la loi. La log-vraisemblance sous \mathcal{H}_1 s'exprime :

$$L_{0|\mathcal{H}_{1}} = -K_{0} \left(\sum_{r=1}^{R} \ln \left(\widehat{\lambda}_{r}^{0} + \sigma_{n}^{2} \right) + Tr \left[\widehat{\mathbf{S}}_{0} \left(\widehat{\mathbf{V}}_{0} \widehat{\mathbf{\Lambda}}_{0} \widehat{\mathbf{V}}_{0} \right)^{-1} \right] \right) + \gamma$$
(4)

Le log-test s'exprime alors :

$$\ln T = K_0 \left(Tr \left[\widehat{\mathbf{S}}_0 \left(\widehat{\mathbf{V}}_c \widehat{\mathbf{A}}_0 \widehat{\mathbf{V}}_c \right)^{-1} \right] - Tr \left[\widehat{\mathbf{S}}_0 \left(\widehat{\mathbf{V}}_0 \widehat{\mathbf{A}}_0 \widehat{\mathbf{V}}_0 \right)^{-1} \right] \right)_{(5)}$$

Cette expression établie, elle peut être utilisée avec n'importe quel estimateurs "plug-in". Nous proposons ci-dessous de développer les estimateurs du Maximum de Vraisemblance (EMV) du problème considéré.

3.2 Estimations des paramètres

3.2.1 EMV des paramtres V_0 et $\{\lambda_r^0\}$

D'après le modèle décrit en 2.1, le jeu de données principal est distribué selon $\mathbf{x}_k^0 \sim \mathbb{CN}\left(\mathbf{0}, \sum_{r=1}^R \lambda_r^0 \mathbf{v}_r^0 \mathbf{v}_r^{0H} + \sigma^2 \mathbf{I}\right)$. L'EMV des paramètres \mathbf{V}_0 et $\{\lambda_r^0\}$ peut alors simplement s'obtenir par la décomposition en valeurs singulières de la SCM des données, c'est à dire, $\boldsymbol{\Sigma}_{SCM}^0 = K_0^{-1} \sum_{k=1}^{K_0} \mathbf{x}_k^0 \mathbf{x}_k^0$.

3.2.2 EMV de V_c

On rappelle que l'on suppose que la matrice de covariance du fouillis est la même à un facteur près dans les jeux non testés, soit $\mathbf{x}_k^i \sim \mathbb{CN}\left(\mathbf{0}, \alpha_i \sum_{r=1}^R \lambda_r \mathbf{v}_r^c \mathbf{v}_r^{cH} + \sigma^2 \mathbf{I}\right)$ pour $i \in [\![1, I]\!]$ Ainsi la log-vraisemblance négative du jeu de données $\{x_k\}^i$ s'exprime (simplifié à l'aide du lemme de Sherman Morrison) :

$$\mathcal{L}_{i} = K_{i} \sum_{r=0}^{R} \ln(\alpha_{i}\lambda_{r} + \sigma_{n}^{2}) - \sum_{k=1}^{K_{i}} \sum_{r=1}^{R} \frac{\alpha_{i}\lambda_{r} \mathbf{x}_{k}^{H} \mathbf{v}_{r}^{i} \mathbf{v}_{r}^{iH} \mathbf{x}_{k}}{\sigma_{n}^{2}(\alpha_{i}\lambda_{r} + \sigma_{n}^{2})} + \gamma$$

où γ est une constante indépendante des paramètres de la loi. L'EMV des paramètres s'obtient en résolvant le problème :

$$\min_{\{\alpha_i\}\{\lambda_r\}\{\mathbf{v}_r\}} \sum_{i=1}^{I} \mathcal{L}_i$$
s.c.
$$\alpha_i \ge 0 \,\forall \, i \in \llbracket 1, I \rrbracket$$

$$\lambda_r \ge 0 \,\forall \, r \in \llbracket 1, R \rrbracket$$

$$\{\mathbf{v}_r\} \text{ base orthonormée}$$
(6)

Pour résoudre ce problème complexe, nous proposons de dériver un algorithme de Majoration-Minimisation par blocs, i.e. mettant à jour cycliquement les variables en minimisant une fonctions de substitution (borne suppérieure locale de l'objectif). L'intérêt principal de cette méthode, outre garanties théoriques de convergence, est de pouvoir proposer des itérations comportant des expressions analytiques si les fonction de substitutions sont judicieusement choisies. L'algorithme proposé ici peut se voir comme une généralisation de EBMM (*Eigenspace Block Majorization Minimization*) proposé dans [10] (qui considère le cas $K_i = 1 \forall i$). Les étapes principales de mise à jour des variables sont récapitulées ci dessous.

• Itération $\{\alpha_i\}^{t+1}$: Pour $\{\lambda_r\}$ et $\{\mathbf{v}_r\}$ fixés, l'objectif est séparable selon les α_i et minimiser la vraisemblance revient à résoudre

$$\min_{\alpha_{i}} \sum_{r=1}^{R} \left[K_{i} \ln \left(\alpha_{i} \lambda_{r} + \sigma_{n}^{2} \right) - \sum_{k=1}^{K_{i}} \frac{\alpha_{i} \lambda_{r} s_{k}^{r}}{\alpha_{i} \lambda_{r} + 1} \right]$$
(7)
sous contrainte $\alpha_{i} \ge 0$

avec $s_k^r = (\mathbf{x}_k^H \mathbf{v}_r \mathbf{v}_r^H \mathbf{x}_k) / \sigma_n^2$. En suivant les étapes de la preuve de la proposition 1 de [10], on peut montrer qu'au point α_i^t , l'objectif est majoré par la fonction de substitution

$$\mathcal{L}(\alpha_i | \alpha_i^t) \le A_i \ln \left(B_i \alpha_i + C_i \right) - D_i \ln \left(\alpha_i \right) + \gamma \qquad (8)$$

avec

$$\begin{cases} \beta_i^r = \sum_{k=1}^{K_i} s_k^r \frac{\alpha_i^t \lambda_r}{\alpha_i^t \lambda_r + \sigma_n^2} & \gamma_i^r = K_i + \beta_i^r \\ A_i = \sum_{r=1}^R \gamma_i^r & B_i = A_i^{-1} \sum_{r=1}^R \frac{\gamma_i^r \lambda_r}{\alpha_i^t \lambda_r + \sigma_n^2} \\ C_i = A_i^{-1} \sum_{r=1}^R \frac{\gamma_i^r \sigma_n^2}{\alpha_i^t \lambda_r + \sigma_n^2} & D_i = \sum_{r=1}^R \beta_i^r \end{cases}$$
(9)

Cette fonction a un unique minimum, définissant l'itération :

$$\alpha_i^{(t+1)} = D_i C_i \left((A_i - D_i) B_i \right)^{-1} \tag{10}$$

• Itération $\{\lambda_r\}^{(t+1)}$: On remarque que les α_i et les λ_r jouent un rôle similaire dans l'objectif. On peut donc, en reprenant les dérivions précédentes obtenir l'itération suivante :

$$\lambda_r^{(t+1)} = D_r C_r \left((A_r - D_r) B_r \right)^{-1} \tag{11}$$

avec

$$\begin{cases} \beta_i^r = \sum_{k=1}^{K_i} s_k^r \frac{\alpha_i \lambda_r^t}{\alpha_i \lambda_r^t + \sigma_n^2} & \gamma_i^r = K_i + \beta_i^r \\ A_r = \sum_{i=1}^{I} \gamma_i^r & B_r = A_r^{-1} \sum_{i=1}^{I} \frac{\gamma_i^r \alpha_i}{\alpha_i \lambda_r^t + \sigma_n^2} \\ C_r = A_r^1 \sum_{i=1}^{I} \frac{\gamma_i^r \sigma_n^2}{\alpha_i \lambda_r^t + \sigma_n^2} & D_r = \sum_{i=1}^{I} \beta_i^r \end{cases}$$
(12)

• Itération $\{\mathbf{v}_r^c\}^{(t+1)}$ Pour $\{\lambda_r\}$ et $\{\alpha_i\}$ fixés, maximiser la vraisemblance selon $\{\mathbf{v}_r\}$ revient à résoudre :

$$\max_{\mathbf{v}_{r}} \sum_{R=1}^{R} \mathbf{v}_{r}^{H} \mathbf{M}_{r} \mathbf{v}_{r}$$
s.c. { \mathbf{v}_{r} } base orthonormée (13)

avec

$$\mathbf{M}_{r} = \sum_{i=1}^{I} \sum_{k=1}^{K_{i}} \left[\frac{\alpha_{i} \lambda_{r}}{\sigma_{n}^{2} (\alpha_{i} \lambda_{r} + \sigma_{n}^{2})} \mathbf{x}_{k}^{i} \mathbf{x}_{k}^{i} \right]$$
(14)

l'objectif peut être minoré au point $\{\mathbf{v}_c^r\}^t$ par la fonction de substitution suivante [10] :

$$\mathcal{L}(\{\mathbf{v}_r^c\}|\{\mathbf{v}_r^c\}^t) = Tr\left[\mathbf{A}^H \mathbf{V}_c\right] + Tr\left[\mathbf{V}_c^H \mathbf{A}\right] + \gamma \quad (15)$$

avec $\mathbf{A} = [\mathbf{M}_1 \mathbf{v}_1^{c\ t} | \dots | \mathbf{M}_R \mathbf{v}_R^{c\ t}]$ et $\mathbf{V}_c = [\mathbf{v}_1^c | \dots | \mathbf{v}_R^c]$. Maximiser cette fonction sous contrainte unitaires est un problème de Procuste. Soit la SVD $\mathbf{A} = \mathbf{V}_A \mathbf{D}_A \mathbf{U}_A^H$, la solution donnant l'itération est

$$\mathbf{V}_c^{t+1} = \mathbf{V}_A \mathbf{U}_A^H \tag{16}$$

4 Simulations

Pour valider l'intérêt du test proposé, 10000 tirages seront effectués, dans le but de tracer des courbes COR. La matrice utilisée pour générer les données secondaire consiste en une matrice de Toeplitz, de paramètre 0.9, à laquelle on ajoute une matrice proportionnelle à la matrice identité. Les coefficients α_i sont générés suivant une loi $\gamma(2,3)$. Des courbes COR sont ensuite tracées pour différents tests :

- le test sur les sous-espaces, avec l'EMV (section 3.2.2.) comme estimateur de V_c
- le test de proportionnalité, matrice de covariance estimée par l'EPFG

— le test de proportionnalité, matrices estimées par SCM. Plusieurs conditions de simulations sont considérées : on fixe une dimension et un rang pour les matrices Σ_t , respectivement 64 et 15. On fait ensuite varier le nombre de données par set, et le rapport clutter à bruit. Pour le nombre de données par set, deux cas sont étudiés : $K_i = 30$, et $K_i = 129$, qui correspondent aux cas limites 2 * R, et 2 * N + 1. Le RSB soit à 30dB soit à 20dB. Enfin, à titre de comparaison, les courbes COR obtenues avec les mêmes estimateurs, mais avec le test de proportionnalité 2.3, qui a fait ses preuves sur données réelles [4]. La figure 1 montre les courbes COR obtenues pour 2R données secondaires par jeu de données, et un RSB de 20dB. Ce cas est donc doublement défavorable pour le test de proportionnalité, puisque le RSB et le nombre de données secondaires sont relativement faibles. On observe que le test de proportionnalité, que ce soit avec la SCM ou l'estimateur du point fixe généralisé, a une probabilité de détection faible, dès lors que la probabilité de fausse alarme est inférieure à 10^{-1} . Le test sur les sous-espaces proposé présente des performances intéressantes : la probabilité de détection est supérieure à 0.9, même pour un probabilité de fausse alarme de 10^{-3} . Lorsque l'on augmente le nombre de données secondaires, et à plus forte raison lorsque l'on augmente le RSB, les mêmes comportements que ceux dans la figure 1 sont constatés, mais les courbes se resserent. Par manque de place, ces figures ne sont pas présentées ici.

5 Conclusion

Dans ce papier, une nouvelle méthode permettant de discriminer points brillants et cibles mobiles sur des images SAR a été présentée. Cette méthode consiste à tester l'égalité des sousespaces propres dominants entre les données sous test et le



FIGURE 1 – Courbe COR : probabilité de détection en fonction de probabilité de fausse alarme, pour RSB = 20dB, $K_i = 2R$. En noir (marqueur croix), le test sur les sous-espaces proposés, en bleu (marqueur triangle) le test de proportionnalité en utilisant la SCM comme estimateur, et en rouge (marqueur rond), le test de proportionnalité en utilisant l'EPFG.

fouillis environnant. Un algorithme itératif basé sur l'EBMM a ensuite été proposé pour estimer le sous-espace propre dominant des données secondaires. Des simulations ont permis de montrer l'intérêt de la méthode, dans des cas défavorables à un test de proportionnalité sur les matrices de covariance.

Références

- W.M. Brown. Synthetic Aperture Radar. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol 1, pp. 217-229, 1967.
- [2] H. Cantalloube. *Mobile target indication from focused flashlight SAR images.* Proceedings of EUSAR, 2004.
- [3] H. Oriot, B. Vaizan. Preliminary results on ground moving target detection with L band data acquired with the RAMSES sensor. Proceedings of EUSAR, 2006.
- [4] A. Taylor. Traitements SAR multivoies pour la détection de cibles mobiles. Traitement du signal et de l'image. Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay, 2016. Français. <NNT : 2016SACLN048>. <tel-01450384>
- [5] B. Flury Common Principal Components in k Group Journal of the American Statistical Association, Vol. 79, No. 388, pp. 892-898, 1984.
- [6] R.P. Browne, P.D. McNicholas. *Estimating Common Principal Components in High Dimensions* Journal Advances in Data Analysis and Classification, Volume 8 Issue 2, pp. 217-226, 2014.
- [7] S. Arnold, P. Philipps. *Hierarchical comparison of genetic variance-covariance matrices*. II. coastalinland divergence in the garter snake, thamnophis elegans. Evolution, Vol. 53, pp. 1516-1527, 1999.
- [8] C. Klingenberg, B. Neuenschwander, B. Flury. Ontogeny and individual variation : Analysis of patterned covariance matrices with common principal components. Systematic Biology, Vol. 45, pp. 135-150, 1996.
- [9] K. Yang, C. Shahabi. An efficient k nearest neighbor search for multivariate time series. Information and Computation, Vol. 205, pp. 65-98, 2007.
- [10] Y. Sun, A. Breloy, P. Babu, D. Palomar, F. Pascal, G. Ginolhac. Low-Complexity Algorithms for Low Rank Clutter Parameters Estimation in Radar Systems. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 64, No. 8, 2016.
- [11] A. Taylor, P. Forster, F. Daout, H. Oriot, L. Savy. A generalization of the fixed point estimate. Proceedings of EUSIPCO, 2015.