

Correction par méthode variationnelle des non uniformités des détecteurs d'un interféromètre imageur

Pauline TAN, Yann FERREC, Laurent ROUSSET-ROUVIÈRE

Onera, Dota

Chemin de la Hunière, BP 80100, 91123 Palaiseau Cedex, France

Pauline.Tan@onera.fr, Yann.Ferrec@onera.fr, Laurent.Rousset-Rouviere@onera.fr

Résumé – Ce papier décrit une méthode variationnelle permettant de corriger les interférogrammes obtenus par un imageur hyperspectral infrarouge des non uniformités des détecteurs, tout en préservant les franges d'interférences présentes dans l'image. Les paramètres de la dégradation sont estimés conjointement aux franges d'interférences, à l'aide d'un algorithme d'optimisation biconvexe récemment développé.

Abstract – This paper describes a variational method which aims at correcting the non-uniformity response of a hyperspectral imaging system for interferograms, while preserving the interference fringes. The degradation parameters and the fringes are jointly estimated, thanks to a biconvex optimization algorithm recently developed.

1 Introduction

SieleTERS est un imageur hyperspectral infrarouge conçu par l'Onera et financé par la DGA, qui acquiert des images de la scène survolée à travers un interféromètre. Les images obtenues contiennent des franges d'interférences qui permettent, à partir d'une séquence d'images, de reconstituer par transformée de Fourier le spectre des points de la scène [1] (voir Figure 1).

Avant d'exploiter les interférogrammes, il faut traiter au préalable les images acquises par SieleTERS. Les détecteurs utilisés sont en effet sujets à la non uniformité de leur réponse : pour un même signal d'entrée, chaque pixel mesure un signal différent, suivant une loi supposée temporellement stable. Il faut inverser cette loi pour retrouver le signal original : on parle de correction de non uniformités. Différentes méthodes peuvent être utilisées pour cette correction (utilisation des statistiques du signal [8, 6], par recalage des images [2]) mais reposent sur l'hypothèse que, à signal identique en entrée de l'instrument, la réponse des pixels doit être identique après correction. Or, cette hypothèse n'est pas valable dans le cas de SieleTERS, à cause de la présence des franges d'interférences. Ces dernières peuvent être considérées comme des non uniformités à préserver.

Les franges d'interférences des images de SieleTERS ont déjà fait l'objet d'un travail précédent [7]. L'objectif des auteurs était de supprimer les franges (dans le cas d'images corrigées des non uniformités) afin d'obtenir l'image panchromatique, c'est-à-dire l'intégrale du spectre sur une bande de longueurs d'onde donnée. Ils ont pour cela proposé un modèle multiplicatif simplifié pour modéliser la formation des interférogrammes, qui s'est avéré pertinent dans les tests expérimentaux.

Cet article se propose donc d'exploiter le modèle multiplicatif de formation des franges de [7], ainsi qu'un modèle affine

pour la non uniformité des détecteurs, pour définir une méthode variationnelle de correction des non uniformités. Contrairement à certaines méthodes, aucune structure spatiale pour les non uniformités n'est supposée. Un algorithme d'optimisation proximal de type [5] est proposé, et des tests expérimentaux sur données simulées et réelles permettent de valider cette approche.

2 Formulation variationnelle

2.1 Modèle mixte multiplicatif-affine

Franges d'interférences Une scène est observée à travers un interféromètre imageur ; le signal s qui en résulte est donné par

$$s(\mathbf{p}_x) = \int_0^{+\infty} I_x(\sigma) (1 + C(\mathbf{p}_x, \sigma) \cos(2\pi\delta(\mathbf{p}_x)\sigma + \varphi)) d\sigma \quad (1)$$

avec I_x le spectre du point au sol \mathbf{x} , projeté au pixel de position \mathbf{p}_x , C un terme de contraste (scalaire), δ la différence de marche en \mathbf{p}_x , σ le nombre d'onde et φ la phase des franges. La carte des différences de marche (ddm) peut être estimée, de même que celle du contraste et de la phase. La mesure des $s(\mathbf{p}_x)$ permet de remonter au spectre I_x [1]. Cependant, notre sujet ici étant de corriger les non uniformités du détecteur tout en préservant les franges d'interférences, nous utilisons un modèle simplifié multiplicatif [7] permettant de séparer l'image panchromatique des franges. Ce modèle suppose que tous les spectres I_x ont même forme $I_x(\sigma) \approx u(\mathbf{p}_x) \ell(\sigma)$:

$$\begin{aligned} s(\mathbf{p}_x) &\approx u(\mathbf{p}_x) \int_0^{+\infty} \ell(\sigma) (1 + C(\mathbf{p}_x, \sigma) \cos(2\pi\delta(\mathbf{p}_x)\sigma + \varphi)) d\sigma \\ &\approx u(\mathbf{p}_x) (1 + v(\mathbf{p}_x)) \end{aligned} \quad (2)$$

où u désigne l'image panchromatique et v l'image des franges.



FIGURE 1 – Exemple d’interférogramme corrigé s . Les franges les plus visibles sont celles situées en bas de l’image.



FIGURE 2 – Image panchromatique u obtenue par recalage des images d’une même séquence.

Non uniformités des détecteurs On suppose que la non uniformité des détecteurs peut être modélisée par une loi affine : si $s(\mathbf{p})$ est le signal arrivant au pixel \mathbf{p} , alors le signal mesuré $w(\mathbf{p})$ est donné par

$$w(\mathbf{p}) = g(\mathbf{p}) s(\mathbf{p}) + f(\mathbf{p}) \quad (3)$$

où g est appelé *gain* et f *fond*. Si g et f sont connus (et g non nul), alors il est facile d’inverser cette formule pour restaurer le signal s . On suppose que le gain et le fond ne dépendent que du détecteur, et qu’ils ne varient pas au cours du temps.

Modèle mixte En combinant les deux modèles précédents, on obtient le modèle suivant pour les images acquises \mathbf{w} :

$$\mathbf{w} = \mathbf{g} \mathbf{u} (1 + \mathbf{v}) + \mathbf{f} \quad (4)$$

où on adopte la représentation matricielle pour les images, le produit s’entendant terme à terme. On souhaite utiliser ce modèle pour estimer (\mathbf{g}, \mathbf{f}) afin de restaurer les images acquises \mathbf{w} et ainsi obtenir s . On suppose pour cela que l’on possède une séquence de K images $\mathbf{W} := \{\mathbf{w}_k\}$, pour lesquelles on connaît les images panchromatiques $\mathbf{U} := \{\mathbf{u}_k\}$ (cf. Section 2.3).

2.2 Fonctionnelle d’énergie biconvexe

On présente la fonctionnelle d’énergie à trois termes choisie pour estimer conjointement les gain et fond (\mathbf{g}, \mathbf{f}) et les images de franges $\mathbf{V} := \{\mathbf{v}_k\}$. Les images sont de taille $N_x \times N_y$.

Attache aux données Ce terme vise à favoriser le modèle mixte (4) pour chaque image de la séquence :

$$E_{\text{dat}}(\mathbf{g}, \mathbf{f}; \mathbf{V}) = \frac{\mu}{2} \sum_k \|\mathbf{a}_k(\mathbf{g} \mathbf{u}_k(1 + \mathbf{v}_k) + \mathbf{f} - \mathbf{w}_k)\|_2^2 \quad (5)$$

Les pondérations $\mathbf{A} := \{\mathbf{a}_k\} \geq 0$ permettent d’ajuster la fiabilité du modèle mixte. Elles peuvent dépendre de k (si certaines

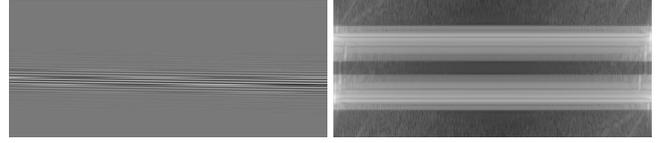


FIGURE 3 – Franges d’interférences : à gauche, les franges \mathbf{v} (détail), à droite, la transformée de Fourier verticale $\ln(|\hat{\mathbf{v}}|)$.

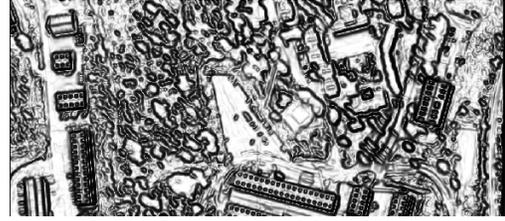


FIGURE 4 – Exemple de pondération \mathbf{a} choisie.

images satisfont mieux que d’autres le modèle), du pixel (si certains détecteurs sont défectueux) ou de la scène. Plus sa valeur est grande, plus le modèle mixte sera contraint.

Régularité spatiale Les franges sont supposées être localement horizontales (voir Figure 3, gauche). On décide donc de pénaliser l’amplitude de la dérivée horizontale, à l’aide d’une approximation lisse de la valeur absolue [4] :

$$E_{\text{reg}}^{\text{spatial}}(\mathbf{V}) = \sum_k \text{TV}_\alpha^h(\mathbf{v}_k) = \sum_k \Phi_\alpha(\partial_x \mathbf{v}_k) \quad (6)$$

où ∂_x est l’opérateur discret de dérivée horizontale, défini par différences avant centrées, et Φ_α donné pour $\xi = (\xi_{i,j})_{i,j}$ par

$$\Phi_\alpha(\xi) = \sum_{i,j} \varphi_\alpha(\xi_{i,j}) = \sum_{i,j} \left(|\xi_{i,j}| - \alpha \ln \left(1 + \frac{|\xi_{i,j}|}{\alpha} \right) \right) \quad (7)$$

Régularité spectrale On suppose que la transformée de Fourier verticale des franges est à support compact dans Ω estimable [7] (cf. Figure 3, droite). Aussi, ce terme pénalise-t-il toute information spectrale à l’extérieur de Ω :

$$E_{\text{reg}}^{\text{spectral}}(\mathbf{V}) = \frac{\beta}{2} \sum_k \|\text{TF}^v(\mathcal{H}\mathcal{M}(\mathbf{v}_k)) \mathbb{1}_{c_\Omega}\|_2^2 \quad (8)$$

où $\mathbb{1}_C \in \{0, 1\}$ est un masque binaire valant 1 dans C , où \mathcal{M} est un opérateur miroir vertical (pour limiter les effets de bords)

$$\mathcal{M}(\mathbf{v}) = (\tilde{\mathbf{v}}, \mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}) \text{ avec } (\tilde{v})_{i,j} = v_{N_x-1-i,j} \quad (9)$$

avec \mathcal{H} une fenêtre de Hamming 1D de largeur $3N_x$, et TF^v la transformée de Fourier discrète verticale 1D. Ce terme mesure l’information spectrale de \mathbf{v}_k hors de Ω , qui doit être faible ¹.

2.3 Image panchromatique

La connaissance de l’image panchromatique est déterminante dans cette méthode. Celle-ci est obtenue en additionnant toutes

1. Un autre choix serait de contraindre cette quantité à être nulle, mais rendrait ce terme non différentiable.

les images recalées d'un même point au sol, mesuré sous différentes différences de marche. Cette sommation supprime les franges (voir Figure 2) et les images obtenues sont supposées corrigées des non uniformités [2]. Le recalage des images est réalisé en utilisant les données de la ligne de visée, mais des petites imprécisions (par exemple méconnaissance de variations d'élévation de la scène, ou bruit sur les données de navigation), font que l'image panchromatique peut être parfois légèrement floue, en particulier près des bords des objets.

Pour gérer cette incertitude, on peut choisir de définir une pondération \mathbf{a}_k qui dépend de la scène, en posant

$$\mathbf{a}_k(\mathbf{p}) = \frac{1}{1 + a \|\nabla(G^\sigma \star \mathbf{u}_k)(\mathbf{p})\|^2} \quad (10)$$

avec G^σ un noyau gaussien de moyenne nulle et de variance σ et \star désignant le produit de convolution. Le réel a est choisi positif, de sorte que \mathbf{a}_k est compris entre 1 et 0. L'objectif est de construire \mathbf{a}_k grand loin des discontinuités de la scène, et faible sinon, l'hypothèse étant que les discontinuités de scène correspondent aux gradients significatifs de l'image. Le noyau de flou permet de supprimer au préalable la texture (voir Figure 4).

3 Algorithmes de minimisation

On cherche à minimiser la fonctionnelle d'énergie

$$E := E_{\text{dat}} + E_{\text{reg}}^{\text{spatial}} + E_{\text{reg}}^{\text{spectral}} \quad (11)$$

Elle n'est pas convexe, mais $(\mathbf{g}, \mathbf{f}) \mapsto E(\mathbf{g}, \mathbf{f}; \mathbf{V})$ est convexe quel que soit \mathbf{V} et $\mathbf{V} \mapsto E(\mathbf{g}, \mathbf{f}; \mathbf{V})$ est convexe quel que soit (\mathbf{g}, \mathbf{f}) ; c'est également le cas de E_{data} (ces fonctions sont dites biconvexes). Par ailleurs, $E_{\text{reg}} := E_{\text{reg}}^{\text{spatial}} + E_{\text{reg}}^{\text{spectral}}$ est une fonction convexe, différentiable, de gradient ∇E_{reg} lipschitzien, de constante de Lipschitz $L = 4/\alpha + 9N_x\beta$.

3.1 Descentes proximales alternées

Pour obtenir un minimiseur local de E , on utilise l'algorithme de descentes proximales alternées proposées dans [5] :

$$\begin{cases} (\mathbf{g}^n, \mathbf{f}^n) = \text{prox}_{\tau_1 E_{\text{dat}}(\cdot; \mathbf{V}^n)}(\mathbf{g}^{n-1}, \mathbf{f}^{n-1}) \\ \mathbf{V}^n = \text{prox}_{\tau_2 E_{\text{dat}}(\mathbf{g}^n, \mathbf{f}^n; \cdot)}(\mathbf{V}^{n-1} - \tau_2 \nabla E_{\text{reg}}(\mathbf{V}^{n-1})) \end{cases} \quad (12)$$

où prox_f désigne l'opérateur proximal associé à la fonction convexe f [3], défini de manière unique par

$$\text{prox}_f(x_0) = \arg \min_x \left\{ f(x) + \frac{1}{2} \|x - x_0\|^2 \right\} \quad (13)$$

On peut vérifier que

$$\frac{\partial E_{\text{reg}}}{\partial \mathbf{v}_k}(\mathbf{V}) = \partial_x^* \left(\left(\varphi'_\alpha \left((\partial_x \mathbf{v}_k)_{i,j} \right) \right)_{i,j} \right) + 3N_x\beta \mathcal{M}^* \left(\mathcal{H}(\text{TF}^{\mathbf{V}})^{-1} (\text{TF}^{\mathbf{V}} (\mathcal{H}\mathcal{M}(\mathbf{v}_k) \mathbf{1}_{c\Omega})) \right) \quad (14)$$

avec $\varphi'_\alpha(t) = t/(\alpha + |t|)$ et ∂_x^* désignant l'opérateur adjoint de ∂_x . Par ailleurs, si on pose $\mathbf{V}^* = \text{prox}_{\tau E_{\text{dat}}(\mathbf{g}, \mathbf{f}; \cdot)}(\mathbf{V}^0)$, alors

$$\mathbf{v}_k^* = \frac{v_k^0 + \tau\mu \mathbf{a}_k^{(2)} \mathbf{g} \mathbf{u}_k (\mathbf{w}_k - \mathbf{f} - \mathbf{g} \mathbf{u}_k)}{1 + \tau\mu (\mathbf{a}_k \mathbf{g} \mathbf{u}_k)^{(2)}} \quad (15)$$

où $\mathbf{u}^{(2)} = \mathbf{u} \mathbf{u}$. Enfin, si $(\mathbf{g}^*, \mathbf{f}^*) = \text{prox}_{\tau E_{\text{dat}}(\cdot; \mathbf{V})}(\mathbf{g}^0, \mathbf{f}^0)$, alors ${}^t(\mathbf{g}^*, \mathbf{f}^*) = (\mathbf{B}^{-1}){}^t(\mathbf{G}, \mathbf{F})$ avec

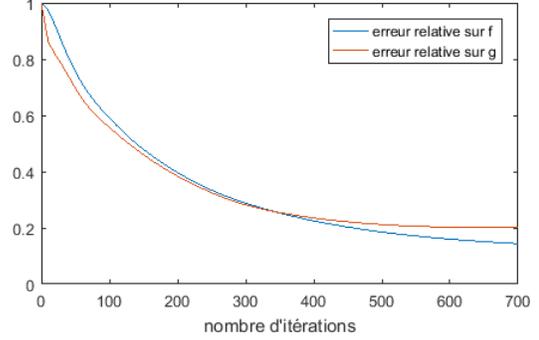


FIGURE 5 – Évolution de l'erreur relative sur le gain (en rouge) et le fond (en bleu) en fonction du nombre d'itérations.

$$\mathbf{G} = \frac{\mathbf{g}^0}{\tau\mu} + \sum_k \mathbf{a}_k \mathbf{u}_k (1 + \mathbf{v}_k) \mathbf{w}_k \quad \text{et} \quad \mathbf{F} = \frac{\mathbf{f}^0}{\tau\mu} + \sum_k \mathbf{a}_k \mathbf{w}_k \quad (16)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 & \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_2 & \mathbf{b}_3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \mathbf{b}_1 = \sum_k (\mathbf{a}_k \mathbf{u}_k (1 + \mathbf{v}_k))^2 + 1/(\tau\mu) \\ \mathbf{b}_2 = \sum_k \mathbf{a}_k \mathbf{u}_k (1 + \mathbf{v}_k) \\ \mathbf{b}_3 = \sum_k \mathbf{a}_k + 1/(\tau\mu) \end{cases} \quad (17)$$

Ainsi, la mise-à-jour (12) peut être calculée explicitement.

3.2 Convergence

Si les pas de temps sont choisis tels que $0 < \tau_2 < 2/L$ et que $0 < \tau_1$, alors la suite $(E(\mathbf{g}^n, \mathbf{f}^n; \mathbf{V}^n))_n$ est décroissante convergente [5]. Par ailleurs, si $(\mathbf{g}^0, \mathbf{f}^0)$ et \mathbf{V}^0 sont correctement choisis, alors les deux suites $(\mathbf{g}^n, \mathbf{f}^n)_n$ et $(\mathbf{V}^n)_n$ sont bornées et leurs distances à l'ensemble des points critiques de E tend vers 0. En pratique, on observe qu'initialiser avec $\mathbf{g}^0 = 1$, $\mathbf{f}^0 = 0$ et $\mathbf{v} = \mathbf{w}/\max(\mathbf{u}, \varepsilon) - 1$ suffit pour assurer la convergence du schéma (avec $\varepsilon > 0$ petit).

4 Résultats expérimentaux

4.1 Images simulées

On commence par utiliser une séquence d'images simulées, pour lesquelles les images parfaites et les images panchromatiques sont connues. Ainsi, on a accès à une vérité-terrain. Les gain et fond simulés sont des bruits blancs gaussiens. Ce jeu de données permet en particulier de régler les paramètres de la fonctionnelle d'énergie (μ , β , α et K) ainsi que les paramètres de l'algorithme (τ_1 , τ_2 et le nombre d'itérations). Pour cela, on s'intéresse à l'erreur moyenne de correction, définie par

$$e_{\text{correction}}(\mathbf{g}, \mathbf{f}) = \frac{1}{KN_xN_y} \sum_k \|(\mathbf{w}_k - \mathbf{f})/\mathbf{g} - \mathbf{s}_k\|_1 \quad (18)$$

que l'on compare à $e_{\text{correction}}(1, 0)$ (qui correspond au cas où aucune correction n'est effectuée). Pour référence, les images \mathbf{s}_k sont ici à valeurs entre 23 et 75.

Les tests expérimentaux nous ont conduits à choisir $\mu = 5 \cdot 10^{-3}$, $\beta = 0.1$ et $\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$. Plus le nombre K d'images

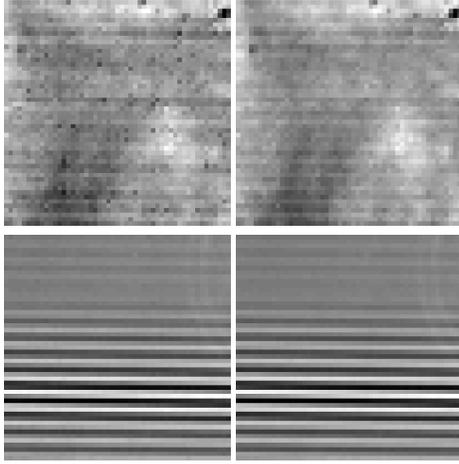


FIGURE 6 – Données réelles : comparaison avant (à gauche) et après correction (à droite).

utilisées est grand, meilleurs sont les résultats, mais $K = 20$ constitue un choix convenable. On fixe par ailleurs $\tau_1 = 1.99/L$ et $\tau_2 = 25$. Le nombre d'itérations n_{iter} est choisi égal à 700. Noter que plus K et n_{iter} sont grands, plus le temps de calcul est important. Les courbes de la figure 5 montrent l'évolution des erreurs relatives $\|\mathbf{g}^* - \mathbf{g}^n\|_1 / \|\mathbf{g}^* - \mathbf{g}^0\|_1$ et $\|\mathbf{f}^* - \mathbf{f}^n\|_1 / \|\mathbf{f}^* - \mathbf{f}^0\|_1$, où \mathbf{g}^* et \mathbf{f}^* sont respectivement les gain et fond théoriques, générés par un bruit blanc gaussien d'écart-type respectifs 0.03 et 2. On a dans ce cas $e_{\text{correction}}(\mathbf{g}^{n_{\text{iter}}}, \mathbf{f}^{n_{\text{iter}}}) = 0.2558$, contre $e_{\text{correction}}(1, 0) = 1.9577$.

Pour tester la pertinence de la pondération basée-scène, on choisit de dégrader les images panchromatiques à l'aide d'un noyau de flou gaussien, afin de simuler les images panchromatiques réelles, dans lesquelles les bords des objets sont flous. On obtient dans ce cas $e_{\text{correction}}(\mathbf{g}^{n_{\text{iter}}}, \mathbf{f}^{n_{\text{iter}}}) = 0.2898$, contre $e_{\text{correction}}(\mathbf{g}^{n_{\text{iter}}}, \mathbf{f}^{n_{\text{iter}}}) = 0.3407$ sans l'utilisation de la pondération. Le paramètre a est choisi égal à 20.

4.2 Données réelles de SieleTERS

On a testé la méthode proposée sur des données réelles, pour lesquelles les images panchromatiques sont sujettes à des imprécisions, justifiant l'utilisation de la pondération \mathbf{a}_k . La figure 6 compare la correction réalisée aux données initiales, dans une zone proche de la ddm nulle (franges contrastées, en bas) et aux grandes ddm (en haut).

5 Discussion

Les tests réalisés sur les images simulées, pour lesquelles l'image panchromatique \mathbf{u} , l'interférogramme \mathbf{s} et les gain et fond théoriques sont connus, valident la méthode proposée. Grâce à la vérité-terrain \mathbf{s} , il est en effet possible de mesurer l'écart moyen $e_{\text{correction}}$ entre les images idéales et les images corrigées, qui est pratiquement divisé par huit après application de notre algorithme. Par ailleurs, les courbes de la figure 5 montrent la décroissance de la distance des estimées ($\mathbf{g}^n, \mathbf{f}^n$)

vers les cartes théoriques. Un léger biais sur \mathbf{g} peut être cependant observé, qui fait l'objet de recherches en cours. Dans le cas d'une image panchromatique floue, l'utilisation d'une pondération basée-scène améliore les corrections des images.

Sur les données réelles de SieleTERS, la validation ne peut être effectuée de manière directe, puisque les vérités-terrain ne sont pas disponibles. Les résultats semblent visuellement encourageants, des tests sont en cours pour mesurer la qualité de la correction, notamment sur la reconstruction des spectres.

6 Conclusion

Nous avons proposé dans ce papier une méthode variationnelle corrigeant les non uniformités des détecteurs dans les interférogrammes infrarouge obtenus par SieleTERS, tout en préservant les franges d'interférences dans les images. Un algorithme d'optimisation a été conçu pour résoudre le problème biconvexe obtenu en combinant la loi affine modélisant les non uniformités et la loi multiplicative modélisant la formation des franges. Des expériences sur des données simulées et réelles ont validé la méthode, en particulier l'utilisation d'une pondération destinée à compenser la qualité des données auxiliaires.

Références

- [1] C. Coudrain, S. Bernhardt, M. Caes, R. Domel, Y. Ferrec, R. Gouyon, D. Henry, M. Jacquart, A. Kattnig, P. Perrault, L. Poutier, L. Rousset-Rouvère, M. Tauvy, S. Théas et J. Primot. *SIELETTERS, an airborne infrared dual-band spectro-imaging system for measurement of scene spectral signatures*. Optics express, 2015.
- [2] R.C. Hardie, M.M. Hayat, E. Armstrong et B. Yasuda. *Scene-based nonuniformity correction with video sequences and registration*. Applied Optics, 2000.
- [3] J.-J. Moreau. *Proximité et dualité dans un espace hilbertien*. Bulletin de la SMF, 1965.
- [4] M. Nikolova et G. Steidl. *Fast ordering algorithm for exact histogram specification*. IEEE Transactions on Image Processing, 2014.
- [5] M. Nikolova et P. Tan. *Alternating block coordinate proximal forward-backward descent for nonconvex regularised problems with biconvex terms*. HAL-01492846, 2017.
- [6] R. Redlich, M. Figueroa, S.N. Torres et J.E. Pezoa. *Embedded nonuniformity correction in infrared focal plane arrays using the Constant Range algorithm*. Infrared Physics & Technology, 2015.
- [7] D.-C. Soncco, C. Barbanson, M. Nikolova, A. Almansa et Y. Ferrec. *Fast and Accurate Multiplicative Decomposition for Fringe Removal in Interferometric Images*. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2017.
- [8] Y. Tendero, S. Landeau, J. Gilles. *Non-Uniformity Correction of Infrared Images by Midway Equalization*. Image Processing On Line, 2012.