

# Compromis efficacités énergétique et spectrale du précodeur SLNR dans un réseau cellulaire aléatoire<sup>(\*)</sup>

A.M. ALAM<sup>1</sup>, P. MARY<sup>1</sup>, J.-Y. BAUDAIS<sup>2</sup>, X. LAGRANGE<sup>3</sup>

<sup>1</sup>INSA, IETR, UMR 6164, Rennes, France

<sup>2</sup>CNRS, IETR, UMR 6164, Rennes, France

<sup>3</sup>Institut Mines Telecom, IRISA D2, Rennes, France

{ahmad-mahbubul.alam, philippe.mary, jean-yves.baudais}@insa-rennes.fr,  
xavier.lagrange@telecom-bretagne.eu

**Résumé** – Les performances du précodeur maximisant le rapport signal sur bruit plus fuite (SLNR) sont étudiées d’un point de vue du compromis entre les efficacités énergétique (EE) et spectrale par unité de surface (ASE) dans les réseaux aléatoires. La comparaison avec le précodeur de forçage à zéro est traitée en prenant en compte la puissance statique consommée par les stations de base. De plus, nous proposons une borne supérieure analytique de l’ASE issue d’une étude asymptotique avec les grandes matrices aléatoires.

**Abstract** – The performance of the precoder maximizing the signal-to-leakage-plus-noise ratio (SLNR) is investigated in terms of tradeoff between energy and area spectral efficiencies (EE-ASE) in random networks. The comparison between the well known zero-forcing precoder and SLNR precoder is considered with static power consumption of base stations. Moreover, an upper-bound on ASE is proposed based on the large random matrix theory.

## 1 Introduction

L’accroissement des coûts opérationnels des opérateurs dus à la dépense énergétique des équipements de réseaux comme les stations de bases, fait que l’efficacité énergétique (EE) est aujourd’hui une grandeur clé d’évaluation des performances des systèmes de communications, à côté de l’historique efficacité spectrale par unité de surface (ASE) [2]. La géométrie aléatoire est alors un outil pertinent pour évaluer le compromis entre ces deux efficacités dans des réseaux cellulaires denses et pour des accès au canal variés [3]. Pour que les résultats aient un sens opérationnel, la puissance non transmise, ou puissance statique consommée par les stations de base (BS), doit être prise en compte.

Les systèmes à entrées et sorties multiples (MIMO) permettent un partage en espace de l’accès à une même ressource temps-fréquence tout en gérant les interférences d’accès multiple. Les interférences peuvent être réduites en liaison descendante à l’aide de précodeurs qui maximisent le rapport signal sur bruit plus interférence (SINR) de chaque station mobile (MS). Cependant, l’obtention analytique d’un tel précodeur est extrêmement difficile. Des solutions sous-optimales peuvent être envisagées, comme le précodeur de forçage à zéro (ZF) qui annule les interférences intracellulaires [4]. Alors que ce précodeur est performant en régime de fort rapport signal sur bruit (SNR), ses performances se dégradent fortement à faible

SNR. Un autre inconvénient est que le nombre maximal de MS traités est limité par le nombre d’antennes de la BS. Le précodeur maximisant le rapport signal sur bruit plus fuite (SLNR) est alors une solution intéressante [5]. La fuite est la perturbation générée par le signal d’intérêt, émis par une BS, sur les MS présentes dans le réseau et pour qui le signal d’intérêt n’est pas destiné. De nombreux travaux concernent ce précodeur [5] mais ils ne prennent pas en compte l’environnement multicellulaire et ignorent la géométrie du réseau pour concevoir les coefficients du précodeur.

Dans cette communication, nous étudions les performances du précodeur SLNR en liaisons descendante, dans un réseau cellulaire en prenant en compte *i*) les SNR non homogènes dus aux évanouissements à grande échelle, c.-à-d. les pertes de propagation, et *ii*) les interférences générées par les MS des autres cellules. Le réseau de communication est modélisé par un processus ponctuel et spatial de Poisson (PPP) [4, 6]. Le compromis EE-ASE du précodeur SLNR est étudié pour un réseau cellulaire PPP paramétré par la densité des BS, par le nombre d’antennes d’émission de ces BS et avec une forme asymptotique du SINR. Les performances du précodeur SLNR sont comparées à celles du précodeur ZF.

Le modèle de communication est présenté en section 2, le précodeur SLNR en section 3 et les métriques utilisées (ASE et EE) en section 4. La section 5 présente les résultats de simulation et nous concluons à la section 6.

<sup>(\*)</sup> Ces travaux ont été présentés en partie au colloque SPAWC’16, [1].

## 2 Modèle de signal

Nous considérons la liaison descendante d'un réseau cellulaire dont chaque BS émettrice est équipée de  $M$  antennes et les MS réceptrices d'une seule antenne. Les BS et MS sont distribués selon deux PPP indépendants de densités respectives  $\lambda_b$  et  $\lambda_u$ . Chaque MS est rattachée à la BS la plus proche. Les BS qui n'ont pas de MS dans leur cellule sont dites inactives et ne transmettent aucun signal.

Les évanouissements à court terme du canal sont distribués suivant une loi de Rayleigh, indépendantes des pertes de propagation  $r_{ik}^{-\alpha}$  où  $r_{ik}$  est la distance entre la BS  $i$  et la MS  $k$ , avec  $i \in \mathbb{N}$ ,  $k \in [1, K]$ ,  $\alpha$  est l'exposant d'atténuation et  $K$  est le nombre total aléatoire de MS dans le réseau. L'état du canal est supposé connu de part et d'autre de la liaison. Le signal reçu par la MS  $k$  connectée à la BS 0 est

$$y_k = \sqrt{\frac{P_t r_{0k}^{-\alpha}}{u_0}} \mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0k} x_{0k} + \sum_{\{i,j\} \in \mathcal{I}} \sqrt{\frac{P_t r_{ik}^{-\alpha}}{u_i}} \mathbf{h}_{ik}^H \mathbf{w}_{ij} x_{ij} + n_k, \quad (1)$$

où  $\mathbf{h}_{ik} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ ,  $\mathbf{h}_{ik} \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{I})$  est le canal entre la BS  $i$  et la MS  $k$ ,  $\mathbf{w}_{ij} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  le vecteur de précodage de la MS  $j$  rattachée à la BS  $i$ ,  $x_{ij}$  le symbole transmis par la MS  $j$  et rattachée à la BS  $i$  et tel que  $\mathbb{E}[|x_{ij}|^2] = 1$ ,  $u_i$  est le nombre de MS rattachées à la BS  $i$ ,  $\mathcal{I}$  l'ensemble d'indices tels que  $j \neq k$  lorsque  $i = 0$ . Enfin,  $n_k$  est le bruit additif, blanc, gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . La puissance de transmission dans chaque cellule est donc également répartie entre les MS de cette cellule.

Ainsi, le SINR de la MS typique  $k$  est

$$\gamma(u_0) = \frac{\frac{P_t r_{0k}^{-\alpha}}{u_0} |\mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0k}|^2}{\sum_{j \neq k} \frac{P_t r_{0k}^{-\alpha}}{u_0} |\mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0j}|^2 + \sum_{i \in \bar{\psi}_0} \sum_j \frac{P_t r_{ik}^{-\alpha}}{u_i} |\mathbf{h}_{ik}^H \mathbf{w}_{ij}|^2 + \sigma^2}, \quad (2)$$

où  $\bar{\psi}_0$  est l'ensemble des BS interférentes. La première sommation du dénominateur correspondant aux interférences intracellulaires et la deuxième aux interférences intercellulaires.

Nous utilisons un modèle linéaire de consommation des BS pour évaluer l'EE du réseau [7]. La puissance totale consommée par une BS est

$$P_{BS} = \frac{1}{\eta} P_t + M P_c + P_0, \quad (3)$$

où  $P_t$  est la puissance transmise, identique pour toutes les BS,  $\eta \leq 1$  l'efficacité de l'amplificateur de puissance,  $P_c$  la consommation de la chaîne RF et  $P_0$  la puissance consommée par la BS pour assurer son fonctionnement (refroidissement, convertisseur, traitement du signal, etc.).

## 3 Précodeur

Le SLNR est le rapport entre la puissance du signal utile et la puissance de l'interférence que génère la BS sur les MS pour lesquelles le signal utile n'est pas destiné. Pour la MS  $k$  à une distance  $r_{0k}$  de la BS 0, il s'écrit

$$\text{SLNR} = \frac{r_{0k}^{-\alpha} \mathbf{w}_{0k}^H \mathbf{h}_{0k} \mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0k}}{\mathbf{w}_{0k}^H \left( \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + \frac{\sigma^2 u_0}{P_t} \mathbf{I}_M \right) \mathbf{w}_{0k}}, \quad (4)$$

où

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{H}}_k = [\mathbf{h}_{01}, \dots, \mathbf{h}_{0(k-1)}, \mathbf{h}_{0(k+1)}, \dots, \mathbf{h}_{0K}] \\ \bar{\mathbf{D}}_k = \text{diag}(r_{01}^{-\alpha}, \dots, r_{0(k-1)}^{-\alpha}, r_{0(k+1)}^{-\alpha}, \dots, r_{0K}^{-\alpha}) \end{cases}$$

sont les matrices concaténées, respectivement des coefficients du canal et des pertes de propagation entre la BS typique 0 et toutes les MS du réseau exceptée la MS typique  $k$ .

Maximiser (4) conduit au problème suivant [5]

$$\mathbf{w}_{0k}^* = \arg \max_{\mathbf{w}_{0k}} \frac{\mathbf{w}_{0k}^H \mathbf{h}_{0k} \mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0k}}{\mathbf{w}_{0k}^H \left( \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + \frac{\sigma^2 u_0}{P_t} \mathbf{I}_M \right) \mathbf{w}_{0k}}, \quad (5)$$

sous la contrainte  $\|\mathbf{w}_{0k}\|_2^2 = 1$ .

En utilisant le théorème du quotient généralisé de Rayleigh [5], la solution de (5) est le vecteur propre correspondant à la valeur propre maximale  $\lambda_{\max}$  telle que

$$\lambda_{\max} = \max \sigma \left( \left( \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + \frac{\sigma^2 u_0}{P_t} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{h}_{0k} \mathbf{h}_{0k}^H \right), \quad (6)$$

où  $\sigma(\mathbf{A})$  est le spectre de  $\mathbf{A}$ . Le SLNR maximal est alors égale à  $\lambda_{\max}$  et tout vecteur  $\mathbf{w}_{0k}^*$  qui est dans le sous-espace propre correspondant est solution de l'équation

$$\left( \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + \frac{\sigma^2 u_0}{P_t} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{h}_{0k} \mathbf{h}_{0k}^H \mathbf{w}_{0k}^* = \lambda_{\max} \mathbf{w}_{0k}^*. \quad (7)$$

Les vecteurs  $\mathbf{h}_{0k}$  et  $\mathbf{w}_{0k}^*$  n'étant pas orthogonaux, une solution de (7) peut s'écrire, en imposant la contrainte de puissance,

$$\mathbf{w}_{0k}^* = \frac{\left( \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + \frac{\sigma^2 u_0}{P_t} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{h}_{0k}}{\left\| \left( \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + \frac{\sigma^2 u_0}{P_t} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{h}_{0k} \right\|}. \quad (8)$$

## 4 Mesure de performance du réseau

### 4.1 Débit ergodique typique

Les PPP des MS et des BS sont indépendants et indépendants des évanouissements. Puisque l'allocation de puissance considérée ne dépend pas de la position des MS dans la cellule, le débit moyen, relativement aux évanouissements et à la géométrie, peut-être calculé en séparant les effets à court terme de la géométrie du réseau. Pour un nombre de MS  $u_0$  donné dans la cellule, il s'écrit

$$R_u(u_0) = \mathbb{E}_{r_{0k}} \left[ \mathbb{E}_\gamma \left[ \log_2(1 + \gamma(u_0)) \mid r_{0k} \right] \right], \quad (9)$$

où  $\mathbb{E}_{r_{0k}}$  et  $\mathbb{E}_\gamma$  sont les espérances sur la distance entre la MS  $k$  et sa BS et sur le SINR de la MS  $k$  respectivement. Le calcul exacte de (9) est très compliqué, mais en appliquant l'inégalité de Jensen nous en obtenons une borne supérieure :

$$R_u(u_0) \leq \mathbb{E}_{r_{0k}} \left[ \log_2(1 + \mathbb{E}_\gamma[\gamma(u_0) \mid r_{0k}]) \right] = \hat{R}_u(u_0). \quad (10)$$

Avant d'énoncer le résultat majeur de cette communication dans le théorème 1, nous définissons le régime asymptotique (r.a.) que l'on utilise pour arriver à ce résultat :

**Définition 1** (*Régime asymptotique*) Soit  $R$  le rayon du disque centré sur la BS d'intérêt et  $\gamma_{au} \in \mathbb{R}^+$ . Le régime asymptotique (r.a.) est tel que  $\lim_{K,M \rightarrow +\infty} \frac{K}{M} = \gamma_{au}$  avec  $K \sim \lambda_{au} \pi R^2$  et  $\lambda_{au}$  est la densité des MS actives, considérées comme un PPP.

**Théorème 1** (**SINR moyen asymptotique**) Soit un réseau cellulaire dont la distribution des BS et MS est modélisée avec deux PPP indépendants. Avec  $M$  antennes aux BS et un précodeur SLNR, le SINR moyen en r.a. de la MS  $k$  dans une cellule à  $u_0$  MS en liaison descendante s'exprime par

$$E_\gamma [\gamma(u_0) | r_{0k}] \stackrel{\text{r.a.}}{\rightarrow} \frac{\frac{P_t r_{0k}^{-\alpha}}{u_0} \left( 1 + \frac{M \bar{m}_{0k}^2(z)}{m'_{0k}(z)} \right)}{\frac{P_t r_{0k}^{-\alpha} \frac{u_0^{-1}}{u_0}}{\left( 1 + M^{\frac{\alpha}{2}} r_{0k}^{-\alpha} \bar{m}_{0k}(z) \right)^2} + \sum_{u=1}^{u_{\max}} (f_1(u) - f_2(u, r_{0k}))} + \sigma^2} \quad (11)$$

où  $\bar{m}_{0k}(z)$ ,  $m'_{0k}(z)$  sont la transformée de Stieltjes et sa dérivée des valeurs propres de la matrice  $\frac{1}{M} \bar{\mathbf{H}}_k M^{\frac{\alpha}{2}} \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H$ ,  $z = -\frac{M^{\frac{\alpha}{2}-1} \sigma^2 u_0}{P_t}$ ,  $u_{\max}$  est le nombre maximal de MS servis par cellule sur un seul bloc de ressource temps-fréquence,  $f_1$  et  $f_2$  sont deux fonctions dépendantes de  $M$ ,  $P_t$ ,  $\lambda_b$ ,  $\alpha$  et  $p_N(u)$ .

La preuve est omise pour une raison de place mais est détaillée dans [8]. La distribution  $p_N(u)$  du nombre de MS par BS est donnée dans la section suivante. Une borne supérieure en régime asymptotique (r.a.) du débit ergodique est obtenue en substituant le résultat du théorème 1 dans l'équation (10) et en intégrant sur  $r_{0k}$ .

## 4.2 Efficacité spectrale par unité de surface

Le débit ergodique de la BS typique est la somme, pondérée par la distribution  $p_N(u_0)$ , des débits des MS  $u_0 R_u(u_0)$  d'une cellule à  $u_0$  MS. Une borne supérieure de ce débit est obtenue en utilisant les résultats précédents. Ainsi,

$$R_{\text{BS}} \leq E_{u_0} [u_0 \hat{R}_u(u_0)] = \sum_{u_0=1}^{u_{\max}} u_0 \hat{R}_u(u_0) p_N(u_0), \quad (12)$$

Avec les PPP, une cellule peut avoir plus de  $u_{\max}$  MS. Cependant, nous supposons que  $u_{\max}$  MS sont servies en même temps sur un bloc de ressource temps-fréquence, les autres étant réparties sur d'autres blocs de ressources. Afin de pouvoir comparer les performances du précodeur SLNR avec celles du ZF, nous supposons  $u_{\max} = M$ . La densité  $p_N(u_0)$  s'écrit [4]

$$p_N(u_0) = \begin{cases} \frac{\mu^\mu \Gamma(u_0 + \mu) \rho^{-u_0}}{\Gamma(\mu) u_0! \left( \frac{1}{\rho} + \mu \right)^{u_0 + \mu}}, & 0 \leq u_0 \leq M-1, \\ \sum_{u_0=M}^{\infty} \frac{\mu^\mu \Gamma(u_0 + \mu) \rho^{-u_0}}{\Gamma(\mu) u_0! \left( \frac{1}{\rho} + \mu \right)^{u_0 + \mu}}, & u_0 = M, \end{cases} \quad (13)$$

où  $\mu = 3.5$ ,  $\Gamma$  est la fonction Gamma et  $\rho = \frac{\lambda_b}{\lambda_u}$  est le rapport de densité BS-MS.

Une borne supérieure de l'efficacité spectrale de surface en bit par seconde, par Hertz et par unité de surface est

$$\eta_{\text{ASE}} \leq \lambda_b \sum_{u_0=1}^M u_0 \hat{R}_u(u_0) p_N(u_0). \quad (14)$$

## 4.3 Efficacité énergétique

L'efficacité énergétique est le rapport entre l'ASE et la puissance moyenne consommée par unité de surface. La puissance consommée par unité de surface est la somme des puissances des BS actives et inactives

$$P_A = \lambda_b p_a \left( \frac{1}{\eta} P_t + M P_c \right) + \lambda_b P_0, \quad (15)$$

avec  $p_a = 1 - p_N(0)$  la probabilité d'activité des BS

$$p_a = 1 - \left( 1 + \frac{1}{\mu \rho} \right)^{-\mu} \quad (16)$$

Avec (14) et (15), l'EE se borne par

$$\eta_{\text{EE}} = \frac{\eta_{\text{ASE}}}{P_A} \leq \frac{\sum_{u_0=1}^M u_0 \hat{R}_u(u_0) p_N(u_0)}{p_a \left( \frac{1}{\eta} P_t + M P_c \right) + P_0}. \quad (17)$$

## 5 Résultats de simulation

Les résultats sur l'évolution de l'ASE et l'EE sont obtenus par simulations en considérant  $\lambda_u = 10 \text{ km}^{-2}$ ,  $\alpha = 4$ ,  $\sigma^2 = -97,5 \text{ dBm}$ ,  $P_c = 35 \text{ W}$ ,  $P_0 = 34 \text{ W}$  et  $\eta = 0,32$  [7].

Les figures 1 et 2 montrent les effets du nombre d'antennes et de la densité des BS sur le compromis EE-ASE. La large partie linéaire croissante est due à une consommation de puissance par les circuits  $P_c$  et une puissance non transmise  $P_0$  non négligeable. Les BS ayant une même puissance transmise  $P_t$ , la ASE converge vers une limite caractéristique des réseaux limités par les interférences pour laquelle l'EE décroît fortement.

Comparé au ZF [9], le précodeur SLNR permet d'obtenir un meilleur compromis EE-ASE, ce qui signifie un SINR supérieur avec un précodeur SLNR. Le précodeur ZF annule les interférences intracellulaires sans tenir compte des interférences créées par les autres cellules, ou des perturbations générées par les BS vers les MS des autres cellules, contrairement au précodeur SLNR qui gère indirectement les interférences intra et intercellulaires. Le précodeur SLNR assure un traitement multicellulaire des interférences en prenant également en compte les fuites créées vers les MS des autres cellules.

La figure 1 montre le compromis EE-ASE pour un nombre d'antennes  $M \in \{1, 5, 9, 13\}$  et une densité de BS de  $5 \text{ km}^{-2}$ . Ces résultats montrent que si l'augmentation du nombre d'antennes permet d'augmenter l'ASE, cette stratégie n'est pas toujours rentable en énergie. Il existe un nombre optimal d'antennes qui maximise l'EE : augmenter le nombre d'antennes conduit à une augmentation de la puissance  $P_c$  qui devient trop préjudiciable face à l'augmentation de l'ASE.

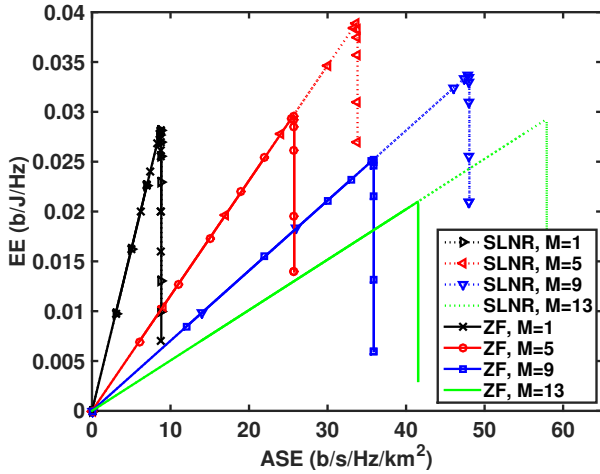


FIGURE 1 – Compromis EE-ASE,  $\lambda_b = 5 \text{ km}^{-2}$ .

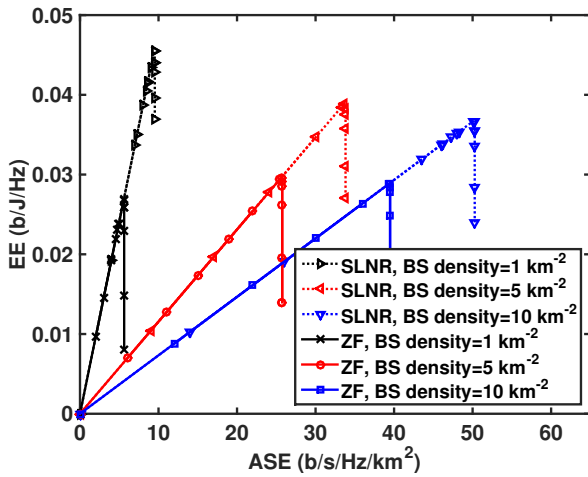


FIGURE 2 – Compromis EE-ASE,  $M = 5$ .

La figure 2 montre les effets de la densité de BS sur le compromis EE-ASE et pour un nombre d’antennes égale à 5. Ici aussi, l’augmentation de la densité accroît l’ASE mais pas l’EE : le gain apporté par l’augmentation de densité de BS est décroissant. De plus, la puissance non transmise  $P_0$  croît également avec la densité de BS et cette consommation est plus importante que l’augmentation de ASE. Il en résulte une diminution de l’EE.

On peut montrer que les résultats asymptotiques obtenus avec le théorème 1 sont très proches des résultats de simulations, cf. [8], malgré l’utilisation de l’inégalité de Jensen, la nature asymptotique de l’analyse et l’approximation des MS actives, limitées à  $M$  MS par BS, par un PPP homogène.

## 6 Conclusion

Dans cette communication, nous avons étudié les effets du nombre d’antennes et de la densité des BS sur le compromis

EE-ASE lorsqu’un précodeur SLNR est utilisé et que les BS et MS sont deux PPP indépendants. Nos résultats montrent que le SLNR atteint de plus grandes valeurs de EE-ASE que le ZF. Il a aussi été observé que l’augmentation de la densité ou du nombre d’antennes des BS accroît toujours l’ASE mais les effets sur l’EE dépendent fortement de la puissance statique non transmise. Les résultats montrent qu’il est possible d’augmenter les ASE et EE en augmentant la densité ou le nombre d’antennes des BS jusqu’à ce que la puissance statique devienne prépondérante.

## Remerciements

Ce travail a bénéficié d’une aide de l’État attribuée au laboratoire d’excellence CominLabs et gérée par l’Agence nationale de la recherche au titre du programme « Investissements d’avenir » portant la référence ANR-10-LABX-07-01. Les auteurs remercient également la région Bretagne pour son support sur ces travaux.

## Références

- [1] A. ALAM, P. MARY, J.-Y. BAUDAIS et X. LAGRANGE, « Energy efficiency-area spectral efficiency tradeoff in PPP network with SLNR precoder », in *IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, (Edinburgh, UK), p. 1–6, juil. 2016.
- [2] P. STUCKMANN, « Future mobile and wireless radio systems: Challenges in european research », report on the fp 7 consultation meeting, European Commission, Brussels, février 2008.
- [3] J.-M. GORCE, D. TSILIMANTOS, P. FERRAND et V. H. POOR, « Energy-capacity trade-off bounds in a downlink typical cell », in *IEEE International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications*, (Washington, DC), p. 1–6, sept. 2014.
- [4] C. LI, J. ZHANG et K. LETAIEF, « Performance analysis of SDMA in multicell wireless networks », in *IEEE Global Communications Conference*, (Atlanta, GA), p. 3867–3872, déc. 2013.
- [5] M. SADEK, A. TARIGHAT et A. H. SAYED, « A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels », *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 6, no. 5, p. 1711–1721, 2007.
- [6] H. S. DHILLON, M. KOUNTOURIS et J. G. ANDREWS, « Downlink MIMO HetNets: Modeling, ordering results and performance analysis », *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 12, no. 10, p. 5208–5222, 2013.
- [7] C. LI, J. ZHANG et K. LETAIEF, « Throughput and energy efficiency analysis of small cell networks with multi-antenna base stations », *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 13, no. 5, p. 2505–2517, 2014.
- [8] A.M. ALAM, P. MARY, J.-Y. BAUDAIS, X. LAGRANGE, « Asymptotic Analysis of Area Spectral Efficiency and Energy Efficiency in PPP Networks with SLNR Precoder », *IEEE Transactions on Communications*, vol. PP, no.99, pp.1-1
- [9] F. BOCCARDI et H. HUANG, « Zero-forcing precoding for the MIMO broadcast channel under per-antenna power constraints », in *IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, (Cannes, France), p. 1–5, juil. 2006.