

Localisation de sources en milieu fluctuant : approche par sous-antennes et contrainte de parcimonie

Riwal LEFORT*, Angélique DRÉMEAU

ENSTA Bretagne et Lab-STICC (UMR 6285)
Brest, France

riwal.lefort@ensta-bretagne.fr
angelique.dremeau@ensta-bretagne.fr

Résumé – Cet article traite de localisation de sources, à partir d’une antenne sous-marine, en acoustique passive. Nous considérons le problème des pertes de cohérences causées par les fluctuations du milieu de propagation et, dans ce contexte, nous proposons de combiner les méthodes par sous-antennes avec les techniques de traitements parcimonieux. Une approche par sous-antennes permet de réduire l’erreur de localisation tandis que les traitements parcimonieux permet d’améliorer drastiquement la résolution des antennes. En combinant les deux approches, nous espérons améliorer conjointement les deux aspects. Les expériences, qui s’appuient sur une simulation numérique d’ondes planes, montrent que l’objectif est atteint.

Abstract – This paper deals with source localization from passive underwater arrays. We consider the issue of coherence loss due to environmental fluctuations and, in this context, we investigate the combination of sub-antenna processing with the sparse techniques. Sub-antenna processing is known to locate the source with a lower error rate and a sparse technique is recommended to improve the antenna resolution. Such a combination allows us to gain from both sides. In the experimental part, based on the numerical simulations of plane waves, we show that the proposed approach decreases the localization error and improves the antenna resolution, in comparison the reference baselines.

1 Introduction

Au sein de la riche littérature traitant de localisation de sources (acoustiques, électromagnétiques...), la méthode la plus populaire est sans doute la formation de voies [1] (notée CB pour “conventional beamforming” dans la suite de cet article), qui peut être grossièrement interprétée comme un estimateur au sens des moindres carrés. En soi, l’approche souffre d’une faible résolution (conditionnée par la taille de l’antenne considérée). Pour pallier ce défaut, d’autres techniques ont été proposées, qualifiées de “haute résolution”, et exploitant davantage d’information a priori sur le nombre et la nature des sources recherchées. On peut ainsi citer l’algorithme bien connu “MUltiple SIgnal Classification” (MUSIC) [3], qui bénéficie de la connaissance du nombre de sources et repose sur l’hypothèse que le bruit et le signal d’intérêt appartiennent à des espaces parfaitement séparables. Plus récemment, une formation de voies “compressée” a été proposée, notamment dans [4], exploitant un modèle parcimonieux pour résoudre le problème d’estimation de directions d’arrivée.

Les contributions mentionnées ci-dessus supposent toutes que les champs incidents sont seulement corrompus par un bruit additif. Cependant, lorsqu’ils voyagent à travers des milieux fluctuants, comme c’est le cas en propagation atmosphérique de sons ou en acoustique sous-marine, ce modèle ne dé-

crit plus précisément la physique sous-tendant le processus de propagation. Dans de tels cas, un bruit multiplicatif (cf. [8]) corrompt typiquement le signal reçu, rendant le problème d’estimation de directions d’arrivée particulièrement compliqué. En pratique, ce bruit multiplicatif conduit à une perte de cohérence du champ mesuré sur l’antenne.

Nous avons présenté dans [10] une méthode basée sur un traitement par sous-antennes, permettant de s’affranchir des pertes de cohérence par une hypothèse de cohérence locale. La méthode, dont nous avons effectivement montré la robustesse aux fluctuations du milieu de propagation, présente cependant une résolution amoindrie. Dans cet article, nous proposons de renforcer cette approche par une contrainte de parcimonie. Pour ce faire, nous considérons deux algorithmes bien connus de la littérature : “Orthogonal Matching Pursuit” (OMP) [5] et “Simultaneous OMP” (SOMP) [6] permettant le traitement simultané d’un ensemble d’observations. De cette façon, nous espérons obtenir une méthode à la fois robuste aux pertes de cohérence et de haute résolution.

Dans cet article, nous restreignons notre étude à des sources monochromatiques sous-marines émettant des signaux acoustiques continus en champ lointain. Nous nous positionnons donc dans le cadre d’estimation de directions d’arrivée, même si le formalisme que nous utilisons peut être compris dans le sens plus large de la localisation de sources. Une transformée de Fourier discrète est utilisée comme modèle de représentation du signal. Ensuite, à partir des mesures complexes de

*Ces travaux ont été financés la MRIS/DGA.

chaque capteur de l'antenne, nous estimons la direction d'arrivée (DOA) des rayons acoustiques.

Les expériences de la section 4 s'appuient sur la simulation numérique de sources placées à une grande distance de l'antenne, qui se traduit par la mesure d'ondes planes au niveau de l'antenne. Les méthodes proposées, appelées "Sous-Antennes OMP" (SA-OMP) et "Sous-Antennes SOMP" (SA-SOMP), sont comparées à la technique classique de formation de voies (CB), et aux techniques usuelles de traitement parcimonieux (OMP et SOMP).

Dans les deux prochaines sections 2 et 3, nous présentons respectivement les méthodes usuelles par contraintes de parcimonies et leurs extensions aux traitement par sous-antennes.

2 Contraintes de parcimonie sans perte de cohérence

Soit $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{M \times T}$ le signal mesuré par l'antenne, où M désigne le nombre de capteurs dans l'antenne et T le nombre de mesures effectuées. Le signal \mathbf{Y} peut s'exprimer comme une combinaison linéaire de signaux élémentaires :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}, \quad (1)$$

où $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times P}$ représente un ensemble de signaux élémentaires, "répliques" ou modèles du champ acoustique provenant de différentes directions d'arrivée, $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{P \times T}$ désigne la source et $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{M \times T}$ est un bruit supposé blanc gaussien. Notre objectif est d'estimer \mathbf{X} .

En exprimant les matrices \mathbf{Y} et \mathbf{X} en fonction des indices des mesures instantanées, $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_T]$ et $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T]$, où $\mathbf{y}_t \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ et $\mathbf{x}_t \in \mathbb{C}^{P \times 1}$, l'algorithme OMP prend la forme d'un problème d'optimisation, $\forall t \in \{1, \dots, T\}$:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_t &= \arg \min_{\mathbf{x}_t} \|\mathbf{y}_t - \mathbf{A}\mathbf{x}_t\|_2^2, \\ \text{tel que } \mathbf{x}_t &\text{ contient au moins } L \text{ éléments non nuls,} \end{aligned} \quad (2)$$

où $\|\cdot\|_2$ désigne la norme ℓ_2 .

La combinaison des T problèmes d'optimisation peut s'effectuer en moyennant leurs contributions. On définit alors le spectre de puissance $\mathbf{P}_{\text{OMP}} \in \mathbb{R}^P$, comme une fonction des vecteurs lignes $\tilde{\mathbf{X}}(i)$, de la matrice $\tilde{\mathbf{X}} \triangleq [\tilde{\mathbf{x}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_T]$:

$$\mathbf{P}_{\text{OMP}}(i) \triangleq \|\tilde{\mathbf{X}}(i)\|_2^2. \quad (3)$$

L'algorithme SOMP traite simultanément l'ensemble des mesures instantanées, en se basant sur une hypothèse de stationnarité du processus, via l'utilisation d'une norme matricielle de Frobenius $\|\cdot\|_F$. Le problème d'optimisation prend alors la forme suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}} &= \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2, \\ \text{tel que } \mathbf{X} &\text{ contient au moins } L \text{ lignes non nulles.} \end{aligned} \quad (4)$$

On définit ensuite le spectre de puissance \mathbf{P}_{SOMP} de la même façon que celui de OMP par (3).

3 Contraintes de parcimonies avec des pertes de cohérences

Le modèle (1) ne formalise pas les pertes de cohérence dues au milieu de propagation. Suivant l'étude de Flatté [8], nous proposons ici de les modéliser par un bruit multiplicatif $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ tel que

$$\mathbf{Y} = \text{diag}(\Phi)\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}, \quad (5)$$

où la matrice $\text{diag}(\Phi)$ est une matrice diagonale dont les éléments de la diagonale prennent respectivement les éléments du vecteur Φ .

3.1 Modèle par sous-antenne cohérent

Supposé inconnu, l'introduction du bruit Φ complexifie grandement le problème de localisation de sources. Afin de simplifier le traitement, nous avons proposé dans [10] une approche par sous-antennes. Nous la restituons ici et en proposons une nouvelle extension.

Une sous-antenne est définie par un fenêtrage que nous noterons sous la forme d'une matrice diagonale $\mathbf{W}_k \in \mathbb{R}^{M \times M}$. Si la forme de la sous-antenne prend l'allure d'une Gaussienne, le m -ème élément de la diagonale de la matrice \mathbf{W}_k sera donnée par

$$\exp\left(\frac{-(k-m)^2}{2\gamma^2}\right), \quad \forall m \in \{1, \dots, M\}. \quad (6)$$

Pour une allure rectangulaire, celle utilisée dans cet article, nous avons :

$$\begin{cases} 1, & \text{if } |k-m| < \gamma \\ 0, & \text{if } |k-m| > \gamma. \end{cases} \quad (7)$$

Dans les deux expressions (6) et (7), le paramètre $\gamma \in \mathbb{R}^+$ s'apparente à la longueur de cohérence C_L , distance maximale entre deux capteurs conservant la corrélation statistique des mesures dans le plan complexe.

En multipliant les éléments de l'équation (5) par le fenêtrage \mathbf{W}_k , nous obtenons un modèle pour la k -ème sous-antenne tel que

$$\mathbf{W}_k\mathbf{Y} = \mathbf{W}_k\text{diag}(\Phi)\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{W}_k\mathbf{B}. \quad (8)$$

L'intérêt de cette opération est d'éliminer les pertes de cohérence par sous-antennes. En d'autres termes, nous supposons que les capteurs sont localement corrélés avec leurs voisins. D'un point de vue formel, cela équivaut à supposer que le bruit multiplicatif modélisant les pertes de cohérence est constant sur chaque sous-antenne. Soit $\phi_k \in \mathbb{C}$ ce terme, nous introduisons alors la notation suivante : $\mathbf{X}_k \triangleq \phi_k\mathbf{X}$. De sorte que le modèle (8) se trouve simplifié en

$$\mathbf{W}_k\mathbf{Y} = \mathbf{W}_k\mathbf{A}\mathbf{X}_k + \mathbf{W}_k\mathbf{B}. \quad (9)$$

Cette astuce nous permet de convertir le modèle non cohérent de l'équation (5) en un modèle cohérent, semblable à celui de l'équation (1). Il s'agit maintenant de trouver une solution parcimonieuse pour chacune des sous-antennes et de combiner les résultats.

3.2 Combinaison des solutions parcimonieuses

Contrairement au modèle de sous-antennes consécutives tel que proposé et exploité dans [9], nous considérons ici un fenêtrage “glissant”, *i.e.* autant de sous-antennes qu’il y a de capteurs dans l’antenne, les sous-antennes étant centrées successivement sur chacun des capteurs. Par conséquent, nous disposons d’un ensemble de M matrices

$$\{\mathbf{W}_1, \dots, \mathbf{W}_M\}, \quad (10)$$

définies par les équations (6) ou (7).

Pour chaque modèle cohérent (9), une solution parcimonieuse $\tilde{\mathbf{X}}_k \triangleq [\tilde{\mathbf{x}}_{k,1}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_{k,T}]$ avec $\tilde{\mathbf{x}}_{k,t} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ est trouvée, en utilisant l’algorithme OMP :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k,t} &= \arg \min_{\mathbf{x}_{k,t}} \|\mathbf{W}_k \mathbf{y}_t - \mathbf{W}_k \mathbf{A} \mathbf{x}_{k,t}\|_2^2, \forall k, \forall t, \\ &\text{tel que } \mathbf{x}_{k,t} \text{ contient } L \text{ composantes non nulles,} \end{aligned} \quad (11)$$

ou, de manière équivalente, l’algorithme SOMP :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_k &= \arg \min_{\mathbf{X}_k} \|\mathbf{W}_k \mathbf{Y} - \mathbf{W}_k \mathbf{A} \mathbf{X}_k\|_F^2, \forall k \\ &\text{tel que } \mathbf{X}_k \text{ contient } L \text{ lignes non nulles.} \end{aligned} \quad (12)$$

Etendant la définition (3), on détermine alors le spectre de puissance \mathbf{P}_{SA} comme fonction des contributions de chaque sous-antenne de la façon suivante

$$\mathbf{P}_{SA}(i) = \frac{\sum_{k=1}^M \|\tilde{\mathbf{X}}_k(i)\|_2^2}{\sum_{k=1}^M \|\tilde{\mathbf{X}}_k(i)\|_0}, \quad (13)$$

où $\|\tilde{\mathbf{X}}_k(i)\|_0$ désigne le nombre d’éléments non nuls dans la i -ème ligne de la matrice $\tilde{\mathbf{X}}_k$.

4 Expériences

Dans cette section, nous proposons un ensemble de simulations synthétiques permettant de valider notre approche. Comme mentionné dans l’énoncé, nos expériences considèrent le cas de sources lointaines et simulent des ondes planes. Nous considérons une antenne linéaire constituée de $M = 128$ capteurs uniformément espacés. La distance entre deux capteurs consécutifs est fixée à $\Delta = 0.4 \lambda$, où $\lambda = c/f$ désigne la longueur d’onde. La célérité du son est fixée à $c = 1500$ mètres par seconde et la fréquence du signal à $f = 1000$ Hz.

L’expression analytique des répliques du champ acoustique $\mathbf{A}(i) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ du dictionnaire $\mathbf{A} = [\mathbf{A}(1), \dots, \mathbf{A}(P)]$ prend la forme suivante :

$$\mathbf{A}(i) = \left[1, e^{j \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \sin(\theta(i))}, \dots, e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (M-1) \Delta \sin(\theta(i))} \right]^T \quad (14)$$

où $\theta(i)$ désigne la direction d’arrivée du signal acoustique, en radian, par rapport au référentiel de l’antenne.

Les pertes de cohérence sont supposées stationnaires. Le bruit multiplicatif $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ est échantillonné selon une loi circulaire Gaussienne

$$p(\Phi) = \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \Sigma), \quad (15)$$

où Σ est la matrice de covariance, dépendant de la longueur de cohérence ciblée, fixée à $C_L = 20$ dans ce papier. Concrètement, l’expression de la (m_1, m_2) -ième composante $\Sigma(m_1, m_2)$ de la matrice de covariance est définie comme, $\forall (m_1, m_2) \in \{1, \dots, M\}^2$,

$$\Sigma(m_1, m_2) = \exp\left(\frac{-(m_1 - m_2)^2}{2C_L^2}\right). \quad (16)$$

Enfin, le paramètre L faisant naturellement écho au nombre de sources présentes, disons N , nous en informons les algorithmes OMP et SOMP en fixant $L = N$ dans leurs procédures respectives. En revanche, nous perdons cette équivalence directe dans notre approche, chaque sous-antenne introduisant une erreur d’estimation propre (coefficients non-nuls “fausses alarmes”), se répercutant dans le spectre de puissance \mathbf{P}_{SA} . Pour cette raison, il est fixé arbitrairement, nous le prenons ici égal à $L = 2$, quel que soit le nombre de sources.

Les deux sections suivantes traitent respectivement d’une analyse subjective dans laquelle nous illustrons la résolution de l’antenne obtenue par notre méthode et d’une analyse quantitative évaluant la capacité des méthodes à localiser les sources.

4.1 Analyse subjective de la résolution des antennes

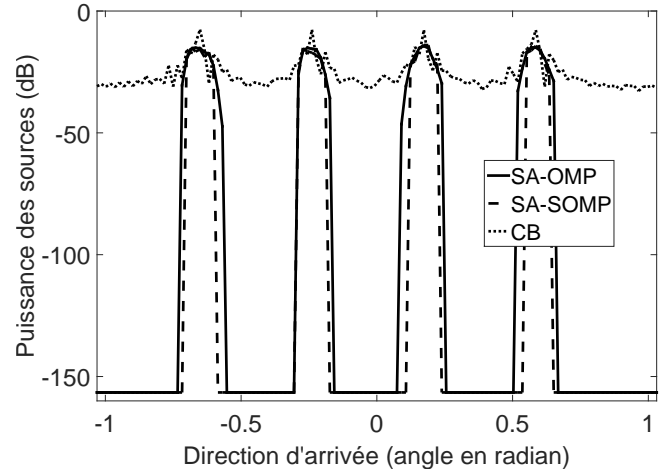


FIGURE 1 – Spectres de puissance estimés \mathbf{P}_{SA-OMP} , $\mathbf{P}_{SA-SOMP}$ et \mathbf{P}_{CB} en fonction de la direction d’arrivée pour 4 sources et à SNR = 10 dB.

La figure 1 montre les puissances des signaux estimés dans chaque direction d’arrivée. Cela nous permet d’observer subjectivement la résolution des antennes pour les méthodes SA-OMP, SA-SOMP et CB. La dimension des sous-antennes est telle que $\gamma = 6$, sous-entendant ici que la longueur de cohérence liée à la fluctuation du milieu n’est pas connue. Un bruit blanc additif Gaussien est ajouté tel que le Rapport Signal à Bruit (SNR) vaut SNR = 10 dB. Nous considérons $T = 100$ mesures instantanées, et enfin, $N = 4$ sources sont placées respectivement dans les directions $\{-0.65, -0.23, 0.17, 0.58\}$ en radian.

(a) SNR=-10dB

Number of Sources (N)	1	2	3	4	5	6
SA-OMP	0.99	0.96	0.92	0.88	0.84	0.80
SA-SOMP	0.99	0.97	0.93	0.88	0.82	0.79
OMP	0.66	0.67	0.69	0.68	0.69	0.66
SOMP	0.31	0.30	0.29	0.31	0.32	0.26
CB	0.95	0.90	0.87	0.84	0.82	0.78

(b) SNR=10dB

Number of Sources (N)	1	2	3	4	5	6
SA-OMP	0.98	0.98	0.96	0.94	0.92	0.90
SA-SOMP	0.98	0.97	0.94	0.90	0.89	0.86
OMP	0.28	0.38	0.38	0.44	0.40	0.44
SOMP	0.25	0.31	0.31	0.32	0.30	0.31
CB	0.95	0.94	0.93	0.91	0.90	0.88

TABLE 1 – Dans cette expérience, nous comparons nos algorithmes (SA-OMP et SA-SOMP) avec des méthodes de références (OMP, SOMP et CB). L'aire moyenne sous la courbe ROC est reportée en fonction du nombre de sources (N).

Nous constatons que, pour les méthodes SA-OMP et SA-SOMP, la puissance du signal tend vers $-\infty$ quand on s'éloigne des positions réelles des sources. En revanche, pour la méthode classique de formation de voies (CB), la puissance ne descend pas en dessous de -35dB. Les méthodes proposées permettent bien d'améliorer la résolution de l'antenne. Le premier objectif étant atteint, il reste à vérifier si l'erreur de localisation est diminuée par rapport aux méthodes de traitement parcimonieux usuelles (OMP et SOMP).

4.2 Erreur de localisation à partir des courbes ROC

Dans ce deuxième ensemble d'expériences, nous considérons $T = 20$ mesures instantanées bruitées par un bruit blanc additif Gaussien, tel que le Rapport Signal à Bruit est fixé à SNR=-10dB (Tableau 1-a) ou à SNR=10 dB (Tableau 1-b). Nous supposons ici que la longueur de cohérence C_L est connue, dimensionnant par conséquent la longueur des sous-antennes à $\gamma = C_L$. Nous effectuons 500 itérations de Monte Carlo. À chaque itération, les directions d'arrivée sont échantillonnées aléatoirement dans $[-\pi/3, \pi/3]$ à partir d'une loi uniforme. Chaque signal source est ensuite supposé gaussien circulaire complexe. Il est normalisé de sorte que seule sa phase propre intervient - suivant une loi uniforme entre $[-\pi, \pi]$. La courbe ROC nous permet de comparer le rang des directions d'arrivées en fonction des puissances estimées des signaux (\mathbf{P}_{SA-OMP} , $\mathbf{P}_{SA-SOMP}$, \mathbf{P}_{OMP} , \mathbf{P}_{SOMP} et \mathbf{P}_{CB}) par rapport à la vérité terrain. Si les positions de sources correspondent au maximums des puissances estimées, alors l'aire sous la courbe ROC vaut 1. Plus l'aire sous la courbe ROC tend vers 0, moins il y

a de correspondances entre la puissance estimée des signaux et la vérité terrain.

Dans le Tableau 1, l'aire sous la courbe ROC, moyennée sur les 500 itérations de Monte Carlo, est reportée, pour chaque méthode de localisation, en fonction du nombre de sources.

Au regard de ces résultats, nous constatons que les objectifs sont atteints : la méthode proposée permet non seulement d'améliorer les performances de localisation au regard des de la formation de voies classique (CB) et des méthodes de traitement parcimonieux usuelles (OMP et SOMP).

5 Conclusion

Nous avons proposé une méthode de localisation de sources à partir des mesures d'une antenne, la spécificité étant que nous considérons des pertes de cohérence, liées aux fluctuations du milieu de propagation. La méthode proposée repose sur un traitement parcimonieux par sous-antennes. À partir de simulations numériques d'ondes planes, nous avons montré que notre approche permet d'améliorer à la fois la résolution des antennes et les performances de localisation, cela par rapport aux méthodes de références.

Références

- [1] D.H. Johnson, D.E. Dudgeon, *Array Signal Processing : Concepts and Techniques*, Prentice Hall Signal Processing Series, pp. 1-512, 1993.
- [2] J. Capon, *High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis*, Proceeding IEEE, vol. 57, pp. 1408-1418, 1969.
- [3] G. Bienvenu, L. Kopp, *Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach*, IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 31, no. 5, pp. 1408-1418, 1983.
- [4] A. Xenaki, P. Gerstoft, K. Mosegaard, *Compressive beamforming*, Journal of Acoustical Society of America, vol. 136, no. 1, pp. 260-271, 2014.
- [5] Y.C. Pati, R. Rezaifar, P.S. Krishnaprasad, *Orthogonal matching pursuit : recursive function approximation with applications to wavelet decomposition*, Conference on Signals, Systems and Computers, 1993.
- [6] J.A. Tropp, A.C. Gilbert, M.J. Strauss, *Simultaneous Sparse Approximation Via Greedy Pursuit*, International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2005.
- [7] P. Gerstoft, A. Xenaki, C.F. Mecklenbräuker, *Multiple and single snapshot compressive beamforming*, Journal of Acoustical Society of America, vol. 138, no. 4, pp. 2003-2014, 2015.
- [8] S.M. Flatté, R. Dashen, W.H. Munk, K.M. Watson, F. Zachariasen, *Sound Transmission through a Fluctuating Ocean*, Part of Cambridge Monographs on Mechanics, 2010.
- [9] H. Cox, *Line array performance when the signal coherence is spatially dependent*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 54, 1973.
- [10] R. Lefort, A. Drémeau, *Spatio-temporal weighting for underwater source localization in the context of coherence loss*, Proceedings of the Conference on Acoustic and Environmental Variability, Fluctuations and Coherence, Cambridge, UK, 2016.