

Stratégies d’ordonnement de consommation d’énergie en présence d’information imparfaite de prévision *

Mauricio GONZÁLEZ¹, Olivier BEAUDE², Patricia BOUYER¹, Samson LASAULCE³, Nicolas MARKEY⁴

¹CNRS, LSV, ENS Paris-Saclay. 61, avenue du Président Wilson, 94235 Cachan cedex, France.

²EDF, R&D, EDF Lab’ Paris-Saclay. 7, boulevard Gaspard Monge, 91120 Palaiseau, France.

³CNRS, L2S, CentraleSupélec. 3, rue Joliot-Curie, 91192 Gif sur Yvette, France.

⁴CNRS, IRISA, U. Rennes 1. 263, avenue du Général Leclerc, 35042 Rennes cedex, France.

mauricio.gonzalez@lsv.fr, olivier.beau@edf.fr, patricia.bouyer@lsv.fr,
samson.lasaulce@lss.supelec.fr, nicolas.markey@irisa.fr

Résumé – Les problèmes de consommation d’énergie (comme la recharge de véhicules électriques) sont très liés aux problèmes de communication. L’algorithme de « *water-filling* » peut être utilisé, mais il n’est pas robuste au bruit de prévision de la consommation « non-flexible », c.-à-d. non contrôlable. Nous proposons un algorithme robuste utilisant *PRISM*, un outil de vérification probabiliste, exploitant la discrétisation de l’action de consommation (comme pour une modulation à petite constellation) et la structure dynamique du problème en un processus de décision de Markov.

Abstract – Energy consumption problems (e.g., electric vehicles charging) are very related to communication problems. The “water-filling” algorithm can be used, but it is not robust w.r.t. the noise of the “non-flexible”, i.e. not controllable, energy consumption forecasting. We propose a robust algorithm using the probabilistic model checker *PRISM*, to exploit the idea of discretizing the consumption action (as for a modulation to small constellation) and the dynamic structure of the problem in a Markov decision process model.

1 Introduction

L’objectif de cet article est de minimiser l’impact de la partie flexible de la consommation électrique (i.e., l’énergie dont le profil de consommation peut être planifié mais sous une contrainte de délai) sur le transformateur de distribution qui alimente un quartier où se trouvent les appareils de consommation. La recharge d’un véhicule électrique entre typiquement dans la classe des consommations flexibles [5]. Le point critique est la qualité de la connaissance du profil de consommation non-flexible, celle qui ne peut pas être contrôlée. À quelques exceptions près, les stratégies d’ordonnement de la consommation flexible supposent parfaite la prévision de la consommation non-flexible. En pratique, il y a du bruit de prévision. Il s’avère que des stratégies très connues, comme la stratégie de *water-filling* [1], sont peu robustes aux incertitudes de prévision.

Dans cet article, nous mettons en évidence un parallèle très intéressant et prometteur entre le problème d’ordonnement de la consommation d’électricité et les problèmes de communications. En effet, il est connu depuis fort longtemps que le passage des modulations analogiques aux modulations numériques a permis de rendre les communications robustes au bruit. Ici, nous montrons qu’en discrétisant les niveaux de consommation d’électricité, un effet similaire peut être obtenu. Un surcroît de robustesse face au bruit de prévision est également obtenu

en exploitant la structure dynamique du problème. En effet, la durée de vie du transformateur correspond à une métrique de performance qui met en jeu la température du transformateur, c’est-à-dire un phénomène avec mémoire qui peut-être approximé par une dynamique markovienne [3]. Nous montrons comment exploiter la structure markovienne sous-jacente et ainsi obtenir des stratégies d’ordonnement qui soient opérationnelles en conditions réelles de prévisions. Des bases de données réelles sont d’ailleurs exploitées pour évaluer l’approche développée.

2 Position du problème

Motivés par des considérations pratiques, nous considérons le temps discrétisé avec un pas de temps Δ_t , et les indices correspondants $t \in \mathcal{T}_d := \{0, 1, \dots, T\}$. La consommation totale à t peut s’écrire de la manière suivante :

$$\ell_t := \ell_t^{\text{nonflex}} + \ell_t^{\text{flex}} \leq \ell^{\text{max}} \quad (1)$$

où $\ell_t^{\text{flex}} := \sum_{i=1}^I \ell_{i,t}$ (resp. $\ell_t^{\text{nonflex}} \in \mathbb{R}^+$) est la consommation agrégée—sur $\mathcal{I} := \{1, \dots, I\}$ —flexible (resp. non-flexible) à l’instant t , la quantité $\ell_{i,t} \in [0, \ell_i^{\text{max}}]$ représentant la charge du consommateur $i \in \mathcal{I}$. Ici, ℓ^{max} est la puissance maximale que peut fournir le transformateur. Une **contrainte de besoin de charge** est considérée : pour tout $i \in \mathcal{I}$, $\sum_{t=0}^T \ell_{i,t} \geq \text{SoC}_i^{\text{max}}$. On note $\mathcal{L}_i := \{(\ell_{i,t})_t \in [0, \ell_i^{\text{max}}]^{T+1} \mid \sum_{t=0}^T \ell_{i,t} \geq$

*Remerciements au projet ERC EQualIS, à la chaire RTE-CentraleSupélec.

SoC_i^{\max} }, et $\text{SoC}^{\max} := \sum_{i=1}^I \text{SoC}_i^{\max}$. Pour quantifier le vieillissement du transformateur, on considère le modèle de vieillissement instantané bien admis de [2] et défini pour $t \in \mathcal{T}_d$ par :

$$A_t := e^{\alpha \theta_t^{\text{HS}} + \beta}, \quad \alpha > 0 > \beta \quad (2)$$

où θ_t^{HS} représente la température du point chaud ("Hot-Spot") du transformateur à l'instant t . La température θ_t^{HS} dépend de sa valeur à $t-1$, de la température ambiante à t et des consommations ℓ_t et ℓ_{t-1} . Elle s'exprime comme suit, à $t \in \mathcal{T}_d$ [3] :

$$\theta_t^{\text{HS}} := a \cdot \theta_{t-1}^{\text{HS}} + b_1 \cdot \ell_t^2 + b_2 \cdot \ell_{t-1}^2 + c_t \quad (3)$$

où $a \in [0, 1]$, $b_1 \geq 0 \geq b_2$ sont des constantes [3], et c_t est une fonction (supposée connue ici) de la température ambiante et assure que $\theta_t^{\text{HS}} \geq 0, \forall t \in \mathcal{T}_d$. Une **contrainte de température maximale** est aussi considérée : $\forall t \in \mathcal{T}_d, \theta_t^{\text{HS}} \leq \theta^{\max}$.

Le coût de la consommation d'électricité pour l'utilisateur est supposé avoir deux composantes : un coût lié à la durée de vie (réduite) du transformateur et un coût lié à la quantité d'énergie consommée et son prix associé, noté $p_t \in \mathbb{R}^+$ à $t \in \mathcal{T}_d$. En définissant $\theta^{\text{HS}} := \{\theta_t^{\text{HS}}\}_{t=0}^T$ et $\ell_i := \{\ell_{i,t}\}_{t=0}^T$ pour chaque $i \in \mathcal{I}$, la fonction à minimiser est :

$$C((\ell_1, \dots, \ell_I)) := \sum_{t=0}^T (\lambda \cdot A_t + (1 - \lambda) \cdot p_t \cdot \ell_t) \quad (4)$$

sous les contraintes de besoin de charge, de la température maximale du transformateur et les équations (1), (2) et (3). Le paramètre $\lambda \in [0, 1]$ pondère les coûts de l'opérateur du réseau de distribution (RD) relativement au coût pour l'utilisateur.

Tout le problème est donc de choisir la suite des niveaux de puissances de consommation flexible $\{\ell_t^{\text{flex}}\}_{t=0}^T$ pour minimiser le coût composite défini par (4). Un élément essentiel pour résoudre ce problème est la connaissance de la suite des niveaux de puissances de consommation non-flexible $\{\ell_{0,t}\}_{t=0}^T$, intervenant en tant que paramètre dans la dynamique de la température du transformateur. Au moment de résoudre ce problème, ce paramètre n'est pas connu parfaitement; nous noterons ainsi $\{\tilde{\ell}_t^{\text{nonflex}}\}_{t=0}^T$ la suite qui correspond à la prévision disponible pour effectuer cette optimisation.

3 Algorithme « Water-Filling » Itératif

L'algorithme de *Water-Filling Itératif* (WFI) est un algorithme de référence de la littérature sur les problèmes d'ordonnancement de la consommation d'électricité avec prévision. C'est une instance particulière de l'algorithme de dynamique de meilleure réponse, issu de la théorie des jeux, et connu en traitement du signal, par exemple via l'algorithme de Lloyd-Max. Le cadre d'application est le suivant : à l'itération n , on suppose que l'opérateur du RD envoie une mise à jour du profil agrégé de consommation $\{\ell_t^{(n)}\}_{t=0}^T$ à chaque consommateur, et chacun obtient un profil de consommation « pseudo-total » mis à jour en retirant son profil de charge à l'itération précédente : $\ell_{-i,t}^{(n)} := \ell_t^{(n)} - \ell_{i,t}^{(n-1)}$. Chaque consommateur résout ensuite

un problème individuel (selon l'une des deux alternatives (5) ou (6) décrites ci-dessous) et envoie son profil de charge actualisé à l'opérateur. La « décentralisation » des décisions—fictive dans le cas d'un unique décideur—avec flux d'information permet de limiter la complexité des problèmes d'optimisation résolus. Notons que la complexité des signaux échangés est limitée : seul le profil $\{\ell_t^{(n)}\}_{t=0}^T$ doit être transmis, le vieillissement du transformateur dépendant uniquement du profil de consommation agrégé.

Les paragraphes suivants présentent deux algorithmes pour mettre à jour les décisions des consommateurs individuels au cours de la dynamique : l'un repose sur la connaissance de la fonction C de (4); l'autre est un Water-Filling ne nécessitant qu'une version à jour du profil de consommation agrégé $\{\ell_t^{(n)}\}_{t=0}^T$.

3.1 Dynamique de Meilleure Réponse (MR)

La dynamique de meilleure réponse (séquentielle) est une procédure classique en théorie des jeux [4]. À l'itération n , le consommateur i cherche son meilleur profil de charge :

$$\ell_i^{(n)} \in \underset{\ell_i \in \mathcal{L}_i}{\text{argmin}} C(\ell_1^{(n)}, \dots, \ell_{i-1}^{(n)}, \ell_i, \ell_{i+1}^{(n-1)}, \dots, \ell_I^{(n-1)}) \quad (5)$$

Il choisit donc la meilleure décision face aux décisions fixées des autres consommateurs $j \in \mathcal{I} \setminus \{i\}$; il leur « répond ».

3.2 Algorithme Water-Filling Itératif (WFI)

L'idée de l'algorithme de *Water-Filling* est de positionner le vecteur de consommation flexible $\{\ell_t^{\text{flex}}\}_{t=0}^T$, afin de remplir les vallées de la courbe de consommation non-flexible $\{\tilde{\ell}_t^{\text{nonflex}}\}_{t=0}^T$. À l'itération $n \in \mathbb{N}$ du WFI, le consommateur $i \in \mathcal{I}$ remet à jour sa décision selon :

$$\forall t \in \mathcal{T}_d, \ell_{i,t}^{(n)} := \min \{ \ell_i^{\max}, \max \{ 0, \mu_i - \ell_{-i,t}^{(n-1)} \} \} \quad (6)$$

où $\mu_i \in \mathbb{R}^+$ est un seuil (le niveau de remplissage par l'eau), à définir pour que la contrainte de besoin de charge soit vérifiée. Un avantage du WFI est qu'à l'itération n , il ne nécessite que la connaissance de $\{\ell_{-i,t}^{(n-1)}\}_{t=0}^T$, et qu'il converge grâce à la propriété de jeu de potentiel associé [4]. Cette convergence se fait au sens faible (pour tout i , $\|\ell_i^{(n)} - \ell_i^{(n-1)}\| \leq \epsilon$), car chaque $\ell_{i,t} \in \mathcal{L}_i$ est continu. En revanche, l'algorithme WFI est sensible [5], car il repose sur la forme de la courbe de prévision $\{\tilde{\ell}_t^{\text{nonflex}}\}_{t=0}^T$. De plus, il ne peut pas intégrer la contrainte de θ^{\max} . Ceci nous motive à proposer d'autres méthodes d'ordonnancement pour faire face aux erreurs de prévision.

4 Robustification de la consommation face à l'erreur de prévision

4.1 Discrétisation du niveau de consommation

Pour chaque $i \in \mathcal{I}$, on considère que la suite $\{\ell_{i,t}\}_{t=0}^T$ suit un profil rectangulaire, selon $L_i := \{0, \ell_i^{\max}\}^{T+1} \subset \mathcal{L}_i$, tel que

$\ell_{i,t} := \ell_i^{\max}$ si $t_i^{\text{start}} \leq t \leq t_i^{\text{start}} + \lceil \text{SoC}_i^{\max} / \ell_i^{\max} \rceil$. À chaque itération n , ce profil rectangulaire est déterminé en résolvant (5) « en réponse » à la consommation pseudo-totale $\{\ell_{-i,t}^{(n)}\}_{t=0}^T$. Cette méthode est facile à implémenter, et elle converge fortement ($\forall i \in \mathcal{I}, \ell_i^{(n)} = \ell_i^{(n-1)}$) car l'ensemble des profils de charge est discret [4]. Cependant, elle n'est pas appropriée quand la contrainte de θ^{\max} est active [5].

Un parallèle peut être fait entre cette opération de discrétisation du niveau de consommation et le passage des modulations analogiques aux modulations numériques, donnant ainsi une intuition sur l'apport en robustesse de la discrétisation.

4.2 Exploitation de la structure dynamique

La deuxième étape exploite la structure dynamique du problème, afin de rendre la stratégie de consommation plus robuste aux erreurs de prévisions qui sont avant tout dans le domaine des amplitudes. Pour cela, nous modélisons le problème comme un processus de décision markovien (MDP) et supposons connues les statistiques sur la prévision de consommation non-flexible.

Considérons tout d'abord deux fonctions de « quantification » $Q_\ell : \mathbb{R}^+ \rightarrow L$ et $Q_\theta : \mathbb{R}^+ \rightarrow O$, qui permettent d'approcher resp. $\{\ell_t\}_{t \in \mathcal{T}_d}$ et $\{\theta_t^{\text{HS}}\}_{t \in \mathcal{T}_d}$ par des valeurs dans les ensembles discrets $L := \{\ell_1, \dots, \ell_N\}$ et $O := \{o_1, \dots, o_M\}$, $N, M \in \mathbb{N}$. Ainsi, pour $t \in \mathcal{T}_d$, on définit $Q_\ell(\ell_t) \in \text{argmin}_{l \in L} |\ell_t - l|$ (resp. $Q_\theta(\theta_t^{\text{HS}}) \in \text{argmin}_{o \in O} |\theta_t^{\text{HS}} - o|$) comme les valeurs quantifiées de ℓ_t (resp. θ_t^{HS}). On note $\hat{\ell}_t$ (resp. $\hat{\theta}_t^{\text{HS}}$) ces valeurs.

Définition 4.1 (Processus de Décision de Markov (MDP))

Un processus de décision de Markov est un quintuplet $\mathcal{M} := (\mathcal{S}, s_0, \mathcal{L}, \delta, \varsigma)$, où \mathcal{S} est un ensemble fini d'états, $s_0 \in \mathcal{S}$ un état initial, \mathcal{L} un alphabet fini d'« actions », $\delta : \mathcal{S} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{D}(\mathcal{S})$ (avec $\mathcal{D}(\mathcal{S}) := \{\mu : \mathcal{S} \rightarrow [0, 1] \mid \sum_{s \in \mathcal{S}} \mu(s) = 1\}$ l'ensemble de distributions de probabilité sur \mathcal{S}), et $\varsigma : \mathcal{S} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}^+$.

On définit l'ensemble des états $\mathcal{S} := \mathcal{T}_d \times \mathcal{E} \times \mathcal{L} \times \Theta$, et l'ensemble des actions comme les sommes possibles des charges des consommateurs $\mathcal{L}^{\text{flex}} := \{0\} \cup \bigcup_{T' \in \mathcal{P}(\mathcal{I})} \{\sum_{i \in T'} \ell_i^{\max}\}$. Pour $t \geq 1$, on définit les ensembles d'énergie accumulée des consommateurs $\mathcal{E}_t := \{e_t \in [0, \text{SoC}^{\max}] \mid e_t = e_{t-1} + \Delta_t \ell_t^{\text{flex}}, \ell_t^{\text{flex}} \in \mathcal{L}^{\text{flex}}\}$, de la consommation totale $\mathcal{L}_t := \{\ell_t \in L \mid \hat{\ell}_t = Q_\ell(\ell_t)\}$ et de la température du transformateur $\Theta_t := \{\hat{\theta}_t^{\text{HS}} \in O \mid \hat{\theta}_t = Q_\theta(\theta_t)\}$. L'état initial est $s_0 := (0, e_0, \hat{\ell}_0, \hat{\theta}_0^{\text{HS}})$, où $e_0 = 0$, $\hat{\ell}_0 := Q_\ell(\ell_0^{\text{nonflex}})$ et $\hat{\theta}_0^{\text{HS}} := Q_\theta(\theta_0^{\text{HS}})$ sont donnés. Enfin, la fonction de coût est construite à partir de l'équation (4), c.-à-d. égale à $\lambda \times A_t + (1 - \lambda) \times p_t \times \hat{\ell}_t$ en $t \in \mathcal{T}_d$.

Ainsi, la dynamique du MDP est en deux temps : (1) en un état $s_t = (t, e_t, \hat{\ell}_t, \hat{\theta}_t^{\text{HS}}) \in \mathcal{S}$, on choisit une action « somme » $\ell_{t+1}^{\text{flex}} \in \mathcal{L}^{\text{flex}}$; et (2) le successeur $s'_{t+1} = (t+1, e_{t+1}, \hat{\ell}_{t+1}, \hat{\theta}_{t+1}^{\text{HS}})$ est choisi de façon aléatoire selon $\delta(s_t, \ell_{t+1}^{\text{flex}})$, avec $e_{t+1} = e_t + \Delta_t \cdot \ell_{t+1}^{\text{flex}}$, $\hat{\ell}_{t+1} = Q_\ell(\ell_{t+1})$ et $\hat{\theta}_{t+1}^{\text{HS}} = Q_\theta(\theta_{t+1}^{\text{HS}})$. Nous notons les ensembles Λ_{s_0} (resp. $\Lambda_{s_0}^f$) des « chemins » infinis $\pi := s_0 s_1 \dots$ (resp. finis) à partir de s_0 dans \mathcal{M} . La température ambiante, nécessaire pour calculer θ_t^{HS} , est supposée connue.

Définition 4.2 (Variable aléatoire (v.a)) Soit \mathcal{M} un MDP et $G := \{(\cdot, e_t, \cdot, \cdot) \in \mathcal{S} \mid e_t = \text{SoC}^{\max}\}$ l'ensemble des états à atteindre à partir de s_0 dans \mathcal{M} . On définit la variable aléatoire $\mathcal{C}_G : \Lambda_{s_0} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{+\infty\}$ par :

$$\mathcal{C}_G(\pi) := \sum_{t=0}^{T-1} \varsigma((s_t, \ell_{t+1}^{\text{flex}})) \quad \begin{array}{l} \text{si } s_t \notin G \text{ pour } 0 \leq t < T, \\ s_T \in G \text{ et } \ell_{t+1}^{\text{flex}} \in \mathcal{L}^{\text{flex}}(s_t) \end{array}$$

et $\mathcal{C}_G(\pi) := 0$ sinon.

L'espérance de la v.a. \mathcal{C}_G (resp. la probabilité d'atteindre G à partir d'un état s) sous une « stratégie » $\sigma : \Lambda_s^f \rightarrow \mathcal{L}^{\text{flex}}$, est notée $\mathbb{E}_s^\sigma[\mathcal{C}_G]$ (resp. $\mathbb{P}_s^\sigma[\mathcal{C}_G]$) [6]. On définit aussi la valeur minimale $\mathbb{E}_s^{\min}[\mathcal{C}_G] := \inf_{\sigma} \mathbb{E}_s^\sigma[\mathcal{C}_G]$. Notons que $\mathbb{E}_s^{\min}[\mathcal{C}_G] = +\infty$ si, et seulement si, $\forall \sigma, \mathbb{P}_s^\sigma[\mathcal{C}_G] < 1$. En utilisant l'algorithme (4) de [6], on peut trouver $\mathcal{S}_{max}^1 \subseteq \mathcal{S}$ pour lequel cette probabilité est égale à 1 sous une stratégie σ . Ainsi, $\mathbb{E}_s^{\min}[\mathcal{C}_G] = +\infty$ si, et seulement si, $s \notin \mathcal{S}_{max}^1$. On se concentre sur les valeurs de $\mathbb{E}_s^{\min}[\mathcal{C}_G]$ pour $s \in \mathcal{S}_{max}^1$. Par [7], pour $s \in \mathcal{S}_{max}^1$, alors $\mathbb{E}_s^{\min}[\mathcal{C}_G]$ est la solution unique (en x_s) de l'équation de Bellman définie par $x_s = 0$ si $s \in G$ et sinon par

$$x_s = \min_{\ell \in \mathcal{L}^{\text{flex}}(s)} \left\{ \varsigma(s, \ell) + \sum_{s' \in \mathcal{S}} \delta(s, \ell)(s') \cdot x_{s'} \right\}. \quad (7)$$

La programmation linéaire ou des méthodes itératives (par ex. de la valeur [8]) sont utilisées pour résoudre (7). Afin de garantir l'existence de σ , on peut utiliser des techniques comme « l'élimination des end-components » [7]. De plus, σ n'a pas besoin de mémoire des états précédant t , c.-à-d. qu'elle ne dépend que de l'état courant de \mathcal{M} .

5 Application numérique

L'objectif ici est d'étudier la performance des différentes méthodes de planification de la consommation électrique flexible ℓ_t^{flex} (ici, la charge de Véhicules Electriques (VEs)) dans un cas réaliste, et en présence d'erreurs de prévision sur la part non-flexible de la consommation ℓ_t^{nonflex} . Seul le vieillissement du transformateur est pris en compte : $\lambda = 1$ dans l'équation (4). Nous verrons que le gain en termes de durée de vie du transformateur peut être très significatif en appliquant des décisions avancées de charges.

5.1 L'outil PRISM

PRISM [9, 10] est un outil de model-checking probabiliste développé à l'Université d'Oxford. Il inclut plusieurs algorithmes permettant d'examiner des propriétés quantitatives ou qualitatives sur des MDP, en utilisant des techniques symboliques avec des méthodes itératives ou de la programmation linéaire. On utilisera PRISM pour évaluer la valeur $\mathbb{E}_{s_0}^{\min}[\mathcal{C}_G]$ dans notre MDP, et par conséquent obtenir une stratégie optimale. Le problème d'optimisation peut être résolu en deux étapes : (1) trouver une séquence optimale de « somme des charges »; et (2) allouer la somme entre les VEs. La seconde étape est un problème d'allocation de transport. Nous supposons cette deuxième étape faisable, et nous concentrons uniquement sur l'étape (1).

5.2 Simulation

Nous nous plaçons dans un RD alimenté par un transformateur moyenne tension/basse tension 20kV/400V, de puissance maximale 90kW, dans un quartier qui contient une trentaine de foyers. Le transformateur a été dimensionné de telle sorte qu'il vive 40 ans sans la charge des VE. La charge flexible des VE intervient chaque jour entre 8h et 17h, et est coordonnée tous les jours de l'année 2012. Chaque $t \in \mathcal{T}_d$ est un créneau de 30 min. : $T = 48$ et $\Delta_t = 0.5$. Nous supposons que les VE sont tous branchés de $t = 17$ (créneau [8h, 8h30)) à $t = 34$ (créneau [16h30, 17h)). Le besoin de charge est identique pour tous les VE : $\text{SoC}_i^{\max} = 9\text{kWh}$. Les puissances maximales des VE sont égales à $\ell_i^{\max} = 3\text{kW}$. Bien que les VE puissent être branchés à des moments différents, on peut facilement redéfinir ces charges : si t_i^{arr} et t_i^{dep} sont resp. le temps d'arrivée et de départ pour le VE i , alors $\ell_{i,t} = 0$ si $t \notin \{t_i^{\text{arr}}, \dots, t_i^{\text{dep}}\}$. Les paramètres du modèle du transformateur [3] sont $a = 0.83$, $b_1 = 31.9^\circ\text{C.kW}^{-2}$, $b_2 = -19.1^\circ\text{C.kW}^{-2}$ et $c_t = 0.17(8.5 + \theta_t^{\text{amb}})^\circ\text{C}$, où $\theta_t^{\text{amb}} = 10^\circ\text{C}$ est la température ambiante à t [11]. Le temps de vie du transformateur est inversement proportionnel au vieillissement total sur l'année : $T_{\text{vie}} := 40 \times T_{\text{an}} / \sum_{t=1}^{T_{\text{an}}} A_t$ avec $T_{\text{an}} = 365 \times T$. On fixe $\theta^{\max} = 150^\circ\text{C}$, $\theta_0^{\text{HS}} = 98^\circ\text{C}$, et $\tilde{\ell}_0^{\text{nonflex}}$ est égale à la première valeur des données de la consommation exogène. Ces données sont extraites de la base de données « RecoFlux d'Enedis [12] » 2012, calées à partir de données réelles (« profilage »). On considère deux situation : (1) avec une prévision parfaite (base de données RecoFlux sans bruit) ; et (2) une version bruitée $\tilde{\ell}_t^{\text{nonflex}} = \ell_t^{\text{nonflex}} + \xi$, où $\xi \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\text{day}}^2)$ et σ_{day} est obtenu via le « forecasting signal-to-noise ratio » : $\text{FSNR} := 10 \log_{10}(\sum_{t=1}^T \ell_{0,t}^2 / (T \cdot \sigma_{\text{day}}^2))$, ici $\text{FSNR} = 2\text{dB}$.

Pour la quantification de ℓ_t et θ_t^{HS} , on définit resp. $L := \cup_{j=0}^{J_l} \{j \cdot \Delta_l\}$ et $O := [0, \theta^{\max}] \cap \mathbb{N}$, avec $J_l = \lfloor \ell^{\max} / \Delta_l \rfloor$ et $\Delta_l = 0.1$. Concernant les probabilités de transition du MDP, on considère δ dépendant uniquement de la consommation non flexible : pour $t \in \mathcal{T}_d$ et $l \in L$, la probabilité d'occurrence de l est $\sum_{k=1}^{T_{\text{an}}} \mathbb{1}_{\mathcal{L}_0}(\tilde{\ell}_t^{\text{nonflex}}(k)) / T_{\text{an}}$ où $\mathbb{1}_{\mathcal{L}_0}(\cdot)$ est la fonction indicatrice de l'ensemble $\mathcal{L}_0 := \{\tilde{\ell}_t^{\text{nonflex}} \in \mathbb{R}^+ \mid l \leq \tilde{\ell}_t^{\text{nonflex}} < l + \Delta_l\}$ et $\tilde{\ell}_t^{\text{nonflex}}(k)$ est la valeur dans la position (k, t) de la matrice de la base de données.

Nous présentons dans la Figure 1 les performances des différents contrôleurs obtenus sur du vieillissement du transformateur (équipement coûteux du RD). D'une part, la méthode Brancher-et-Charger a un impact très significatif sur le transformateur. D'autre part, en considérant le cas où la prévision de la consommation est parfaite, nous montrons que l'algorithme de WFI donne des meilleurs résultats en termes de durée de vie du transformateur que les autres algorithmes, avec cependant des performances similaires des autres techniques. Dans le cas plus réaliste, avec une prévision de consommation imparfaite (celle qui a été faite avec un bruit a posteriori), la méthode stochastique et centralisée (MDP) est presque insensible au bruit jusqu'à $I = 14$ VEs, et globalement elle est beaucoup plus robuste que les autres méthodes décentralisées considérées.

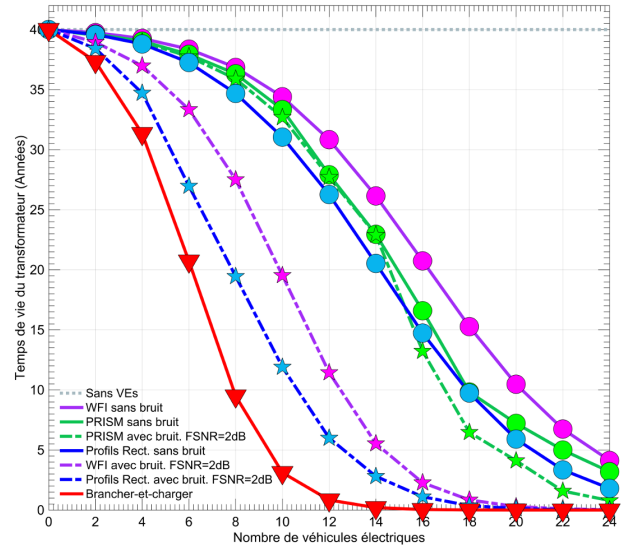


FIGURE 1 – Temps de vie du transformateur en fonction du nombre I de VEs.

Références

- [1] L. Gan, U. Topcu, et S. H. Low. *Optimal decentralized protocol for electric vehicle charging*. Power Systems, IEEE Transactions, vol. 28(2), pp. 940-951, 2013.
- [2] IEEE Std. C57.91-1995 : *IEEE Guide for loading mineral-oil-immersed transformers*.
- [3] L. Rivera et D. Tylavsky. *Acceptability of four transformer top-oil thermal models (Pt. 1)*. Power Delivery, IEEE Transactions, vol. 23(2), pp. 860-865, 2008.
- [4] S. Lasaulce et H. Tembine. *Game theory and learning for wireless networks : fundamentals and applications*. Elsevier, Ed. Academic Press, 2011.
- [5] O. Beaude, S. Lasaulce, M. Hennebel et J. Daafouz. *Minimizing the impact of EV charging on the distribution network*. In : ECC'15, pp.648-653, Juillet 2015.
- [6] V. Forejt, M. Kwiatkowska, G. Norman et D. Parker. *Automated verification techniques for probabilistic systems*. In : SFM'11, pp. 53-113, 2011.
- [7] L. de Alfaro. *Formal verification of probabilistic systems*. Ph.D. thesis, Stanford University, 1997.
- [8] S. Haddad et B. Monmege. *Reachability in MDPs : refining convergence of value iteration*. In : RP'14, LNCS, vol. 8762, pp. 125-137, Springer, 2014.
- [9] M. Kwiatkowska, G. Norman et D. Parker. *PRISM 4.0 : Verification of probabilistic real-time systems*. In : CAV'11, LNCS, vol. 6806, pp. 585-591. Springer, 2011.
- [10] <http://www.prismodelchecker.org>
- [11] <http://www.rt-batiment.fr/batiments-neufs>
- [12] <http://www.enedis.fr/coefficients-des-profils>