

# Amélioration des turbocodes pour la 5G

Ronald GARZÓN-BOHÓRQUEZ, Charbel ABDEL NOUR, Catherine DOUILLARD

IMT Atlantique,  
CNRS Lab-STICC UMR 6285 Technopôle Brest Iroise,  
CS 83818 29238 Brest cedex 3  
Université Bretagne Loire, France

ronald.garzonbohorquez@imt-atlantique.fr, charbel.abdelnour@imt-atlantique.fr  
catherine.douillard@imt-atlantique.fr

**Résumé** – Une nouvelle méthode de conception conjointe du poinçonnage et de l’entrelacement des turbocodes (TC) est proposée. Dans un premier temps, le motif de poinçonnage est choisi via l’analyse du spectre de distances du code convolutif élémentaire et de l’échange d’information extrinsèque en utilisant un entrelaceur uniforme. Ensuite, l’entrelaceur est construit couche par couche, en incluant différents critères tels que la distance spatiale (*span*), la longueur des cycles de corrélation (*girth*), et des contraintes liées au poinçonnage. Enfin, les performances des TCs proposés sont comparées à celles du TC de la norme Long Term Evolution (LTE) : un gain significatif de performance en termes du taux d’erreurs est observé au niveau du seuil de convergence et de l’*error floor*.

**Abstract** – A new method to design efficient puncturing patterns and interleavers for Turbo Codes (TCs) is proposed. Resulting TCs show an improved performance in both the waterfall and error floor regions. First, the puncturing pattern is selected by analyzing the constituent code distance spectrum and the TC extrinsic information exchange using uniform interleavers. Then, the interleaver is defined via a layered design process including different design criteria, such as span, correlation girth, and puncturing constraints, during the design process. Finally, proposed TCs are compared with the Long Term Evolution (LTE) standard, a significant gain in error rate performance can be observed.

## 1 Introduction

L’évolution des modes d’utilisation des récepteurs mobiles tend vers une diversification des services : TV à la demande, applications multimédia, etc. Par conséquent, la future génération de réseaux mobiles (5G) nécessitera des débits de transmission plus élevés et une qualité de service améliorée. Afin de répondre à de telles exigences, des codes correcteurs d’erreurs capables de garantir des faibles taux d’erreurs (jusqu’à  $10^{-6}$  de taux d’erreurs paquets TEP) sont requis. Ce n’est pas le cas d’un système de communication tel que Long Term Evolution (LTE) [1]. Il a en effet été observé que son mécanisme d’adaptation de rendement de codage cause des mauvaises interactions entre le motif de poinçonnage et la fonction d’entrelacement interne du code pour certaines configurations de rendements et de tailles de blocs, ce qui conduit à des performances asymptotiques dégradées [2]. Le code correcteur d’erreurs spécifié dans la norme LTE est un turbocode (TC). Comme introduit par Berrou *et al.* [3], la distance minimale de Hamming ( $d_{\min}$ ) d’un TC est fixée par ses codes élémentaires et par sa fonction d’entrelacement. Dans cet article nous étudions l’optimisation conjointe du motif de poinçonnage et de la fonction d’entrelacement des TCs afin de garantir à la fois un faible seuil de convergence et de bonnes performances asymptotiques.

## 2 Entrelaceur et critères de conception

L’entrelaceur  $\Pi$  du TC lit les bits d’un vecteur d’entrée  $\mathbf{d}$  et les écrit dans un vecteur de sortie  $\mathbf{d}'$  de taille  $K$ ,  $K$  étant la taille de la trame d’information. Un symbole lu à l’adresse  $\Pi(i)$  dans  $\mathbf{d}$  est écrit à l’adresse  $i$  dans  $\mathbf{d}'$ . Dans cette étude, le TC utilise des codes élémentaires à terminaison de treillis circulaire (CRSC).

Les trois familles les plus populaires d’entrelaceurs sont les

permutations polynomiales quadratiques (QPP) adoptées dans LTE [1], les permutations *dithered relative prime* (DRP) [4], et les permutations quasi-régulières (ARP) [5] adoptées par exemple dans IEEE 802.16 WiMAX [6]. Comme montré dans [7], l’ARP est un modèle d’entrelaceur suffisant pour construire des TCs, car il garantit des valeurs de  $d_{\min}$  au moins aussi élevées que les QPP ou les DRP. Ainsi, notre étude se concentre uniquement sur la famille ARP.

La structure de l’ARP est basée sur celle d’un entrelaceur régulier (RI) :

$$\Pi(i) = (P \cdot i) \bmod K \quad (1)$$

où  $P$  correspond à la période du RI qui doit être première avec  $K$ . L’entrelaceur ARP est obtenu en introduisant un certain degré de désordre par le biais d’un vecteur d’ajustement  $\mathbf{S}$  :

$$\Pi(i) = (P \cdot i + S(i \bmod Q)) \bmod K. \quad (2)$$

La taille de  $\mathbf{S}$ ,  $Q$ , doit diviser  $K$ , afin de garantir la bijectivité de la fonction d’entrelacement.

**Critères de conception de l’entrelaceur** : Il a été montré que l’augmentation de la valeur minimale de *span* ( $S_{p \min}$ ) associée à l’entrelaceur conduit à des valeurs de  $d_{\min}$  plus élevées. Ainsi,  $S_{p \min}$  doit être maximisé. Comme montré dans [8],  $S_{p \min}$  a pour borne supérieure théorique :

$$S_{bs} = \lfloor \sqrt{2K} \rfloor \quad (3)$$

Le graphe de corrélation de décodage a également un impact sur les performances du code. Il s’agit d’un graphe régulier de degré  $r = 4$ , car chaque bit d’information a deux voisins dans  $\mathbf{d}$  et deux dans  $\mathbf{d}'$ , pour un nombre de sommets  $x = K$ . Afin de réduire la corrélation entre les informations échangées lors du décodage, l’entrelaceur doit être conçu de façon à maximiser le cycle de corrélation minimal, ou *girth*,  $g$  du graphe. Une limite

supérieure théorique sur la valeur de  $g$  dans un graphe régulier est dérivée de la borne de Moore [9]. Soit  $x(r, g)$  le nombre minimal de sommets dans le graphe.  $g$  peut être au plus proportionnel au logarithme de  $x(r, g)$  :

$$g \leq 2 \log_{r-1}(x(r, g)) + O(1) \quad (4)$$

avec  $O(1)$  le terme d'erreur de l'approximation.

### 3 Design de l'entrelaceur par couches

La structure de l'entrelaceur est construite progressivement couche par couche. A partir de (2), il peut être montré que :

$$\Pi(i + Q) \bmod Q = \Pi(i) \bmod Q. \quad (5)$$

Ainsi, les paramètres de l'entrelaceur peuvent être choisis en divisant les adresses d'entrelacement en  $Q$  couches indexées par  $l = 0, \dots, Q-1$ . Le découpage de l'entrelaceur en  $Q$  couches dans le cas particulier de  $K = 4Q$  est illustré par la Fig. 1.

Pour couvrir toutes les adresses possibles pour chaque couche, les valeurs de  $S(l)$  sont recherchées sous la forme suivante :

$$S(l) = T_l + A_l Q \quad (6)$$

où  $T_l = 0, \dots, Q-1$  et  $A_l = 0, \dots, (K/Q) - 1$  correspondent respectivement aux composantes inter et intra-couche du facteur d'ajustement  $S(l)$ . L'ajustement inter-couche  $T_l$  définit la position prise par la couche  $l$  parmi les  $Q$  couches (cf. Fig. 2(a)), tandis que l'ajustement intra-couche  $A_l$  définit la rotation à l'intérieur d'une couche (cf. Fig. 2(b)). Ainsi, la valeur de chaque  $S(l)$  est obtenue en sélectionnant d'abord la valeur de l'ajustement inter-couche  $T_l$  et ensuite la valeur de l'ajustement intra-couche  $A_l$ . Cette méthode permet de vérifier à chaque étape les valeurs minimales de *span* et de *girth*.

Pour un ensemble de paramètres de conception donnés ( $S_{p \min}$ ,  $g$  - choisis quelques points au-dessous des limites supérieures (3) et (4),  $K$ , motif de poinçonnage), la stratégie de construction de l'entrelaceur comprend les étapes suivantes :

1. *Choix des valeurs candidates pour  $P$*  : Les valeurs admissibles pour  $P$  sont les entiers de 1 à  $K-1$  premiers avec  $K$ . Seules les valeurs de  $P$  garantissant pour un RI (1) un *span* supérieur ou égal à  $S_{p \min}$  sont retenues.
2. *Choix des valeurs d'ajustement  $S(l)$*  : Pour chaque valeur de  $P$ , la couche  $l$  est placée en choisissant une valeur  $S(l)$  respectant (6). Si les valeurs de *span* et de *girth* sont supérieures ou égales aux valeurs cibles, on passe à la couche  $l+1$ . Sinon, une nouvelle valeur pour  $S(l)$  doit être testée. Ce processus est itéré jusqu'à ce que les  $Q$  valeurs d'ajustement aient été choisies.
3. *Choix du meilleur entrelaceur* : L'entrelaceur conduisant au meilleur spectre de distances de Hamming du TC est sélectionné.

### 4 Poinçonnage et entrelacement

**Choix du motif de poinçonnage** : Dans cette étude, nous ne considérons que des motifs de poinçonnage périodiques. Un motif est composé de deux vecteurs de taille  $M$ , définissant le poinçonnage des bits d'information et des bits de parité. Pour

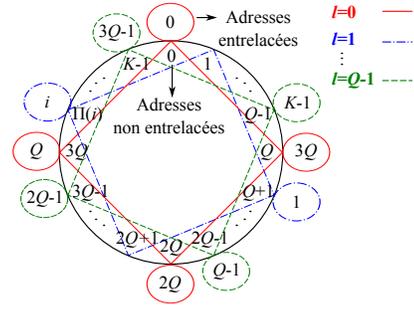


FIG. 1: Illustration de la découpe de l'entrelaceur en  $Q$  couches dans le cas  $K = 4Q$ , avec  $S(0), \dots, S(Q-1) = 0$ .

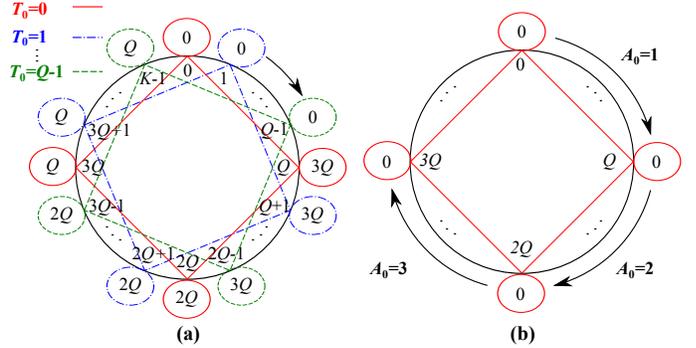


FIG. 2: (a) Un exemple de valeurs d'ajustement inter-couches possibles pour la couche  $l=0$ , avec  $K = 4Q$ . (b) Les différentes possibilités d'ajustement intra-couche pour la couche  $l=0$ , avec  $T_0 = 0$  and  $K = 4Q$ .

un rendement  $R$  et une valeur de  $M$  donnés, les différents ratios de poinçonnage des bits d'information  $R_{pi}$  sont :  $R_{pi} = \frac{m}{M}$ ,  $m = 0, \dots, M$ . Néanmoins, seules les valeurs de  $R_{pi}$  assurant un rendement de codage du code CRSC  $R_c \leq 1$  sont admissibles. La conception du masque de poinçonnage est effectuée comme suit :

1. *Identifier le meilleur masque pour chaque valeur de  $R_{pi}$*  : Le meilleur masque de poinçonnage pour chaque valeur de  $R_{pi}$  est celui conduisant au meilleur spectre de distance de Hamming du code CRSC.
2. *Choisir le meilleur masque par diagramme EXIT modifié* : Un diagramme EXIT classique ne permet pas de prédire le seuil de convergence des TCs lors du poinçonnage des bits d'information [10]. Ainsi, afin de choisir le meilleur masque en termes de convergence, nous effectuons une analyse de l'échange réel d'information extrinsèque entre les décodeurs élémentaires du TC, avec un entrelaceur uniforme [11]. Une analyse similaire a été effectuée dans [12] pour identifier des structures de précodage efficaces. Le meilleur masque de poinçonnage en termes de convergence est celui qui conduit au point de croisement ( $IA, IE$ ) le plus proche du point  $(1, 1)$ .

**Construction de l'entrelacement contraint par le poinçonnage** : Afin d'éviter des mauvais motifs de poinçonnage dans le deuxième code CRSC du TC, un entrelaceur contraint par le poinçonnage de bits d'information (CPI) doit garantir le même motif de poinçonnage des bits d'information dans les

deux codes CRSC du TC [2].

Lors du processus de décodage, l'information extrinsèque associée aux parités non poinçonnées est plus fiable que celle associée aux parités poinçonnées. Par conséquent, nous proposons une stratégie d'entrelacement qui consiste à connecter les positions d'information associées aux informations extrinsèques les plus fiables d'un code élémentaire aux positions associées aux informations extrinsèques les moins fiables de l'autre code élémentaire. Pour un masque de poinçonnage donné, cette loi de connexion est mise en place comme suit :

1. *Identifier les parités libres dans la période de poinçonnage* : Les parités libres sont les parités non poinçonnées correspondant à des bits d'information non poinçonnés.
2. *Identifier les positions d'information les moins robustes* : Un poinçonnage de bits d'information supplémentaire est inséré sur les positions d'information non poinçonnées et le spectre de distance du code CRSC résultant est évalué, le nombre de positions poinçonnées additionnelles étant égal au nombre de parités libres. Les positions conduisant aux spectres de distances du code CRSC les moins bons sont identifiés comme les positions les moins robustes.
3. *Appliquer la loi de connexion* : Les positions d'information associées à des parités libres d'un code CRSC sont connectées aux positions les moins robustes de l'autre code.

Afin de simplifier la prise en compte de ces contraintes de poinçonnage dans l'entrelacement, nous choisissons  $M = Q$ . Les contraintes liées au poinçonnage sont alors incluses dans l'ARP via les valeurs de  $T_i$ . Etant donné que l'ordre des couches de l'ARP est périodique modulo  $Q$  (5), la validation des contraintes dans une période de poinçonnage est une condition suffisante pour leur validation dans toute la trame. Par la suite, nous appellerons CPIP l'entrelaceur contraint par le poinçonnage des bits d'information et de parité.

## 5 Exemples d'application

Nous considérons la conception de TCs avec  $R = 2/3$  et  $4/5$ , pour  $K = 1504$  bits, sur la base des codes élémentaires CRSC(1, 15/13)<sub>8</sub>. La performance est évaluée par simulation sur canal gaussien avec une modulation BPSK et un maximum de 16 itérations de l'algorithme MAP. Seule la construction du code pour  $R = 2/3$  est détaillée par la suite.

Le choix du masque de poinçonnage a été effectué pour  $M = 8$ . Tab. 1 liste les premiers termes du spectre de distances du code CRSC pour les différentes valeurs de  $R_{pi}$ . D'après les résultats, les valeurs de  $R_{pi}$  supérieures ou égales à  $6/8$  ne sont pas admissibles car le rendement du code élémentaire est supérieur ou égal à 1. Le diagramme EXIT modifié avec les masques admissibles est montré sur la Fig. 3. Le masque avec  $R_{pi} = 2/8$  est finalement retenu, car conduisant au seuil de convergence le plus faible.

La seule parité libre dans le masque retenu est la 1<sup>ère</sup> (cf. Tab. 1). Afin d'identifier la loi de connexion de l'entrelaceur CPIP, une position d'information supplémentaire poinçonnée est in-

roduite dans le masque. Tab. 2 liste les spectres de distances correspondants. On remarque que la 4<sup>ème</sup> position est la moins robuste. Ainsi, l'entrelaceur CPIP doit assurer que les positions 1 et 4 dans  $\mathbf{d}$  sont entrelacées aux positions 4 et 1 dans  $\mathbf{d}'$ .

TAB. 1: Meilleur spectre de distances du CRSC par  $R_{pi}$ , avec  $\alpha(d)$  la multiplicité de la distance  $d$ , et masque de poinçonnage (0 = poinçonné, 1 = non poinçonné).  $R = 2/3$ ,  $M = 8$ .

$R_{pi}$	$R_c$	$\alpha(0)$	$\alpha(1)$	$\alpha(2)$	$\alpha(3)$	$\alpha(4)$	Information parité
0	0.8	0	0	0	15	89	11111111 10100000
<b>2/8</b>	<b>0.88</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>62</b>	<b>566</b>	<b>01111110</b> <b>11000001</b>
4/8	1	0	8	64	482	3616	11110000 11100001
6/8	1.14	1	36	670	12122	219196	01000100 11011100

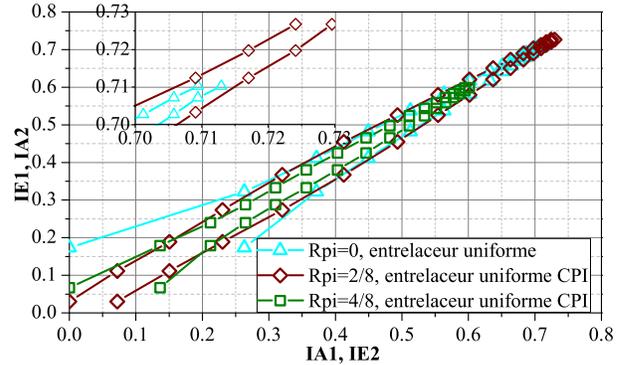


FIG. 3: Diagramme EXIT modifié évalué à  $E_b/N_0 = 1.6$  dB avec 16 itérations de décodage,  $K = 1504$  et  $R = 2/3$ , avec entrelaceur uniforme ou uniforme CPI sur canal gaussien.

TAB. 2: Spectre de distances du CRSC avec le masque  $R_{pi} = 2/8$  lorsqu'une position d'information supplémentaire est poinçonnée, avec  $\alpha(d)$  la multiplicité de la distance  $d$ . Masque de poinçonnage de parités = 11000001 (0 = poinçonné, 1 = non poinçonné).

$\alpha(0)$	$\alpha(1)$	$\alpha(2)$	$\alpha(3)$	$\alpha(4)$	Information
0	0	1880	1060320	465121494	00111110
0	0	4000	2003510	671273377	01011110
0	4	3015	1151175	294778989	01101110
<b>0</b>	<b>8</b>	<b>140</b>	<b>2229</b>	<b>35176</b>	<b>01110110</b>
0	2	2256	1275364	320347391	01111010
0	4	3019	1152688	148963135	01111100

TAB. 3: Meilleurs entrelaceurs candidats pour les différentes configurations,  $S_{p\min} = 45$ ,  $g = 8$ ,  $S(0) = 0$ ,  $R = 2/3$  and  $K = 1504$ .

ARP	$P$	$S(1)$	$S(2)$	$S(3)$	$S(4)$	$S(5)$	$S(6)$	$S(7)$
SPI	399	792	630	829	1010	90	1471	658
CPI	227	495	998	280	1090	734	361	362
CPIP	699	289	1452	1292	1349	391	417	874

TAB. 4: Spectre de distances du TC avec les meilleurs entrelaceurs ARP, avec multiplicités  $\alpha(d)$  et poids d'entrée cumulé  $w_{d_0}$  pour  $d_{\min} = d_0$ .  $R = 2/3$  and  $K = 1504$ .

ARP	$w_{d_0}$	$d_0$	$d_1$	$d_2$	$\alpha(d_0)$	$\alpha(d_1)$	$\alpha(d_2)$
SPI	5640	15	16	17	1128	4512	7708
CPI	4324	19	20	21	752	1880	5264
CPIP	2444	19	20	21	376	2444	3572

Les paramètres de l'ARP sont déterminés via la méthode présentée dans la section 3. Trois configurations sont comparées : la première correspond au cas sans poinçonnage de bits d'infor-

mation (SPI), et les deux autres aux entrelaceurs CPI et CPIP avec le masque  $R_{pi} = 2/8$ . Les meilleurs entrelaceurs ARP générés pour chacune des configurations sont listés dans Tab. 3. Leurs spectres de distances sont donnés dans Tab. 4. D'après les résultats, l'introduction de poinçonnage de bits d'information conduit aux valeurs de  $d_{\min}$  les plus élevées. En outre, l'entrelaceur CPIP proposé présente une multiplicité associée à  $d_{\min}$  inférieure à celle du CPI. D'autre part, nous avons observé que le modèle CPIP permettait d'augmenter le nombre de candidats obtenus pour la valeur de  $d_{\min}$  la plus élevée et de réduire le temps moyen d'obtention de tels candidats par rapport au CPI, pour un nombre de candidats évalués identique.

Fig. 4 montre les courbes de TEP du TC CRSC(1, 15/13)<sub>8</sub> obtenues par simulation sur canal gaussien pour  $R = 2/3$  et  $4/5$ , et  $K = 1504$ , avec les paramètres listés dans Tab. 3. Les courbes de performance du TC de LTE sont aussi incluses. On observe que les entrelaceurs CPI et CPIP présentent une meilleure performance asymptotique et en convergence que l'entrelaceur SPI classique. Par rapport au code LTE, l'entrelaceur CPIP proposé apporte un gain d'environ 0.5 et 0.7 dB à  $2 \cdot 10^{-3}$  de TEP pour  $R = 2/3$  et  $4/5$ , respectivement, et de presque 4 décades en performance asymptotique.

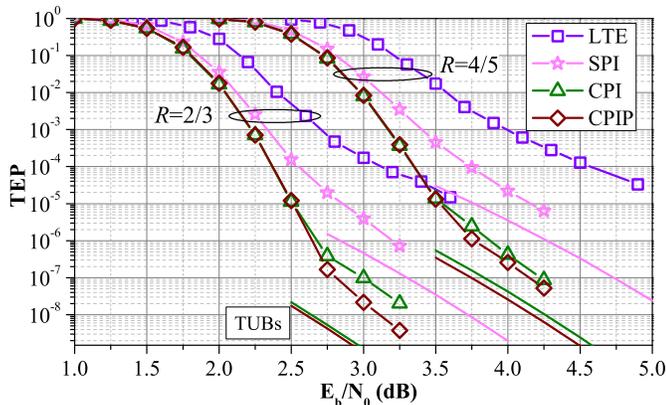


FIG. 4: Comparaison du taux d'erreur paquet (TEP) entre les différentes configurations d'entrelaceurs ARP et le TC de LTE, sur canal gaussien avec un maximum de 16 itérations de décodage avec l'algorithme MAP, pour  $R = 2/3$  et  $4/5$ ,  $K = 1504$  bits, codes élémentaires CRSC(1, 15/13)<sub>8</sub>. TUB = Truncated Union Bound.

## 6 Conclusion

Une nouvelle méthode de conception d'entrelaceurs pour TCs a été présentée. Cette méthode est basée sur une optimisation conjointe de la fonction d'entrelacement et du motif de poinçonnage. Les masques de poinçonnage catastrophiques sont rapidement identifiés à partir du spectre de distance du code élémentaire, et éliminés au début du processus. Ensuite, une analyse par diagramme EXIT modifié permet d'identifier les meilleurs motifs de poinçonnage en termes de convergence, pour des TCs avec poinçonnage de bits d'information.

L'insertion des contraintes liées au poinçonnage des bits d'information et de parité lors de la construction par couches de l'ARP permet d'obtenir des gains significatifs en performance asymptotique et en convergence. Il a en outre été observé qu'en

ajoutant la contrainte liée au poinçonnage des parités dans l'entrelaceur, la recherche des meilleurs entrelaceurs devient plus efficace.

Avec la méthode proposée, des TCs respectant les exigences de la future 5G peuvent être maintenant facilement conçus. De tels codes ont été proposés au 3GPP RAN1.

## Références

- [1] ETSI, "LTE Evolved Universal Terrestrial Radio Access(E-UTRA) : Multiplexing and channel coding," TS 136 212 (V10.0.0), January 2011.
- [2] J.-F. Cheng, A. Nimbalkar, Y. Blankenship, B. Classon, and T. Blankenship, "Analysis of circular buffer rate matching for LTE turbo code," in *Proc. IEEE 68th Vehicular Technology Conference*, Sept. 2008, pp. 1–5.
- [3] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes," in *Proc. IEEE International Conference on Communications, (ICC'93)*, vol. 2, Geneva, Switzerland, May 1993, pp. 1064–1070.
- [4] S. Crozier and P. Guinand, "Distance upper bounds and true minimum distance results for turbo-codes designed with DRP interleavers," *Annals of Telecommunications*, vol. 60, no. 1-2, pp. 10–28, 2005.
- [5] C. Berrou, Y. Saouter, C. Douillard, S. Kerouedan, and M. Jezequel, "Designing good permutations for turbo codes : towards a single model," in *Proc. IEEE International Conference on Communications, (ICC'04)*, vol. 1, Paris, France, June 2004, pp. 341–345.
- [6] IEEE, "IEEE standard for local and metropolitan area networks, Part 16 : Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems," IEEE Std 802.16-2004/Cor 1-2005, Feb. 2006.
- [7] R. Garzón Bohórquez, C. Abdel Nour, and C. Douillard, "On the equivalence of interleavers for turbo codes," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 4, no. 1, pp. 58–61, Feb. 2015.
- [8] E. Boutillon and D. Gnaedig, "Maximum spread of D-dimensional multiple turbo codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 8, pp. 1237–1242, Aug. 2005.
- [9] N. Biggs, "Minimal regular graphs with given girth," in *Algebraic graph theory*. New York, NY, USA : Cambridge University Press, 1974, pp. 180–190.
- [10] K. Gracie and S. Crozier, "Convergence performance and EXIT analysis of 4-state partially-systematic turbo codes," in *Proc. 5th Int. Symposium on Turbo Codes and Related Topics*, Sept. 2008, pp. 414–419.
- [11] S. Benedetto and G. Montorsi, "Unveiling turbo codes : some results on parallel concatenated coding schemes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 409–428, 1996.
- [12] R. Garzón Bohórquez, C. Abdel Nour, and C. Douillard, "Precoding techniques for turbo codes," in *Proc. 21th European Wireless Conference : 5G and Beyond (EW 2015)*, Budapest, Hungary, May 2015, pp. 1–6.