

# Imagerie polarimétrique à deux pixels par échantillonnage compressif

Julien FADE<sup>1</sup>, Estéban PERROTIN<sup>1</sup>, Jérôme BOBIN<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut Foton, Université de Rennes 1, CNRS, Rennes, France

<sup>2</sup>CEA, IRFU, Service d’Astrophysique-SEDI, Gif-sur-Yvette, France

julien.fade@univ-rennes1.fr, esteban.perrotin@etu.u-bordeaux.fr, jbobin@cea.fr

**Résumé** – Nous proposons un concept original d’imagerie compressive de contraste de polarisation basée sur l’utilisation d’une matrice de micro-miroirs (DMD) et de deux détecteurs mono-pixel. La sensibilité polarimétrique du montage proposé est due à une imperfection des miroirs réfléchissants, qui est ici exploitée pour former un problème de reconstruction original, combinant un problème CS et une tâche de séparation de sources. Nous démontrons qu’une approche en deux temps résolvant chaque problème successivement peut être surpassée par une méthode de reconstruction jointe dédiée, implémentée à travers un algorithme FISTA repondéré, et en incluant des contraintes physiques spécifiques à l’imagerie polarimétrique. Le principe de la mesure et la qualité de reconstruction sont validés par des simulations numériques.

**Abstract** – We propose an original concept of compressive sensing (CS) polarimetric imaging based on a digital micro-mirror (DMD) array and two single-pixel detectors. The polarimetric sensitivity of the proposed setup is due to an experimental imperfection of reflecting mirrors which is exploited here to form an original reconstruction problem, including a CS problem and a source separation task. We show that a two-step approach tackling each problem successively is outperformed by a dedicated combined reconstruction method, implemented through a reweighted FISTA algorithm and by including physical constraints specific to polarimetric imaging. The principle of the measurement and the reconstruction quality are validated through numerical simulations.

## 1 Introduction

Les approches de détection comprimée (Compressive sensing (CS)) pour l’acquisition de signaux et l’imagerie ont connu un fort engouement ces dernières années. Ces approches conceptuellement novatrices ont permis de faire émerger de nombreuses stratégies de mesure ou d’imagerie très originales, telle la proposition d’une caméra à un seul pixel [1, 2] basée sur l’utilisation d’une matrice de micro-miroirs. Plus récemment, ces concepts d’imagerie comprimée ont été étendus à d’autres domaines, parmi lesquels figurent l’imagerie multi/hyperspectrale [3, 4, 5, 6], l’imagerie dans le domaine THz [2] ou la détection comprimée par des milieux désordonnés [7]. D’autre part, l’imagerie polarimétrique représente une technique d’imagerie non-conventionnelle multi-variée qui rencontre un grand nombre d’applications dans des domaines divers (diagnostic biomédical, microscopie, télédétection, contrôle non destructif,...) grâce à sa capacité à révéler des contrastes invisibles en imagerie standard de réflectance [8]. Cependant, le déploiement de ces modalités polarimétrique dans les systèmes commerciaux ou dans les applications grand public reste toujours limité par la complexité des mesures polarimétriques, tant du point de vue instrumental que du point de vue de l’interprétation des signaux ou de l’identification de contrastes spécifiques et discriminants sur les objets analysés (échantillons biologiques notamment). En effet, les imageurs polarimétriques les plus complets (imageurs de Mueller) nécessitent d’acquérir 16 images et se heurtent à des problématiques de calibration et d’interprétation des si-

gnaux très délicates et extrêmement sensibles aux paramètres expérimentaux (longueur d’onde, angle d’incidence). Cependant, des travaux récents ont permis de proposer des modalités d’imagerie polarimétrique nouvelles, permettant de réduire le nombre et la complexité des acquisitions d’images [9, 10, 11]. Une figure de mérite polarimétrique très largement utilisée est une simple mesure de contraste [8] définie par  $OSC = (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_P) / (\mathbf{x}_S + \mathbf{x}_P)$  (pour *Orthogonal States Contrast*) entre les composantes polarimétriques orthogonales d’une image, qui seront notées ici  $\mathbf{x}_S$  et  $\mathbf{x}_P$ , avec l’image d’intensité totale classique  $\mathbf{x}_T = \mathbf{x}_S + \mathbf{x}_P$ .

Dans ce contexte de simplification des systèmes, l’imagerie par approche de détection comprimée est une piste prometteuse pour le développement de systèmes d’imagerie polarimétrique simplifiés et robustes. Malgré l’activité intense autour du développement de l’imagerie comprimée, l’application de ces approches novatrices à l’imagerie polarimétrique a cependant été peu explorée pour l’instant, à part dans quelques références bibliographiques [4, 12, 13, 14, 15]. Dans ces travaux, la sensibilité polarimétrique de l’imageur est obtenue en complétant un dispositif de détection comprimée standard (par exemple une architecture de caméra à un seul pixel [12, 13]) par un analyseur polarimétrique approprié (polariseur, association polariseur-lame de phase ou lame de phase variable à cristaux liquides). En acquérant séquentiellement plusieurs mesures selon des directions de polarisation variables (entre 2 et 4), et en les reconstruisant indépendamment, ces approches très simples, voire simplistes, peuvent fournir des images pola-

rimétriques (entre 2 et 4) ou une image finale de contraste polarimétrique. Outre l'augmentation des temps d'acquisition, ces techniques sont soumises à une perte d'intensité non négligeable à travers le composant d'analyse polarimétrique requis.

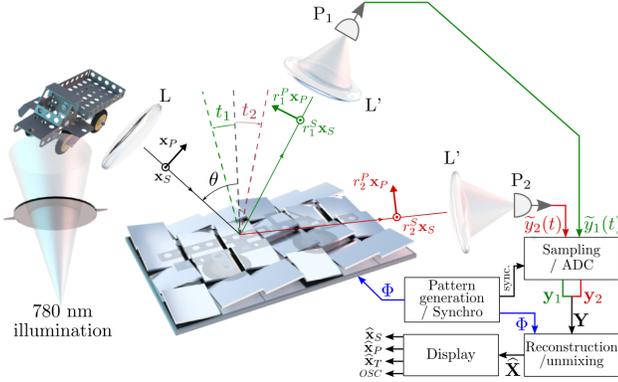


FIGURE 1 – Représentation schématique de la caméra polarimétrique à deux pixels par détection compressive.

## 2 Imageur polarimétrique à deux pixels par détection compressive

L'imageur polarimétrique CS proposé dans ce travail repose sur le principe de la caméra à un pixel (SPC) [1]. L'architecture proposée, représentée en Fig. 1, permet de réaliser des images d'intensité et de contraste polarimétrique sans nécessiter aucun composant d'analyse de polarisation, et à partir d'une seule série d'acquisition temporelle sur deux détecteurs mono-pixel. Un objet éclairé par une onde polarisée est imagé sur le DMD, qui échantillonne spatialement l'image par le masque binaire appliqué sur les tensions de commande des micro-miroirs. La lumière réfléchie dans la direction 1 est mesurée sur une photodiode P1, tandis que la photodiode P2 mesure l'intensité lumineuse réfléchie dans la direction 2 (au lieu d'être inutilisée, comme dans l'approche SPC classique), produisant les signaux temporels  $y_1$  et  $y_2$ . Moyennant quelques hypothèses simplificatrices, on montre [16] que ces signaux peuvent s'écrire

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}\mathbf{X}\Phi + \mathbf{b} = \mathbf{Y}^\circ\Phi + \mathbf{b}, \quad (1)$$

où la matrice  $M \times N$  d'échantillonnage  $\Phi$  contient les  $M$  motifs binaires appliqués sur le DMD, et où  $\mathbf{X}$  contient les composantes polarimétriques de l'image à reconstruire avec  $\mathbf{X}^T = [\mathbf{x}_S^T \ \mathbf{x}_P^T]^T$ , où  $\mathbf{x}_S$  (resp.  $\mathbf{x}_P$ ) représente la composante de polarisation parallèle (resp. perpendiculaire) à l'illumination incidente. Dans l'équation précédente,  $\mathbf{b}$  représente une contribution de bruit supposé additif gaussien, et la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  dépend des coefficients de réflexion de Fresnel en intensité des deux composantes polarimétriques, pour les deux directions d'incidence 1 et 2 :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_1^S & r_1^P \\ -r_2^S & -r_2^P \end{bmatrix}. \quad (2)$$

En effet, la sensibilité polarimétrique repose ici sur cette diversité de coefficients de réflexion qui dépendent très faiblement de l'angle d'incidence et de la direction de polarisation [16].

En supposant que les composantes polarimétriques sont parcimonieuses dans une même base de représentation  $\{\Psi_i\}$ , i.e.,  $\mathbf{x}_{S,P} = \mathbf{s}_{S,P} \Psi$ , il est aisé de voir que l'équation (1) peut-être vue comme un problème de reconstruction CS d'un mélange  $\mathbf{Y}^\circ = \mathbf{A}\mathbf{X}$  des composantes polarimétriques de l'image. Par conséquent, il devrait être possible en principe de reconstruire les données  $\mathbf{X}$  contenant  $2N$  pixels ( $N$  pixels par composante polarimétrique) à partir d'un nombre réduit  $M \ll N$  de mesures. Contrairement aux problèmes de reconstruction CS classiques, nous sommes confrontés ici à une difficulté accrue car les signaux à reconstruire sont très fortement mélangés durant l'étape d'acquisition à travers la matrice de mélange  $\mathbf{A}$ . Par conséquent, les signaux acquis sur les deux photodiodes sont très fortement (et quasi parfaitement) anti-corrélés, l'information polarimétrique résidant uniquement dans les légères différences entre ces deux signaux. Plusieurs approches algorithmiques permettent de résoudre un tel problème joint de reconstruction CS et de séparation de sources, soit en considérant les deux problèmes successivement, soit en les résolvant simultanément dans le processus de reconstruction.

## 3 Algorithmes de reconstruction

Pour permettre une reconstruction convenable dans une telle situation où la quantité d'échantillons mesurés est très inférieure à la taille des données à reconstruire, il faut contraindre la parcimonie des signaux reconstruits, ce qui s'opère généralement en résolvant un problème de minimisation de la forme suivante

$$\hat{\mathbf{X}} = \underset{\mathbf{X}}{\text{Argmin}} \ \mathcal{P}(\mathbf{X}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\Phi\|_F^2, \quad (3)$$

où le premier terme de pénalisation tend à contraindre la parcimonie, et où le terme d'attache aux données traduit l'écart entre le modèle  $\mathbf{A}\mathbf{X}\Phi$  et les données  $\mathbf{Y}$ . Dans le contexte CS, la parcimonie de  $\mathbf{X}$  est couramment contrainte en minimisant la norme  $l_1$  du vecteur des coefficients d'expansion du signal  $\mathbf{X}$  dans une certaine base de représentation  $\Psi$  choisie a priori.

### 3.1 Approche 2-temps

Le problème de reconstruction décrit en (1) peut être résolu en deux temps de la façon suivante :

(i) **Étape CS** : on minimise classiquement la fonctionnelle

$$\hat{\mathbf{Y}}^\circ = \underset{\mathbf{Y}^\circ}{\text{Argmin}} \ \left\| \Lambda \odot \left( \mathbf{Y}^\circ \Psi^T \right) \right\|_{\ell_1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^\circ \Phi\|_F^2, \quad (4)$$

où  $\Lambda$  contient des paramètres de régularisation/repondération (termes strictement positifs). Cette étape peut être résolue efficacement grâce à l'utilisation d'algorithmes proximaux accélérés, typiquement un FISTA repondéré.

(ii) **Séparation de sources** : Une fois reconstruits les composantes du mélange  $\hat{\mathbf{Y}}^\circ$ , on peut retrouver  $\hat{\mathbf{X}}$  à partir d'une inversion classique  $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{A}^{-1} \hat{\mathbf{Y}}^\circ$  puisque  $\mathbf{A}$  est inversible.

Malgré sa simplicité, cette approche 2-temps souffre d'un inconvénient majeur : si les composantes du mélange  $\mathbf{Y}^\circ$  ne sont pas parfaitement estimées (en particulier pour  $M$  faible et en présence de bruit), les erreurs d'estimation seront fortement amplifiées lors de l'étape d'inversion, la matrice  $\mathbf{A}$  étant relativement mal conditionnée (voir [16]). Ces erreurs peuvent avoir un impact néfaste sur la qualité de reconstruction globale.

### 3.2 Reconstruction parcimonieuse conjointe

Une approche plus efficace consiste à s'atteler aux deux problèmes simultanément. La procédure de reconstruction ainsi généralisée correspond au problème de minimisation suivant :

$$\hat{\mathbf{X}} = \underset{\mathbf{X}}{\text{Argmin}} \quad \left\| \Lambda \odot (\mathbf{X}\Psi^T) \right\|_{\ell_1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\Phi\|_F^2, \quad (5)$$

qui peut être résolu en pratique également à travers un algorithme accéléré tel qu'un FISTA repondéré.

### 3.3 Reconstruction parcimonieuse contrainte

Il est possible d'améliorer encore la précision de reconstruction en imposant des contraintes additionnelles sur le signal reconstruit, qui vont refléter les contraintes physiques spécifiques de l'imagerie polarimétrique active, notamment la positivité des composantes d'intensité  $\mathbf{x}_S$  et  $\mathbf{x}_P$ , mais aussi l'inégalité suivante  $\mathbf{x}_S \succeq \mathbf{x}_P$ . Le problème de reconstruction  $\ell_1$  repondéré incluant ces contraintes physiques peut se mettre sous la forme :

$$\hat{\mathbf{X}} = \underset{\mathbf{X}}{\text{Argmin}} \quad \left\| \Lambda \odot (\mathbf{X}\Psi^T) \right\|_{\ell_1} + i_{\mathbf{X}_{\geq 0}}(\mathbf{X}) + i_{\mathbf{D}\mathbf{X}_{\geq 0}}(\mathbf{X}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\Phi\|_F^2, \quad (6)$$

où  $i_{\mathbf{X}_{\geq 0}}(\mathbf{X})$  représente la fonction indicatrice de l'orthant positif  $\{\mathbf{X}; \forall i, j, [\mathbf{X}]_{ij} \geq 0\}$  et  $i_{\mathbf{D}\mathbf{X}_{\geq 0}}(\mathbf{X})$  celle de l'ensemble convexe  $\{\mathbf{X}; \forall i, j, [\mathbf{D}\mathbf{X}]_{ij} \geq 0\}$  où  $\mathbf{D} = [1, -1]$ . Étant composé d'une somme de pénalisations convexes, ce problème ne peut être résolu directement par un algorithme accéléré type FISTA, et a été implémenté via une approche *Generalized Forward Backward* (GFB) [17]. Le détail de cet algorithme appliqué au problème considéré est donné en [16]. Il consiste à appliquer, à chaque itération, les différentes pénalisations ou contraintes indépendamment sur des variables intermédiaires (via des opérateurs proximaux spécifiques [16]) et à effectuer une moyenne pondérée de celles-ci pour mettre à jour l'estimation des composantes de polarisation reconstruites. Ces différentes approches de reconstruction nécessitent un réglage optimisé des paramètres des algorithmes, détaillé en [16].

## 4 Résultats de simulation

Pour comparer les performances de reconstruction de ces algorithmes, nous avons utilisé un signal polarimétrique test synthétique (1D dans un premier temps). Pour un taux de compression de 40 %, la figure 2 montre l'évolution du PSNR du

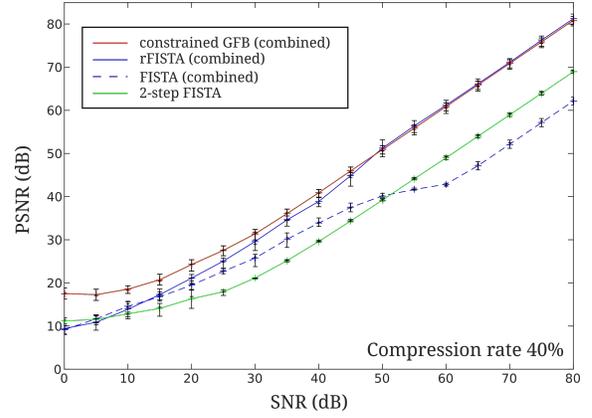


FIGURE 2 – Évolution du PSNR du signal  $\hat{\mathbf{X}}$  (cas 1D) reconstruit avec différents algorithmes, en fonction du SNR.

signal reconstruit en fonction du rapport signal à bruit (SNR) des données d'acquisition simulées. On peut remarquer que le PSNR obtenu avec tous les algorithmes évolue globalement linéairement en fonction du SNR pour des valeurs de SNR importantes. Pour des valeurs intermédiaires ( $10 \text{ dB} < \text{SNR} < 50 \text{ dB}$ ), l'approche 2-temps s'avère moins performante que l'implémentation la plus simple de l'approche conjointe (FISTA, sans repondération). En revanche, l'apport de la repondération sur cet algorithme est clair, puisque la reconstruction combinée repondérée (*combined-rFista*) permet d'obtenir un gain asymptotique d'environ 12 dB sur le PSNR par rapport à l'approche 2-temps. Enfin, l'apport des contraintes physiques imposées dans l'algorithme GFB s'avère intéressant surtout dans les situations bruitées, à faible SNR ( $\text{SNR} < 50 \text{ dB}$ ), où un gain d'environ 10 dB est obtenu pour  $\text{SNR} = 0 \text{ dB}$ . Ces résultats, suffisant pour démontrer l'intérêt des approches conjointes proposées dans ce travail, sont détaillés dans [16], ainsi que l'influence du taux de compression et des erreurs sur les coefficients de la matrice  $\mathbf{A}$ .

Enfin, nous présentons un exemple de reconstruction d'image de contraste polarimétrique (OSC) sur un scénario d'imagerie réaliste. Nous avons considéré une image d'intensité totale  $\mathbf{x}_T$  (*cameraman*) de taille  $N = 512 \times 512$  (voir Fig. 3). Les composantes polarimétriques  $\mathbf{x}_S$  et  $\mathbf{x}_P$  ont été générées synthétiquement de façon à ce que la carte d'OSC vraie révèle quatre objets dissimulés dans l'image, sur un fond globalement dépolarisant. Le résultat de reconstruction des images  $\mathbf{x}_T$  et *OSC* est fourni également en Fig. 3 où nous avons considéré l'approche conjointe avec repondération (*rFISTA*). L'image d'intensité totale est presque parfaitement reconstruite, comme le ferait un système de caméra à un pixel (SPC). Les quatre objets demeurent invisibles bien sûr sur cette image reconstruite. En revanche, la carte d'OSC reconstruite révèle clairement la présence de ces quatre objets grâce à leur contraste polarimétrique par rapport au fond, contraste polarimétrique qui est relativement bien estimé sur ces objets bien que d'importantes erreurs de reconstruction sur l'OSC surviennent dans les régions les plus sombres de l'image.

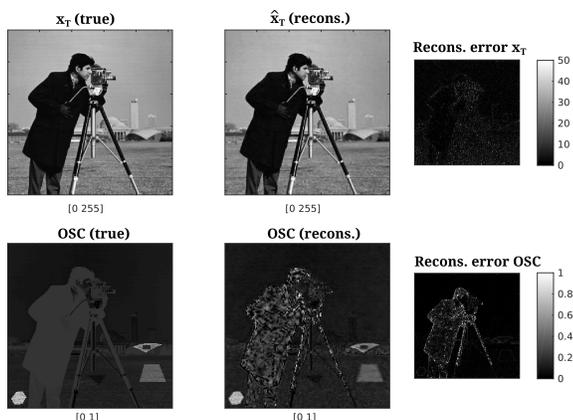


FIGURE 3 – Exemple de reconstruction d’une image polarimétrique réaliste de  $512 \times 512$  pixels à un taux de compression de 40 %. Première ligne : image d’intensité totale vraie  $x_T$ , reconstruction  $\hat{x}_T$  et erreur. Deuxième ligne : vraie image d’OSC, OSC reconstruit et erreur.

## 5 Conclusion

Nous avons proposé un montage original d’imagerie polarimétrique par détection comprimée combinant une extrême simplicité avec de nombreux avantages pratiques (pas de besoin de composants polarimétriques, série d’acquisition unique, exploitation de la totalité de la lumière parvenant sur le DMD) et reposant uniquement sur la disparité des coefficients de réflexion sur les micro-miroirs du DMD pour deux directions de polarisation. Nous avons proposé différents algorithmes de reconstruction permettant avantageusement de résoudre les problèmes de reconstruction CS et de séparation de sources qui se retrouvent mêlés dans ce schéma de détection original. Les simulations présentées permettent de démontrer l’intérêt de ces approches et de valider la possibilité d’utiliser un tel montage pour obtenir des cartographies de contraste polarimétrique par détection comprimée.

## Références

[1] R. G. Baraniuk. Single-pixel imaging via compressive sampling. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008.

[2] W. Lam Chan, K. Charan, D. Takhar, K. F Kelly, R. G. Baraniuk, and Daniel M Mittleman. A single-pixel terahertz imaging system based on compressed sensing. *Applied Physics Letters*, 93(12) :121105, 2008.

[3] A. Wagadarikar, R. John, R. Willett, and D. Brady. Single disperser design for coded aperture snapshot spectral imaging. *Applied optics*, 47(10) :B44–B51, 2008.

[4] A. Asensio Ramos and A. López Ariste. Compressive sensing for spectroscopy and polarimetry. *arXiv*, 509 :A49, January 2010.

[5] V. Studer, J. Bobin, M. Chahid, H. S. Mousavi, E. Candes, and M. Dahan. Compressive fluorescence microscopy for

biological and hyperspectral imaging. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(26) :E1679–E1687, 2012.

- [6] Y. August and A. Stern. Compressive sensing spectrometry based on liquid crystal devices. *Optics letters*, 38(23) :4996–4999, 2013.
- [7] A. Liutkus, D. Martina, S. Popoff, G. Chardon, O. Katz, G. Lerosey, S. Gigan, L. Daudet, and I. Carron. Imaging With Nature : A Universal Analog Compressive Imager Using a Multiply Scattering Medium. *ArXiv e-prints*, September 2013.
- [8] F. Goudail and Ph. Réfrégier. *Statistical image processing techniques for noisy images : an application oriented approach*. Kluwer, New York, 2004.
- [9] J. Desroches, D. Pagnoux, F. Louradour, and A. Barthélémy. Fiber-optic device for endoscopic polarization imaging. *Opt. Lett.*, 34(21) :3409–3411, Nov 2009.
- [10] A. Bénérière, M. Alouini, F. Goudail, and D. Dolfi. Design and experimental validation of a snapshot polarization contrast imager. *Appl. Opt.*, 48(30) :5764–5773, 2009.
- [11] J. Fade, M. Roche, and M. Alouini. Computational polarization imaging from a single speckle image. *Optics Letters*, 88(3), 2012.
- [12] V. Durán, P. Clemente, M. Fernández-Alonso, E. Tajahuerce, and J. Lancis. Single-pixel polarimetric imaging. *Optics letters*, 37(5) :824–826, 2012.
- [13] F. Soldevila, E. Irlés, V. Durán, P. Clemente, M. Fernández-Alonso, E. Tajahuerce, and J. Lancis. Single-pixel polarimetric imaging spectrometer by compressive sensing. *Applied Physics B*, 113(4) :551–558, 2013.
- [14] S. S. Welsh, M. P. Edgar, R. Bowman, B. Sun, and M. J. Padgett. Near video-rate linear stokes imaging with single-pixel detectors. *Journal of Optics*, 17(2) :025705, 2015.
- [15] C. Fu, H. Arguello, B. M. Sadler, and G. R. Arce. Compressive spectral polarization imaging by a pixelized polarizer and colored patterned detector. *J. Opt. Soc. Am. A*, 32(11) :2178–2188, Nov 2015.
- [16] J. Fade, E. Perrotin, and J. Bobin. Two-pixel polarimetric camera by compressive sensing. *submitted to IEEE Tran. on Comput. Imaging*, HAL preprint : hal-01546101, 2017.
- [17] H. Raguét, J. Fadili, and G. Peyre. A Generalized Forward-Backward Splitting. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 6(3) :1199–1226, 2013.