

Reconstruction d’horizons sismiques sur supports imbriqués par transformations d’espace

Salma DOGHRAJI¹, Marc DONIAS¹, Sébastien GUILLON²

¹Univ. Bordeaux, IMS, UMR 5218, F-33400, Talence, France
CNRS, IMS, UMR 5218, F-33400, Talence, France
Bordeaux INP, IMS, UMR 5218, F-33400, Talence, France

²TOTAL, CSTJF, Avenue Larribau, 64000 Pau, France

{Salma.Doghraji,Marc.Donias}@ims-bordeaux.fr, Sebastien.Guillon@total.com

Résumé – Dans le cas de géométries ou d’environnements complexes, la reconstruction d’un horizon sismique nécessite des approches interactives respectant des points de passage en nombre indéterminé a priori. Parmi les différentes méthodes existantes et prenant en compte des contraintes de valeur, seul un algorithme basé sur la résolution par parties quadrangulaires juxtaposées d’une équation aux dérivées partielles conduit à des reconstructions dans un temps compatible avec l’interaction. Il requiert cependant de nombreux points de passage et son caractère local le rend peu robuste au bruit. Nous proposons dans ce papier une approche incrémentale et rapide prenant en compte de manière progressive des polygones de points de passage qui définissent des régions imbriquées. Des transformations d’espace de Schwarz-Christoffel et de Möbius sont mises en œuvre et permettent d’obtenir des reconstructions quasi-globales respectant au fur et à mesure l’ensemble des contraintes. Les résultats obtenus sur une image sismique réelle montrent l’intérêt de notre approche.

Abstract – In the context of complex geometries or environments, the reconstruction of seismic horizons requires the use of interactive approaches with respect to any number of passing points constraints. The only algorithm which respects these constraints and provides a result in reasonable time in comparison with the interaction is based on the solution of a partial derivative equation on juxtaposed quadrangular regions. However, this method requires the use of many passing points. Moreover, its local nature makes it noise sensitive. In this paper, we propose an incremental and fast reconstruction method which progressively respects polygons defined by the passing points that describe imbricated regions. Schwarz-Christoffel and Möbius space transformations lead quasi-global reconstructions in respect to all the constraints. Results on a real seismic image show the use of our method.

1 Introduction

Les images sismiques sont des textures directionnelles linéiques représentant un empilement de couches sédimentaires. Une des étapes clés lors du processus d’interprétation est la reconstruction des frontières de ces couches qui sont appelées horizons sismiques. Les méthodes de reconstruction décrites dans la littérature concernent des approches basées sur une mesure de similarité de forme [1, 2] et d’autres, plus nombreuses, basées sur la minimisation d’une équation aux dérivées partielles (EDP) non-linéaire [3, 4, 5, 6].

En présence de bruit d’acquisition, de régions chaotiques, de failles sismiques ou de géométries complexes, seules des méthodes supervisées permettant la prise en compte interactive et rapide de contraintes sous la forme de nombreux points de passage conviennent. Dans ce contexte, Zinck *et al.* [7] ont proposé une approche dans laquelle le domaine de reconstruction est défini par l’enveloppe polygonale convexe des points de passage. Par triangulation de Delaunay, le domaine est tout d’abord subdivisé en parties triangulaires qui sont à leur tour décomposées en parties quadrangulaires. Chaque quadrangle fait alors l’objet d’une reconstruction locale rapide dans le domaine de Fourier par changement d’espace. La méthode présente des défauts liés à son caractère local : la robustesse au bruit est dépendante des dimensions des domaines quadrangulaires tandis que la continuité des dérivées des reconstructions partielles n’est pas assurée à leurs frontières. Par ailleurs, la rapidité de l’approche dépend en pratique du nombre de quadrangles nouveaux ou à reconstruire induits par l’ajout ou

la modification de toute contrainte. Enfin, la méthode souffre d’une relative instabilité : la prise en compte d’un seul nouveau point de passage peut parfois conduire à la modification de l’ensemble des reconstructions partielles déjà calculées. Nous avons proposé dans [8] la reconstruction sur le domaine polygonal simplement connexe défini par les contraintes en utilisant des transformations d’espace de Schwarz-Christoffel. Présentant un caractère global et davantage robuste au bruit, l’approche est cependant moins rapide et requiert d’ordonner les points de passage. Ceux-ci ne peuvent pas être imposés à l’intérieur du domaine de reconstruction mais permettent néanmoins de définir précisément les contours du domaine de reconstruction, notamment pour exclure les régions de failles sismiques.

La nouvelle approche proposée dans ce papier est incrémentale et consiste à prendre en compte des points de passage de manière progressive sous la forme de polygones imbriqués. Le premier polygone fait tout d’abord l’objet de la reconstruction déjà présentée dans [8]. Ensuite, chaque ajout de polygone conduit à une reconstruction rapide sur une couronne à l’aide d’une chaîne de transformations d’espace de Schwarz-Christoffel entre régions doublement connexes. Étendant le domaine total sans modifier les reconstructions déjà effectuées, la démarche est en ce sens stable et peut être qualifiée de quasi-globale.

Dans la suite du papier, nous présentons tout d’abord le schéma de reconstruction d’horizon sismique associé à une transformation d’espace. La section 3 décrit ensuite l’approche proposée et notamment les transformations de Schwarz-

Christoffel mises en oeuvre. Dans la section 4, nous présentons les résultats obtenus sur une donnée sismique réelle en les comparant à ceux issus de la méthode des quadrangles [7] avant de conclure.

2 Reconstruction d'horizon sismique

Dans une image sismique, tout horizon sismique peut être représenté par une surface explicite τ_1 orthogonale en tout point à son champ d'orientation \mathbf{n} [6]. Dans un espace vectoriel à N -dimensions, τ_1 vérifie une EDP reliant le gradient $\nabla\tau_1$ sur le domaine Ω_1 au vecteur des pentes \mathbf{p}_1 déduit du champ d'orientations \mathbf{n} [5] :

$$\forall \mathbf{x}^1 = (x_1^1, \dots, x_{N-1}^1) \in \Omega_1, \nabla\tau_1(\mathbf{x}^1) = \mathbf{p}_1(\mathbf{x}^1, \tau_1(\mathbf{x}^1)). \quad (1)$$

où $\forall i \in [1, N-1]$,

$$p_{1,i} = -\frac{n_i(\mathbf{x}^1)}{n_N(\mathbf{x}^1)} \quad (2)$$

L'horizon sismique est reconstruit en résolvant un problème d'optimisation non-linéaire sous contraintes en recherchant la fonctionnelle g de classe \mathcal{C}^2 :

$$\tau_1 = \operatorname{argmin}_{g \in \mathcal{C}^2} \int_{\Omega_1} \|\nabla g(\mathbf{x}^1) - \mathbf{p}_1(\mathbf{x}^1, g(\mathbf{x}^1))\|^2. \quad (3)$$

Après linéarisation, la solution est obtenue par un procédé itératif dont le terme de mise à jour est une équation de Poisson. Dans le cas général, la minimisation du terme de l'équation 3 est effectuée par des méthodes matricielles de complexité calculatoire cubique tandis que, dans le cas particulier d'un domaine rectangulaire, la solution s'obtient de manière rapide par transformées de Fourier avec une complexité quasi-linéaire.

Lorsqu'un changement d'espace bijectif \mathcal{F} allant de \mathbf{x}^1 à \mathbf{x}^2 est requis (transformation d'une forme implicite en une forme explicite, changement de domaine, etc.), une reconstruction s'obtient [11] à partir de l'équation (1) exprimée dans l'espace transformé :

$$\forall \mathbf{x}^2 \in \Omega_2, \nabla\tau_2(\mathbf{x}^2) = \mathbf{p}_2(\mathbf{x}^2, \tau_2(\mathbf{x}^2)), \quad (4)$$

Le vecteur des pentes est déduit des composantes des orientations $n_j(\mathcal{F}^{-1}(\mathbf{x}^2))$ dans le domaine initial :

$$\forall i \in [1, N-1], p_{2,i} = -\frac{\sum_{j=1}^N \frac{\partial x_j^1}{\partial x_i^2}(\mathbf{x}^2) \cdot n_j(\mathcal{F}^{-1}(\mathbf{x}^2))}{\sum_{j=1}^N \frac{\partial x_j^N}{\partial x_i^2}(\mathbf{x}^2) \cdot n_j(\mathcal{F}^{-1}(\mathbf{x}^2))}, \quad (5)$$

Dans le cas d'une chaîne de M transformations d'espace bijectives $\mathcal{F} = f_1 \circ \dots \circ f_M$ allant de \mathbf{x}^1 à \mathbf{x}^{M+1} , les composantes du vecteur des pentes s'écrivent :

$$\forall i \in [1, N-1], p_{M+1,i} = -\frac{n_i^{M+1}(\mathbf{x}^{M+1})}{n_N^{M+1}(\mathbf{x}^{M+1})}, \quad (6)$$

où $\mathbf{x}^i = (f_M \circ \dots \circ f_i)^{-1}(\mathbf{x}^{M+1})$. Le vecteur d'orientations s'exprime par :

$$\mathbf{n}^{M+1} = \mathcal{J}_{M+1}^M(\mathbf{x}^{M+1}) \times \mathcal{J}_M^{M-1}(\mathbf{x}^M) \dots \times \mathcal{J}_2^1(\mathbf{x}^2) \times \mathbf{n}(\mathbf{x}^1), \quad (7)$$

et fait intervenir les Jacobiens \mathcal{J}_{i+1}^i des transformations d'espace inverses f_i^{-1} $_{i \in [1, M]}$:

$$\forall i \in [1, M], \mathcal{J}_{i+1}^i = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1^i}{\partial x_1^{i+1}} & \dots & \frac{\partial x_N^i}{\partial x_1^{i+1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_1^i}{\partial x_N^{i+1}} & \dots & \frac{\partial x_N^i}{\partial x_N^{i+1}} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

3 Transformations d'espace

Dans l'approche proposée, les points de passage définissent des polygones imbriqués (figure 1) pris en compte dans la reconstruction de manière incrémentale sous la forme de contraintes de valeurs. Le polygone dit intérieur, délimitant la région de plus petite aire, donne lieu à une première reconstruction [8]. Les autres polygones sont considérés de manière progressive dans l'ordre croissant des aires des régions qu'ils délimitent. Le domaine de reconstruction est alors étendu de manière continue sous la forme de couronnes délimitées chacune par le polygone courant dit extérieur et le polygone précédent dit intérieur.

Les transformations d'espaces de Schwarz-Christoffel simplement et doublement connexes mises en oeuvre dans les différentes étapes de l'approche sont présentées dans le prochain paragraphe tandis que le procédé complet de reconstruction sur une couronne est explicité dans le paragraphe suivant.

3.1 Transformations de Schwarz-Christoffel

Soit P un polygone défini par ses sommets w_1, w_2, \dots, w_K associés chacun à un angle extérieur $-\beta_k\pi$, la transformation de Schwarz-Christoffel (SC) simplement connexe définit [9] une transformation conforme du disque unité D en polygone P comme suit :

$$\forall z \in D, f_P(z) = a + c \int_0^z \prod_{k=1}^K (1 - \frac{s}{z_k})^{\beta_k} ds, \quad (9)$$

où $a, c \in \mathbb{C}$ et $\{z_k\}_{k=[1, K]}$ sont les pré-images des sommets de P .

La transformation de SC peut être étendue aux régions doublement connexes.

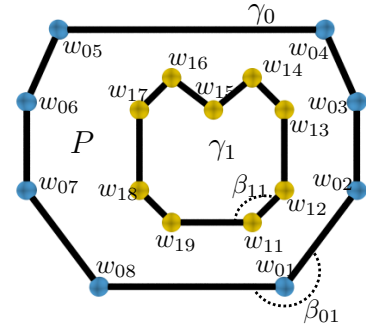


FIGURE 1 – Région doublement connexe P définie par le polygone intérieur γ_1 et extérieur γ_0

Soit P le polygone doublement connexe délimité par un polygone extérieur $\gamma_0 = w_{01}, w_{02}, \dots, w_{0L}$ et un polygone intérieur $\gamma_1 = w_{11}, w_{12}, \dots, w_{1K}$ (figure 1), il existe [10] un unique nombre $\mu > 0$ garantissant une transformation conforme de l'anneau $A_\mu = \{z \mid \mu < |z| < 1\}$ vers P . En posant $\Theta(z, \mu) = \prod_{j=1}^{\infty} (1 - \mu^{2j-1}z)(1 - \mu^{2j-1}z^{-1})$, cette transformation s'exprime par :

$$\forall z \in A, f_{P,\mu}(z) = a + c \int_0^z \prod_{k=1}^L (\Theta(\frac{s}{\mu z_{0k}}))^{\beta_{0k}} \prod_{k=1}^K (\Theta(\frac{\mu s}{z_{1k}}))^{\beta_{1k}} ds, \quad (10)$$

où $a, c \in \mathbb{C}$, $\beta_{0k}, z_{0k}, \beta_{1k}, z_{1k}$ sont respectivement les angles et les pré-sommets de γ_0 et de γ_1 .

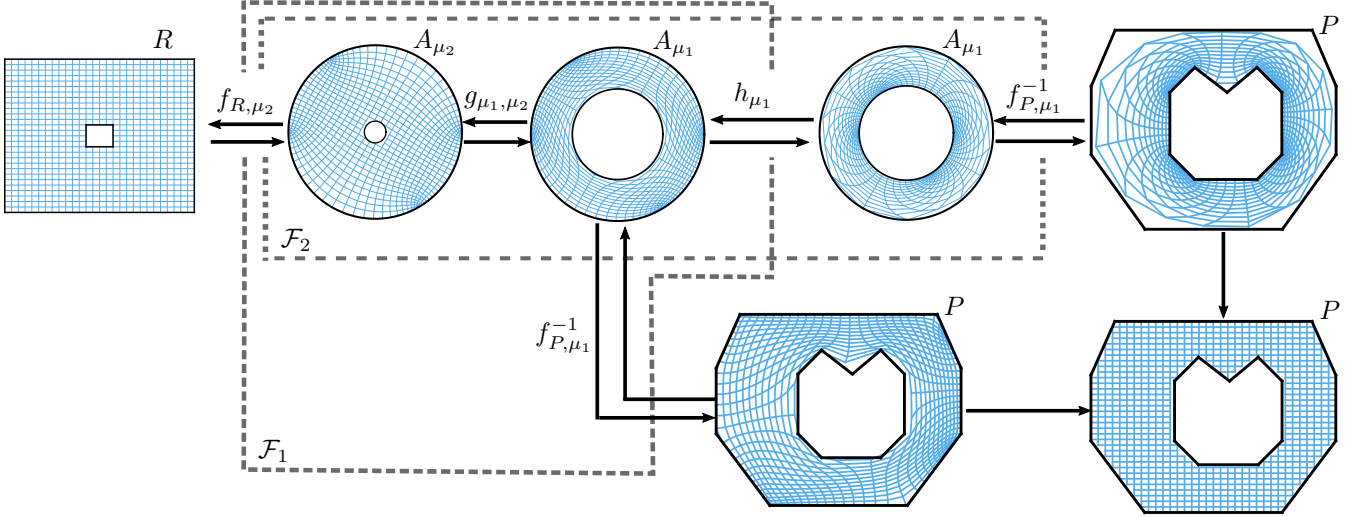


FIGURE 2 – Chaîne de transformations d’espace du support polygonal délimité par P en support rectangulaire défini par R avec (\mathcal{F}_2) et sans (\mathcal{F}_1) inversion

La transformation de SC étant inversible, son inverse $f_{P,\mu}^{-1}$ transforme un polygone doublement connexe P en anneau A_μ . Notons que le paramètre μ est intrinsèque au polygone choisi. Aussi, en dehors de cas particuliers, deux polygones distincts correspondent à des anneaux de rayon intérieur différents.

3.2 Chaîne de transformations pour la reconstruction d’une couronne

Le schéma de résolution rapide dans le domaine de Fourier de l’équation 3 concerne des contraintes exprimées sous la forme d’un point de passage unique ou de frontière extérieure. Étant donné que la reconstruction d’une couronne doit respecter à la fois les polygones extérieur et intérieur, l’approche proposée met en œuvre deux voies de résolution (figure 2) respectant alternativement chacun des polygones.

La première reconstruction se fait par le biais d’une chaîne de transformations d’espace notée \mathcal{F}_1 qui permet de transformer la région doublement connexe P , délimitée par les contraintes de point de passage, en domaine rectangulaire doublement connexe R . La chaîne \mathcal{F}_1 donne lieu à une reconstruction respectant les contraintes sur la frontière extérieure de P . Elle se compose de trois transformations :

- une transformation de SC inverse f_{P,μ_1}^{-1} du polygone P en anneau A_{μ_1} ,
- une transformation intermédiaire de l’anneau A_{μ_1} en A_{μ_2} qu’on notera g_{μ_1,μ_2} . Il s’agit d’une transformation de Möbius qui s’exprime par :

$$z(\rho_1, \theta_1) \mapsto z(\rho_2, \theta_2) = \left(\frac{\rho_1 - \mu_1}{1 - \mu_1} (1 - \mu_2) + \mu_2, \theta_1 \right) \quad (11)$$

- une transformation de SC directe f_{R,μ_2} de l’anneau A_{μ_2} en rectangle de resolution R .

et s’écrit :

$$\mathcal{F}_1 = f_{R,\mu_2} \circ g_{\mu_1,\mu_2} \circ f_{P,\mu_1}^{-1} \quad (12)$$

La seconde reconstruction se fait par le biais d’une chaîne de transformations d’espace notée \mathcal{F}_2 semblable à \mathcal{F}_1 qui permet également le passage au domaine rectangulaire doublement connexe R . La chaîne \mathcal{F}_2 donne lieu à une reconstruction respectant les contraintes sur la frontière intérieure de P en intercalant une transformation de Möbius supplémentaire

$h_{\mu_1} : z \mapsto \mu_1/z$ de l’anneau A_{μ_1} en anneau de rayon extérieur unitaire et rayon intérieur μ_1 (figure 2) qui inverse les contraintes extérieure et intérieure. La chaîne \mathcal{F}_2 s’exprime par :

$$\mathcal{F}_2 = f_{R,\mu_2} \circ g_{\mu_1,\mu_2} \circ h_{\mu_1} \circ f_{P,\mu_1}^{-1} \quad (13)$$

Les deux reconstructions sont combinées de sorte à respecter à la fois les contraintes intérieures et extérieures de P . A cette fin, chaque nœud des deux grilles de résolution est pondéré selon une fonction décroissante allant de 1 sur la frontière de la contrainte respectée à 0 sur la frontière opposée.

4 Résultats

L’approche proposée est confrontée à la méthode des quadrangles dans le cas d’une image sismique réelle $400 \times 350 \times 400$ qui comporte des structures chenalisantes complexes.

Les points de passages (figure 4) définissent deux polygones imbriqués : le polygone intérieur à 9 sommets est concave tandis que le polygone extérieur à 8 sommets est convexe. Le champ d’orientation est estimé par la méthode classique du tenseur de structure [12, 13] avec des écarts-type égaux respectivement à 1 et 2 pour l’estimation du champ de gradients et le calcul de la matrice d’autocorrélation. Les reconstructions sont effectuées à l’aide de 40 itérations dans le domaine de Fourier.

Pour l’approche proposée, le domaine intérieur associé au premier polygone est tout d’abord reconstruit sur 180×180 points d’échantillonnage. Dans un second temps, la couronne délimitée par les deux polygones est reconstruite sur 160×205 points d’échantillonnage. Pour la méthode des quadrangles, le nombre de points d’échantillonnage de chaque partie quadrangulaire est imposé par la longueur maximale des côtés [11].

La figure 3 fait apparaître les quadrangles issus de la triangulation de Delaunay en utilisant respectivement comme contraintes les sommets du polygone intérieur concave (figure 3.a) et des deux polygones (figure 3.b). Comme attendu, l’ensemble des parties quadrangulaires forme une région convexe incluant des quadrangles supplémentaires (en rouge). Il est à noter que, sur cet exemple, les quadrangles définis par les sommets du polygone intérieur appartiennent à l’ensemble de ceux définis par les sommets des deux polygones (figure 3.b).

La figure 4 montre les structures chenalisantes reconstruites par les deux étapes de notre méthode. Les reconstructions des

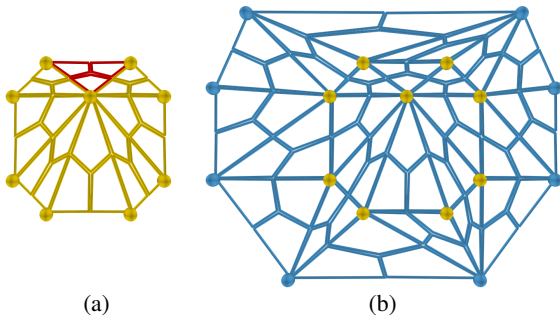


FIGURE 3 – Quadrangles issus des points de passage du polygone intérieur (a) et de l'ensemble des polygones (b)

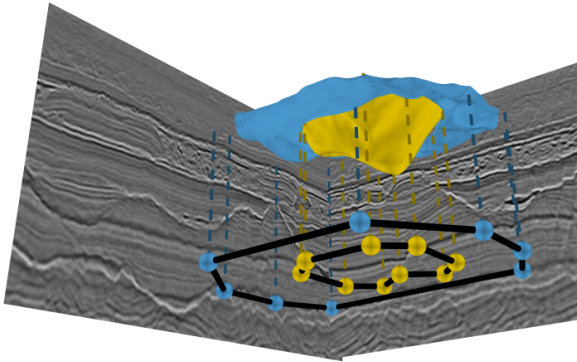


FIGURE 4 – Polygones de contraintes et horizons sismiques reconstruits respectivement sur le domaine intérieur (en jaune) et sur la couronne (en bleu)

deux approches comparées sont représentées (figure 5) sur une section de la donnée sismique. Il apparaît que la reconstruction obtenue par la méthode des quadrangles s'éloigne sensiblement de l'horizon visible recherché tandis que notre méthode reconstruit au plus près sa géométrie. La différence absolue entre les reconstructions (figure 6) met en évidence des différences significatives sur tout le domaine de reconstruction.

5 Conclusion et perspectives

Nous avons proposé dans ce papier une méthode incrémentale rapide de reconstruction d'horizons sismiques sur supports imbriqués sous contrainte de points de passage. L'approche met en œuvre la minimisation d'une équation aux dérivées partielles et des transformations d'espace de Schwarz-Christoffel simple et doublement connexes ainsi que des transformations de Möbius. Les résultats obtenus montrent des reconstructions plus proches des horizons visibles que par la méthode des quadrangles. Un des axes de poursuite concerne

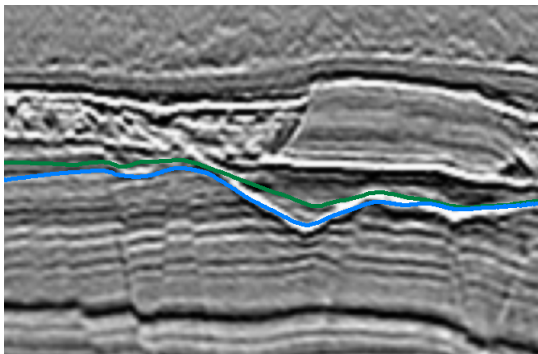


FIGURE 5 – Horizon sismique reconstruit sur le domaine extérieur (en bleu) et par la méthode des quadrangles (en vert)

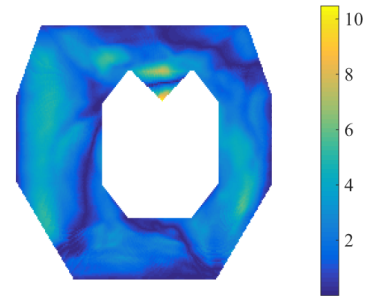


FIGURE 6 – Différence absolue de reconstruction (en pixels) entre la méthode des quadrangles et la méthode proposée

la régularité des différentes grilles d'échantillonnage qui sont fortement dépendantes des points de passage.

Références

- [1] H.G. Borgos, T. Skov et T. Randen. *Automated geometry extraction from 3D seismic data*. 73rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pp. 1541-1544, 2003.
- [2] F. Pauget, S. Lacaze et T. Valding. *A global approach in seismic interpretation based on cost function minimization*. Society of Exploration Geophysicists, vol.28, n.1, pp.2592-2596, 2009.
- [3] M. Kass, A. Witkin et D. Terzopoulos. *Snakes : Active contour models*. International journal of computer vision, vol.1, n.4, pp.321-331, 1988.
- [4] S. Osher et J.A. Sethian. *Fronts propagating with curvature-dependent speed : algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations*. Journal of computational physics, vol.79, n.1, pp.12-49, 1988.
- [5] J. Lomask, A. Guitton et al.. *Flattening with geological constraints*. 2006 SEG Annual Meeting. Society of Exploration Geophysicists, pp.1053-1057, 2006.
- [6] G. Zinck. *Reconstruction d'hypersurfaces de champs de normales sous contraintes – Application à l'analyse stratigraphique des images sismiques*. Thèse de doctorat, Univ. Bordeaux, 2009.
- [7] G. Zinck, M. Donias, J. Daniel et O. Laviaille. *Local dip transformation for fast seismic horizon reconstruction*. International Conference on Image and Signal Processing, pp.2368-2372, 2013.
- [8] S. Doghraji et M. Donias. *Seismic horizon reconstruction on polygonal domains using the Schwarz-Christoffel transformation*. International Conference on Image and Signal Processing, pp.4057-4061, 2016.
- [9] T.A. Driscoll et L.N. Trefethen. *Schwarz-Christoffel Mapping*. Cambridge Monographs on applied and Computational Mathematics, 2002.
- [10] P. Henrici. *Applied and computational complex analysis. Vol. 3 : discrete Fourier analysis - Cauchy integrals - construction of conformal maps and univalent functions*. John Wiley & Sons, Inc., 1986.
- [11] G. Zinck, M. Donias et O. Laviaille. *N-Dimensional surface reconstruction from a noisy normal vector field*. 20th European Signal Processing Conference, pp. 395-399, 2012.
- [12] J. Bigun. *Optimal orientation detection of linear symmetry*. Linköping Univ., Sweden, 1986.
- [13] M. Donias. *Caractérisation de champs d'orientation par analyse en composantes principales et estimation de la courbure. Application aux images sismiques*. Thèse de doctorat, Univ. Bordeaux 1, 1999.