

Expression analytique du spectre pour les signaux multiporteuses : Impact conjoint des non-linéarités de l'amplificateur de puissance et de la fonction de prédistorsion

Ali CHEAITO¹, Matthieu CRUSSIÈRE² Jean-François HÉLARD², Yves LOUËT¹,

¹IETR / CentraleSupélec, Campus de Rennes, Ave. de la Boulaie, Cesson-Sévigne, France

²IETR / INSA de Rennes, 20 Ave. des Buttes de Coësmes, Rennes, France

{prénom.nom}@insa-rennes.fr, yves.louet@centralesupelec.fr

Résumé – Dans cet article, nous proposons de calculer l'expression analytique de la densité spectrale de puissance du signal multiporteuse à la sortie d'un amplificateur de puissance (AP) en considérant qu'une technique de prédistorsion est activée. En fait, cette expression analytique est très utile pour déterminer la configuration optimale de l'AP et la technique de prédistorsion qui permet d'obtenir l'efficacité énergétique maximale tout en satisfaisant les exigences de linéarité.

Abstract – The aim of this paper is to analytically evaluate the spectral regrowth at the output of a transmitter due to the nonlinear components such as the power amplifier (PA). Therefore, we derive the PSD of the amplified multicarrier signal taking into account the predistortion technique. In fact, this analytical expression is very useful to determine the optimal configuration of the PA and the predistortion technique that allows to obtain the maximum PA efficiency while satisfying the linearity requirements.

1 Introduction

L'efficacité énergétique de l'Amplificateur de Puissance (AP) joue un rôle clé dans l'efficacité énergétique de l'ensemble de la chaîne d'émission. Par exemple, l'AP représente 55 à 60% de la consommation d'énergie totale dans une station de base LTE pour des macro cellules. D'autre part, bien que l'efficacité énergétique de l'AP soit la métrique de conception principale, elle est contradictoire avec la linéarité de l'AP, en particulier lorsque des modulations multiporteuses sont utilisées.

Par conséquent, les concepteurs de systèmes souhaiteront utiliser avant l'amplificateur de puissance la prédistorsion, qui est l'une des techniques de linéarisation les plus prometteuses, dans une configuration qui offre une efficacité maximale tout en satisfaisant les exigences de linéarité. Une telle stratégie d'optimisation globale est réalisable si l'on dispose d'outils qui quantifient de manière appropriée les effets non linéaires sur le signal amplifié lorsque la prédistorsion est activée. Dans ce contexte, nous avons déjà quantifié dans [1] les distorsions dans la bande de transmission, mesurées par l'EVM (Error Vector Magnitude) lorsque la prédistorsion est activée. Cet article porte sur l'étude théorique des distorsions hors bande. Par conséquent, nous dérivons analytiquement la densité spectrale de puissance (DSP) du signal multiporteuse lorsque la prédistorsion est activée. En effet, grâce à notre expression analytique, nous prédisons la remontée spectrale à la sortie de l'AP qui provoque des interférences avec les canaux adjacents (ACI). Cette interférence est caractérisée par l'ACPR (Adjacent Chan-

nel Power Ratio) qui est défini par le rapport entre la puissance du signal interférant dans le canal adjacent sur la puissance du signal utile dans le canal principale. L'ACPR est une métrique couramment utilisée pour décrire la linéarité dans les systèmes de télécommunication modernes. En effet, la plupart des normes de communication sans fil telles que LTE, DVB, IEEE 802.11 et Bluetooth ont déjà spécifié leurs exigences en termes d'ACPR. Supposons maintenant que l'on cible l'efficacité maximale de l'AP par rapport à une contrainte ACPR spécifique. Sur la base de notre expression, nous pouvons trouver le point de fonctionnement optimal de l'AP et la configuration optimale de la prédistorsion qui maximisent l'efficacité de l'AP tout en satisfaisant les exigences de l'ACPR. Certains travaux comme [2–5] ont calculé la Densité Spectrale de Puissance (DSP) des signaux amplifiés en utilisant des statistiques d'ordre supérieur du signal, mais ces méthodes peuvent être extrêmement compliquées lorsque l'ordre polynomial est élevé. De plus, au mieux de notre connaissance, aucune expression analytique de la DSP ne tient compte de la technique de prédistorsion dans la littérature.

2 Description du système

En général, le modèle mathématique d'un signal à porteuses multiples modulé peut être décrit comme

$$x(t) = \Re[\tilde{x}(t)e^{j(2\pi f_0 t + \theta_0)}] \quad (1)$$

avec une enveloppe complexe, $\tilde{x}(t)$, donnée par

$$\tilde{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(t-nT) \sum_{p=1}^P B_{p,n} e^{j2\pi\Delta_{f_p}t} \quad (2)$$

où $\Delta_{f_p} = (p-1 - \frac{P-1}{2})\Delta_f$ et $B_{p,n} = A_{p,n}e^{j\Phi_{p,n}}$. Dans (2), P est le nombre de sous-porteuses, p est l'indice de la porteuse, n est l'indice du symbole, Δ_f est l'espacement entre deux sous-porteuses successives, f_0 est la fréquence centrale, θ_0 est la phase initiale de la sous-porteuse centrale, et $h(t)$ est la réponse impulsionnelle du filtre. Noter que Δ_{f_p} donne la position de la p -ème porteuse par rapport à la fréquence centrale et $B_{p,n}$ est le n -ème symbole sur la p -ème porteuse (module $A_{p,n}$, phase $\Phi_{p,n}$).

Dans cet article nous proposons d'utiliser le modèle polynomial d'AP et dont les caractéristiques s'expriment par la fonction de transfert, H_{AP} , suivante :

$$H_{AP}(\tilde{x}(t)) = \sum_{l=0}^L b_{2l+1} |\tilde{x}(t)|^{2l} \tilde{x}(t) \quad (3)$$

où $2L+1$ est l'ordre du modèle non linéaire et b_{2l+1} les coefficients polynomiaux non linéaires.

La prédistorsion consiste simplement à appliquer au signal une fonction H_{PD} qui doit idéalement être la fonction inverse de H_{AP} . La fonction de prédistorsion peut s'exprimer sous la forme d'un modèle polynomial et est donnée par

$$H_{PD}(\tilde{x}(t)) = \sum_{k=0}^K a_{2k+1} |\tilde{x}(t)|^{2k} \tilde{x}(t) \quad (4)$$

avec $2K+1$ étant l'ordre du modèle non linéaire et a_{2k+1} étant les coefficients polynomiaux non linéaires.

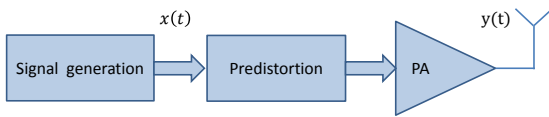


FIGURE 1 – Diagramme de la chaîne de transmission

2.1 Expression de la DSP avec prédistorsion

Pour calculer la DSP d'un signal $\tilde{y}(t)$

- Une fonction de densité de puissance bidimensionnelle, $\Gamma(f_1, f_2) = E[\tilde{Y}(f_1)\tilde{Y}^*(f_2)]$, est d'abord calculée où $\tilde{Y}(f) = \mathcal{F}(\tilde{y}(t))$.
- Ensuite, $\Gamma(f_1, f_2)$ est écrit sous la forme suivante $\Gamma(f_1, f_2) = P_{\tilde{y}}(f)\delta(f_1 - f_2) + \Delta(f_1, f_2)$ où $\Delta(f_1, f_2) = 0$ pour $f_1 = f_2$ et la DSP de \tilde{y} est donnée par $P_{\tilde{y}}(f)$.

Dans la suite, nous dérivons l'expression de la DSP des signaux multiporteuses amplifiés, en considérant qu'une technique de prédistorsion est activée. À partir des équations (2), (3) et (4), l'enveloppe complexe du signal de sortie de l'AP

peut être écrite comme

$$\tilde{y}(t) = \sum_{l=0}^L b_{2l+1} \left[\sum_{k=0}^K a_{2k+1} [\tilde{x}(t)]^{k+1} [\tilde{x}^*(t)]^k \right]^{l+1} \times \left[\sum_{k=0}^K a_{2k+1} [\tilde{x}(t)]^k [\tilde{x}^*(t)]^{k+1} \right]^l \quad (5)$$

En utilisant la formule du multinôme de Newton, (5) peut être écrit comme

$$\tilde{y}(t) = \sum_{l=0}^L b_{2l+1} l! (l+1)! \times \sum_{\substack{i_0+\dots+i_K=l+1 \\ i'_0+\dots+i'_K=l \\ i_k, i'_k \geq 0}} \left[\prod_{k=0}^K \frac{a_{2k+1}^{i_k} a_{2k+1}^{*i'_k}}{i_k! i'_k!} \right] [\tilde{x}(t)]^m [\tilde{x}^*(t)]^q \quad (6)$$

où

$$m = \sum_{k=0}^K (k+1)i_k + ki'_k \quad q = \sum_{k=0}^K ki_k + (k+1)i'_k. \quad (7)$$

Afin de simplifier le calcul, nous supposons que la durée de la réponse impulsionnelle du filtre $h(t)$ est limitée à $[-T/2, T/2]$. Dans cette condition et en utilisant la formule du multinôme de Newton, le terme $[\tilde{x}(t)]^m [\tilde{x}^*(t)]^q$ dans (6) peut être exprimé comme

$$\begin{aligned} [\tilde{x}(t)]^m [\tilde{x}^*(t)]^q &= m! q! \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h^{m+q}(t-nT) \quad (8) \\ &\times \sum_{\substack{s_1+\dots+s_P=m \\ s'_1+\dots+s'_P=q \\ s_p, s'_p \geq 0}} \left[\prod_{p=1}^P \frac{B_{p,n}^{s_p} B_{p,n}^{*s'_p} e^{j2\pi(s_p\Delta_{f_p} - s'_p\Delta_{f_p})t}}{s_p! s'_p!} \right] \\ &= m! q! \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h^{m+q}(t-nT) \\ &\times \sum_{\substack{s_1+\dots+s_P=m \\ s'_1+\dots+s'_P=q \\ s_p, s'_p \geq 0}} e^{j2\pi t(\sum_{p=1}^P s_p\Delta_{f_p} - s'_p\Delta_{f_p})} \left[\prod_{p=1}^P \frac{B_{p,n}^{s_p} B_{p,n}^{*s'_p}}{s_p! s'_p!} \right]. \end{aligned}$$

En remplaçant (8) en (6), puis en calculant la Transformée de Fourier de ce signal à la sortie de l'AP, nous obtenons

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(f) &= \sum_{l=0}^L b_{2l+1} l! (l+1)! \sum_{\substack{i_0+\dots+i_K=l+1 \\ i'_0+\dots+i'_K=l \\ i_k, i'_k \geq 0}} \left[\prod_{k=0}^K \frac{a_{2k+1}^{i_k} a_{2k+1}^{*i'_k}}{i_k! i'_k!} \right] \\ &\times q! m! \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{\substack{s_1+\dots+s_P=m \\ s'_1+\dots+s'_P=q \\ s_p, s'_p \geq 0}} e^{-j2\pi nT(f - \sum_{p=1}^P (s_p - s'_p)\Delta_{f_p})} \\ &\times \left[\prod_{p=1}^P \frac{B_{p,n}^{s_p} B_{p,n}^{*s'_p}}{s_p! s'_p!} \right] H_{m+q} \left(f - \sum_{p=1}^P (s_p - s'_p)\Delta_{f_p} \right) \quad (9) \end{aligned}$$

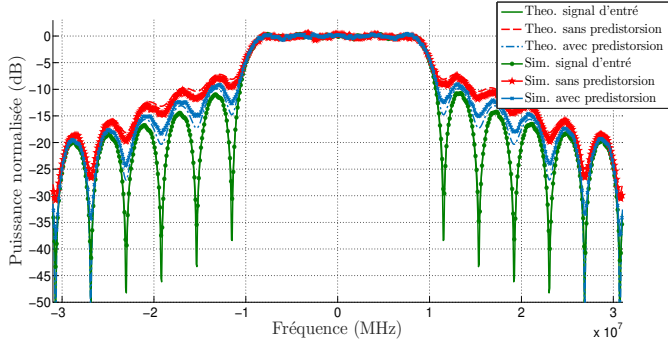


FIGURE 2 – DSP du signal amplifié avec et sans prédistorsion ce en utilisant la modulation 16-QAM avec $IBO = 1$ dB et $P = 5$.

Ensuite, nous calculons la fonction de densité de puissance bidimensionnelle défini comme

$$\begin{aligned}
 \Gamma(f_1, f_2) &= E[\tilde{Y}(f_1)\tilde{Y}^*(f_2)] \quad (10) \\
 &= \sum_{l, l'=0}^L b_{2l+1} b_{2l'+1}^* l! (l+1)! l'! (l'+1)! \\
 &\quad \sum_{\substack{i_0+\dots+i_K=l+1 \\ i'_0+\dots+i'_K=l \\ i_k, i'_k \geq 0}} \left[\prod_{k=0}^K \frac{a_{2k+1}^{i_k} a_{2k+1}^{*i'_k}}{i_k! i'_k!} \right] m! q! \\
 &\quad \sum_{\substack{n=-\infty \\ s_1+\dots+s_P=m \\ s'_1+\dots+s'_P=q \\ s_p, s'_p \geq 0}}^{+\infty} \sum_{\substack{s_1+\dots+s_P=m \\ s'_1+\dots+s'_P=q \\ s_p, s'_p \geq 0}} e^{-j2\pi nT(f_1 - \sum_{p=1}^P \beta_{s_p} \Delta f_p)} \\
 &\quad H_{m+q} \left(f_1 - \sum_{p=1}^P \beta_{s_p} \Delta f_p \right) \sum_{\substack{u_0+\dots+u_K=l'+1 \\ u'_0+\dots+u'_K=l' \\ u_k, u'_k \geq 0}} \left[\prod_{k=0}^K \frac{a_{2k+1}^{*u_k} a_{2k+1}^{u'_k}}{u_k! u'_k!} \right] \\
 &\quad m'! q'! \sum_{\substack{n'=-\infty \\ v_1+\dots+v_P=m' \\ v'_1+\dots+v'_P=q' \\ v_p, v'_p \geq 0}}^{+\infty} \sum_{\substack{v_1+\dots+v_P=m' \\ v'_1+\dots+v'_P=q' \\ v_p, v'_p \geq 0}} e^{+j2\pi n'T(f_2 - \sum_{p=1}^P \beta_{v_p} \Delta f_p)} \\
 &\quad H_{m'+q'}^* \left(f_2 - \sum_{p=1}^P \beta_{v_p} \Delta f_p \right) E \left[\prod_{p=1}^P \frac{B_{p,n}^{s_p} B_{p,n'}^{*s'_p} B_{p,n'}^{v_p} B_{p,n'}^{*v'_p}}{s_p! s'_p! v_p! v'_p!} \right]
 \end{aligned}$$

Où $\beta_{s_p} = s_p - s'_p$ et $\beta_{v_p} = v_p - v'_p$. Notons $n' = n - d$, et admettons la valeur estimée de (10) par $g(d)$. Ensuite, en utilisant la propriété suivante, (10) peut alors être écrit comme (12).

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi f n T} = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{n}{T}) \quad (11)$$

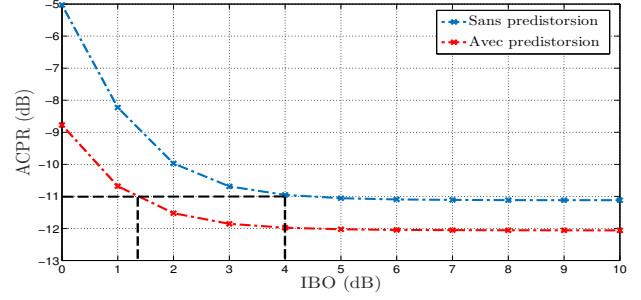


FIGURE 3 – L'ACPR en fonction de l'IBO pour les signaux amplifiés lorsque la prédistorsion est activée ou non avec $P = 2$.

$$\begin{aligned}
 \Gamma(f_1, f_2) &= \frac{1}{T} \sum_{l, l'=0}^L b_{2l+1} b_{2l'+1}^* l! (l+1)! l'! (l'+1)! \\
 &\quad \sum_{\substack{i_0+\dots+i_K=l+1 \\ i'_0+\dots+i'_K=l \\ i_k, i'_k \geq 0}} \left[\prod_{k=0}^K \frac{a_{2k+1}^{i_k} a_{2k+1}^{*i'_k}}{i_k! i'_k!} \right] m! q! \\
 &\quad \sum_{\substack{s_1+\dots+s_P=m \\ s'_1+\dots+s'_P=q \\ s_p, s'_p \geq 0}} H_{m+q} \left(f_1 - \sum_{p=1}^P \beta_{s_p} \Delta f_p \right) \\
 &\quad \sum_{\substack{u_0+\dots+u_K=l'+1 \\ u'_0+\dots+u'_K=l' \\ u_k, u'_k \geq 0}} \left[\prod_{k=0}^K \frac{a_{2k+1}^{*u_k} a_{2k+1}^{u'_k}}{u_k! u'_k!} \right] m'! q'! \\
 &\quad \sum_{\substack{v_1+\dots+v_P=m' \\ v'_1+\dots+v'_P=q' \\ v_p, v'_p \geq 0}} H_{m'+q'}^* \left(f_2 - \sum_{p=1}^P \beta_{v_p} \Delta f_p \right) \\
 &\quad \sum_{d=-\infty}^{+\infty} g(d) e^{-j2\pi dT(f_2 - \sum_{p=1}^P \beta_{v_p} \Delta f_p)} \\
 &\quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta \left(f_1 - f_2 - \sum_{p=1}^P (\beta_{s_p} - \beta_{v_p}) \Delta f_p - \frac{n}{T} \right) \quad (12)
 \end{aligned}$$

Dans [5], $g(d)$ a été simplifié en considérant une modulation de phase ce qui limite l'utilité de cette expression. Dans cet article, nous proposons une généralisation de cette expression afin qu'elle puisse être utilisée pour tous les types de constellation. Le principe de la généralisation est de considérer que toute constellation de M-QAM est composée de plusieurs constellations M-PSK avec différentes valeurs de M et différentes amplitudes de A. Ainsi, l'expression générale de $g(d)$ qui est valable pour tout M-QAM est donnée par

$$g(d) = \begin{cases} \prod_{q=1}^P \left[\frac{\sum_{i=1}^{N_{psk}} P_{r_i} A_i^\psi}{\alpha_q! \alpha'_q! \beta_q! \beta'_q!} \right] & \text{si } d = 0 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (13)$$

où $\psi = \alpha_q + \alpha'_q + \beta_q + \beta'_q$, A_i est l'amplitude de chaque constellation PSK, P_{r_i} est la probabilité d'avoir des symboles pour chaque constellation PSK et N_{psk} est le nombre de constellation PSK.

Enfin, si $n = 0$ et $\beta_{s_p} = \beta_{v_p} \forall p \in [1, P]$, et en utilisant (13) la DSP d'un signal amplifié pour tout type de modulation, lorsque la prédistorsion est activée, s'exprime comme suit

$$\begin{aligned}
P_{\bar{y}}(f) = & \frac{1}{T} \sum_{l, l'=0}^L b_{2l+1} b_{2l+1}^* l! (l+1)! l'! (l'+1)! \\
& \sum_{\substack{i_0+\dots+i_K=l+1 \\ i'_0+\dots+i'_K=l \\ i_k, i'_k \geq 0}} \left[\prod_{k=0}^K \frac{a_{2k+1}^{i_k} a_{2k+1}^{*i'_k}}{i_k! i'_k!} \right] m! q! \\
& \sum_{\substack{s_1+\dots+s_P=m \\ s'_1+\dots+s'_P=q \\ s_p, s'_p \geq 0}} H_{m+q} \left(f - \sum_{p=1}^P \beta_{s_p} \Delta_{f_p} \right) \\
& \sum_{\substack{u_0+\dots+u_K=l'+1 \\ u'_0+\dots+u'_K=l' \\ u_k, u'_k \geq 0}} \left[\prod_{k=0}^K \frac{a_{2k+1}^{*u_k} a_{2k+1}^{u'_k}}{u_k! u'_k!} \right] m'! q'! \\
& \sum_{\substack{v_1+\dots+v_P=m' \\ v'_1+\dots+v'_P=q' \\ v_p, v'_p \geq 0 \\ \beta_{s_p} = \beta_{v_p}}} H_{m'+q'} \left(f - \sum_{p=1}^P \beta_{v_p} \Delta_{f_p} \right) \\
& \prod_{p=1}^P \left[\frac{\sum_{\alpha=1}^{N_{psk}} P_{r_\alpha} A_\alpha^{s_p+s'_p+v_p+v'_p}}{s_p! s'_p! v_p! v'_p!} \right] \quad (14)
\end{aligned}$$

Cette expression analytique est valable pour toute modulation linéaire et nous permet de prédire la remontée spectrale à la sortie de l'AP. On peut voir que la DSP du signal amplifié dépend des caractéristiques de l'AP et de prédistorsion ainsi que du type de filtre.

3 Résultats de simulation

Cette section présente une comparaison entre la DSP théorique, donnée par (14) et la DSP simulée. Notez qu'un polynôme du troisième ordre est utilisé pour s'adapter au comportement d'un AP réel (classe AB). De plus, un filtre rectangulaire est considéré dans ces simulations.

Tout d'abord, les simulations sont menées en considérant des signaux modulés avec une constellation de type 16 QAM avec $P = 5$ et $Fb = 1/T = 3.84 \text{ Ms/seconde}$ dans les deux cas avec et sans prédistorsion. Le recul de puissance (IBO) est de 1 dB. A partir de la comparaison entre la DSP théorique et simulée (Fig. 2), nous concluons que nos résultats analytiques donnés par l'expression (14) correspondent parfaitement à la DSP simulée. De plus, comme prévu, la remontée spectrale

dans le canal adjacent du signal amplifié sans prédistorsion est supérieure à la remontée spectrale lorsque la prédistorsion est activée.

En outre, nous calculons l'ACPR en fonction de l'IBO lorsque la prédistorsion est activée ou non. À partir des courbes de la Fig. 3, on peut voir que plus l'IBO diminue, plus l'ACPR augmente, ce qui signifie que la remontée spectrale dans le canal adjacent augmente. Notez que plus l'IBO diminue, plus l'efficacité de l'AP augmente. Ainsi, supposons maintenant que l'on cible l'efficacité maximale de l'AP et que l'on souhaite connaître l'IBO minimal autorisé pour une contrainte d'ACPR. Dans ce cas, à partir des courbes données par la Fig. 3, nous pouvons trouver l'IBO optimal qui maximise l'efficacité de l'AP et tout en satisfaisant la contrainte d'ACPR lorsque la prédistorsion est activée ou non. Par exemple, si la contrainte ACPR est égale à -11 dB , nous remarquons que l'IBO minimum qui satisfait l'ACPR est de 1.3 dB et 4 dB lorsque la prédistorsion est activée ou non, respectivement.

4 Conclusion

Dans cet article, nous avons dérivé l'expression analytique de la DSP de signaux multiporteuses amplifiés par un AP non linéaire en tenant compte de l'utilisation d'une étape de prédistorsion. Nous avons montré à travers des simulations que les expressions proposées présentent une très bonne précision. Ce travail est alors une étape importante dans l'étude analytique d'une approche globale d'optimisation de l'efficacité et de la linéarité de l'émetteur. Par exemple, avec une contrainte d'ACPR donnée, nous pouvons maintenant déterminer analytiquement, dans les deux cas avec et sans prédistorsion, l'IBO optimal qui maximise l'efficacité de l'AP et satisfait l'ACPR cible.

Références

- [1] A. Cheaito, M. Crussière, J. F. Hérald, and Y. Louët, "Energy-efficiency optimization of the high power amplifier for multicarrier systems : Analytical evm derivation," in *IEEE INFOCOM '16*, April 2016, pp. 409–414.
- [2] G. T. Zhou, "Analysis of spectral regrowth of weakly nonlinear power amplifiers," *IEEE Communications Letters*, vol. 4, pp. 357–9, Nov 2000.
- [3] R. Raich and G. T. Zhou, "Spectral analysis for bandpass nonlinearity with cyclostationary input," in *IEEE ICASSP '04*, vol. 2, May 2004, pp. 465–8.
- [4] —, "Analyzing spectral regrowth of QPSK and OQPSK signals," in *IEEE ICASSP '01*, vol. 4, 2001, pp. 2673–2676 vol.4.
- [5] E. Cottais, Y. Wang, and S. Toutain, "Spectral regrowth analysis at the output of a memoryless power amplifier with multicarrier signals," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 56, pp. 1111–1118, July 2008.