

Une nouvelle solution pour l'identification aveugle de mélanges de sources cyclostationnaires appliquée aux signaux de télécommunication

Amine BRAHMI^{1,2}, Hicham GHENNIoui², Christophe CORBIER¹, François GUILLET¹, M'hammed LAHBABI²

¹Université de Lyon, UJM-Saint-Etienne, LASPI, F-42334 IUT de Roanne, France

²Université Sidi Mohamed Ben Abdellah, FSTF, LSSC, B.P. 2202, Route d'Immouzer, Fès, Maroc

{amine.brahmi, christophe.corbier, guillet}@univ-st-etienne.fr

{hicham.ghennioui, mhammed.lahbabi}@usmba.ac.ma

Résumé – Dans cette communication, nous introduisons une solution semi-analytique pour l'identification aveugle de la matrice de mélange dans le cas d'un mélange linéaire de sources cyclostationnaires dont les fréquences cycliques sont inconnues et différentes. L'identification combine la décomposition en valeurs propres d'un ensemble de matrices d'autocorrélations cycliques des signaux d'observations constitué grâce à un détecteur de matrices de rang un avec une méthode de classification hiérarchique. L'approche proposée est appliquée aux signaux de télécommunication et les résultats théoriques sont appuyés par des simulations numériques dans différents contextes de bruit.

Abstract – In this communication, we introduce a semi-analytical solution for the blind identification of the mixing matrix in the case of linearly mixed signals from cyclostationary sources whose cyclic frequencies are unknown and different. The identification combines the eigenvalue decomposition of a set of cyclic autocorrelation matrices of the observation signals constituted by a detector of rank-one matrices with a hierarchical classification method. The proposed approach is applied to telecommunications signals and the theoretical results are supported by numerical simulations in different noise contexts.

1 Introduction

La séparation aveugle de source (SAS) est l'un des problèmes majeurs du traitement du signal où l'objectif est de retrouver les signaux non observés appelés sources à partir de leurs mélanges inconnus appelés observations provenant de capteurs. On ne dispose a priori d'aucune information concernant la façon dont les sources se sont mélangées à travers le milieu de propagation. Les pionniers de la SAS ont fondé leurs approches sur l'hypothèse de la stationnarité des sources en utilisant principalement les statistiques de second ordre et d'ordre supérieur. Plus tard, il s'est avéré que ces approches ont montré quelques limitations dans les applications réelles comme les télécommunications [4], la mécanique [2], le génie biomédical [16] où les sources sont très souvent cyclostationnaires (voir [14] pour plus de détails). Différentes méthodes ont été développées dès lors pour la SAS cyclostationnaires basées sur la diagonalisation conjointe des matrices ou tenseurs [11]. Les matrices considérées résultent des statistiques cycliques de second ordre des observations dans le domaine temporel ou fréquentiel. Dinh-Tuan Pham a proposé dans [5] une nouvelle approche fondée sur la diagonalisation conjointe d'un ensemble de densités spectrales cycliques de matrices d'observation. Abed-Meraim et al. ont résolu le problème de SAS cyclostationnaires en se basant sur un algorithme itératif utilisant la fonction de corrélation cyclique des observations [1]. Cette méthode est utile lorsque chaque source a une seule fréquence cyclique avec un

nombre de sources ayant une fréquence cyclique commune est connue. H. Ghennioui et al. ont proposé une nouvelle approche combinant un algorithme de diagonalisation conjointe non unitaire avec un détecteur automatique de matrices utiles dans le cas où les fréquences cycliques des sources sont inconnues et différentes [8]. Jafari et al. ont proposé dans [10] une approche basée sur l'algorithme de gradient naturel pour la séparation des mélanges convolutifs de sources cyclostationnaires. Leur approche a nécessité l'estimation des fréquences cycliques des sources. Capdessus et al. ont proposé dans [2] un algorithme qui extrait un signal d'intérêt de nature cyclostationnaire, dont la fréquence cyclique est connue a priori et différente des autres fréquences cycliques des sources. Nous considérons ici, le problème de la séparation de mélanges de sources cyclostationnaires dont les fréquences cycliques sont différentes et inconnues, en exploitant la décomposition en valeurs propres des matrices d'autocorrélation cycliques (MAC) des observations sélectionnées par une procédure de détection de matrices de rang un, combiné avec une méthode de classification hiérarchique. Une méthode similaire à celle suggérée dans cette communication a été proposée par Y. Luo et al. dans [12] traitant de mélanges sous-déterminés de sources non stationnaires dans le domaine temps-fréquence et utilisant une technique avancée de clustering.

2 Formulation et hypothèses

Mathématiquement, nous modélisons le problème considéré ici comme suit :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t), \quad (1)$$

où $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{C}^m$ est le vecteur des observations reçues, $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{C}^n$ représente le vecteur des sources émises, $\mathbf{b}(t) \in \mathbb{C}^m$ est le vecteur des bruits perturbateurs additifs et $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ est la matrice de mélange. Selon le nombre de sources et d'observations, trois cas peuvent être considérés :

- s'il y a autant de sources n que d'observations m , on parle de mélange déterminé,
- s'il y a plus d'observations m que de sources, on parle de mélange sur-déterminé. Dans les deux cas échéants, nous retrouvons les sources en multipliant les observations par l'inverse ou la pseudo-inverse de la matrice de mélange,
- sinon, le problème est sous-déterminé. Ce cas est le plus difficile à résoudre puisque l'inversion matricielle est impossible. Pour reconstruire les sources, les approches parcimonieuses peuvent être utilisées.

Dans le domaine complexe et pour un mélange instantané, les sources sont restituées à une permutation, déphasage et un facteur d'échelle près. Dans la suite du raisonnement, nous admettons les hypothèses suivantes :

- \mathcal{H}_1 . Les sources sont de moyenne nulle, corrélées, cyclostationnaires de fréquences cycliques distinctes et inconnues.
- \mathcal{H}_2 . La matrice de mélange est de rang plein.
- \mathcal{H}_3 . Les bruits sont blancs gaussiens et indépendants des sources.

Nous nous intéressons particulièrement aux signaux de télécommunication¹ définis comme suit :

$$\mathbf{s}(t) = \text{Re}\{\mathbf{c}(t)e^{j2\pi f_0 t}\}, \quad (2)$$

où $\text{Re}\{\cdot\}$ représente la partie réelle d'un signal complexe, f_0 est la fréquence de la porteuse et $\mathbf{c}(t)$ est l'enveloppe complexe de $\mathbf{s}(t)$ exprimée par :

$$\mathbf{c}(t) = \mathbf{a}(t) + j\mathbf{b}(t) = \sum_k (a_k + jb_k) \mathbf{w}(t - kT), \quad (3)$$

où $j^2 = -1$, $\mathbf{w}(t)$ est une forme d'onde considérée sur l'intervalle $[0, T[$, a_k et b_k ($c_k = a_k + jb_k$) sont les symboles transmis.

3 Méthodologie proposée

3.1 Propriété importante

A partir de l'équation (1) et des hypothèses, nous démontrons aisément que la MAC² des signaux analytiques des observations $\mathbf{x}^{(a)}(t) = \mathbf{x}(t) + j\mathbf{x}^{(h)}(t)$ ($\mathbf{x}^{(h)}(t)$ est la transformée

1. Les signaux de télécommunication ont un caractère cyclostationnaire provenant des opérations d'échantillonnage et modulation. La fréquence cyclique est liée à la fréquence porteuse et le débit de symboles.

2. L'estimateur empirique de la MAC est explicitement donné dans [7].

d'Hilbert de $\mathbf{x}(t)$) a la décomposition suivante :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^\xi(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{s}^{(a)}}^\xi(\tau)\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_{\mathbf{b}^{(a)}}^\xi(\tau), \quad (4)$$

$$= \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{s}^{(a)}}^\xi(\tau)\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_{\mathbf{b}^{(a)}}(\tau)\delta(\xi), \quad (5)$$

où $(\cdot)^H$ l'opérateur transconjugué, $\mathbf{R}_{\mathbf{s}^{(a)}}^\xi(\tau)$ et $\mathbf{R}_{\mathbf{b}^{(a)}}^\xi(\tau)$ sont respectivement la MAC des signaux analytiques des sources et la MAC des signaux analytiques des bruits,

$$\delta(\xi) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-j2\pi\xi t} dt,$$

ou encore $\delta(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \xi = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$, et par conséquent si $\xi \neq 0$

alors,

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^\xi(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{s}^{(a)}}^\xi(\tau)\mathbf{A}^H, \quad (6)$$

avec

$$\mathbf{R}_{\mathbf{s}^{(a)}}^\xi(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{s_1^{(a)} s_1^{(a)}}^\xi(\tau) & \mathbf{R}_{s_1^{(a)} s_2^{(a)}}^\xi(\tau) & \cdots & \mathbf{R}_{s_1^{(a)} s_n^{(a)}}^\xi(\tau) \\ \mathbf{R}_{s_2^{(a)} s_1^{(a)}}^\xi(\tau) & \mathbf{R}_{s_2^{(a)} s_2^{(a)}}^\xi(\tau) & \cdots & \mathbf{R}_{s_2^{(a)} s_n^{(a)}}^\xi(\tau) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{s_n^{(a)} s_1^{(a)}}^\xi(\tau) & \mathbf{R}_{s_n^{(a)} s_2^{(a)}}^\xi(\tau) & \cdots & \mathbf{R}_{s_n^{(a)} s_n^{(a)}}^\xi(\tau) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

où $s_\ell^{(a)}(t)$ est le signal analytique associé à l' ℓ -ième source $s_\ell(t)$ donnée par (2). Il est facile de voir que $s_\ell^{(a)}(t) = s_\ell(t) + js_\ell^{(h)}(t) = c_\ell(t)e^{j2\pi f_\ell t}$.

Proposition 1. La matrice $\mathbf{R}_{\mathbf{s}^{(a)}}^\xi(\tau)$ est zéro diagonale avec un seul terme non nul hors diagonale et ceci pour $\xi \neq 0$ et $\xi = \xi_\ell - \xi_k$, $\forall \ell, k = 1, 2, \dots, n$ de telle sorte que

$$\mathbf{R}_{s_\ell^{(a)} s_k^{(a)}}^\xi(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{si } \ell = k \\ \mathbf{R}_{c_\ell c_k}(\tau)e^{j\pi(f_\ell + f_k)\tau} & \\ \times \delta(\xi - (f_\ell - f_k)) & \text{sinon} \end{cases} \quad (8)$$

Démonstration. pour $\xi \neq 0$ et $\xi = \xi_\ell - \xi_k$, $\forall \tau \in \mathcal{Z}$, $\forall \ell, k = 1, 2, \dots, n$, nous avons :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{s_\ell^{(a)} s_k^{(a)}}^\xi(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \mathbf{R}_{s_\ell^{(a)} s_k^{(a)}}(t, \tau) e^{-j2\pi\xi t} dt, \\ &= \mathbf{R}_{c_\ell c_k}(\tau) e^{j\pi(\xi_\ell + \xi_k)\tau} \\ &\times \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{j2\pi(\xi_\ell - \xi_k)t} e^{-j2\pi\xi t} dt, \\ &= \mathbf{R}_{c_\ell c_k}(\tau) e^{j\pi(\xi_\ell + \xi_k)\tau} \delta(\xi - (\xi_\ell - \xi_k)) \neq 0, \end{aligned}$$

de la même façon, nous montrons que :

$$\mathbf{R}_{s_\ell^{(a)} s_\ell^{(a)}}^\xi(\tau) = \mathbf{R}_{c_\ell c_\ell}(\tau) e^{2j\pi\xi_\ell \tau} \delta(\xi) = 0,$$

car $\xi \neq 0$, où $\mathbf{R}_{c_\ell c_k}(\tau)$ est l'intercorrélation des signaux $c_\ell(t)$ et $c_k(t)$. Ainsi :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau) = \mathbf{R}_{s_\ell^{(a)} s_k^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau) \mathbf{A}_\ell \mathbf{A}_k^H, \quad (9)$$

où \mathbf{A}_ℓ , \mathbf{A}_k sont la ℓ -ième and k -ième colonnes de la matrice de mélange \mathbf{A} . \square

3.2 Identification de la matrice de mélange

En notant que $\mathbf{P}_k = \mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau)^H \mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau)$ est une matrice de rang un car $\mathbf{R}_{s_\ell^{(a)} s_k^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau)$ l'est aussi, nous établissons notre méthode. La matrice \mathbf{P}_k est exprimée par :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_k &= \mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau)^H \mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau), \\ &= \mathbf{A}_k \mathbf{A}_\ell^H \mathbf{R}_{s_\ell^{(a)} s_k^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau)^H \mathbf{R}_{s_\ell^{(a)} s_k^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau) \mathbf{A}_\ell \mathbf{A}_k^H, \\ &= \beta_{ij}^2 \gamma \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H, \end{aligned} \quad (10)$$

où $\beta_{ij}^2 = \mathbf{R}_{s_\ell^{(a)} s_k^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau)^2$ et $\gamma = \mathbf{A}_\ell^H \mathbf{A}_\ell$ sont deux scalaires. Il s'ensuit que \mathbf{P}_k a une seule valeur propre non nulle, soit λ_1 la valeur propre de \mathbf{P}_k et \mathbf{v}_1 son vecteur propre correspondant. La trace de \mathbf{P}_k est donnée par :

$$\text{tr}\{\mathbf{P}_k\} = \text{tr}\{\beta_{ij}^2 \gamma \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H\} = \beta_{ij}^2 \gamma \|\mathbf{A}_k\|_F^2 = \lambda_1.$$

En d'autres termes, \mathbf{P}_k est donnée également par $\lambda_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^H$. Elle représente sa décomposition en éléments propres, par conséquent :

$$\lambda_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^H = \beta_{ij}^2 \gamma \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H \Rightarrow \beta_{ij}^2 \gamma \|\mathbf{A}_k\|_F^2 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^H = \beta_{ij}^2 \gamma \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H.$$

Avec la contrainte $\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^H = 1$, nous avons finalement :

$$\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^H = \frac{\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H}{\|\mathbf{A}_k\|_F^2} \Rightarrow \mathbf{v}_1 = \pm \frac{\mathbf{A}_k}{\|\mathbf{A}_k\|_F}.$$

Le vecteur propre \mathbf{v}_1 lié à la plus grande valeur propre λ_1 de \mathbf{P}_k est obtenu à un signe \pm et une multiplication par $e^{j\phi_k}$ près où la phase ϕ est inconnue, \mathbf{v}_1 est colinéaire à la k -ième colonne de la matrice \mathbf{A} . Nous obtenons alors la colonne \mathbf{A}_k , mais ceci reste insuffisant pour séparer les mélanges. La séparation requiert la connaissance de toutes les colonnes de \mathbf{A} .

A cet effet, l'identification de la matrice de mélange est réalisée selon les quatre étapes suivantes :

- i. Calcul des matrices $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^\xi(\tau)$ pour un nombre suffisamment grand de fréquences cycliques et de retards.
- ii. Sélection des matrices $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^{(\xi_\ell - \xi_k)}(\tau)$ qui ont une structure zéro diagonale avec un seul terme non nul hors diagonale. Nous utilisons alors deux critères de détection de matrices de rang un, inspirés du travail proposé dans [9], à savoir :

$$\begin{cases} \mathbf{C}_1 = \frac{\theta_1^2}{\|\mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^\xi(\tau)\|_F^2} \geq 1 - \epsilon_1, \\ \mathbf{C}_2 = \theta_1 \geq \epsilon_2 \end{cases}, \quad (11)$$

où $\|\cdot\|_F^2$ est la norme de Frobenius, θ_1 est la plus grande valeur singulière de $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^\xi(\tau)$, ϵ_1 est un scalaire positif très proche de zéro et ϵ_2 est un scalaire suffisamment grand pour éviter la sélection des matrices de faible valeur. Ainsi, une des matrices calculées dans l'étape précédente est zéro diagonale avec un seul terme non nul hors diagonale, si et seulement si elle vérifie (11).

- iii. Formation des matrices \mathbf{P}_k à partir des matrices sélectionnées et calcul de leurs éléments propres pour identifier les colonnes de la matrice de mélange.

iv. Après la procédure de détection, nous nous retrouvons avec un ensemble de matrices sélectionnées dont la taille dépend des valeurs ϵ_1 et ϵ_2 . Ensuite, nous calculons leurs éléments propres, ce qui nous donne plusieurs vecteurs. Théoriquement, les différents vecteurs qui identifient la k -ième colonne de \mathbf{A} devraient être égaux. Néanmoins, en pratique, et en raison d'un certain nombre d'erreurs numériques dans le calcul de $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^{(a)}}^\xi(\tau)$ et l'incertitude associée aux valeurs ϵ_1 et ϵ_2 , certaines matrices n'auraient pas dû être sélectionnées. Ces vecteurs ne sont pas donc tous égaux et ils forment un nuage de points autour de la valeur théorique. Afin de palier à ces contraintes, nous utilisons l'algorithme de regroupement hiérarchique agglomératif «Neighbour Joining» introduit dans [15] pour estimer le centre de masse de chaque nuage de points comme suit : dans chaque étape, deux points sont fusionnés lorsque la distance euclidienne entre eux a la plus petite valeur par rapport à un seuil fixé à 0,1 parmi tous les autres points. Ces deux points donnent naissance à un nouveau point qui est la moyenne des deux points considérés. Les deux points sont alors retirés et remplacés par le nouveau point calculé. Quand un point n'a plus de voisin, il est retenu comme un centre de masse. L'opération est itérée tant que l'ensemble de points contient plus d'un élément. Les points n qui ont le poids le plus significatif sont alors sélectionnés, leurs coordonnées représentent l'estimation de chaque colonne de la matrice de mélange.

4 Simulations numériques

Nous considérons trois sources 64-QAM d'une taille de $N = 2000$ échantillons chacun, dont les fréquences porteuses sont respectivement $f_1 = 1$ kHz, $f_2 = 1.8$ kHz et $f_3 = 0.6$ kHz échantillonnées à $f_s = 20$ kHz. Ces sources sont mélangées par la matrice suivante générée d'une façon aléatoire :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.6643 & 0.1298 & 0.7394 \\ 0.8969 & 0.7255 & 0.9462 \\ 0.3114 & 0.5838 & 0.8604 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Afin d'évaluer la qualité de l'estimation de la matrice de mélange, nous mesurons l'indice de Moreau-Amari présenté dans [13]. Une séparation parfaite correspond à un indice de performance tendant vers $-\infty$ en échelle logarithmique. Le rapport signal sur bruit (RSB) est donné par $\text{RSB} = -10 \log_{10}(\sigma_b^2)$. L'indice de performances est donné en décibel et les résultats obtenus résultent d'une moyenne sur 100 réalisations de type Monte-Carlo. Tout d'abord, nous vérifions la structure de la MAC spatiale des signaux analytiques des sources. Pour cela, nous traçons sur la Figure 1 le contour de la matrice $\mathbf{R}_{s^{(a)}}^\xi(\tau)$ pour différentes fréquences cycliques et retards. Nous remarquons que la structure donnée par 3.1 est bien vérifiée pour $-1200, -800, -400, 400, 800, 1200$ Hz. Ces fréquences représentent les différences des fréquences cycliques des sources. Comme nous l'avons supposé précédemment, les fréquences cycliques sources sont inconnues aux antennes de réception.

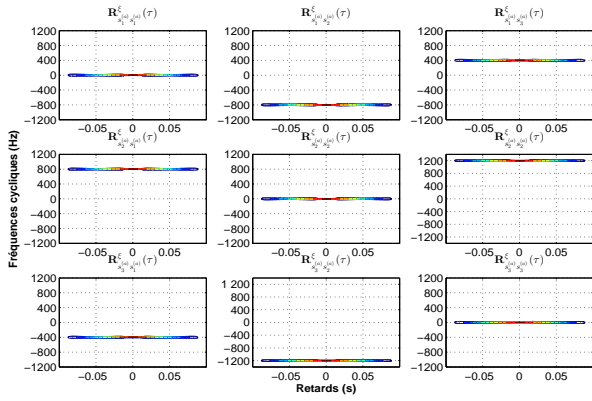


FIGURE 1 – Contour de la matrice $\mathbf{R}_s^{\xi}(\tau)$

Par conséquent, nous utilisons la procédure de détection avec les seuils $\epsilon_1 = 10^{-2}$, $\epsilon_2 = 60$ pour toutes les simulations (voir Figure 2). Nous remarquons que la procédure de détection a sélectionné efficacement des matrices de rang un calculées aux points utiles (ξ, τ) . Nous comparons la méthode proposée à

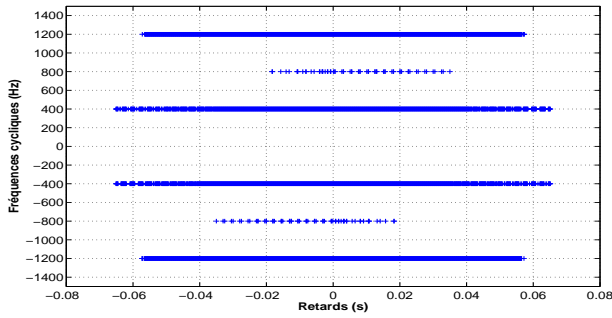


FIGURE 2 – Les points sélectionnés (ξ, τ) pour un RSB = 40dB

(JADE) [3], qui pourrait être utilisée dans un environnement cyclostationnaire comme cela est justifié dans [6]. La Figure

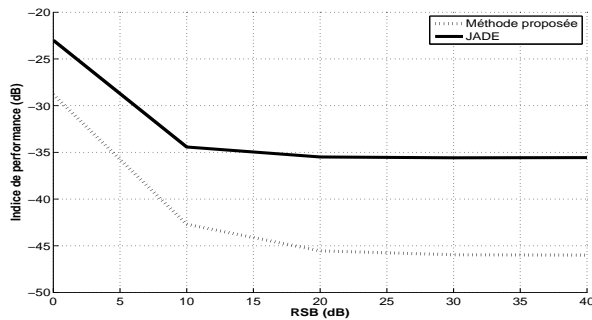


FIGURE 3 – L'évolution de l'indice de performances en fonction du RSB

3 montre que la méthode proposée dépasse les résultats fournis par JADE. Notons que les performances aussi s'améliorent lorsque le RSB augmente.

5 Conclusion

En conclusion, nous avons proposé une nouvelle méthode en quatre étapes dédiées à identifier aveuglément la matrice de mélange dans le cas des mélanges linéaires instantanés de sources cyclostationnaires. La méthode présente de très bonnes performances comparées à la méthode JADE dans différents rapports signal sur bruit. Les extensions futures de ce travail consisteront à généraliser la méthode pour les mélanges convolutifs de sources cyclostationnaires.

Références

- [1] K. Abed-Meraim and J. Manton. Blind source separation using second-order cyclostationary statistics. *IEEE - Transactions on Signal Processing*, 49(4) :694–701, 2001.
- [2] C. Capdessus and A. K. Nandi. Extraction of a cyclostationary source using a new cost function without pre-whitening. *Signal Processing*, 91(11) :2497–2505, 2011.
- [3] J. F. Cardoso and A. Souloumiac. Blind beamforming for non gaussian signals. *IEE Proceedings*, 140 :362–370, 1993.
- [4] A. Chevreuil and P. Loubaton. Chapter 4 Blind Signal Separation for Digital Communication Data. *Academic Press Library in Signal Processing*, 2 :135–186, 2014.
- [5] P. Dinh-Tuan. Blind Separation of Cyclostationary Sources Using Joint Block Approximate Diagonalization. *LVA/ICA - Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, 4666 :244–251, 2007.
- [6] A. Ferreol and P. Chevalier. On the behavior of current second and higher order blind source separation methods for cyclostationary sources. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 48(6) :1712–1725, Jun 2000.
- [7] W. A. Gardner, A. Napolitano, and L. Paura. Cyclostationarity : Half a century of research. *Signal processing*, 86(4) :639–697, 2006.
- [8] H. Ghennioui, N. Thirion-Moreau, E. Moreau, D. Aboutajdine, and A. Adib. A novel approach based on non-unitary joint block-diagonalization for the blind MIMO equalization of cyclo-stationary signals. In *Eur. Signal Process. Conf.*, 2008.
- [9] L. Giulieri, H. Ghennioui, N. Thirion-Moreau, and E. Moreau. Nonorthogonal joint diagonalization of spatial quadratic time-frequency matrices for source separation. *IEEE Signal Processing Letters*, 12(5) :415–418, May 2005.
- [10] M. G. Jafari, S. R. Alty, and J. A. Chambers. New natural gradient algorithm for cyclostationary sources, 2004.
- [11] Y. Liu, X. Gong, and Q. Lin. Non-orthogonal tensor diagonalization based on successive rotations and lu decomposition. In *2015 11th International Conference on Natural Computation (ICNC)*, pages 102–107, Aug 2015.
- [12] Y. Luo, W. Wang, J. A. Chambers, S. Lambotharan, and I. Proudler. Exploitation of source nonstationarity in underdetermined blind source separation with advanced clustering techniques. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(6) :2198–2212, 2006.
- [13] E. Moreau and O. Macchi. New self-adaptive algorithms for source separation based on contrast functions. In *Higher-Order Statistics, 1993., IEEE Signal Processing Workshop on*, pages 215–219. IEEE, 1993.
- [14] A. Napolitano. Cyclostationarity : New trends and applications. *Signal Processing*, 120 :385–408, 2016.
- [15] N. Saitou and M. Nei. The neighbor-joining method : a new method for reconstructing phylogenetic trees. *Molecular biology and evolution*, 4(4) :406–425, 1987.
- [16] F. Zakaria, M. El Badaoui, M. Lamraoui, and M. Khalil. Fatigue study of ultra-runners : Presentation of a new approach for the separation of GRF signals components. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 75 :648–667, 2016.