

Estimation du niveau de bruit par la détection non paramétrique de zones homogènes

Camille SUTOUR^{1,2}, Charles-Alban DELEDALLE¹, Jean-François AUJOL¹

¹Institut mathématique de Bordeaux, CNRS, UMR 5251

²Laboratoire Bordelais de recherche en Informatique

Université de Bordeaux, 351 cours de la Libération, 33045 Talence, France

camille.sutour@u-bordeaux.fr, cdeledal@u-bordeaux.fr, jaujol@u-bordeaux.fr

Résumé – De nombreuses applications en traitement d’image nécessitent de connaître le niveau de bruit, pourtant il existe peu de méthodes qui permettent son estimation automatique sans de fortes hypothèses préalables. L’une des difficultés majeures est que le bruit est souvent dépendant du signal. Nous développons un algorithme en deux étapes qui estime la fonction de niveau de bruit, c’est-à-dire la variance du bruit en fonction de l’intensité de l’image. En supposant seulement que le bruit est décorrélaté spatialement, des zones homogènes sont détectées à l’aide du coefficient de corrélation de Kendall. Puis la fonction de niveau de bruit, assimilée à un polynôme du second ordre, est estimée à l’aide d’un algorithme de minimisation L^1 à partir des statistiques issues de ces régions homogènes. Les expériences numériques montrent l’efficacité de l’estimateur, qui offre une erreur relative inférieure à 10%, et qui peut notamment permettre un débruitage adapté.

Abstract – Most image processing applications rely on the knowledge of the noise level, yet there are relatively few methods that automatically estimate it in an image without strong assumptions. A major difficulty is that the noise level is usually signal dependent. We propose a two-step algorithm that estimates the noise level function, i.e., the noise variance as a function of the image intensity. Assuming only that the noise is spatially uncorrelated, homogeneous areas are detected based on Kendall’s τ coefficient. The noise-level function is then assumed to be a second order polynomial and estimated by L^1 minimization from the statistics of these regions. Our numerical experiments show the efficiency of our estimator with a relative error under 10%, and the ability to use the noise estimation for image denoising for example.

1 Introduction

De nombreuses applications en traitement d’images comme le débruitage ou la segmentation nécessitent de connaître le niveau de bruit, pourtant son estimation reste un problème délicat. Lorsque le bruit est additif gaussien, un estimateur populaire de la variance du bruit repose sur l’écart type moyen absolu des coefficients d’ondelettes les plus fins [7]. Plus récemment, Liu et al. [12] ont proposé d’estimer la variance du bruit à l’aide d’une analyse en composantes principales sur des patchs de l’image. Ces techniques, efficaces, se limitent à un niveau de bruit constant. Or en pratique, le bruit dépend du signal et son niveau varie spatialement en fonction de l’intensité. Un modèle de bruit dépendant du signal peut être adopté et les paramètres du modèle sont alors estimés avec une méthode dédiée, par exemple dans le domaine des ondelettes pour un modèle Poisson-gaussien [8] ou via une modélisation de patchs par des mixtures de gaussiennes pour du bruit additif à variance affine [1]. L’estimation du bruit dans un domaine de transformation

(par exemple les ondelettes) est aussi rencontrée dans [14, 6]. Une autre approche consiste à pré-filtrer l’image afin d’extraire et d’analyser la composante de bruit indépendamment du signal [9]. Cependant, le pré-filtrage nécessite d’avoir une idée préalable du niveau de bruit, engendrant un problème de l’œuf et de la poule. Une autre approche populaire [5, 2] repose sur le fait que les images contiennent des zones homogènes, à rapport signal à bruit faible, dans lesquelles seules les fluctuations du bruit interviennent. Les statistiques du bruit peuvent donc être estimées en détectant les régions homogènes puis en évaluant les paramètres du bruit sur ces zones. Cependant, ces détecteurs nécessitent également des hypothèses fortes sur la nature du bruit (additif par exemple), ce qui les rend peu efficaces lorsque la nature du bruit est inconnue.

Nous proposons en première contribution une méthode de détection non paramétrique des zones homogènes qui requiert seulement que le bruit soit non corrélé spatialement. La performance du détecteur, basé sur le coefficient de corrélation de Kendall [10], est ainsi indépendante de la distribution du bruit. Une fois les zones homogènes détectées, nous estimons la fonction du niveau de bruit (NLF, [11]), c’est-à-dire la relation entre l’intensité de l’image et la variance du bruit. On suppose alors que le bruit est dépendant du signal, et que ses moments d’ordre un et deux (finis) sont reliés par un polynôme du second ordre. Ce modèle inclut de nombreux types de bruit

Remerciements : Camille Sutour tient à remercier la DGA et la région Aquitaine pour le financement de sa thèse. Jean-François Aujol remercie le soutien de l’Institut Universitaire de France. Cette étude a reçu le soutien financier de l’Agence Nationale pour la Recherche (ANR) dans le cadre du programme IdEx Bordeaux “Investissements pour l’avenir”.

rencontrés en imagerie comme le bruit additif, multiplicatif, le bruit de Poisson ou des mélanges. Notre deuxième contribution repose sur l'estimation robuste du polynôme de la fonction du niveau de bruit à l'aide d'une approximation L^1 de la relation intensité/variance extraite des zones homogènes.

2 Estimation du bruit

2.1 Fonction de niveau de bruit

Soit $f \in \mathbb{R}^N$, où N est le nombre de pixels appartenant au domaine de l'image Ω , l'image originale et $g \in \mathbb{R}^N$ la version bruitée observée. On suppose que le bruit est non corrélé spatialement, que ses moments d'ordre un et deux sont finis, et que sa variance suit un polynôme d'ordre deux en fonction de l'intensité de l'image : pour chaque pixel $i \in \Omega$,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[g_i] &= f_i \\ \text{Var}[g_i] &= \text{NLF}_{(a,b,c)}(f_i) = af_i^2 + bf_i + c. \end{aligned} \quad (1)$$

La fonction $\text{NLF}_{(a,b,c)}$ (*noise level function*) définit la relation entre intensité et niveau de bruit. Ce modèle inclut le bruit additif gaussien, avec $(a, b) = 0$ et une NLF constante, le bruit de Poisson, avec $(a, c) = 0$ et une NLF linéaire, le bruit multiplicatif, avec $(b, c) = 0$ et une NLF parabolique, ainsi que les mélanges, par exemple Poisson-gaussien.

La fonction de niveau de bruit est estimée à partir des estimations empiriques de $\mathbb{E}[g]$ et $\text{Var}[g]$ sur des blocs de l'image. Au sein d'une région, les intensités g_i peuvent varier en raison des fluctuations du signal et du bruit. Afin que la fonction de niveau de bruit ne soit pas biaisée par les fluctuations du signal, seules les statistiques issues de régions homogènes (où le signal est constant comparé au bruit) sont considérées. La section suivante est consacrée à la détection de telles régions.

2.2 Le coefficient de Kendall

Nous présentons ici une méthode de sélection automatique des zones homogènes de l'image. Nous utilisons une approche non-paramétrique, afin de ne dépendre d'aucune hypothèse sur la nature du bruit. L'idée majeure repose sur le fait que nous nous basons sur le rang (c'est-à-dire l'ordre relatif) des pixels et non sur leurs valeurs. Si le rang de pixels est aléatoire, ou non corrélé spatialement, cela signifie qu'il n'y a pas de structure apparente dans la zone considérée.

Nous utilisons pour cela le coefficient de Kendall [10], une mesure de corrélation de rang qui fournit un test d'indépendance non paramétrique. Soient (x_1, \dots, x_n) et (y_1, \dots, y_n) deux séquences de n observations de variables aléatoires X et Y .

Définition 1. *Le coefficient de Kendall $\tau \in [-1, 1]$ est défini de la façon suivante :*

$$\tau = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i, j \leq n} \text{sign}(x_i - x_j) \text{sign}(y_i - y_j), \quad (2)$$

en supposant que pour tout $i \neq j$, $x_i \neq x_j$ et $y_i \neq y_j$.

La valeur $\tau = 0$ indique l'absence de corrélation entre X et Y . Cette définition peut être adaptée pour tenir compte des égalités, quand $x_i = x_j$ ou $y_i = y_j$ et $i \neq j$.

Distribution de τ . Sous l'hypothèse d'indépendance de X et Y , et pour un nombre suffisamment grand d'échantillons, la distribution de τ peut être assimilée à une loi normale [13] :

$$\tau \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}\right). \quad (3)$$

La décision est basée sur la p-valeur associée, et l'hypothèse d'indépendance est rejetée si la p-valeur est inférieure à un seuil de détection prédéterminé α , qui caractérise la probabilité de non-détection souhaitée. Ce test est bien non paramétrique car aucune hypothèse n'est faite sur les distributions de X ou Y .

2.3 Détection des régions uniformes

Le coefficient de Kendall est un test non paramétrique qui mesure la dépendance statistique de deux variables, en se basant sur leur classement relatif. Afin de détecter les zones uniformes, il faut déterminer si les échantillons d'un bloc de l'image g sont indépendants et identiquement distribués (iid).

Pour cela, nous mesurons la dépendance statistique entre les pixels d'un bloc en le divisant en deux séquences disjointes $X_1 = (g_{2k})$ et $X_2 = (g_{2k+1})$, où g_{2k} et g_{2k+1} représentent les pixels voisins pour un certain ordre de parcours. Si les deux variables sont indépendantes, cela traduit l'absence de relation entre les pixels d'un bloc et leurs voisins, et donc l'absence de structure apparente.

$K = 4$ tests sont effectués entre voisins horizontaux, verticaux et diagonaux, puis les résultats sont agrégés afin d'obtenir un estimateur plus sélectif. Un bloc est considéré homogène si le test d'indépendance est vérifié dans chaque direction, c'est-à-dire si chacune des K p-valeurs dépasse le seuil de détection α . Ainsi, le niveau de détection global après agrégation est réduit et vaut

$$\alpha_{eq} = P\left(\bigcap_{k=1}^K \{p_k > \alpha\}\right). \quad (4)$$

Le taux global de détection est contrôlé empiriquement en estimant au préalable la relation entre α_{eq} et α .

2.4 Estimation du modèle

Une fois les zones homogènes détectées et les statistiques de moyenne/variance $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$ calculées, le but est de trouver les coefficients (a, b, c) du polynôme tels que l'ensemble des variances $\hat{\sigma}^2$ soient associées aux moyennes $\hat{\mu}$ par la relation $a\hat{\mu}^2 + b\hat{\mu} + c$. Nous utilisons pour cela une minimisation L^1 , plus robuste aux outliers (susceptibles d'apparaître en cas de fausse alarme dans la détection de zones homogènes) que la norme 2. D'après le modèle de bruit défini en (1), le problème est formulé ainsi :

$$(\widehat{a, b, c}) = \underset{a, b, c}{\text{argmin}} \|\text{NLF}_{(a,b,c)}(\hat{\mu}) - \hat{\sigma}^2\|_1. \quad (5)$$

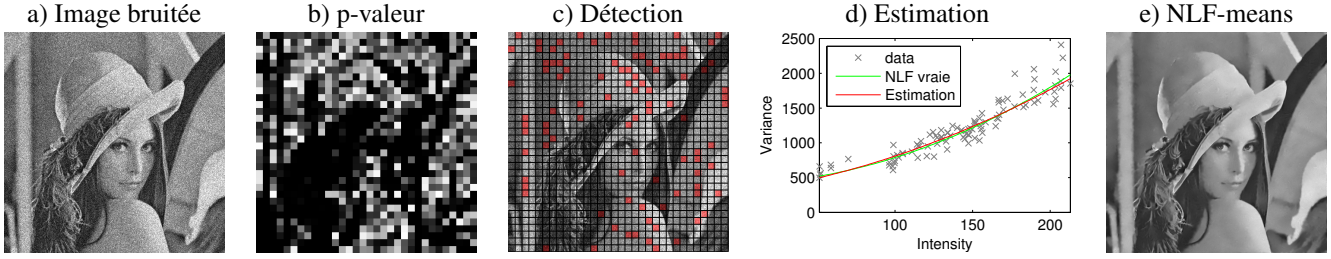


FIGURE 1 – Processus d’estimation du bruit dans une image corrompue par un mélange de bruits gaussien, poissonnien et multiplicatif, correspondant à des paramètres $(a, b, c) = (0.0312, 0.75, 400)$ et à un PSNR initial de 17.93dB. a) Image bruitée, b) p-valeur associée au τ de Kendall calculé sur des blocs de taille $W = 16$, c) Sélection des zones homogènes, d) Estimation de la NLF, e) Débruitage NLF-means, PSNR = 30.22dB.

Nous utilisons l’algorithme primal-dual préconditionné de Chambolle-Pock [4] pour résoudre de façon itérative ce problème de minimisation.

3 Application au débruitage d’images

Afin d’illustrer l’intérêt de l’estimation automatique du bruit, l’estimation de la NLF est utilisée ici pour le débruitage aveugle d’une image. Pour cela, nous avons adapté l’algorithme des moyennes non locales (NL-means) [3] afin de n’utiliser que l’information des paramètres (a, b, c) de la NLF estimée.

L’algorithme des NL-means exploite la redondance au sein d’une image et moyenne les pixels dont les voisinages sont similaires. Pour chaque pixel $i \in \Omega$, la solution des NL-means est donnée par :

$$u_i^{\text{NL}} = \frac{\sum_{j \in \Omega} w_{i,j} g_j}{\sum_{j \in \Omega} w_{i,j}}, \quad (6)$$

où les poids $w_{i,j} \in [0, 1]$ sont définis pour sélectionner les pixels j dont le voisinage P_j est similaire au voisinage P_i du pixel central i :

$$w_{i,j} = \exp\left(-\frac{|d(g^{P_i}, g^{P_j}) - m_d^P|}{s_d^P}\right). \quad (7)$$

Afin de tenir compte de la dépendance au signal du bruit, nous assimilons le bruit à un bruit additif à variance polynomiale et nous adaptons la fonction de dissimilarité d :

$$d(g^{P_i}, g^{P_j}) = \frac{1}{|P|} \sum_{k=1}^{|P|} \frac{(g_k^{P_i} - g_k^{P_j})^2}{\text{NLF}_\theta(g_k^{P_i}) + \text{NLF}_\theta(g_k^{P_j})}. \quad (8)$$

m_d^P et s_d^P sont respectivement la moyenne et l’écart type de la dissimilarité d calculée empiriquement sur des patchs bruités de taille $|P|$ identiquement distribués, qui traduisent eux aussi la dépendance du bruit au signal, et rendent le calcul des poids peu sensible au niveau de bruit et à la taille des patchs.

4 Résultats expérimentaux

4.1 Détection

La figure 1 illustre le processus de détection des zones homogènes. Un bruit synthétique correspondant à un mélange de

bruits gaussien, poissonnien et multiplicatif a été synthétisé, correspondant à des paramètres $(a, b, c) = (0.0312, 0.75, 400)$ et à un PSNR initial de 17.93 dB. L’image bruitée est représentée figure 1-a. Le coefficient de Kendall est calculé sur des blocs disjoints de taille $W = 16$, en prenant en compte les voisins horizontaux, verticaux et diagonaux. Une implémentation rapide permet d’effectuer l’étape de détection en moins d’une seconde. La figure 1-b représente la p-valeur associée au coefficient de Kendall calculé sur les voisins horizontaux. La sélection est obtenue en seuillant les p-valeurs associées par rapport à un seuil de détection correspondant ici à $\alpha_{\text{eq}} = 0.6$. Les blocs retenus comme homogènes sont représentés en rouge sur la figure 1-c.

4.2 Estimation des paramètres et application au débruitage

Une fois les zones homogènes sélectionnées, les statistiques (moyenne, variance) permettent d’estimer par minimisation L^1 les paramètres de la NLF. L’utilisation de la norme 1 de l’erreur permet d’être plus robuste aux outliers, susceptibles de se produire en cas de fausse-détection, que la minimisation des moindres carrés. Sur la figure 1-d sont représentés les couples (moyenne, variance) issus de la détection de zones homogènes, la NLF théorique (en vert) ainsi que son estimation (en rouge). Ces paramètres sont ensuite réinjectés dans l’algorithme des NLF-means pour obtenir l’image débruitée représentée figure 1-e, avec un PSNR final de 30.22dB.

4.3 Comparaison à l’état de l’art

À notre connaissance, peu de méthodes permettent d’estimer le bruit dans un cadre aussi général. La méthode d’estimation proposée est ici comparée à l’estimateur populaire MAD (*mean absolute deviation*) dans le domaine des ondelettes [7], qui ne s’applique qu’à l’estimation de bruit additif gaussien, et à l’algorithme de Foi et al. [8] qui traite du bruit Poisson-gaussien.

À partir d’une base de 150 images naturelles sont générées des images corrompues par des bruits de type gaussien puis Poisson-gaussien. Grâce à la connaissance des paramètres

TABLE 1 – Erreur relative globale (MRE) et pour chaque paramètre lors de l’estimation d’un bruit additif gaussien avec l’estimateur MAD [7], le modèle Poisson-gaussien [8], et la méthode proposée qui peut estimer un modèle gaussien ou le modèle général du second ordre.

Estimateur	MAD [7]	Foi et al. [8]	NLF gaussienne	NLF mix.
$ \widehat{a} $	\	\	\	0.00
$ \widehat{b} $	\	0.55	\	0.99
$ c - \widehat{c} /c$	0.08	0.05	0.03	0.08
MRE	0.081	0.040	0.034	0.051
PSNR	26.33	26.41	26.43	26.38

TABLE 2 – Erreur relative globale (MRE) et pour chaque paramètre lors de l’estimation d’un bruit Poisson-gaussien à l’aide du modèle affine [8], et de la méthode proposée qui peut estimer un modèle affine ou le modèle général du second ordre.

Estimateur	Foi et al. [8]	NLF affine	NLF mix.
$ \widehat{a} $	\	\	0.01
$ b - \widehat{b} /b$	0.07	0.08	0.10
$ c - \widehat{c} /c$	0.37	0.59	0.66
MRE	0.053	0.057	0.059
PSNR	27.00	26.99	26.94

réels, l’erreur relative donnée par

$$\text{MRE}(\widehat{a}, \widehat{b}, \widehat{c}) = \frac{1}{|I|} \sum_{f \in I} \frac{|\text{NLF}_{(a,b,c)}(f) - \text{NLF}_{(\widehat{a}, \widehat{b}, \widehat{c})}(f)|}{\text{NLF}_{(a,b,c)}(f)}, \quad (9)$$

où I est une discrétisation de l’intervalle des intensités de l’image, est calculée pour chaque estimateur, ainsi que l’erreur relative pour l’estimation de chaque paramètre. Les résultats sont résumés dans les tableaux 1 et 2. Ils montrent que la méthode proposée offre une estimation fiable, qui permet notamment un débruitage adapté. La minimisation de cette erreur relative a également permis d’optimiser le paramètre de détection α et la taille des blocs W .

5 Conclusion

Nous avons développé une méthode d’estimation automatique du bruit dans une image basée sur la détection de zones homogènes. Les régions homogènes sont sélectionnées à l’aide du coefficient de Kendall calculé entre pixels voisins, puis la fonction de niveau de bruit est estimée par minimisation L^1 . L’algorithme s’applique à un modèle de bruit général d’ordre deux ; les résultats sur des images synthétiques sont probants, et ils permettent d’effectuer un débruitage à l’aveugle via une adaptation de l’algorithme des NL-means. Un modèle plus général pourrait être étudié, afin de gérer des bruits spatialement dépendants ou corrélés, ou des données à valeurs complexes.

Références

- [1] L. Azzari and A. Foi. Indirect estimation of signal-dependent noise with nonadaptive heterogeneous samples. *IEEE Transactions on Image Processing*, 23(8) : 34–59, 2014.
- [2] L. Beaurepaire, K. Chehdi, and B. Vozel. Identification of the nature of noise and estimation of its statistical parameters by analysis of local histograms. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 4 : 2805–2808, 1997.
- [3] A. Buades, B. Coll, and J.M. Morel. A review of image denoising algorithms, with a new one. *Multiscale Modeling and Simulation*, 4(2) : 490–530, Sep 2005.
- [4] A. Chambolle and T. Pock. A first-order primal-dual algorithm for convex problems with applications to imaging. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 40(1) : 120–145, 2011.
- [5] K. Chehdi and M. Sabri. A new approach to identify the nature of the noise affecting an image. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 3 : 285–288, 1992.
- [6] M. Colom, M. Lebrun, A. Buades, and J.M. Morel. A non-parametric approach for the estimation of intensity-frequency dependent noise. In *IEEE International Conference on Image Processing*, 2014.
- [7] D.L. Donoho. De-noising by soft-thresholding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 41(3) : 613–627, 1995.
- [8] A. Foi, M. Trimeche, V. Katkovnik, and K. Egiazarian. Practical poissonian-gaussian noise modeling and fitting for single-image raw-data. *IEEE Transactions on Image Processing*, 17(10) : 1737–1754, 2008.
- [9] M. Hensel, T. Pralow, and R. Grigat. Modeling and real-time estimation of signal-dependent noise in quantum-limited imaging. In *Proceedings of the 6th WSEAS international conference on signal processing, robotics and automation*, pages 183–191, 2007.
- [10] M.G. Kendall. *Rank correlation methods*. Griffin, 1948.
- [11] C. Liu, W. Freeman, R. Szeliski, and S. Kang. Noise estimation from a single image. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1 : 901–908, 2006.
- [12] Xi. Liu, M. Tanaka, and M. Okutomi. Single-image noise level estimation for blind denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 22(12) : 5226–5237, 2013.
- [13] A.V. Prokhorov. Kendall coefficient of rank correlation. *Online Encyclopedia of Mathematics*, 2001.
- [14] D. Zoran and Y. Weiss. Scale invariance and noise in natural images. In *IEEE 12th International Conference on Computer Vision*, pages 2209–2216, 2009.