

# Traitement d’antenne par filtrage PHD pour la poursuite de cibles étendues

Augustin-Alexandru SAUCAN, Thierry CHONAVEL, Christophe SINTES, Jean-Marc LE CAILLEC \*

Institut Mines Telecom - Telecom Bretagne,  
CNRS UMR 6285 LabSTICC, Technopôle Brest-Iroise - CS 83818, 29238 Brest, France

{augustin.saucan, thierry.chonavel, christophe.sintes, jm.lecaillec}@telecom-bretagne.eu

**Résumé** – Dans cet article nous développons un filtre *Probability Hypothesis Density* (PHD) pour le pistage de cibles étendues multiples à partir de signaux issus d’un réseau linéaire de capteurs. Dans ce contexte, les signaux des cibles peuvent présenter une dispersion angulaire au niveau de l’antenne, à cause notamment de phénomènes de rétrodiffusion. L’ensemble des cibles observées est modélisé par un processus ponctuel marqué, ce qui permet de gérer un nombre variable des cibles au cours du temps. On propose ici une technique de suivi par filtrage particulière auxiliaire de la fonction d’intensité du processus ponctuel et on montre son intérêt pratique par rapport à l’état de l’art.

**Abstract** – In this paper we propose a PHD filter capable to track multiple extended targets from phased-array observations. We assume that signals arising on sensors, to be backscattered by angular spread targets. Observations are modelled by a marked point process, allowing for a variable number of targets. An auxiliary particle filter implementation is considered for tracking the intensity of the marked process and we illustrate its practical interest over state-of-the-art methods.

## 1 Introduction

En bathymétrie sonar, l’apport de la poursuite des angles d’arrivées (ADA) des échos a été mis en évidence notamment dans [1, 2, 3]. Dans les environnements encombrés, tels que les milieux sous-marins portuaires où peu profonds, la présence d’échos multiples [4] contribue à dégrader la qualité de la bathymétrie reconstruite. Pour séparer les échos et pouvoir sélectionner l’écho direct du fond, une estimation adaptative des ADA des échos a été proposée dans [3], pour un nombre des échos supposé connu. Pour prendre en compte la présence d’un nombre variable de cibles et réaliser leur poursuite, il est possible de propager le moment d’ordre un, ou *Probability Hypothesis Density* (PHD), d’un processus ponctuel. Dans le cas d’un processus ponctuel de Poisson (PPP), ce moment correspond à la fonction d’intensité. De telles approches ont été proposées dans [5] et [6] et permettent de prendre en compte la présence de fausses alarmes et de non détections. Pour le sonar bathymétrique, un tel ensemble d’observations peut être fourni par un pré-traitement des spectrogrammes. Un filtre PHD travaillant directement à partir des observations d’antenne, a été proposé dans [7] pour des capteurs d’amplitude. A la différence de [7], dans de nombreuses applications l’information de positionnement est fournie par les différences de phase entre les signaux des capteurs plus que par leur amplitude qui est fluctuante. La présence de telles fluctuations empêche l’application directe de la méthode [7]. Dans [8] un état augmenté (vecteur

de localisation de la cible et amplitude rétrodiffusé) et considéré avec un approche *reversible jump MCMC*.

Nous proposons ici d’utiliser des processus ponctuels de Poisson marqués (MPPP) pour modéliser les différentes cibles et l’amplitude de leurs signaux rétrodiffusés. On associe pour cela une marque à chaque cible. La marque est constituée par l’amplitude du signal de la cible et prend également en compte son extension. Le modèle de cible étendu utilisé étant général, il peut être employé pour modéliser des cellules de résolution du fond-marin ou des cibles cinématiques présentes dans l’environnement sous-marin. On a montré qu’il est possible d’étendre la démarche basée sur l’emploi d’un filtre PHD proposée dans [7] à ce genre d’observation. Une implémentation à base de filtre particulière auxiliaire est proposée. Les résultats de simulation montrent l’intérêt pratique de cette solution par rapport aux méthodes de traitement d’antenne classique, telles que la formation de voie ou MUSIC et DSPE.

Le papier est organisé comme suit : la section 2 présente le modèle de cible étendu et le formalisme MPPP utilisés, le filtre propageant le premier moment du MPPP est résumé en section 3 et les résultats de simulation sont fournis en section 4.

## 2 Modèle de cible étendue et MPPP

On suppose qu’à l’instant  $t$ ,  $n_t$  cibles étendues indépendantes sont présentes et décrites par un état multi-cibles  $X_t = \{\mathbf{x}_{1,t}, \dots, \mathbf{x}_{n_t,t}\}$ , où  $\mathbf{x}_{i,t} \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^d$  est l’état individuel de la  $i^{\text{ème}}$  cible. Compte tenu de la nature aléatoire de  $n_t$ , on utilise un processus ponctuel de Poisson (PPP) [9] : le nombre des cibles

\*Ce travail a été financé par la *Direction Générale de l’Armement* et l’Institut Camot.

$n_t$  dans tout sous ensemble  $\mathcal{A} \subset \mathcal{X}$  est distribué selon la loi de Poisson de moyenne  $\bar{n}_t = \int_{\mathcal{A}} \lambda_t(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$  et, conditionnellement à  $n_t$ , les cibles sont IID, de loi commune  $\lambda_t(\mathbf{x})/\bar{n}_t$ . La densité sur  $\mathcal{X}$  associée aux PPP est

$$p(\mathbf{X}_t) = e^{-\int_{\mathcal{X}} \lambda_t(\mathbf{x}) d\mathbf{x}} \prod_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}_t} \lambda_t(\mathbf{x}). \quad (1)$$

Pour un PPP, l'intensité  $\lambda_t(\cdot)$  correspond au PHD et caractérise entièrement sa loi. Le filtre de propagation de l'intensité au cours du temps permet d'obtenir une approximation de la loi a posteriori  $p(\mathbf{X}_t | \mathbf{y}_{0:t})$  du PPP conditionnellement aux observations jusqu'à l'instant  $t$ .

Le signal  $\mathbf{y}_t$  reçu par un réseau de  $M$  capteurs est donné par

$$\mathbf{y}_t = \sum_{i=1}^{n_t} \mathbf{s}(\mathbf{x}_{i,t}) + \mathbf{n}_t, \quad (2)$$

où  $\mathbf{n}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{n}; \mathbf{0}, \sigma^2 I_M)$  est le bruit de mesure. Le signal rétrodiffusé par la  $i^{\text{ème}}$  cible étendue est noté  $\mathbf{s}(\mathbf{x}_{i,t})$ . Le modèle de cible étendue génère un signal rétrodiffusé donné par [10]

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}_{i,t}) = \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{a}(\phi) \mathcal{S}(\phi; \mathbf{x}_{i,t}) d\phi, \quad (3)$$

avec  $\mathbf{a}(\phi) = [\mathbf{1}, \exp(-j\phi), \dots, \exp(-j(M-1)\phi)]^T$  et  $\phi = k\Delta \sin(\theta)$ .  $\theta$  est l'angle physique,  $k$  représente le nombre d'onde et  $\Delta$  la distance inter-capteurs. On supposera que le signal réverbéré  $\mathcal{S}(\phi; \mathbf{x}_{i,t})$  associé à chaque cible est un processus gaussien centré, de matrice de covariance

$$\mathbb{E}\{\mathcal{S}(\phi; \mathbf{x}_{i,t}) \mathcal{S}(\phi'; \mathbf{x}_{i,t})\} = P(\mathbf{x}_{i,t}) \rho(\phi; \mathbf{x}_{i,t}) \delta(\phi - \phi')$$

où  $\mathbb{E}\{\cdot\}$  représente l'espérance mathématique,  $\delta(\cdot)$  la mesure de Dirac,  $P(\mathbf{x}_{i,t})$  la puissance moyenne et  $\rho(\cdot; \mathbf{x}_{i,t})$  la distribution angulaire de la  $i^{\text{ème}}$  cible. La distribution  $\rho(\cdot)$  est gaussienne [10, Sec. 2.2]. Ainsi, la loi du signal rétrodiffusé  $\mathbf{s}(\cdot)$  vérifie

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}_{i,t}) \sim \mathcal{N}(\mathbf{s}; 0, R(\mathbf{x}_{i,t})), \quad (4a)$$

$$[R(\mathbf{x}_{i,t})]_{m,n} = P(\mathbf{x}_{i,t}) e^{-\frac{(n-m)^2 \sigma_\phi^2}{2}} e^{j(n-m)\bar{\phi}(\mathbf{x}_{i,t})}, \quad (4b)$$

où  $\bar{\phi}(\mathbf{x}_{i,t})$  et  $\sigma_\phi \ll \pi$  représentent la moyenne et l'écart type du  $\rho(\cdot; \mathbf{x}_{i,t})$ , et représentent le centroid angulaire de la  $i^{\text{ème}}$  cible, et son étalement angulaire. Le signal  $\mathbf{s}(\cdot)$  émis par la cible constitue la marque du processus ponctuel de Poisson marqué (MPPP)  $\tilde{\mathbf{X}}_t = \{(\mathbf{x}_{i,t}, \mathbf{s}(\mathbf{x}_{i,t})) | i = 1, \dots, n_t\}$ . Ainsi,

$$p(\mathbf{y}_t | \tilde{\mathbf{X}}_t) = \mathcal{N}(\mathbf{y}_t; \sum_{i=1}^{n_t} \mathbf{s}(\mathbf{x}_{i,t}), \sigma^2 I_M). \quad (5)$$

Cette forme de la vraisemblance permet une mise à jour du PHD  $\lambda_{t|t}(\cdot)$  sans qu'il soit nécessaire de propager le signal de marquage  $\mathbf{s}(\cdot)$ .

### 3 Filtre PHD pour le modèle MPPP

Le filtre PHD propage l'intensité  $\lambda_{t|t}(\cdot)$  associée à la distribution a posteriori du PPP  $\mathbf{X}_t | \mathbf{y}_{0:t}$  en deux étapes : prédiction (sec. 3.1) et mise à jour (sec. 3.2).

#### 3.1 PHD prédit

Soit  $\lambda_{t|t}(\cdot)$  le PHD associé au processus  $p(\mathbf{X}_t | \mathbf{y}_{0:t})$ . La prédiction du PPP  $\mathbf{X}_t$  prend en compte la cinématique des cibles ainsi que leur probabilité de disparition et d'apparition. La disparition des cibles est modélisée par un élagage (*thinning*) où les points (cibles) de l'instant  $t$  seront retenus (survivent) indépendamment avec une probabilité de survie  $p_s(\mathbf{x})$ . Le processus résultant est un PPP d'intensité  $\lambda_{t|t}(\mathbf{x}) p_s(\mathbf{x})$  [9, Ch. 2.8]. Chaque point survivant subit une transformation cinématique selon la loi de transition  $f_{t+1|t}(\mathbf{x}|\cdot)$ . Le processus ainsi transformé est encore un PPP [9, Ch. 2.11.1]. Un PPP de naissance d'intensité  $\gamma_{t+1}(\cdot)$  est superposé au PPP transformé pour prendre en compte les éventuelles naissances à l'instant  $t+1$ . Grâce au théorème de superposition des PPP [9, Ch. 2.7], le processus prédit résultant est un PPP d'intensité

$$\lambda_{t+1|t}(\mathbf{x}) = \gamma_{t+1}(\mathbf{x}) + \int_{\mathcal{X}} f_{t+1|t}(\mathbf{x}|\mathbf{x}') p_s(\mathbf{x}') \lambda_{t|t}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}'. \quad (6)$$

Comme indiqué dans la section 2, le signal  $\mathbf{s}(\cdot)$  rétrodiffusé par chaque cible constitue une marque. Ainsi, on obtient le MPPP  $\tilde{\mathbf{X}}_t = \{(\mathbf{x}_{i,t}, \mathbf{s}(\mathbf{x}_{i,t})) | i = 1, \dots, n_t\}$  d'intensité  $\tilde{\lambda}_{t+1|t}(\cdot)$  donnée par la théorie du marquage [9, Ch. 8.1.1]

$$\tilde{\lambda}_{t+1|t}(\tilde{\mathbf{x}}) = \lambda_{t+1|t}(\mathbf{x}) \mathcal{N}(\mathbf{s}; 0, R(\mathbf{x})) \quad (7)$$

Notons que l'intensité du MPPP s'obtient facilement par multiplication de celle du PPP et la loi de la marque donnée par l'éq. (4a).

#### 3.2 Mise à jour du PHD

L'étape de mise à jour vise à modifier l'intensité  $\lambda_{t+1|t}(\cdot)$  pour la prise en compte de la nouvelle observation  $\mathbf{y}_{t+1}$ . Par définition du PHD [11, Lemma 5.4.III]

$$\lambda_{t+1|t+1}(\mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int \dots \int p_{t+1|t+1}(\{\mathbf{x}, \mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_n\}) d\mathbf{w}_1 \dots d\mathbf{w}_n.$$

En utilisant la notation d'intégrale d'ensemble [6, eq. 21], une écriture plus compacte est possible :

$$\lambda_{t+1|t+1}(\mathbf{x}) = \int p_{t+1|t+1}(\{\mathbf{x}\} \cup \mathbf{W}) \delta \mathbf{W}$$

où  $\mathbf{W} = \{\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_n\}$  qui représente un ensemble de cibles et qui possède la même loi que  $\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{y}_{0:t+1}$ . En appliquant la théorie de Bayes pour la densité  $p_{t+1|t+1}(\cdot)$  et la notation (1), on obtient

$$\lambda_{t+1|t+1}(\mathbf{x}) = \lambda_{t+1|t}(\mathbf{x}) L_{t+1}(\mathbf{x}), \quad (8)$$

où la pseudo-vraisemblance  $L_{t+1}(\mathbf{x})$  est donnée par

$$L_{t+1}(\mathbf{x}) = \frac{\int p_{t+1}(\mathbf{y}_{t+1} | \{\mathbf{x}\} \cup \mathbf{W}) p_{t+1|t}(\mathbf{W}) \delta \mathbf{W}}{\int p_{t+1}(\mathbf{y}_{t+1} | \mathbf{W}) p_{t+1|t}(\mathbf{W}) \delta \mathbf{W}}. \quad (9)$$

En marginalisant par rapport aux marques des différentes cibles (4a), la vraisemblance de l'observation devient

$$p_{t+1}(\mathbf{y}_{t+1}|\mathbf{W}) = \int \cdots \int p_{t+1}(\mathbf{y}_{t+1}|\tilde{\mathbf{W}}) \prod_{i=1}^{|\tilde{\mathbf{W}}|} \mathcal{N}(\mathbf{s}; \mathbf{0}, R(\mathbf{w}_i)) d\mathbf{s}(\mathbf{w}_i), \quad (10)$$

où le MPPP  $\tilde{\mathbf{W}}$  et le PPP  $\mathbf{W}$  correspondant, ont le même cardinal noté  $|\cdot|$ .

En utilisant cette forme spécifique de la vraisemblance conditionnée par les cibles et leurs marquages, on peut re-écrire la pseudo-vraisemblance comme

$$L_{t+1}(\mathbf{x}) = \frac{\iint p_{t+1}(\mathbf{y}_{t+1} - \mathbf{s}(\mathbf{x})|\tilde{\mathbf{W}}) \mathcal{N}(\mathbf{s}; \mathbf{0}, R(\mathbf{x})) p_{t+1|t}(\tilde{\mathbf{W}}) \delta\tilde{\mathbf{W}} ds}{\int p_{t+1}(\mathbf{y}_{t+1}|\tilde{\mathbf{W}}) p_{t+1|t}(\tilde{\mathbf{W}}) \delta\tilde{\mathbf{W}}}$$

Cette dernière forme de  $L_{t+1}(\cdot)$  met en évidence le PHD du MPPP (7), à travers de sa densité  $p(\tilde{\mathbf{W}})$ .

Avec la formule de changement de variable utilisée dans [7], l'intégrale d'ensemble se réduit à une intégration classique. En utilisant des formules classiques d'intégration [12, Appendix 3.8], la pseudo-vraisemblance s'exprime comme

$$L_{t+1}(\mathbf{x}) \approx \frac{\mathcal{N}(\mathbf{y}_{t+1}; \mathbf{0}, R(\mathbf{x}) + \sigma_t^2 I_M + \Sigma)}{\mathcal{N}(\mathbf{y}_{t+1}; \mathbf{0}, \sigma_t^2 I_M + \Sigma)} \quad (11)$$

où la matrice  $\Sigma$  est obtenue à l'aide du PHD MPPP  $\tilde{\lambda}_{t+1|t}(\cdot)$  de (7) :

$$\Sigma = \int \mathbf{s}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{s}^H(\tilde{\mathbf{x}}) \tilde{\lambda}_{t+1|t}(\tilde{\mathbf{x}}) d\tilde{\mathbf{x}} = \int R(\mathbf{x}) \lambda_{t+1|t}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

$\{\cdot\}^H$  représente l'opérateur de conjugaison hermitienne. La matrice de covariance  $R(\mathbf{x})$  est donné par l'éq. (4b). Finalement, la mise à jour  $\lambda_{t+1|t+1}(\cdot)$  du PHD est approximativement donnée par  $\lambda_{t+1|t}(\cdot) L_{t+1}(\cdot)$ .

## 4 Résultats

Comme l'équation de mise à jour du PHD n'est pas linéaire, on opte pour une implémentation particulière du PHD. On utilise un filtre particulière auxiliaire similaire à celui employé dans [7], où l'étape auxiliaire est utilisée pour les particules correspondantes au PHD de naissance  $\gamma_t(\cdot)$ . Les particules de naissance seront mieux réparties dans l'espace  $\mathcal{X}$  en utilisant une étape auxiliaire, i.e. en tenant compte de l'observation courante dans leur échantillonnage. On utilise  $N = 1000$  particules par cible pour la simulation. L'état individuel des cibles est de la forme  $\mathbf{x}_t = [\theta_t, \dot{\theta}_t]^T$  et représente la direction angulaire moyenne de la cible étendue et sa vitesse angulaire. Dans l'éq. (4b) on prend  $\bar{\phi}(\mathbf{x}) = 2\pi/\lambda\Delta \sin(\theta)$ . On suppose un modèle cinématique de vitesse angulaire presque constante, caractérisé par un noyau de transition Gaussien  $f_{t+1|t}(\mathbf{x}|\mathbf{x}') = \mathcal{N}(\mathbf{x}; F_{t+1}\mathbf{x}', Q_{t+1})$ .  $F_{t+1}$  et  $Q_{t+1} = Gq_{t+1}^2 G^T$  sont choisies

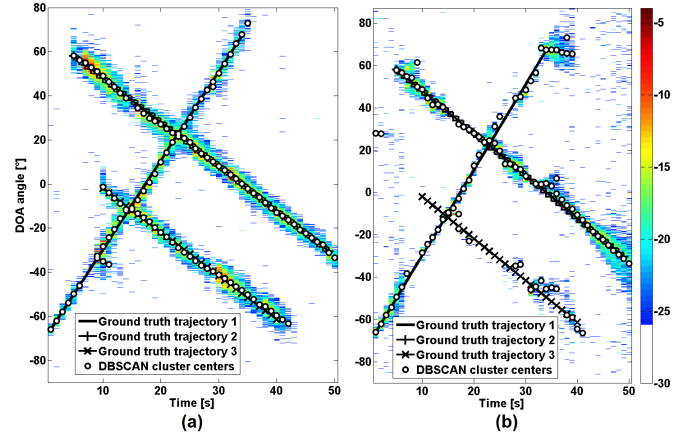


FIGURE 1 – Vraies trajectoires (traits noirs) superposées à l'approximation particulière du PHD (échelle logarithmique) et résultats de DBSCAN (centre des clusters) pour : (a) filtre PHD proposé, (b) filtre PHD proposé dans [13]

comme dans [14, Ch. 6.3.1], avec  $q_{t+1} = 0.3^\circ/s^2$ . Habituellement, la poursuite des cibles peut se faire en coordonnées cartésiennes. L'emploi du domaine angulaire  $\theta$  est également possible quand les pseudo-accélérations sont faibles (cibles lointaines [15, Ch. 1.5]). Le PHD de naissance  $\gamma_{t+1}(\cdot)$  est choisi uniforme :  $\gamma_t(\theta) \propto \mathbb{1}_{[-\pi/2, \pi/2]}(\theta)$ . Pour initialiser les vitesses on utilise  $\gamma_t(\dot{\theta}) \propto \mathcal{N}(\dot{\theta}; -2, 1)$ . Les poids des particules de naissance est fixé à 0.2. L'étape de mise à jour du PHD met en œuvre une approximation qui ne conduit plus à un estimateur précis du nombre moyen de cibles. Dans [7], les auteurs utilisent la méthode des silhouettes couplée avec un algorithme de  $k$ -moyenne pour sélectionner le nombre de cibles. Mais, comme noté dans [7], les silhouettes nécessitent au minimum deux clusters et ne peuvent donc pas fonctionner pour une seule ou aucune cible. Ainsi, on propose d'utiliser une méthode de clustering non-supervisé. A la différence de [7], on opte ici pour l'algorithme DBSCAN [16], qui ne nécessite pas de connaître a priori le nombre de clusters (cibles). De plus, DBSCAN prend en compte l'existence de particules aberrantes (*outliers*), i.e. de particules n'appartenant à aucun cluster, et qui apparaissent quand il n'y pas de nouvelles cibles. Au contraire, le  $k$ -means, est fortement pénalisé en présence de ces *outliers*.

Dans les figures 1(a) et 1(b) on observe les résultats de filtrage sur un scénario à trois cibles pour le filtre PHD proposé et celui de la référence [13]. Chaque cible a un étalement décrit par l'éq. (3), avec  $\sigma_\phi = 6^\circ$ , et génère un signal avec RSB= 5dB. Le réseau est linéaire et comporte  $M = 18$  capteurs. On observe une amélioration de performances avec le filtre proposé. Pour illustrer la difficulté du scénario utilisé, des spectrogrammes obtenus par formation de voie et DSPE sont présentés sur les figures 2(a) et 2(b). La formation de voie est calculée pour chaque vecteur d'observation ce qui entraîne de nombreuses fausses alarmes. Le filtrage utilisé dans [13] exploite une approximation de la fonction de vraisemblance pour ensuite n'employer que les pics du spectrogramme 2(a) comme

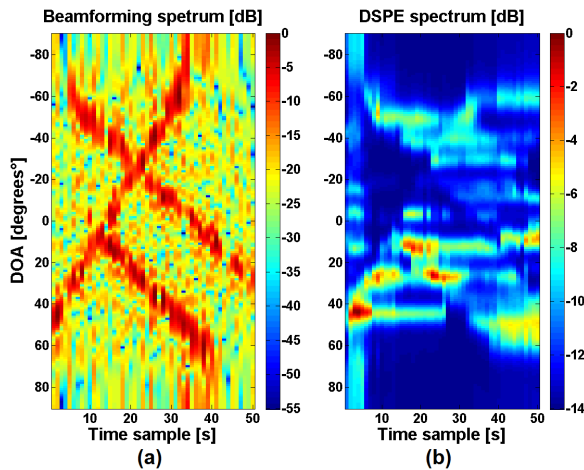


FIGURE 2 – Traitement d’antennes : (a) formation de voies, (b) DSPE (MUSIC pour cibles étendues).

observation. Notons que, dans la figure 2(a), le début de la piste 3 est noyé dans les lobes secondaires de la cible 1. Aussi, le filtrage [13] n’est pas capable de détecter le début de la piste 3. L’algorithme DSPE [17], est un algorithme type MUSIC pour les cibles étendues, et qui utilise une fenêtre glissante sur 22 observations pour estimer la matrice de corrélation de l’observation. Ainsi, le DSPE élimine de nombreuses fausses alarmes mais souffre de la forte non stationnarité du signal  $y_t$ , liée à la vitesse des cibles qui fait évoluer rapidement l’angle  $\theta$  et entraîne une défocalisation (*smearing*) du spectre DSPE.

## 5 Conclusion

Nous avons présenté un filtre PHD capable de poursuivre plusieurs cibles étendues à partir des signaux fournis par un réseau de capteurs. Ce filtre permet de poursuivre de façon plus efficace un nombre fluctuant de cibles étendues que les méthodes usuelles grâce à un formalisme de processus ponctuel marqué.

## Références

- [1] A.-A. Saucan, C. Sintès, T. Chonavel, and J.-M. Le Caillec, “Robust, track before detect particle filter for bathymetric sonar application,” in *Proceedings of the International Conference on Information Fusion*, 2014.
- [2] A.-A. Saucan, T. Chonavel, C. Sintès, and J.-M. Le Caillec, “3-D bathymetric reconstruction in multi-path and reverberant underwater environments,” in *Proceedings of the International Conference on Image Processing*, 2014.
- [3] A.-A. Saucan, C. Sintès, T. Chonavel, and J.-M. Le Caillec, “Model-based adaptive 3D sonar reconstruction in reverberating environments,” *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol. 24, no. 10, pp. 2928–2940, Oct 2015.
- [4] A. E. A. Blomberg, A. Austeng, R. E. Hansen, and S. A. V. Synnes, “Improving sonar performance in shallow water using adaptive beamforming,” *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 38, no. 2, pp. 297–307, April 2013.
- [5] R. L. Streit and L. D. Stone, “Bayes derivation of multi-target intensity filters,” in *Information Fusion, 2008 11th International Conference on*, June 2008, pp. 1–8.
- [6] R. Mahler, “Multitarget bayes filtering via first-order multitarget moments,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 39, no. 4, pp. 1152 – 1178, October 2003.
- [7] S. Nannuru, M. Coates, and R. Mahler, “Computationally-tractable approximate PHD and CPHD filters for superpositional sensors,” *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 7, no. 3, pp. 410 – 420, June 2013.
- [8] J.-R. Larocque, J. P. Reilly, and W. Ng, “Particle filters for tracking an unknown number of sources,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 12, pp. 2926 – 2937, December 2002.
- [9] R. L. Streit, *Poisson Point Processes*. New York : Springer-Verlag, 2010.
- [10] Y. Meng, P. Stoica, and K. Wong, “Estimation of the directions of arrival of spatially dispersed signals in array processing,” *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings -*, vol. 143, no. 1, pp. 1–9, Feb 1996.
- [11] D. J. Daley and D. Vere-Jones, *An Introduction to the Theory of Point Processes*. New York : Springer-Verlag, 2003, vol. I.
- [12] B. Ristic, S. Arulampalam, and N. Gordon, *Beyond the Kalman Filter : Particle Filters for Tracking Applications*. Artech House, 2004.
- [13] B. Balakumar, A. Sinha, T. Kirubarajan, and J. P. Reilly, “PHD filtering for tracking an unknown number of sources using an array of sensors,” in *Proceedings of the 13th IEEE Workshop on Statistical Signal Processing*, 2005.
- [14] Y. Bar-Shalom, X. Rong Li, and T. Kirubarajan, *Estimation with Applications to Tracking and Navigation : Algorithms and Software for Information Extraction*. Hoboken, NJ : John Wiley and Sons, July 2001.
- [15] E. Brookner, *Tracking and Kalman Filtering Made Easy*. New York : John Wiley and Sons, 1998.
- [16] M. Ester, H. Kriegel, J. Sander, and X. Xu, “A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise,” in *International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, 1996.
- [17] S. Valaee, B. Champagne, and P. Kabal, “Parametric localization of distributed sources,” *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 9, pp. 2144–2153, Sep 1995.