

# Détection d’observations aberrantes et restauration de formes

Michel ABBOUD<sup>1,2</sup>, Abdesslam BENZINOUI<sup>1</sup>, Kamal NASREDDINE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>UEB, Ecole Nationale d’Ingénieurs de Brest (ENIB), UMR CNRS 6285 Lab-STICC, 29238 BREST cedex, France

<sup>2</sup>LaMA, Université Libanaise, P.O. Box 37 Tripoli, Liban  
abboud@enib.fr, benzinou@enib.fr, nasreddine@enib.fr

**Résumé** – Cet article traite de la restauration de formes et de la détection d’aberrations qui peuvent se produire dans une classe de formes données. Nous proposons une approche de détection et de restauration qui utilise la distance géodésique et les applications de passage associées à l’espace de formes. Les résultats expérimentaux obtenus sur des classes de formes issues de la base MPEG-7 montrent tout l’intérêt de notre approche.

**Abstract** – This paper deals with the restoration of shapes and detection of aberrations that can occur in a class of shapes. We propose a detection and restoration approach using the geodesic distance and the transition maps associated to the shape space. The experimental results obtained from classes of shapes issued from the MPEG-7 database show the advantage of our approach.

## 1 Introduction

En raison de l’évolution des moyens de collecte automatique d’objets, la détection d’observations aberrantes et la restauration de formes figurent parmi les problèmes à résoudre en priorité. Les aberrations au niveau des contours des objets peuvent être dues à différents facteurs comme le bruit d’acquisition, les changements d’illumination, les occlusions, ou encore à des erreurs de segmentation. La présence de ces contours erronés peut par exemple affecter sensiblement les résultats de l’analyse statistique de formes [1], ou ceux de la reconnaissance de formes. Dans ce travail, nous nous référons à la définition de Hawkins pour les données aberrantes [2] : “une valeur aberrante est une observation qui s’écarte des autres observations au point d’éveiller les soupçons d’avoir été générée par un autre mécanisme”.

La détection d’observations aberrantes au niveau des formes des objets est peu abordée dans la littérature. Les solutions proposées sont basées région et ne s’appuient pas sur l’information de contour [3, 4]. La restauration des régions intègre de forts *a priori* géométriques.

Loin du domaine de l’analyse des formes, la détection de données aberrantes a été utilisée pendant des siècles pour supprimer les données décrivant des observations anormales [5]. Le processus de détection est utilisé comme une étape de filtrage préalable à une analyse statistique sur les observations retenues pour l’interprétation. Différents algorithmes de détection de données anormales ont été proposés dans la littérature. Ils ont été appliqués dans diverses situations grâce à leur flexibilité et leur capacité à retenir la partie la plus cohérente des données traitées [5, 6]. La méthode de la plus proche distance au centre CDC (*Closest Distance to Center*) identifie les observations les plus proches

de leur moyenne en considérant les données aberrantes comme des observations extrêmes situées loin de la distribution des données et bien sûr de leur centre. L’algorithme du plus petit demi-volume SHV (*Smallest Half Volume*) vise à détecter la moitié des observations qui occupent le plus petit volume dans l’espace de données. Ces approches ne nécessitent aucune définition de densité de probabilité qui reste souvent difficile, notamment dans les espaces de grande dimension.

Ce papier est organisé de la façon suivante. Dans la section 2, nous décrivons brièvement la méthode de représentation de formes adoptée dans ce travail. Nous décrivons également l’espace de formes sous-jacent et la distance géodésique utilisée. Dans la section 3, nous proposons deux techniques de détection de contours aberrants bien adaptées à la structure non-linéaire de l’espace de formes. Notre méthode de restauration de formes est présentée en section 4. En section 5, nous testons l’efficacité de notre approche sur des classes de formes issues de la base d’images MPEG-7. Finalement, la conclusion est donnée en section 6.

## 2 Représentation des contours

Etant donné un ensemble de  $N$  contours planaires  $(C_i)_{i=1,\dots,N}$ , chaque contour est considéré comme une courbe fermée paramétrée par  $\beta : S^1 \rightarrow \mathbb{R}^2$  avec la condition de la non-singularité, i.e.  $\|\dot{\beta}(t)\| \neq 0$ . Ces contours sont représentés par la fonction racine carrée de la vitesse SRV (*Square-Root Velocity*) proposée par Joshi *et al.* dans [7] et notée par

$$q(t) = \frac{\dot{\beta}(t)}{\sqrt{\|\dot{\beta}(t)\|}}$$

Les formes des contours de longueur unitaire sont ensuite encodées dans un espace de préformes noté  $C^O$  quotienté par une action de groupe  $\Gamma \times SO(\mathbb{R}^2)$ , où  $\Gamma$  et  $SO(\mathbb{R}^2)$  sont les groupes de reparamétrisation et de rotation dans  $\mathbb{R}^2$  respectivement.

Pour un couple de contours  $C_1$  et  $C_2$  codés par leur représentation SRV  $q_1$  et  $q_2$  respectivement, la distance géodésique entre les deux formes est donnée par la longueur du plus petit chemin qui joigne ces deux fonctions :

$$\theta = d(q_1, q_2) = \arccos(\langle q_1, q_2 \rangle) \quad (1)$$

L'espace de préformes  $C^O$ , ayant la structure d'une variété hyper-sphérique Riemannienne, nous nous appuyons dans ce travail sur les espaces tangents associés à cette variété en chaque point. Ces espaces linéaires favorisent les calculs classiques sur les vecteurs tangents donnant une description de la distribution dans un petit voisinage de l'élément référence. Afin de bénéficier de ces structures, des applications de passage sont élaborées permettant les transmissions d'éléments de l'espace de préformes aux espaces tangents et vice versa. On parle de l'application exponentielle et de son inverse en référence à ces transitions :

#### L'application Logarithme

L'application logarithme  $\log_{q_{ref}}$  associe à chaque élément de l'espace de préformes  $q \in C^O$  un vecteur unitaire  $v$  appartenant à l'espace tangent relatif à une forme de référence  $T_{q_{ref}}(C^O)$  par l'expression :

$$v = \log_{q_{ref}}(q) = \exp_{q_{ref}}^{-1}(q) = \frac{\theta}{\sin\theta} [q - \cos\theta \cdot q_{ref}] \quad (2)$$

où  $\theta$  est la distance entre les deux formes  $q_{ref}$  et  $q$  définie dans (1). L'idée générale derrière cette application est d'aplatir l'espace de préformes dans un petit voisinage de l'élément référence.

#### L'application exponentielle

L'application exponentielle  $\exp_{q_{ref}}$  est définie comme une carte partant d'un sous-ensemble d'un espace tangent de la variété à la variété elle-même. Elle associe à chaque vecteur  $v$  appartenant à l'espace tangent relativement à un élément référence  $T_{q_{ref}}$  un élément unique de l'espace de préformes. L'expression de cette application est donnée par

$$q = \exp_{q_{ref}}(v) = \cos(\|v\|) \cdot q_{ref} + \sin(\|v\|) \frac{v}{\|v\|} \quad (3)$$

### 3 Détection des formes aberrantes

Dans cette section, nous proposons deux techniques de détection des formes aberrantes dans un ensemble de contours donnés. La discrimination des formes erronées est nécessaire étant donné que la phase de restauration repose sur les sous-ensembles formés : l'ensemble des contours normaux  $\mathcal{N}$  et celui des contours aberrants  $\mathcal{A}$ . Nous adaptons des techniques existantes de détection de données aberrantes afin de respecter la non-linéarité de l'espace de formes.

#### Méthode de la plus proche distance au centre modifiée MCDC

Cette méthode consiste en les étapes suivantes :

1. La moyenne intrinsèque est estimée via la distance géodésique  $d$  suivant un algorithme de descente de gradient décrit dans [8] :

$$\mu = \underset{q \in C^O}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N d^2(q, q_i) \quad (4)$$

2. Les distances géodésiques entre les formes et la moyenne estimée sont calculées. Un vecteur de distances  $\mathbf{d}$  est alors obtenu

$$\mathbf{d} = (d(q_1, \mu), d(q_2, \mu), \dots, d(q_N, \mu),)$$

3. Les  $N/2$  formes les plus proches de la moyenne sont retenues à partir des premières composantes du vecteur  $\mathbf{d}$  ordonné.

#### Méthode du plus petit demi-volume SHV

Ici, on généralise le concept de la méthode classique SHV pour l'espace non-linéaire de formes :

1. Une matrice de  $N \times N$  distances est calculée contenant les distances entre paires de formes :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d(q_1, q_1) & \dots & d(q_1, q_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d(q_N, q_1) & \dots & d(q_N, q_N) \end{pmatrix}$$

2. Chaque colonne de  $\mathbf{D}$  est ordonnée par ordre croissant.
3. La colonne ayant la plus petite somme des  $N/2$  premières distances ordonnées est déterminée conduisant aux  $N/2$  formes les plus proches les unes aux autres sur l'espace de formes.

## 4 Restauration de formes

Dans cette section, nous développons une solution originale pour la restauration des formes sur l'espace de formes. Dans la suite, nous allons expliquer comment la représentation des formes sur l'espace de formes peut être efficacement modifiée pour réduire les variations locales aberrantes.

### 4.1 Estimation robuste des vecteurs tangents

Pour chaque forme aberrante, on suppose disposer d'une forme référence  $q_{ref}$  (obtenue par un algorithme de recherche automatique développé dans la section 4.2 suivante). Soit  $\{v_m\} \in T_{q_{ref}}(C^O)$  l'ensemble des vecteurs tangents associés aux formes du sous ensemble  $\mathcal{N}$ . Soit  $M_{ref}$  le vecteur moyen des vecteurs  $\{v_m\}$  et  $\sigma_{ref}$  leur écart-type. Afin de restaurer la forme aberrante, on propose de modifier le vecteur tangent associé  $v \in T_{q_{ref}}$  en imposant un estimateur robuste pour évaluer les composantes de ce vecteur tangent relativement à l'écart-type  $\sigma_{ref}$  autour de la moyenne  $M_{ref}$ . Pour chaque

composante, on tolère un coefficient  $\alpha$  de la variabilité des données en forçant les erreurs locales d’être bornées par  $\pm\alpha\sigma_{ref}(j)$  par rapport à la moyenne  $M_{ref}(j)$ . Le vecteur tangent robuste  $v_{rob}$  est alors estimé comme suivant :

$$v_{rob} = \rho(v) = \{\rho(v(j))\}$$

où  $\rho(v(j)) =$

$$\begin{cases} v(j) & \text{si } M_{ref}(j) - \alpha\sigma_{ref}(j) < v(j) < M_{ref}(j) + \alpha\sigma_{ref}(j) \\ M_{ref}(j) + \alpha\sigma_{ref}(j) & \text{si } v(j) > M_{ref}(j) + \alpha\sigma_{ref}(j) \\ M_{ref}(j) - \alpha\sigma_{ref}(j) & \text{si } v(j) < M_{ref}(j) - \alpha\sigma_{ref}(j) \end{cases} \quad (5)$$

pour  $j = 1, \dots, n$  où  $n$  est la longueur de chaque vecteur tangent et  $\alpha$  un paramètre qui contrôle la grandeur de la variabilité autorisée.

Par ce biais, non seulement les vecteurs tangents ont une formulation robuste, mais ce critère est aussi maintenu en retournant à l’espace de préformes menant à une nouvelle base dépourvue de valeurs aberrantes. A partir du vecteur tangent modifié  $v_{rob}$ , la restauration de la forme s’obtient par l’application exponentielle classique 3 afin de le projeter dans l’espace de préformes conduisant à une version corrigée de la forme du contour.

## 4.2 Recherche automatique de $q_{ref}$

Vu l’effet de la forme référence sur la restauration des formes, nous proposons ici un algorithme de recherche automatique afin de choisir la meilleure forme référence parmi les formes du sous-ensemble  $\mathcal{N}$ . Pour chaque forme (aberrante) du sous-ensemble  $\mathcal{A}$ , représentée avec sa fonction SRV  $q_l$ , on cherche la plus proche forme (normale) du sous-ensemble  $\mathcal{N}$  par :

$$q_{refl} = \underset{q_m \in \mathcal{N}}{\operatorname{argmin}} d(q_l, q_m) \quad (6)$$

## 5 Résultats expérimentaux

Pour mettre en évidence l’aptitude de la méthode proposée à détecter des contours erronés et à restaurer les formes correspondantes, des exemples de contours de synthèse sont utilisés. On considère trois classes de la base MPEG7 : APPLE, BELL et STEF. Pour chaque classe on procède de la façon suivante :

- Les dix premiers contours de chaque classe sont groupés en tant que sous-ensemble de contours normaux.
- Les dix autres sont soumis à des modifications simulant des erreurs d’occlusion ou de segmentation.

### 5.1 Détection de formes aberrantes

Dans un premier temps, on applique les algorithmes de détection proposés dans la section 3. Ces méthodes de détection utilisent la distance géodésique entre les formes  $(q_i)_{i=1, \dots, N}$  associées aux contours considérés.

CLASSE METHODE	APPLE		BELL		STEF	
	MCDC	SHV	MCDC	SHV	MCDC	SHV
Contour 1	0.1267	2	0.15559	8	0.3082	-
Contour 2	0.1488	4	0.2224	5	0.3376	6
Contour 3	0.1774	3	0.2196	10	0.3157	-
Contour 4	0.1668	5	0.2081	6	0.1960	1
Contour 5	0.2654	8	0.2315	7	0.2697	2
Contour 6	0.2524	9	0.1981	9	0.3239	8
Contour 7	<b>0.2790</b>	10	0.2246	3	0.2688	10
Contour 8	0.1498	7	0.2334	4	0.2186	5
Contour 9	0.1377	1	0.1985	1	0.2614	3
Contour 10	0.2136	6	0.2073	2	0.3110	4
Contour 11	0.2828	-	0.5160	-	0.6191	-
Contour 12	0.5627	-	0.5926	-	0.4280	-
Contour 13	0.6037	-	0.4330	-	0.5231	-
Contour 14	0.4520	-	0.3917	-	0.4646	-
Contour 15	0.3659	-	0.6175	-	0.5385	-
Contour 16	<b>0.2405</b>	-	0.4264	-	0.4505	-
Contour 17	0.2713	-	0.4838	-	0.3730	-
Contour 18	0.4263	-	0.6135	-	0.4123	-
Contour 19	0.4284	-	0.3855	-	0.3466	7
Contour 20	0.3254	-	0.5362	-	0.3778	9
% de détection	90	100	100	100	100	80

TABLE 1 – Détection des formes aberrantes dans les trois différentes classes suivant les deux approches proposées. Les colonnes 2, 4 et 6 donnent les distances géodésiques à la moyenne des formes de chaque classe. Les colonnes 3, 5 et 7 indiquent les formes retenues par ordre de leur rapprochement aux autres formes de la classe.

Le tableau 1 présente les résultats de la détection des contours erronés. Les colonnes 2, 4 et 6 montrent les distances entre les différentes formes et leur moyenne, respectivement pour les classes APPLE, BELL et STEF. Les dix plus petites distances correspondent aux contours normaux dans le cas des classes BELL et STEFF. Neuf contours normaux sont retenus pour la classe APPLE donnant ainsi une détection de 90% des contours aberrants, l’autre contour porte des déformations locales aberrantes. Comme nous sommes à la recherche d’une discrimination totale des formes, la méthode SHV est testée sur les trois classes. Dans les colonnes 3, 5 et 7 on donne les formes retenues par leur ordre croissant. Une classification totale de ces contours est obtenue pour les classes APPLE et BELL. Concernant la classe STEF, deux formes sont mals classées portant des déformations erronées à variabilité plus faible que certaines formes normales.

### 5.2 Restauration des formes aberrantes

Nous présentons ici les résultats de la restauration où les formes erronées sont rectifiées afin de respecter la variabilité autorisée suivant l’équation (5). Pour chaque forme aberrante, une forme référence est sélectionnée selon le critère d’optimisation (6). La figure 1 montre les résultats de restauration des formes au niveau des trois classes test.

Afin d’évaluer les performances de la méthode proposée, le rapprochement des formes restaurées des formes originales est

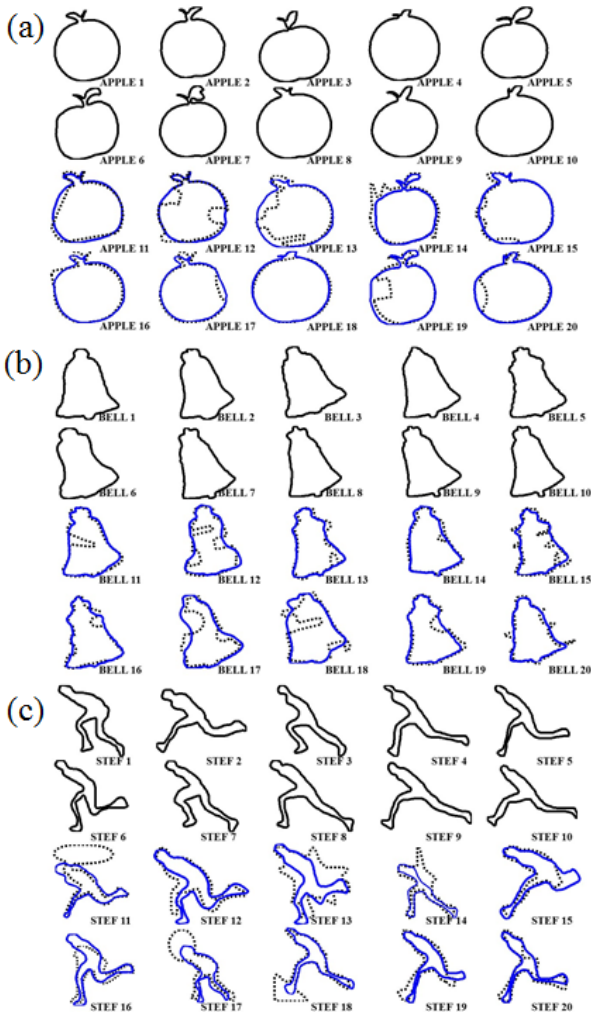


FIGURE 1 – Restauration des formes dans les trois classes (a) APPLE, (b) BELL et (c) STEF.

calculé par le pourcentage  $\tau$  donné par :

$$\tau = \frac{d_i - d_f}{d_i} \times 100 \quad (7)$$

où  $d_i$  désigne la distance entre la forme aberrante et l'originale,  $d_f$  réfère à la distance entre l'origine et la forme restaurée recalée par rapport à l'originale. En moyenne, les pourcentages de rectification au niveau des trois classes APPLE, BELL et STEF sont de 47, 51 et 18% respectivement. Dans le tableau suivant deux notions de distances ont été utilisées : En noir la distance géodésique entre les formes, donnée par l'équation (1). En bleu, la distance quadratique entre les mêmes formes.

## 6 Conclusion

Dans ce papier nous avons proposé un algorithme de détection d'observations aberrantes et de restauration de contours d'objets.

CLASSE	APPLE			BELL		
	$d_i$	$d_f$	$\tau$ (%)	$d_i$	$d_f$	$\tau$ (%)
Contour 11	0.2264	0.1303	42.45	0.4820	0.2342	51.41
	<b>0.1001</b>	<b>0.0517</b>	<b>48.39</b>	<b>0.3103</b>	<b>0.0923</b>	<b>70.25</b>
Contour 12	0.5323	0.1605	69.85	0.5847	0.2760	52.80
	<b>0.1188</b>	<b>0.0465</b>	<b>60.84</b>	<b>0.2419</b>	<b>0.1319</b>	<b>45.47</b>
Contour 13	0.5705	0.1750	69.32	0.4559	0.2418	46.96
	<b>0.1123</b>	<b>0.0828</b>	<b>26.27</b>	<b>0.2086</b>	<b>0.0464</b>	<b>77.61</b>
Contour 14	0.4226	0.1450	65.69	0.3983	0.1913	51.95
	<b>0.296</b>	<b>0.0590</b>	<b>54.46</b>	<b>0.1133</b>	<b>0.0779</b>	<b>31.23</b>
Contour 15	0.3157	0.1525	51.71	0.6272	0.2259	63.98
	<b>0.0749</b>	<b>0.0395</b>	<b>47.32</b>	<b>0.2251</b>	<b>0.0883</b>	<b>60.75</b>
Contour 16	0.1791	0.1598	10.75	0.4393	0.2213	49.62
	<b>0.0678</b>	<b>0.0493</b>	<b>32.01</b>	<b>0.0834</b>	<b>0.0724</b>	<b>13.20</b>
Contour 17	0.2052	0.1710	16.66	0.4731	0.2824	40.29
	0.0527	<b>0.0493</b>	<b>6.55</b>	<b>0.1817</b>	<b>0.0876</b>	<b>51.80</b>
Contour 18	0.4275	0.2672	37.51	0.6656	0.3155	52.59
	<b>0.0831</b>	<b>0.0785</b>	<b>5.53</b>	<b>0.2956</b>	<b>0.1612</b>	<b>45.49</b>
Contour 19	0.3920	0.1726	55.97	0.3416	0.2156	36.90
	<b>0.1015</b>	<b>0.0713</b>	<b>29.72</b>	<b>0.1433</b>	<b>0.0532</b>	<b>62.87</b>
Contour 20	0.2572	0.1289	49.88	0.5359	0.2158	59.74
	<b>0.0717</b>	<b>0.0331</b>	<b>53.82</b>	<b>0.1643</b>	<b>0.1183</b>	<b>27.99</b>

TABLE 2 – Pourcentage de rectification des formes aberrantes : En noir avec la distance géodésique et en bleu avec la distance quadratique.

Les applications sur une variété de classes de contours montrent bien l'efficacité de notre approche à restaurer des contours avec des déformations relativement importantes.

## Références

- [1] M. Abboud, A. Benzinou, K. Nasreddine, and M. Jazar, "Geodesics-based statistical shape analysis," in *ICIP'14 : IEEE International Conference on Image processing, 2014*, pp. 1–5.
- [2] D. M. Hawkins, *Identification of outliers*, vol. 11, Springer, 1980.
- [3] C. Lee and A. Elgammal, "Dynamic shape outlier detection for human locomotion," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 113, no. 3, pp. 332–344, 2009.
- [4] M. Prastawa, E. Bullitt, S. Ho, and G. Gerig, "A brain tumor segmentation framework based on outlier detection," *Medical image analysis*, vol. 8, no. 3, pp. 275–283, 2004.
- [5] V. J. Hodge and J. Austin, "A survey of outlier detection methodologies," *Artificial Intelligence Review*, vol. 22, no. 2, pp. 85–126, 2004.
- [6] E. M. Knox and R. T. Ng, "Algorithms for mining distance based outliers in large datasets," in *VLDB'98 : International Conference on Very Large Data Bases, 1998*, 1998, pp. 392–403.
- [7] S. H. Joshi, E. Klassen, A. Srivastava, and I. Jermyn, "A novel representation for riemannian analysis of elastic curves in rn," in *CVPR'07 : IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2007*, 2007, pp. 1–7.
- [8] A. Srivastava, E. Klassen, S. H. Joshi, and I. H. Jermyn, "Shape analysis of elastic curves in euclidean spaces," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 33, no. 7, pp. 1415–1428, 2011.